

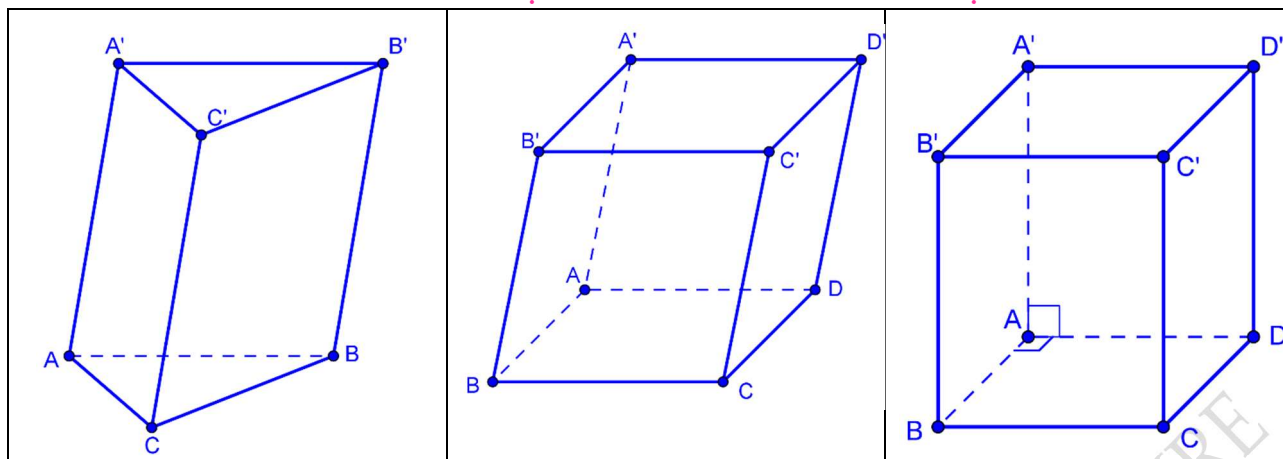


# TỔNG ÔN GÓC-KHOẢNG CÁCH

## CHỦ ĐỀ 1. KHOẢNG CÁCH

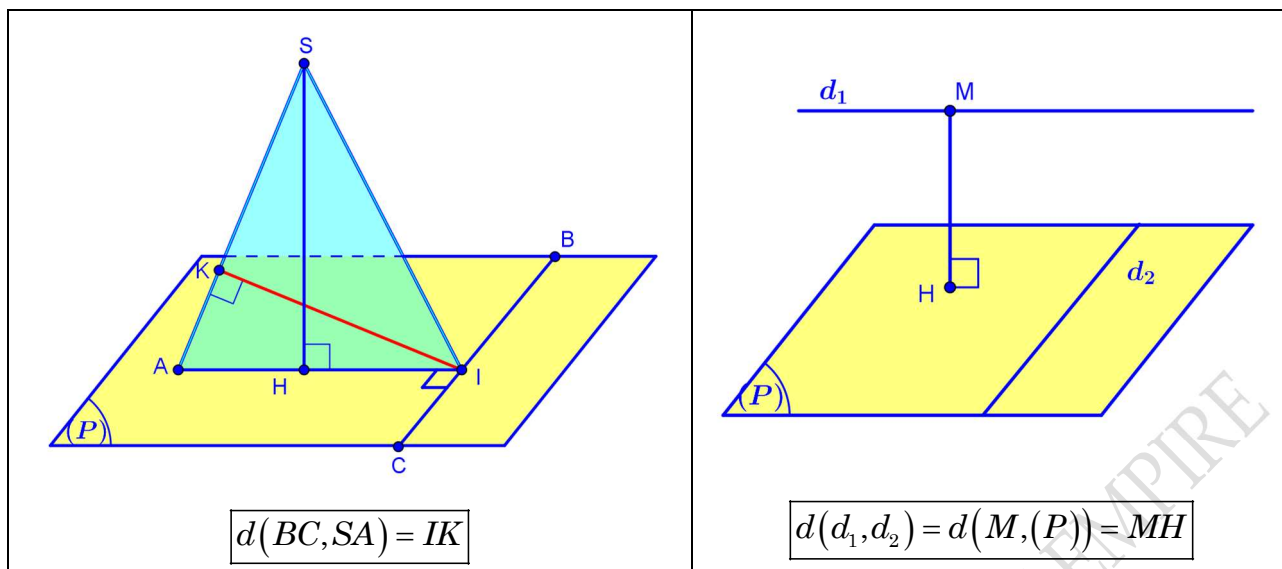
### PHẦN 1: MỘT SỐ HÌNH ĐA DIỆN THƯỜNG GẶP

Tứ diện đều	Chóp tam giác đều	Chóp có cạnh bên $\perp$ đáy
Chóp tứ giác đều	Chóp có mặt bên $\perp$ đáy	Lăng trụ tam giác đều
Lăng trụ xiên	Hình hộp	Hình hộp chữ nhật



**PHẦN 2: XÁC ĐỊNH NHANH KHOẢNG CÁCH TRONG KHÔNG GIAN**

Khoảng cách trực tiếp từ một điểm đến mặt phẳng	
Khoảng cách từ chân đường vuông góc đến mặt bên	Khoảng cách từ một điểm trên mặt đáy đến mặt đứng
$d(H; (SAB)) = HK$	$d(A; (SHB)) = AK$
Khoảng cách gián tiếp từ một điểm đến mặt phẳng	
$AB \parallel (P) \rightarrow d(A, (P)) = d(B, (P))$	
$AB \cap (P) = \{I\} \rightarrow \frac{d(A, (P))}{d(B, (P))} = \frac{AI}{BI}$	
Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $d_1$ và $d_2$	
$d_1 \perp d_2, (SH \perp (P), AH \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAI))$	$d_1 \not\perp d_2$



### CÁCH SỬ DỤNG MÁY TÍNH CASIO

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có  $AB = a, AC = a\sqrt{3}$ . Tính độ dài đường cao  $AH$  của  $\triangle ABC$ .

**Hướng dẫn:** Ta có  $AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}}$ .

Nhập vào máy tính

$$\frac{XY}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \xrightarrow[X=1; Y=\sqrt{3}]{CALC} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Màn hình máy tính

$$\frac{XY}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \quad \text{Math} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

### PHẦN 3: BÀI TẬP ÁP DỤNG

**Câu 1:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABC)$  và khối chóp  $S.ABC$  có thể tích bằng  $\frac{a^3}{4}$ . Tính khoảng cách  $d$  từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

A.  $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ .

B.  $d = a$ .

C.  $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$ .

D.  $d = \frac{a\sqrt{5}}{6}$ .



**Câu 2:** [EMPIRE TEAM] Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trung điểm  $H$  của cạnh  $AB$ . Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  biết khoảng cách từ điểm  $H$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$

B.  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$

C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

D.  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

**Câu 3:** [EMPIRE TEAM] Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có diện tích các mặt  $ABCD$ ,  $ABB'A'$  và  $ADD'A'$  lần lượt là 6, 8, 12 (đơn vị diện tích). Tính khoảng cách từ điểm  $C$  đến mặt phẳng  $(C'BD)$ .

A.  $\frac{12}{\sqrt{61}}$

B.  $\frac{12}{\sqrt{5}}$

C.  $\frac{15}{2}$

D.  $\frac{\sqrt{21}}{61}$





**Câu 4:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ , có  $AD = DC = a$ ,  $AB = 2a$ , tam giác  $SAD$  cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Khối chóp  $S.ABCD$  có thể tích bằng  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $AD$ . Khoảng cách từ  $H$  tới mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

A.  $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $\frac{3a\sqrt{5}}{10}$ .

C.  $\frac{3a\sqrt{3}}{8}$ .

D.  $\frac{3a\sqrt{5}}{8}$ .

**Câu 5:** [EMPIRE TEAM] Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $B'C$ , biết khoảng cách từ  $M$  đến  $(A'BC)$  bằng  $\frac{3a}{8}$ . Gọi  $N$  là trung điểm của  $B'C'$ . Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

A.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ .

B.  $\frac{a^3}{3}$ .

C.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .

D.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ .

- Câu 6:** [EMPIRE TEAM] Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại đỉnh  $B$ , với  $AC = 2a, BC = a$ . Đỉnh  $C'$  cách đều các điểm  $A, B, C$  và thể tích khối lăng trụ bằng  $\frac{3a^3}{2}$ . Khoảng cách từ trung điểm  $M$  của  $CC'$  đến mặt phẳng  $(C'AB)$  bằng
- A.  $\frac{a\sqrt{39}}{13}$ .      B.  $\frac{3a\sqrt{13}}{13}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{39}}{26}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{13}}{26}$ .

- Câu 7:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có  $AB = 2a$  và thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng  $\frac{16a^3}{3}$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $SD$  bằng
- A.  $\frac{\sqrt{14}a}{2}$ .      B.  $\frac{3a}{4}$ .      C.  $\frac{\sqrt{14}a}{4}$ .      D.  $\frac{4a}{3}$ .



**Câu 8:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BD$  và  $SC$  bằng  $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng?

A.  $\frac{a^3}{3}$ .

B.  $\frac{a^3}{2}$ .

C.  $\frac{a^3}{6}$ .

D.  $a^3$ .

**Câu 9:** [EMPIRE TEAM] Cho khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $BC = 2a$  và hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trung điểm cạnh  $BC$ , thể tích khối lăng trụ bằng  $2a^3\sqrt{2}$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  bằng

A.  $\frac{3}{4}a$ .

B.  $\frac{\sqrt{2}a}{3}$ .

C.  $\frac{2}{3}a$ .

D.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}a$ .

**Câu 10:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = 3a, AD = 4a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $N$  là điểm trên cạnh  $AD$  sao cho  $DN = a$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $SB$ , biết thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng  $4a^3$ .

A.  $\frac{3a}{\sqrt{11}}$ .

B.  $\frac{3a}{\sqrt{19}}$ .

C.  $\frac{6a}{\sqrt{19}}$ .

D.  $\frac{6a}{\sqrt{11}}$ .

**Câu 11:** [EMPIRE TEAM] Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ . Gọi  $E$  là trung điểm  $AB$ . Cho biết  $AB = 2a, BC = a\sqrt{13}$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $A'B$  và  $CE$  bằng  $\frac{6a}{7}$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

A.  $4a^3$ .

B.  $6a^3$ .

C.  $12a^3$ .

D.  $2a^3$ .

**Câu 12:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$ ,  $BA = BC = a\sqrt{3}$ , góc  $\angle SAB = \angle SCB = 90^\circ$  và khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $a\sqrt{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$

A.  $V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$ .

B.  $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$ .

C.  $V = \sqrt{6}a^3$ .

D.  $V = \frac{3\sqrt{2}}{2}a^3$ .





**Câu 13:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = a$ ,  $\widehat{ASB} = 60^\circ$ ,  $\widehat{BSC} = 90^\circ$  và  $\widehat{CSA} = 120^\circ$ . Tính khoảng cách  $d$  giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $SB$ .

A.  $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ .      B.  $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $d = \frac{a\sqrt{22}}{11}$ .      D.  $d = \frac{a\sqrt{22}}{22}$ .

**Câu 14:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng 1, khoảng cách từ điểm  $A$  đến  $(SBC)$  bằng  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ , khoảng cách từ điểm  $B$  đến  $(SAC)$  bằng  $\frac{\sqrt{15}}{10}$  và khoảng cách từ điểm  $C$  đến  $(SAB)$  bằng  $\frac{\sqrt{30}}{20}$ . Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh  $S$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  nằm bên trong tam giác  $ABC$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

A.  $\frac{1}{36}$ .      B.  $\frac{1}{48}$ .      C.  $\frac{1}{12}$ .      D.  $\frac{1}{24}$ .



**Câu 15:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AD$  bằng khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SD$  và  $AB$  và bằng  $\frac{3a\sqrt{10}}{10}$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SC$  và  $BD$ ?

- A.  $\frac{a\sqrt{26}}{13}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ .      C.  $\frac{4a\sqrt{41}}{41}$ .      D.  $\frac{3a\sqrt{22}}{22}$ .

**Câu 16:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = 3a$ ,  $AC = 4a$ , hình chiếu vuông góc của đỉnh  $S$  là một điểm  $H$  nằm trong tam giác  $ABC$ . Biết rằng khoảng cách giữa  $SA$  và  $BC$  là  $\frac{6a\sqrt{34}}{17}$ , khoảng cách giữa  $SB$  và  $CA$  là  $\frac{12a}{5}$ , khoảng cách giữa  $SC$  và  $AB$  là  $\frac{12a\sqrt{13}}{13}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

- A.  $9a^3$ .      B.  $12a^3$ .      C.  $18a^3$ .      D.  $6a^3$ .



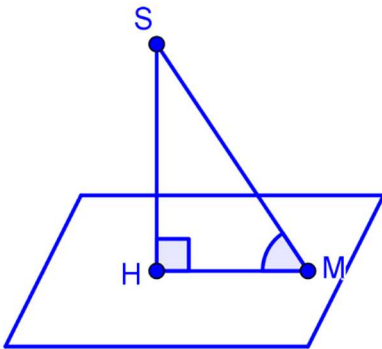
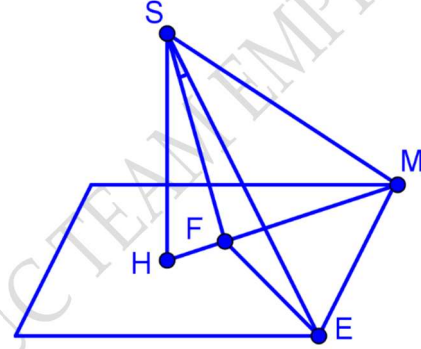
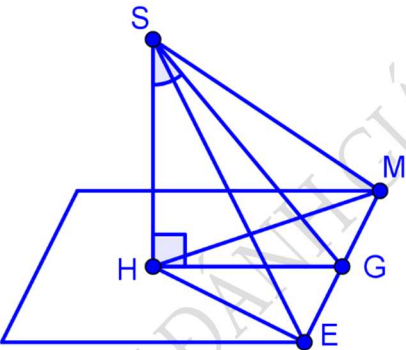
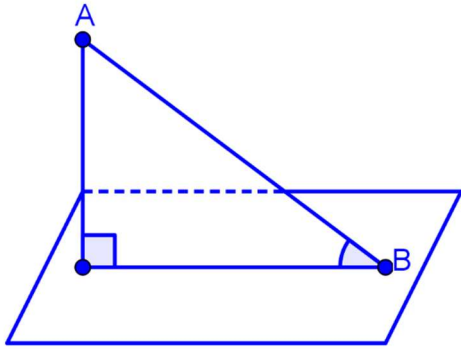
- Câu 17:** [EMPIRE TEAM] Cho khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = 2$ ,  $BC = 4$ . Mặt bên  $ABB'A'$  là hình thoi có góc  $B$  bằng  $60^\circ$ . Gọi  $K$  là trung điểm cạnh  $B'C'$ ; khoảng cách giữa hai đường thẳng  $A'B'$  và  $BK$  bằng  $\frac{3}{2}$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
- A.  $4\sqrt{3}$ .                      B. 6.                      C.  $3\sqrt{3}$ .                      D.  $2\sqrt{3}$ .



# TỔNG ÔN GÓC-KHOẢNG CÁCH

## CHỦ ĐỀ 2. GÓC

### PHẦN I. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

<p><b>Loại 1:</b> Góc giữa cạnh bên và mặt đáy:</p>  $\angle(SM, (P)) = \angle SMH$	<p><b>Loại 2:</b> Góc giữa cạnh bên và mặt đứng:</p>  $\angle(SE, (SMH)) = \angle ESF$
<p><b>Loại 3:</b> Góc giữa đường cao và mặt bên:</p>  $\angle(SH, (SME)) = \angle HSG$	<p><b>Loại 4: TỔNG QUÁT:</b></p>  $\sin \alpha = \frac{d(A, (P))}{AB}$

**Câu 1:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là:

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ .

C.  $V = a^3\sqrt{3}$ .

D.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .



**Câu 2:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông. Tam giác  $SAD$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Cạnh bên  $SC = 2a$  hợp với mặt phẳng  $(SAD)$  góc  $45^\circ$ . Thể tích  $V$  của hình chóp  $S.ABCD$  là:

- A.  $V = a^3$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 3:** [EMPIRE TEAM] Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{5}$ . Góc giữa  $AA'$  và mặt phẳng  $(A'CD)$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích khối hộp là:

- A.  $V = 5a^3\sqrt{3}$ .      B.  $V = 4a^3\sqrt{3}$ .      C.  $V = 2a^3\sqrt{15}$ .      D.  $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ .



**Câu 4:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  đáy là hình vuông cạnh  $a$ , tâm  $O$ . Góc giữa  $SO$  và mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là:

- A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ .

**Câu 5:** [EMPIRE TEAM] Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $C$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trung điểm  $H$  của cạnh  $AB$ . Góc giữa  $A'C$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ bằng  $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ . Tính độ dài cạnh  $BC$ ?



A.  $BC = a$ .

B.  $BC = 3a$ .

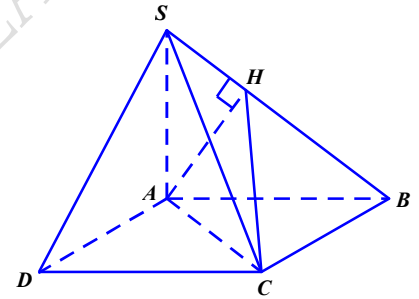
C.  $BC = a\sqrt{2}$ .

D.  $BC = a\sqrt{3}$ .

**Ví dụ:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc đáy và  $SA = a\sqrt{6}$ . Tính góc giữa  $AC$  và  $(SBC)$ ?

**Lời giải:** Ta có  $\widehat{AC, (SBC)} = \alpha : \sin \alpha = \frac{d(A, (SBC))}{AC} = \frac{AH}{AC}$ .

Kẻ  $AH \perp SB$ ,  $AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{42}}{7}$ ,  $AC = a\sqrt{2}$ .



**Câu 6:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật  $AD = 2a$ ,  $SA$  vuông góc đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Cạnh bên  $SB$  hợp với  $(SCD)$  một góc  $\alpha$  sao cho  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  là:

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .

B.  $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ .

C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

D.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .



**Câu 7:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$ , đáy là tam giác đều. Cạnh bên  $SA = a$  và vuông góc với đáy. Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

Cạnh bên  $SM$  hợp với mặt phẳng  $(SBC)$  một góc  $\alpha$ . Tính  $\sin \alpha$ ?

A.  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{5}$ .

B.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$ .

C.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{105}}{35}$ .

D.  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{105}}{35}$ .

**Câu 8:** (TN THPT – 2023) Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $SA = SB = SC = AC = a$ ,  $SB$  tạo với mặt phẳng  $(SAC)$  một góc  $30^\circ$ . Thể tích của khối chóp đã cho là:

A.  $\frac{a^3}{4}$ .

B.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .

C.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$ .

D.  $\frac{a^3}{8}$ .





**Câu 9:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có mặt phẳng  $(SBC)$  vuông góc  $(ABC)$  đồng thời thỏa mãn điều kiện  $SA = SB = AB = AC = a; SC = a\sqrt{2}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

**Câu 10:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $C$ , tam giác  $SAB$  vuông tại  $A$ , tam giác  $SAC$  cân tại  $S$ . Biết  $AB = 2a$ , đường thẳng  $SB$  tạo với mặt phẳng  $(ABC)$  góc  $45^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

A.  $a^3\sqrt{5}$ .

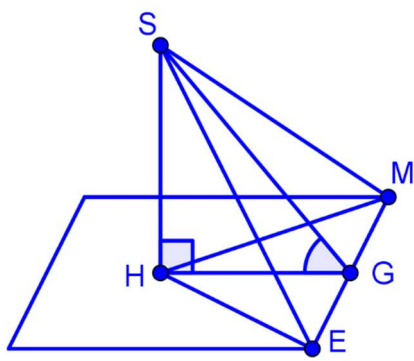
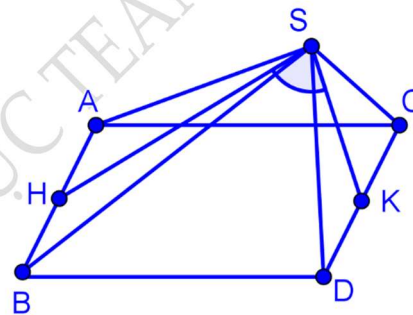
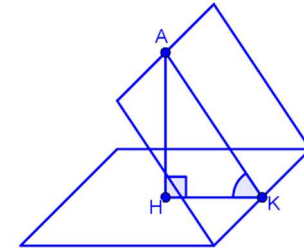
B.  $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{10}}{2}$ .



## PHẦN II. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

<p><b>Loại 1:</b> Góc giữa mặt bên và mặt đáy:</p>  $\angle((SME), (P)) = \angle SGH$	<p><b>Loại 2:</b> Góc giữa hai mặt bên có cạnh song song:</p>  $\angle((SAB), (SCD)) = \angle HSK$
<p><b>Góc hai mặt phẳng tổng quát:</b></p> $\sin \alpha = \frac{d(A, (P))}{d(A, d)}$ 	

**Câu 11:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$ . Mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với đáy. Mặt phẳng  $(SCD)$  hợp mặt phẳng đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là:

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .

B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .

D.  $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{2}$ .



**Câu 12:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $C$  có  $AC = 3a$ . Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng  $(SBC)$  hợp với  $(ABC)$  một góc  $\alpha$  sao cho  $\tan \alpha = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ . Thể tích của khối chóp là:

A.  $V = 10a^3\sqrt{3}$ .

B.  $V = 5a^3\sqrt{3}$ .

C.  $V = a^3\sqrt{3}$ .

D.  $V = 3a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 13:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB = a, AD = 2a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Mặt phẳng  $(SAD)$  hợp với  $(SBC)$  một góc sao cho  $\tan(\widehat{(SAD), (SBC)}) = \frac{1}{3}$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $CD$ . Tính thể tích khối chóp  $S.AMN$ ?

A.  $\frac{3a^3}{4}$ .

B.  $\frac{1}{8}a^3$ .

C.  $\frac{1}{4}a^3$ .

D.  $\frac{3}{2}a^3$ .



**Câu 14:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ . Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Số đo của góc nhị diện  $[S, AB, C]$  bằng  $\widehat{SBC}$ .
- B. Số đo của góc nhị diện  $[D, SA, B]$  bằng  $90^\circ$ .
- C. Số đo của góc nhị diện  $[S, AC, B]$  bằng  $90^\circ$ .
- D. Số đo của góc nhị diện  $[D, SA, B]$  bằng  $\widehat{BSD}$ .

**Câu 15:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB = 4a, AD = 3a$ . Các cạnh bên đều có độ dài  $5a$ . Góc nhị diện  $[S, BC, A]$  có số đo là

- A.  $75^\circ 46'$ .
- B.  $71^\circ 21'$ .
- C.  $68^\circ 31'$ .
- D.  $65^\circ 12'$ .



**Câu 16:** [EMPIRE TEAM] Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên  $(ABC)$  là trọng tâm  $G$  của  $\Delta ABC$ . Góc nhị diện  $[A', BC, A]$  bằng  $60^\circ$ . Tính diện tích  $S$  của tam giác  $A'AG$ .

**A.**  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$ .

**B.**  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$ .

**C.**  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

**D.**  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 17:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $SA \perp (ABC)$ . Thể tích của khối chóp bằng  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SBC)$ ?

A.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{21}$ .

B.  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ .

C.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{7}$ .

D.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{3}$ .

**Câu 18:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = 2a$ ,  $AD = a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Biết  $\sin(\widehat{SAC}, \widehat{SCD}) = \frac{\sqrt{10}}{5}$ . Tính thể tích khối chóp?

A.  $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .

B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

C.  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .

D.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .



**Câu 19:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với đáy, mặt phẳng  $(SAB)$  vuông góc với mặt phẳng  $(SBC)$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBC)$  là  $60^\circ$ ,  $SB = a\sqrt{2}$ ,  $\widehat{BSC} = 45^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  theo  $a$  là ?

A.  $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{15}$ .

B.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{15}$ .

C.  $V = 2\sqrt{2}a^3$ .

D.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{5}$ .

$$\cos(AB, CD) = \frac{|AC^2 + BD^2 - AD^2 - BC^2|}{2AB \cdot CD}$$

**Câu 20:** [EMPIRE TEAM] Cho tứ diện đều  $ABCD$  có  $M$  là trung điểm của cạnh  $CD$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $BC$ . Giá trị của  $\cos \alpha$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{2}}{6}$ .

**Câu 21:** [EMPIRE TEAM] Cho tứ diện  $ABCD$  có đường thẳng  $AB$  vuông góc với mặt phẳng  $(BCD)$ . Tam giác  $BCD$  vuông tại  $C$  và  $AB = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ ,  $AC = a\sqrt{2}$ ,  $CD = a$ . Gọi  $E$  là trung điểm của  $AC$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $DE$  bằng

A.  $45^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .





# TỔNG ÔN GÓC - KHOẢNG CÁCH

## CHỦ ĐỀ 3. THỂ TÍCH HÌNH CHÓP

### 1. Khái niệm về thể tích khối đa diện

Cho khối đa diện  $(H)$ , khi đó thể tích khối đa diện  $(H)$  là số dương  $V_{(H)}$  thỏa mãn :

- Nếu  $(H)$  là khối lập phương có cạnh bằng 1 thì  $V_{(H)} = 1$ .
- Nếu hai khối đa diện  $(H_1)$  và  $(H_2)$  bằng nhau thì  $V_{(H_1)} = V_{(H_2)}$ .
- Nếu khối đa diện  $(H)$  được phân chia thành hai khối đa diện  $(H_1)$  và  $(H_2)$  thì  $V_{(H)} = V_{(H_1)} + V_{(H_2)}$ .

**Định lí :** Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước  $a, b, c$  :  $V = a.b.c$

### 2. Thể tích khối chóp

+ Thể tích khối chóp  $V = \frac{1}{3}.B.h$

Trong đó : B là diện tích đa giác đáy.

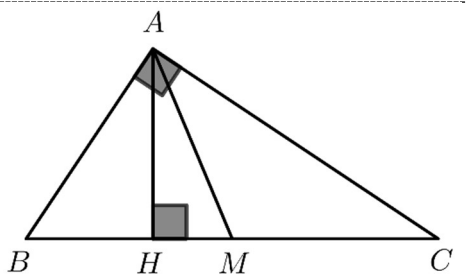
h : là chiều cao của khối chóp.

### DẠNG 1: TÍNH THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN BẰNG CÔNG THỨC

Ở loại toán này trình bày cách tính thể tích khối chóp có một cạnh vuông góc với đáy bằng sử dụng đơn thuần công thức  $V = \frac{1}{3}.B.h$ , trong đó B : diện tích đáy và h là chiều cao của khối chóp. Ta cần nhớ một số kiến thức cơ bản sau:

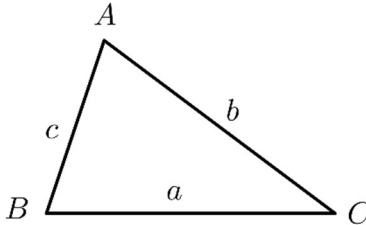
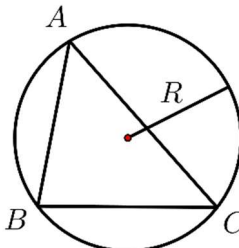
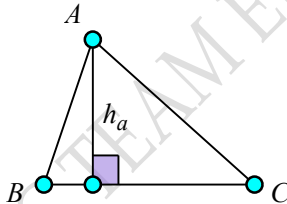
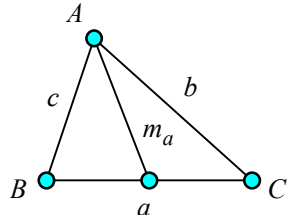
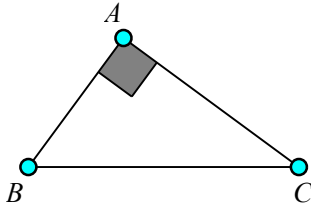
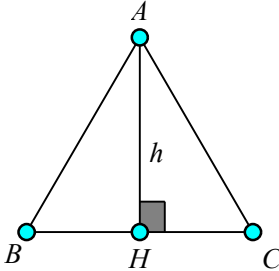
#### Các hệ thức lượng trong tam giác vuông

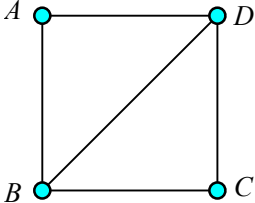
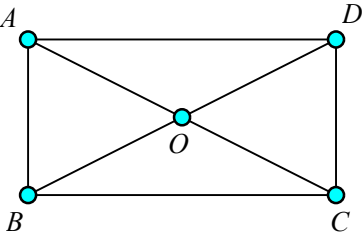
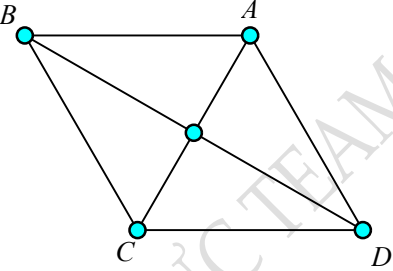
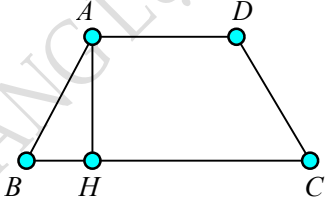
- $BC^2 = AB^2 + AC^2$
- $AH.BC = AB.AC$
- $AB^2 = BH.BC$ ,  
 $AC^2 = CH.CB$
- $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ ,  
 $AH^2 = BH.CH$



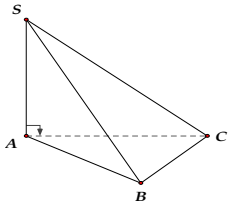
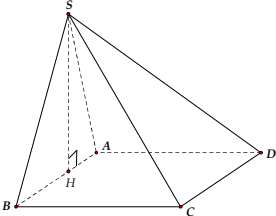
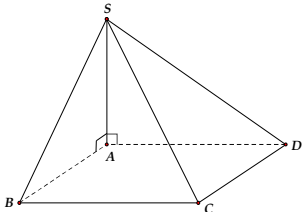
#### Các hệ thức trong tam giác thường



<p>✓ Định lý hàm cosin:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A</math></li> <li><math>b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B</math></li> <li><math>60^\circ</math></li> </ul>	
<p>✓ Định lý hàm sin:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R</math></li> </ul> <p>(<math>R</math> là bán kính đường tròn ngoại tiếp <math>\triangle ABC</math>)</p>	
<p>✓ Công thức tính diện tích tam giác:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c</math></li> <li></li> <li><math>S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C</math></li> <li><math>S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{4R}, S_{\triangle ABC} = pr</math></li> <li><math>S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}</math></li> </ul>	 <p>Trong đó: <math>p = \frac{a+b+c}{2}</math>, <math>r</math> bán kính đường tròn nội tiếp</p>
<p>✓ Công thức tính độ dài đường trung tuyến:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}</math>,</li> <li><math>m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4}</math></li> <li><math>m_c^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}</math></li> </ul>	
<p><b>Diện tích đa giác:</b></p>	
<p>✓ Tam giác vuông</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Diện tích: <math>S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB.AC</math></li> </ul>	
<p>✓ Diện tích tam giác đều</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Diện tích: <math>S = \frac{AB^2 \cdot \sqrt{3}}{4}</math>.</li> <li>Đường cao: <math>h = \frac{AB\sqrt{3}}{2}</math>.</li> </ul>	

<p>✓ Hình vuông:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diện tích: <math>S = AB^2</math></li> <li>• Đường chéo: <math>AC = BD = AB\sqrt{2}</math></li> </ul>	
<p>✓ Hình chữ nhật:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diện tích: <math>S = AB.AD</math></li> <li>• Đường chéo: <math>AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2}</math></li> </ul>	
<p>✓ Hình thoi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diện tích: <math>S = \frac{1}{2} AC.BD</math></li> <li>• Đặc biệt: 1 trong các góc trong của hình thoi bằng <math>60^\circ</math>, khi đó hình thoi được tạo bởi 2 tam giác đều.</li> </ul>	
<p>✓ Hình thang:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diện tích: <math>S = \frac{(AD + BC)AH}{2}</math></li> <li>• Đặc biệt: Hình thang vuông, hình thang cân</li> </ul>	

### XÁC ĐỊNH CÁC CHIỀU CAO THƯỜNG GẶP

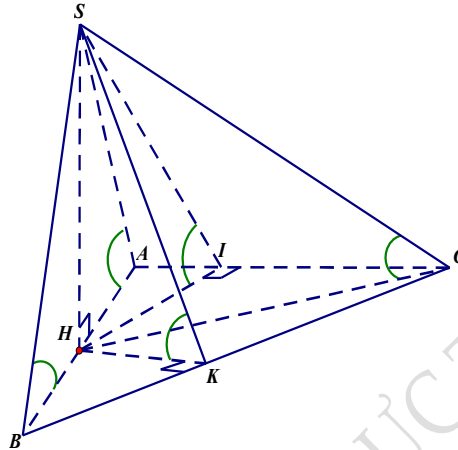
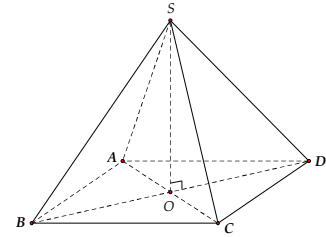
<p><b>a) Hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy:</b> Chiều cao của hình chóp là độ dài cạnh bên vuông góc với đáy.</p>	<p><b>Ví dụ:</b> Hình chóp <math>S.ABC</math> có cạnh bên <math>SA</math> vuông góc với mặt phẳng đáy, tức <math>SA \perp (ABC)</math> thì chiều cao của hình chóp là <math>SA</math>.</p>	
<p><b>b) Hình chóp có 1 mặt bên vuông góc với mặt đáy:</b> Chiều cao của hình chóp là chiều cao của tam giác chứa trong mặt bên vuông góc với đáy.</p>	<p><b>Ví dụ:</b> Hình chóp <math>S.ABCD</math> có mặt bên <math>(SAB)</math> vuông góc với mặt phẳng đáy <math>(ABCD)</math> thì chiều cao của hình chóp là <math>SH</math> là chiều cao của <math>\triangle SAB</math>.</p>	
<p><b>c) Hình chóp có 2 mặt bên vuông góc với mặt đáy:</b> Chiều cao của hình chóp là giao tuyến của hai mặt bên cùng vuông góc với mặt phẳng đáy.</p>	<p><b>Ví dụ:</b> Hình chóp <math>S.ABCD</math> có hai mặt bên <math>(SAB)</math> và <math>(SAD)</math> cùng vuông góc với mặt đáy <math>(ABCD)</math> thì chiều cao của hình chóp là <math>SA</math>.</p>	



**d) Hình chóp đều:**

Chiều cao của hình chóp là đoạn thẳng nối đỉnh và tâm của đáy. Đối với hình chóp đều đáy là tam giác thì tâm là trọng tâm  $G$  của tam giác đều.

**Ví dụ:** Hình chóp đều  $S.ABCD$  có tâm đa giác đáy là giao điểm của hai đường chéo hình vuông  $ABCD$  thì có đường cao là  $SO$ .



$$\widehat{(SA, (ABC))} = \widehat{SAH}, \quad \widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{SBH}, \quad \widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{SCH}.$$

Tóm lại,  $\widehat{(SM, (ABC))} = \widehat{SMH}, \quad \forall M \in (ABC).$

**Góc giữa mặt bên và đáy:**

$$\widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{SKH}, \quad \widehat{((SAC), (ABC))} = \widehat{SIH}.$$

Chú ý:  $HK = AA' \cdot \frac{BH}{AB}, \quad HI = BB' \cdot \frac{AH}{AB}$  (với  $AA', BB'$  là các đường cao của tam giác  $ABC$ )

**Câu 1:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a, AC = 2a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = 2a$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$



**Câu 2:** [EMPIRE TEAM] Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $AB = 3a$ ,  $AD = 2a$ ,  $SB = 5a$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$  theo  $a$ .

**Câu 3:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$  có  $AB = a$ ,  $AD = 3a$ ,  $BC = a$ . Biết  $SA = a\sqrt{3}$ , tính thể tích khối chóp  $S.BCD$  theo  $a$ .

**Câu 4:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$  và góc  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là

**Giải**

Tam giác  $ABD$  đều, có cạnh bằng  $a$ .



**Câu 5:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông, cạnh bên  $SA = a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác  $SBD$  là tam giác đều. Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là

## CÁC BÀI TOÁN THỂ TÍCH SỬ DỤNG YẾU TỐ GÓC KHOẢNG CÁCH

**Câu 6:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên  $(SCD)$  hợp với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích hình chóp  $S.ABCD$  ?



**Câu 7:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và tạo với đường thẳng  $SB$  một góc  $45^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  ?

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

**Câu 8:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$  bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  ?

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

**Câu 9:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  và  $AB = 2a$ . Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .    B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$     C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$     D.  $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

**Câu 10:** [EMPIRE TEAM] Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a\sqrt{2}$ , tam giác  $SAC$  vuông tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên  $SA$  tạo với đáy góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .    B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$     C.  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$     D.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

**Câu 11:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $2a$ . Mặt bên  $(SAB)$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là

A.  $4a^3\sqrt{3}$ .    B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$     C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$     D.  $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$





**Câu 12:** [EMPIRE TEAM] Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy,  $SA = 2a$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$

- A.  $V = 2a^3$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}$       C.  $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$       D.  $V = \frac{2a^3}{3}$

**Câu 13:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh 6, mặt bên  $SAB$  là một tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy ( $ABCD$ ). Tính thể tích khối chóp

- A.  $\frac{a^3}{6}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$       D. 10



**Câu 14:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng  $2a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng  $\frac{4a^3}{3}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SC$  và mặt đáy, tính  $\tan \alpha$

A.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

B.  $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

C.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{7}$

D.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$

**Câu 15:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ , biết  $AB = AD = 2a$ ,  $CD = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AD$ , biết hai mặt phẳng  $(SBI)$  và  $(SCI)$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.ABCD$

A.  $V = \frac{3\sqrt{5}a^3}{5}$ .

B.  $V = \frac{3\sqrt{5}a^3}{8}$

C.  $V = \frac{3\sqrt{15}a^3}{8}$

D.  $V = \frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$



**Câu 16:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ , đường cao của hình chóp bằng  $a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$

**Câu 17:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có đường cao bằng  $a\sqrt{2}$ . Gọi  $H$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ ,  $AH = a$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

**Câu 18:** [EMPIRE TEAM] Thể tích khối chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $3a$



**Câu 19:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng 20, cạnh bên bằng 30. Tính thể tích  $V$  của khối chóp đã cho

**Câu 20:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là  $45^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

**Câu 21:** [EMPIRE TEAM] Tính thể tích khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$  và góc giữa mặt bên và mặt phẳng chứa đa giác đáy bằng  $60^\circ$



**Câu 22:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có góc giữa mặt phẳng  $(SAB)$  và mặt đáy bằng  $30^\circ$ . Khoảng cách từ chân đường cao của hình chóp đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng  $a$ . Tính thể tích khối chóp

**Câu 23:** [EMPIRE TEAM] Tính thể tích khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$  và góc ở đỉnh của mặt bên bằng  $60^\circ$ ?

**Câu 24:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Khoảng cách từ trọng tâm  $G$  của tam giác  $SAC$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $\frac{a\sqrt{6}}{9}$ . Tính thể tích khối chóp



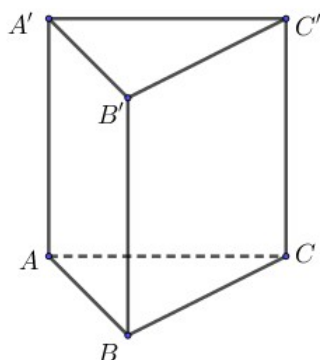
**Câu 25:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Gọi  $O$  là tâm của hình vuông  $ABCD$ . Biết diện tích tam giác  $OAB$  bằng  $2a^2$ , tính thể tích khối chóp đã cho.



# TỔNG ÔN GÓC-KHOẢNG CÁCH

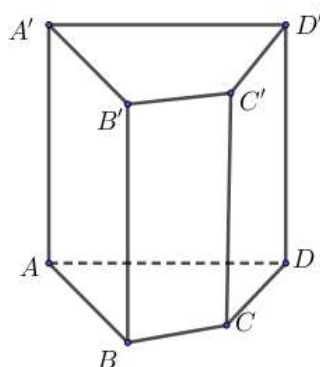
## CHỦ ĐỀ 4. THỂ TÍCH HÌNH HỘP

+ **Hình lăng trụ đứng:** Là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với đáy. Như vậy các mặt bên của lăng trụ đứng là hình chữ nhật.



Chiều cao của hình lăng trụ đứng chính là cạnh bên của hình lăng trụ đứng.

$$V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \times \text{chiều cao}$$

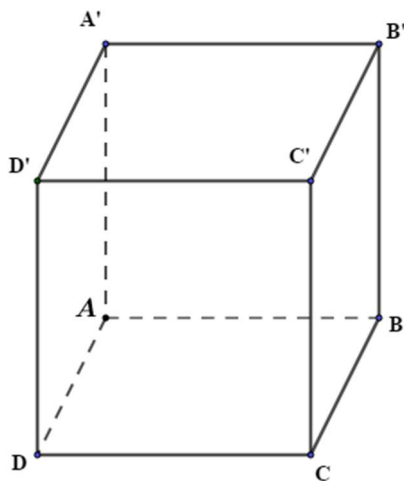


+ **Hình lăng trụ đều:** Là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều. Như vậy các mặt bên của hình chữ nhật là các hình chữ nhật bằng nhau.

**Chú ý.** Hình lăng trụ tứ giác đều là một hình hộp đứng đặc biệt có đáy là hình vuông. Hình hộp đứng thì chỉ cần đáy là hình bình hành chứ chưa là hình vuông.

**Hình lăng trụ đều thì hiển nhiên là hình lăng trụ đứng.**

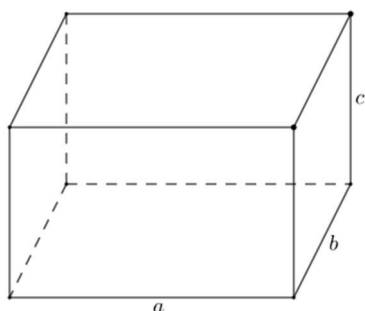
+ **Hình hộp đứng:** Là hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành.



Chiều cao của hình hộp đứng chính là cạnh bên của hình hộp.

$$V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \times \text{chiều cao}$$

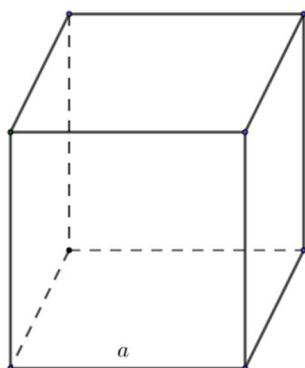
+ **Hình hộp chữ nhật**: Là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.



Hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao lần lượt là  $a, b, c$  có

$$V = abc$$

+ **Hình lập phương**: Là hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông và các mặt bên đều là hình vuông ( hay là hình hộp chữ nhật có ba kích thước bằng nhau)



Hình lập phương có cạnh bằng  $a$  có

$$V = a^3$$

## DẠNG 1: TỔNG QUAN VỀ THỂ TÍCH LĂNG TRỤ VÀ HÌNH HỘP

**Câu 1:** [EMPIRE TEAM] Cho lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , độ dài cạnh bên bằng  $a\sqrt{3}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ





**Câu 2:** [EMPIRE TEAM] Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $BB' = a\sqrt{3}$ , đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$  có  $AB = AC = 2a$ ,  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$

**Câu 3:** [EMPIRE TEAM] Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$  và  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ , mặt phẳng  $(A'BC)$  tạo với đáy một góc  $30^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng mấy

**Câu 4:** [EMPIRE TEAM] Cho khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông, độ dài hai cạnh góc vuông là  $3a, 4a$  và chiều cao khối lăng trụ là  $6a$ . Thể tích của khối lăng trụ bằng



**Câu 5:** [EMPIRE TEAM] Cho khối lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là một tam giác vuông tại  $A$ . Cho  $AC = AB = 2a$ , góc giữa  $AC'$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$

**Câu 6:** [EMPIRE TEAM] Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$  với  $BC = a$  và mặt bên  $AA'B'B$  là hình vuông. Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

**Câu 7:** [EMPIRE TEAM] Thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có tất cả các cạnh bằng  $2a$  là bao nhiêu?



**Câu 8:** [EMPIRE TEAM] Tính theo  $a$  thể tích của khối lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình thoi cạnh  $a$ , góc  $\widehat{BAD}$  bằng  $60^\circ$  và cạnh bên  $AA'$  bằng  $a$ .

**Câu 9:** [EMPIRE TEAM] Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a, AD = 2a$  và  $A'B = 3a$ . Tính thể tích  $V$  của khối hộp đó.

**Câu 10:** [EMPIRE TEAM] Cho hình lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông  $AC = 2a$ , mặt phẳng  $(A'BD)$  tạo với mặt phẳng  $(ABCD)$  một góc  $60^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  là



**Câu 11:** [EMPIRE TEAM] Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Tính thể tích khối lăng trụ

**Câu 12:** [EMPIRE TEAM] Các đường chéo của các mặt một hình hộp chữ nhật bằng  $\sqrt{5}, \sqrt{10}, \sqrt{13}$ . Tính thể tích  $V$  của khối hộp chữ nhật đó

**Câu 13:** [EMPIRE TEAM] Cho hình lập phương có tổng diện tích các mặt bằng  $12a^2$ . Tính theo  $a$  thể tích khối lập phương đó



**Câu 14:** [EMPIRE TEAM] Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh  $a$ , góc nhọn  $60^\circ$  và đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của hình hộp. Thể tích của khối hộp đó là

**Câu 15:** [EMPIRE TEAM] Hình hộp đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là một hình thoi có  $\widehat{ABC} = \alpha$ , cạnh  $a$ . Diện tích xung quanh của hình hộp đó bằng  $S$ . Tính thể tích của khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .

- Câu 16:** [EMPIRE TEAM] Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $BC = a\sqrt{2}$ ,  $A'B$  tạo với đáy một góc bằng  $60^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ bằng ?
- A.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .      C.  $\frac{3a^3}{2}$ .      D.  $\frac{a^3}{2}$ .

- Câu 17:** [EMPIRE TEAM] Cho lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$ . Biết rằng góc giữa  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  là  $30^\circ$ , tam giác  $A'BC$  có diện tích bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- Câu 18:** [EMPIRE TEAM] Cho khối lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Khoảng cách từ điểm  $A'$  đến mặt phẳng  $(AB'C')$  bằng  $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là



**Câu 19:** [EMPIRE TEAM] Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AC = a\sqrt{2}$ , biết góc giữa  $(A'BC)$  và đáy bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ.

### DẠNG 2: CHI TIẾT VỀ THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ XIÊN

+ Thể tích của khối lăng trụ là  $V = S.h$  với  $S$  là diện tích đáy và  $h$  là chiều cao.

**Tính thể tích lăng trụ xiên bằng cách xác định chiều cao và diện tích đáy**

**Phương pháp giải (kiến thức cần nhớ):** Chiều cao của lăng trụ bằng khoảng cách từ một điểm thuộc mặt đáy này đến mặt đáy kia. Thông thường ta xác định chiều cao bằng cách tìm hình chiếu vuông góc của một đỉnh lên mặt đáy còn lại rồi tính khoảng cách giữa hai điểm đó.

**Câu 20:** [EMPIRE TEAM] Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $\widehat{ACB} = 135^\circ$ ,  $CC' = \frac{a\sqrt{10}}{4}$ ,  $AC = a\sqrt{2}$ ,  $BC = a$ . Hình chiếu vuông góc của  $C'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$ . Tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .



**Câu 21:** [EMPIRE TEAM] Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ ,  $\widehat{BCD} = 120^\circ$ ,  $AA' = \frac{7a}{2}$ . Biết rằng hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  trùng với giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối hộp.

**Câu 22:** [EMPIRE TEAM] Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Độ dài cạnh bên bằng  $4a$ . Mặt phẳng  $(BCC'B')$  vuông góc với đáy và  $\widehat{B'BC} = 30^\circ$ . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

**Tính thể tích lăng trụ xiên khi biết các yếu tố góc, khoảng cách**

**Phương pháp giải (kiến thức cần nhớ):** Sử dụng giả thiết về góc, khoảng cách để xác định chiều cao và diện tích đáy của lăng trụ.

**Câu 23:** [EMPIRE TEAM] Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $\widehat{ACB} = 60^\circ$ ,  $BC = a$ ,  $AA' = 2a$ . Cạnh bên tạo với mặt phẳng  $(ABC)$  một góc  $30^\circ$ . Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$





**Tính thể tích lăng trụ (tam giác) gián tiếp qua thể tích khối chóp**

**Phương pháp giải (kiến thức cần nhớ):**

Gọi  $V$  là thể tích của khối lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Khi đó,

- Thể tích khối chóp  $A'.ABC$  là

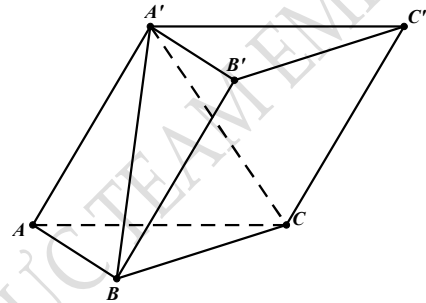
$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}V.$$

- Thể tích khối chóp  $A'.B'C'CB$  là

$$V_{A'.B'C'CB} = \frac{2}{3}V.$$

- Thể tích khối tứ diện đều cạnh  $a$  là

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$



**Câu 24:** [EMPIRE TEAM] Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Biết diện tích mặt bên  $ABB'A'$  bằng 15, khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(ABB'A')$  bằng 6. Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$



**Câu 25:** [EMPIRE TEAM] Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $A'ABC$  là tứ diện đều cạnh  $a$ . Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$

LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TEAM EMPIRE



# TỔNG ÔN GÓC-KHOẢNG CÁCH

## CHỦ ĐỀ 5. TỶ SỐ THỂ TÍCH KHỐI CHÓP – KHỐI LĂNG TRỤ

### Loại 1: Tỷ số thể tích với chóp tam giác:

Cho hình chóp  $S.ABC$  và gọi  $A', B', C'$  lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh  $SA, SB, SC$  bất kỳ. Khi đó ta có công thức tỷ số thể tích được mô tả như sau:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

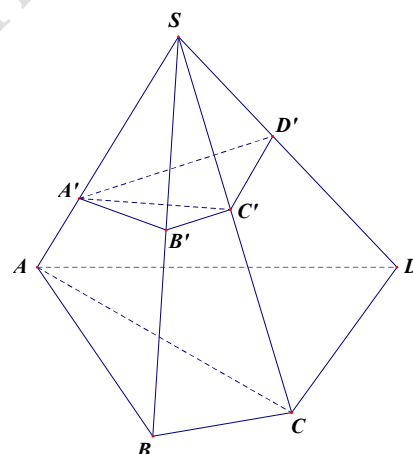
### Loại 2: Tỷ số thể tích với chóp tứ giác:

Cho hình chóp  $S.ABCD$  và gọi  $A', B', C', D'$  lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh  $SA, SB, SC, SD$ . Khi đó ta không được áp dụng công thức tỷ số thể tích cho hệ 4 điểm mà phải chia đôi:

$$V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'C'D'}$$

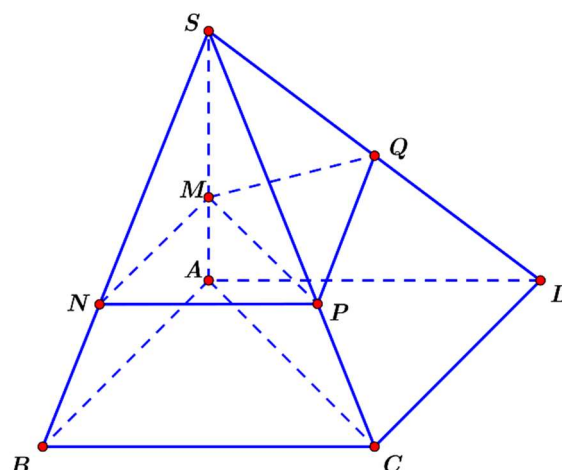
Sau đó lần lượt tính hai tỷ số thể tích:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} \quad \text{và} \quad \frac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD}$$



**Ví dụ:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật  $AB = a, AD = 2a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ .

Góc giữa  $SB$  và mặt phẳng đáy bằng  $60^\circ$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là các điểm thuộc  $SA, SB, SC, SD$  thỏa mãn điều kiện



$SM = \frac{2}{3} SA, SN = \frac{2}{3} SB, SP = \frac{2}{3} SC, SQ = \frac{1}{2} SD$ . Tính thể tích khối chóp  $S.MNP$ ? Tính thể tích khối chóp  $S.MNPQ$ ?



**Lời giải:** Ta có  $SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$ .

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 2a^2 = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3} \Rightarrow V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{81}.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SQ}{SD} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{S.MPQ} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{27}$$

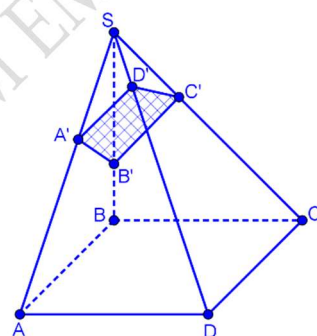
$$\Rightarrow V_{S.MNPQ} = V_{S.MNP} + V_{S.MPQ} = \frac{14a^3\sqrt{3}}{81}.$$

**Công thức đặc biệt:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành

như hình vẽ bên. Đặt  $\frac{SA}{SA'} = x; \frac{SB}{SB'} = y; \frac{SC}{SC'} = z; \frac{SD}{SD'} = t$ .

Khi đó ta có:  $x + z = y + t$ .

$$\text{Bên cạnh đó: } \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{x + y + z + t}{4xyzt}.$$



**Câu 1:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $SA, SB$ . Khi đó tỉ số thể tích giữa khối chóp  $S.MNC$  và  $S.ABC$  là?

A. 4

B.  $\frac{1}{4}$

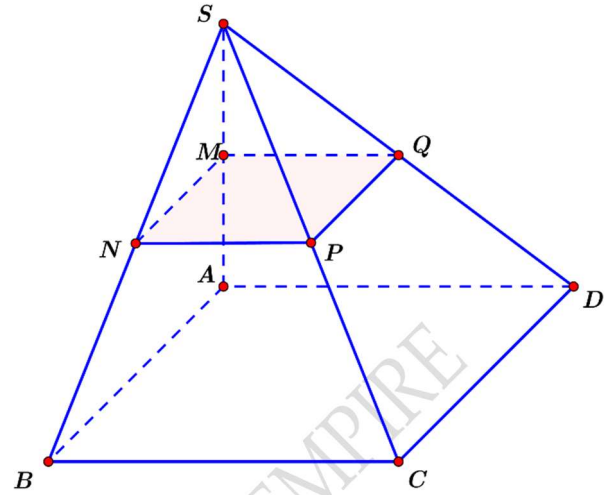
C. 2

D.  $\frac{1}{2}$



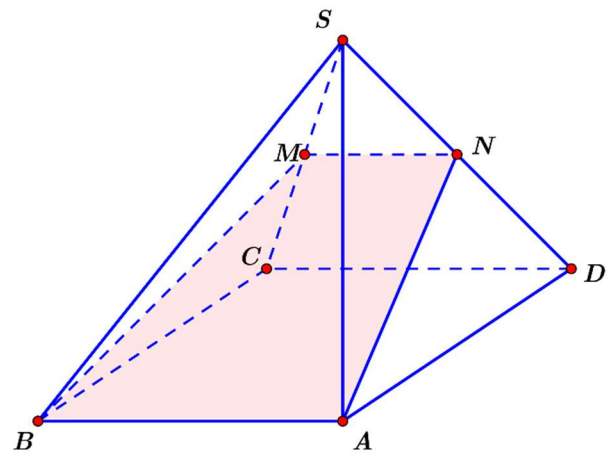
**Câu 2:** [EMPIRE TEAM] Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và có thể tích bằng 16. Gọi  $M, N, Q, P$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB, SC, SD$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.MNQP$ .

- A.  $V_{S.MNQP} = 1$       B.  $V_{S.MNQP} = 2$   
C.  $V_{S.MNQP} = 4$       D.  $V_{S.MNQP} = 8$



**Câu 3:** [EMPIRE TEAM] Cho khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A, B$  và trung điểm  $M$  của  $SC$ . Tỉ số thể tích của hai phần khối chóp bị phân chia bởi mặt phẳng đó là:

- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{3}{8}$   
C.  $\frac{5}{8}$       D.  $\frac{3}{5}$





- Câu 4:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có chiều cao bằng 9, diện tích đáy bằng 5. Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $SB$  và điểm  $N$  trên cạnh  $SC$  sao cho  $NS = 2NC$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $A.BMNC$ .
- A.  $V = 5$                       B.  $V = 15$                       C.  $V = 30$                       D.  $V = 10$

- Câu 5:** [EMPIRE TEAM] Cho khối tứ diện  $ABCD$  có thể tích  $V$  và các điểm  $M, N, P$  là các điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AP} = 4\overrightarrow{AD}$ . Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định **đúng**?



A.  $V_{AMNP} = \frac{V}{24}$

B.  $V_{AMNP} = 8V$

C.  $V_{AMNP} = 24V$

D.  $V_{AMNP} = \frac{V}{8}$

**Câu 6:** [EMPIRE TEAM] Cho khối tứ diện  $ABCD$  đều có cạnh bằng  $a$ . Gọi  $B', C'$  lần lượt là trung điểm  $AB, AC$ . Tính thể tích khối tứ diện  $AB'C'D$  theo  $a$ .

A.  $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{48}$

B.  $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{48}$

C.  $V = \frac{a^3}{24}$

D.  $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{24}$



**Câu 7:** [EMPIRE TEAM] Cho khối tứ diện đều  $ABCD$  cạnh bằng  $2cm$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trọng tâm của ba tam giác  $ABC, ABD, ACD$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $AMNP$ .

A.  $V = \frac{\sqrt{2}}{162} cm^3$

B.  $V = \frac{2\sqrt{2}}{81} cm^3$

C.  $V = \frac{4\sqrt{2}}{81} cm^3$

D.  $V = \frac{4\sqrt{2}}{27} cm^3$

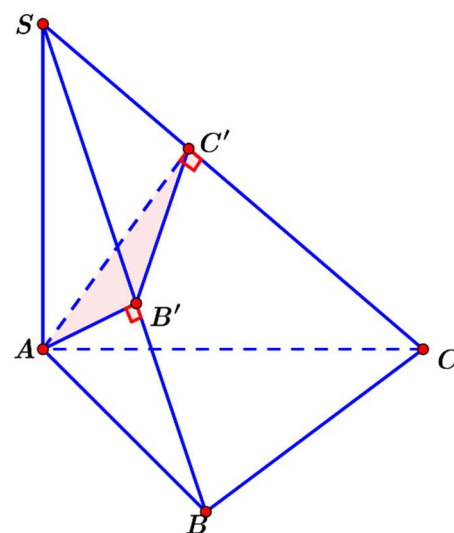
**Câu 8:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc với nhau và  $SA = SB = SC = a$ . Gọi  $B', C'$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $S$  lên  $AB, AC$ . Tính thể tích hình chóp  $S.AB'C'$ .

A.  $V = \frac{a^3}{48}$

B.  $V = \frac{a^3}{12}$

C.  $V = \frac{a^3}{6}$

D.  $V = \frac{a^3}{24}$







**Câu 9:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $\angle ASB = \angle CSB = 60^\circ, \angle CSA = 90^\circ$ ,  $SA = SB = SC = 2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là các trung điểm  $SA, SB$ . Tính thể tích khối chóp  $S.MNC$ .

A.  $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$

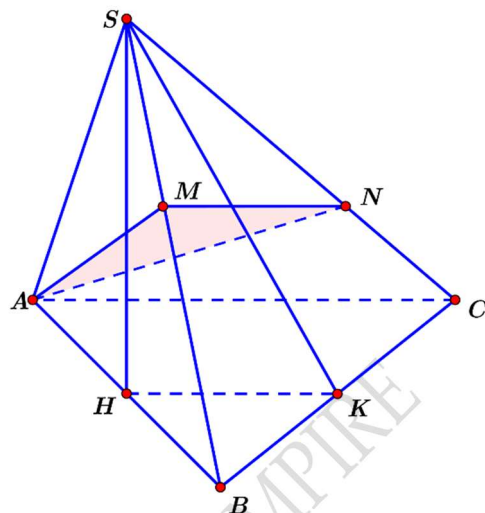
B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

C.  $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$

D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$



**Câu 10:** [EMPIRE TEAM] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $C$  có  $AC = 3a$ . Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng  $(SBC)$  hợp với  $(ABC)$  một góc  $\alpha$  sao cho  $\tan \alpha = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là các điểm thuộc  $SB, SC$  sao cho  $SM = \frac{1}{3}SB, SN = \frac{2}{3}SC$  Thể tích của khối chóp  $S.AMN$  là:



A.  $V = \frac{10a^3\sqrt{3}}{9}$ .

B.  $V = 5a^3\sqrt{3}$ .

C.  $V = a^3\sqrt{3}$

D.  $V = 3a^3\sqrt{3}$ .

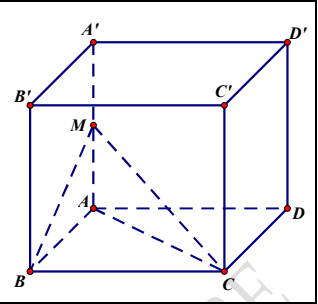


**LOẠI 2: TỶ SỐ THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ**

**DẠNG 1: TỶ SỐ THỂ TÍCH LĂNG TRỤ SO SÁNH VỚI CHÓP:**

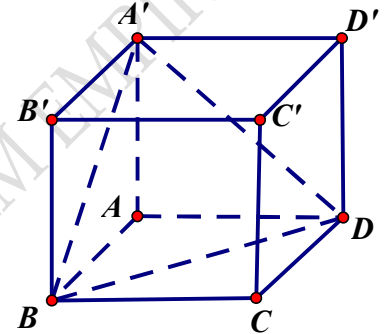
**Ví dụ:** Cho khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có thể tích  $V$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AA'$ , biết khối chóp  $M.ABC$  có thể tích  $V'$ . Tính tỉ số  $\frac{V'}{V}$ .

**Lời giải:** Ta có:  $V' = \frac{1}{2}V_{A'ABC} = \frac{1}{4}V_{A'.ABCD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}V = \frac{1}{12}V$ .



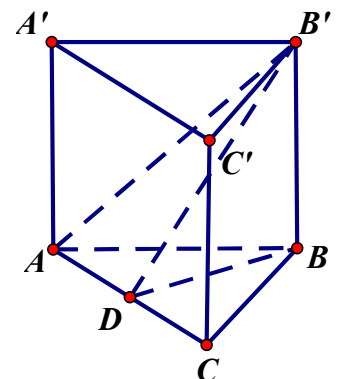
**Câu 11:** [EMPIRE TEAM] Gọi  $V$  là thể tích của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ ,  $V_1$  là thể tích tứ diện  $A'ABD$ . Hệ thức nào sau đây đúng?

- A.  $V = 6V_1$ .                      B.  $V = 4V_1$ .  
C.  $V = 3V_1$ .                      D.  $V = 2V_1$ .



**Câu 12:** [EMPIRE TEAM] Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $D$  là trung điểm  $AC$ . Tính tỉ số  $k$  của thể tích khối tứ diện  $B'BAD$  và thể tích khối lăng trụ đã cho.

- A.  $k = \frac{1}{4}$                       B.  $k = \frac{1}{12}$   
C.  $k = \frac{1}{3}$                       D.  $k = \frac{1}{6}$

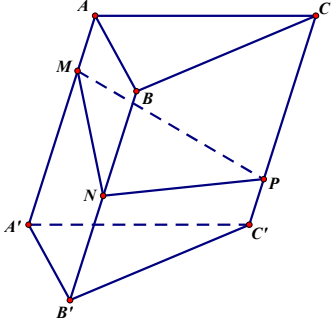
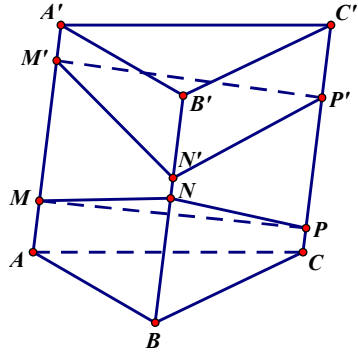
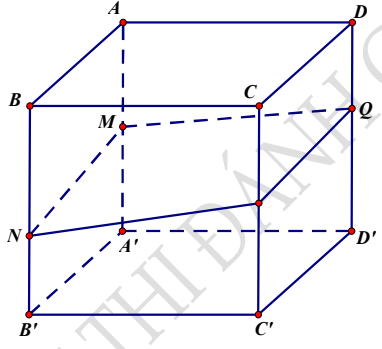
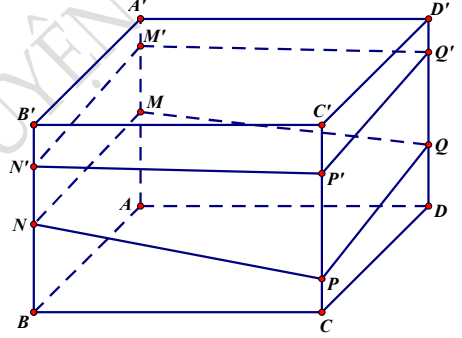




- Câu 13:** [EMPIRE TEAM] Cho khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có thể tích  $V$ . Các điểm  $M, N, P$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AP} = 4\overrightarrow{AD'}$ . Tính thể tích khối tứ diện  $AMNP$ .
- A.  $8V$                       B.  $4V$                       C.  $6V$                       D.  $18V$

- Câu 14:** [EMPIRE TEAM] Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Thể tích khối tứ diện  $A'B'AC$  bằng:
- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$                       B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$                       C.  $\frac{a^3}{6}$                       D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

**DẠNG 2: SỬ DỤNG CÔNG THỨC ĐẶC BIỆT:**

	$\frac{V_{ABC.MNP}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3} \left( \frac{AM}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CP}{CC'} \right)$
	$\frac{V_{MNP.M'N'P'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3} \left( \frac{MM'}{AA'} + \frac{NN'}{BB'} + \frac{PP'}{CC'} \right)$
	$\frac{AM}{AA'} = x, \frac{BN}{BB'} = y, \frac{CP}{CC'} = z, \frac{DQ}{DD'} = t$ $x + z = y + t$ $\frac{V_{ABCD.MNPQ}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{4} (x + y + z + t) = \frac{1}{2} (x + z)$
	$\frac{MM'}{AA'} = x, \frac{NN'}{BB'} = y, \frac{PP'}{CC'} = z, \frac{QQ'}{DD'} = t$ $x + z = y + t$ $\frac{V_{MNPQ.M'N'P'Q'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{4} (x + y + z + t) = \frac{1}{2} (x + z)$



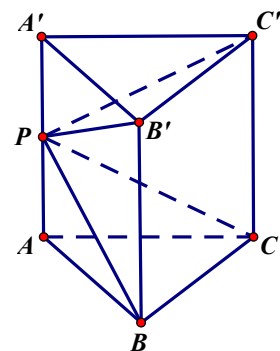
**Câu 15:** [EMPIRE TEAM] Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ ,  $P$  là điểm bất kì thuộc  $AA'$ . Tính thể tích khối đa diện  $PBCB'C'$ ?

A.  $\frac{2V_0}{3}$

B.  $\frac{V_0}{2}$

C.  $\frac{V_0}{3}$

D.  $\frac{V_0}{4}$



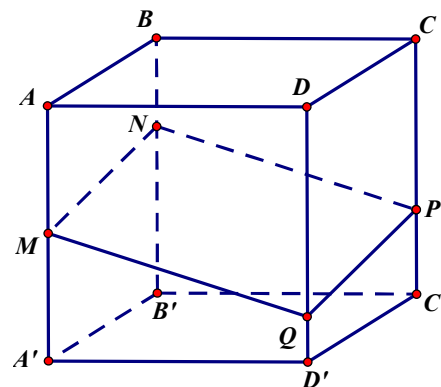
**Câu 16:** [EMPIRE TEAM] Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có thể tích  $V$ . Các điểm  $M, N, P$  trên các cạnh  $AA', BB', CC'$  sao cho  $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{1}{3}, \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua ba điểm  $M, N, P$  cắt cạnh  $DD'$  tại  $Q$ . Tính thể tích khối đa diện  $ABCD.MNPQ$ .

A.  $\frac{7}{12}V$

B.  $\frac{7}{8}V$

C.  $\frac{11}{12}V$

D.  $\frac{5}{12}V$





**Câu 17:** [EMPIRE TEAM] Cho khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng qua  $D$ , điểm  $Q$  thuộc cạnh  $AA'$ , điểm  $R$  thuộc cạnh  $CC'$  sao cho  $\frac{QA}{QA'} = \frac{1}{3}, \frac{RC}{RC'} = 3$  chia khối hộp thành hai phần. Tính thể tích của phần chứa mặt đáy ( $ABCD$ ).

A.  $\frac{V}{3}$

B.  $\frac{2V}{3}$

C.  $\frac{V}{4}$

D.  $\frac{V}{2}$

**Câu 18:** [EMPIRE TEAM] Cho khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có thể tích  $V$ . Mặt phẳng qua  $A, M$  là trung điểm cạnh  $CC'$  cắt các cạnh  $BB', DD'$  lần lượt tại  $P, Q$ . Tính thể tích của khối đa diện  $ABCD.PMQ$ .

A.  $\frac{V}{3}$

B.  $\frac{V}{2}$

C.  $\frac{V}{4}$

D.  $\frac{V}{8}$



LUYỆN THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TEAM EMPIRE