

Homework 1

I. Turing machine

1. Xây dựng máy Turing M_2 thực hiện phép trừ 1 của số nhị phân.

$$M_2 = (K, \Sigma, \delta, S)$$

trong đó, $K = \{S, q, h\}$

$$\Sigma = \{0, 1, \blacktriangle, \blacksquare\}$$

(\blacktriangle : *begin*, \blacksquare : *end*)

Bảng

STT	t	k	$\delta(t, k) = \{k_1, t_1, \rightarrow / \leftarrow / -\}$
1	S	0	(0, S, \rightarrow)
2	S	1	(1, S, \rightarrow)
3	S	\blacktriangle	(\blacktriangle , S, \rightarrow)
4	S	\blacksquare	(\blacksquare , q, \leftarrow)
5	q	0	(1, q, \leftarrow)
6	q	1	(0, q, $-$)
7	q	\blacktriangle	(\blacktriangle , h, $-$)

2. Xây dựng máy Turing M_3 thực hiện việc thay tất cả các số 0 trong một dãy nhị phân thành các số 1 và ngược lại. Ví dụ: 01001 \Rightarrow 10110.

$$M_3 = (K, \Sigma, \delta, S)$$

trong đó, $K = \{S, q, h\}$

$$\Sigma = \{0, 1, \blacktriangle, \blacksquare\}$$

(\blacktriangle : *begin*, \blacksquare : *end*)

Bảng

STT	t	k	$\delta(t, k) = \{k_1, t_1, \rightarrow / \leftarrow / -\}$
1	S	0	$(1, S, \rightarrow)$
2	S	1	$(0, S, \rightarrow)$
3	S	▲	$(\text{▲}, S, \rightarrow)$
4	S	■	$(\text{■}, h, -)$

3. Xây dựng máy Turing M 4 thực hiện việc loại bỏ các chữ số 0 trong dãy nhị phân. Sau khi bỏ cần dồn dãy lại. Ví dụ: 01001 \Rightarrow 11.

$$M_4 = (K, \Sigma, \delta, S)$$

trong đó, $K = \{S, q, h\}$

$$\Sigma = \{0, 1, \text{▲}, \text{■}\}$$

$(\text{▲} : \textit{begin}, \text{■} : \textit{end})$

Bảng

S:

- Gặp 0 \Rightarrow _ \Rightarrow S
- Gặp 1 \rightarrow S2
- Gặp vuông \Rightarrow End.

S2:

- Gặp 0 \Rightarrow \rightarrow
- Gặp vuông \rightarrow Quay đầu, xoá 0 (S6).
- Gặp số 1 \Rightarrow S3 (\leftarrow). (Đợi tìm các vị trí 1 thoả mãn để dịch sang).

S3:

- Gặp 0 \Rightarrow \leftarrow
- Gặp 1 \Rightarrow \rightarrow S4
- Gặp tam giác: $\rightarrow \Rightarrow$ S

S4:

- Gặp 0 \Rightarrow 1 \Rightarrow S5
- Gặp 1

(bỏ qua).

4. Xây dựng máy Turing M 5 thực hiện việc kiểm tra một dãy số nhị phân có đối xứng không. Ví dụ: 010010 \Rightarrow “yes”, 01100 \Rightarrow “no”

$$M_5 = (K, \Sigma, \delta, S)$$

trong đó, $K = \{S, q, h_0, h_1, h_2, h_3\}$

$$\Sigma = \{0, 1, \blacktriangle, -, \blacksquare\}$$

(\blacktriangle : *begin*, \blacksquare : *end*)

Bảng

STT	t	k	$\delta(t, k) = \{k_1, t_1, \rightarrow / \leftarrow / -\}$
1	S	0	$(-, h_0, \rightarrow)$
2	S	1	$(-, h_1, \rightarrow)$
3	S	\blacktriangle	$(\blacktriangle, S, \rightarrow)$
4	S	\blacksquare	$(\blacksquare, h, -)$
5	h_0	0	$(0, h_0, \rightarrow)$
6	h_0	1	$(1, h_0, \rightarrow)$
7	h_0	\blacksquare	$(\blacksquare, h_2, \leftarrow)$
8	h_1	0	$(0, h_1, \rightarrow)$
9	h_1	1	$(1, h_1, \rightarrow)$
10	h_1	\blacksquare	$(\blacksquare, h_3, \leftarrow)$
11	h_2	0	$(-, h_5, \leftarrow)$
12	h_2	1	$(-, N, -)$
13	h_2	\blacktriangle	$(\blacktriangle, S, \rightarrow)$
14	h_3	0	$(-, N, -)$

STT	t	k	$\delta(t, k) = \{k_1, t_1, \rightarrow / \leftarrow / -\}$
15	h_3	1	$(-, h_5, \leftarrow)$
16	h_3	▲	$(\blacktriangle, S, \rightarrow)$

II. Hàm đệ quy nguyên thủy (Thực hiện ít nhất 1 trong các bài sau)

Để chứng minh 1 hàm là đệ quy nguyên thủy, ta cần chỉ ra rằng chúng được định nghĩa bởi các phép toán đệ quy nguyên thủy:

- Hàm 0
- Hàm kế tiếp
- Hàm hợp
- Hàm đệ quy nguyên thủy.

1. Multiplication: $a \times b$

$$\text{mul}(a, 0) = a \times b = 0 \text{ (const)}$$

$$\text{mul}(a, b + 1) = \text{add}(\text{mul}(a, b), a)$$

với $\text{add}(x, y)$ là hàm đệ quy nguyên thủy đã được chứng minh.

$$= \text{add}(P_1^3(\text{mul}(a, b), a, b), P_1^3(\text{mul}(a, b), a, b))$$

$$\Rightarrow \text{PRF} \Rightarrow \text{đpcm}$$

2. Exponentiation: a^b

$$\text{exp}(a, b) = a^b$$

$$\text{exp}(a, 0) = a^0 = 1 \text{ (const)}$$

$$\text{exp}(a, b + 1) = a^{b+1} = a^b \times a = \text{exp}(a, b) \times a = \text{mul}(\text{exp}(a, b), a)$$

$$\Rightarrow \text{mul}(P_1^3(\text{exp}(a, b), a, b), P_2^3(\text{exp}(a, b), a, b))$$

$$\Rightarrow \text{PRF} \Rightarrow \text{đpcm}$$

III. Phân tích bài toán, viết thuật toán

Exercise 1.2, page 17-18, Anany's book. Chọn ít nhất 2 trong 10 bài tập để thực hiện.

1. Old world puzzle

- a. Người nông dân đưa con dê qua sông, để nó ở bờ đối diện.
- b. Người nông dân quay lại bờ ban đầu, đưa quả bắp cải qua sông và để nó ở bên đối diện với con dê. Sau đó, người nông dân đem con dê trở lại bờ ban đầu.
- c. Người nông dân đưa sói qua sông và để nó ở bên đối diện với quả bắp cải.
- d. Khi người nông dân đưa con dê qua sông lần cuối cùng, ông ta sẽ không đem con dê quay lại bờ ban đầu mà sẽ đưa nó trực tiếp đi đến bên đối diện, tại đó cả 3 thứ đều đã được di chuyển sang bên kia sông.

Với cách giải này, cả 3 thứ đều đã được di chuyển sang bên kia sông mà không có bất kỳ thứ gì bị ăn thịt hoặc bị hại.

2. New world puzzle

Có tất cả 4 người. Ta gọi họ là A, B, C, D. Thời gian cần thiết để chúng băng qua cây cầu lần lượt là 1, 2, 5, 10 phút.

Bước 1: A và B băng qua cầu, mất 2 phút. (Thời gian còn lại: 15 phút)

Bước 2: A quay lại với cây đèn, mất 1 phút. (Thời gian còn lại: 14 phút)

Bước 3: C và D băng qua cầu, mất 10 phút. (Thời gian còn lại: 4 phút)

Bước 4: B quay lại với cây đèn, mất 2 phút. (Thời gian còn lại: 2 phút)

Bước 5: A và B băng qua cầu, mất 2 phút. (Thời gian còn lại: 0 phút)

Vậy là chúng đã băng qua cầu thành công trong vòng 17 phút.