**ÁNH XẠ VÀ NỘI DUNG DẠY HỌC ÁNH XẠ Ở PHỔ THÔNG**.

Sinh viên: La Thị Phượng.

Giáo viên hướng dẫn: Dương Thị Luyến.

**MỞ ĐẦU**

1. Lí do chọn đề tài.

* Nhìn lại lịch sử toán học ta có thể thấy có nhiều tri thức toán phổ thông chính là mô hình (hình ảnh) của toán học cao cấp, toán học hiện đại. Sự liên hệ đó thể hiện nhiều trong các chủ đề như: Lý thuyết tập hợp, quan hệ, ánh xạ,…Song do sự hạn chế về tri thức của học sinh phổ thông nên việc trình bày của sách giáo khoa phổ thông có nhiều khi phải tránh đi mối liên hệ đó. Điều này đã làm cho không ít sinh viên khoa toán ở các trường sư phạm khi tiếp xúc với toán cao cấp đều cho rằng toán học cao cấp là một thế giới riêng tách biệt với toán học phổ thông mà họ từng được học ở bậc phổ thông.
* Vấn đề đặt ra là làm thế nào để giúp sinh viên khoa toán ở các trường sư phạm khi học toán cao cấp có thể tự mình nhận ra mối liên hệ giữa toán học cao cấp và môn toán ở trường phổ thông, giúp họ những người giáo viên tương lai ở các trường phổ thông có thể tự mình tìm thấy và khai thác khả năng vận dụng toán học cao cấp trong giảng dạy sau này để từ đó nâng cao trình độ chuyên môn nghiệp vụ cho họ. Điều này có ảnh hưởng như thế nào đến việc học tập của sinh viên? Việc tìm lới đáp cho câu hỏi này thực sự rất cần thiết và cấp bách cho việc cải tiến phương pháp dạy học toán ở đại học cũng như là ở phổ thông.
* Với ý tưởng trên, đề tài này quan tâm đặc biệt tới đối tượng “ánh xạ và nội dung dạy học ánh xạ ở phổ thông”.Ánh xạ là một khái niệm quan trọng, xuyên suốt trong chương trình học của các cấp từ tiểu học, THPT cho đến đại học…do đó việc dạy học ánh xạ ở các trường đại học có tầm quan trọng đặc biệt. Việc làm rõ được các mối liên hệ toán phổ thông trong quá trình dạy học toán cao cấp ở đại học sẽ giúp giáo viên nhận thức đúng đắn tinh thần, quan điểm, ngôn ngữ và phương pháp của toán cao cấp trong việc dạy học toán ở phổ thông.

Với tất cả những lí do trên em xin chọn đề tài “ánh xạ và nội dung dạy học ánh xạ ở phổ thông”.

1. Mục đích nghiên cứu.

Nghiên cứu ánh xạ và nội dung dạy học ánh xạ ở phổ thông.

1. Nhiệm vụ nghiên cứu.

Nghiên cứu nội dung dạy học ánh xạ, chương trình toán ở phổ thông, tìm mối liên hệ giữa ánh xạ với nội dung dạy học toán ở phổ thông.

1. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu.

Ánh xạ, chương trình toán ở phổ thông có liên quan đến ánh xạ.

1. Phương pháp nghiên cứu.

Sử dụng các phương pháp nghiên cứu lí thuyết , hệ thống hóa va khái quát hóa.

1. Bố cục của khóa luận.

Ngoài phần mở đầu và kết luận, nội dung khóa luận gồm hai chương:

Chương 1: Ánh xạ.

Chương 2: Chương trình môn Toán ở phổ thông có liên quan đến ánh xạ.

CHƯƠNG 1: ÁNH XẠ.

* 1. **Ánh xạ.**
     1. ***Định nghĩa.***

Cho hai tập hợp X và Y tùy ý khác rỗng.

Một ánh xạ từ X đến Y là một quy tắc f cho tương ứng mỗi phần tử x∈ X với một và chỉ một phần tử y thuộc Y.

Kí hiệu:

X được gọi là tập xác định hay tập nguồn của ánh xạ f, kí hiệu

Y được gọi là tập giá trị hay tập đích của ánh xạ f, kí hiệu

x gọi là tạo ảnh (nghịch ảnh) của y qua ánh xạ f.

y gọi là ảnh của x.

***ví dụ.***

1. X là tập hợp các lớp học của một trường đại, Y là tập hợp các cố vấn học tập của trường đại học đó và f là một quy tắc đặt tương ứng mỗi lớp với một cố vấn học tập lớp đó. Ta có ánh xạ f:
2. Giả sử và

Tương ứng

Xác định một ánh xạ từ X đến Y.

1. Một hàm số xác định trên tập XR là một ánh xạ từ X đến R. Chẳng hạn:

Hàm số y=x+5 là ánh xạ

Kí hiệu là tập hợp các số thực không âm hàm số là ánh xạ

1. Giả xử và . Các tương ứng sau đây không phải là ánh xạ từ X đến Y.

Y

X

1•

2•

3•

•c

•b

•d

4•

•a

X

Y

1•

2•

3•

•c

•b

•d

4•

•a

* + 1. **Điều kiện xác định một ánh xạ.**

Để quy tắc là một ánh xạ thì phải thỏa mãn hai điều kiện sau:

***Điều kiện 1***: Quy tắc f xác định khắp nơi nghĩa là với mỗi x∈X phải có ảnh y tương ứng thuộc Y.

***Điều kiện 2***: Quy tắc f đơn trị nghĩa là với mỗi x∈X chỉ có tương ứng một phần tử y thuộc Y.

**Ví dụ**.

1. Quy tắc

Là một ánh xạ vì:

+) Với mọi luôn tồn tại

+) Với mỗi sẽ có tương ứng một phần tử .

1. Quy tắc

Không là một ánh xạ vì: Quy tắc f không đơn trị.

Ví dụ với sẽ tồn tại hai giá trị của y là:

* + 1. **Các cách xác định một ánh xạ.**

Để có một ánh xạ người ta sử dụng những cách sau:

• ***Cách 1***: Cho ánh xạ dưới dạng biểu thức giải tích.

**Ví dụ.**

Ánh xạ

• ***Cách 2***: Cho bằng bảng tương ứng giữa các giá trị của tập X và tập Y.

**Ví dụ.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | 1 | 2 | 3 |
| Y | 6 | 7 | 8 |

Xác định một ánh xạ

• ***Cách 3***: Cho ánh xạ dưới dạng biểu đồ.

**Ví dụ.**

+) Biểu đồ phát triển dân số của tỉnh Vĩnh Phúc.

+) Biểu đồ tăng hoặc giảm năng suốt lúa của các tỉnh đồng bằng sông Cửu Long.

* + 1. **Đồ thị của ánh xạ.**

**Định nghĩa.**

Cho ánh xạ . Khi đó ta gọi tập là đồ thị của ánh xạ .

Từ định nghĩa ánh xạ suy ra : Với mọi tồn tại duy nhất y để .

***Ví dụ.***

1. Đồ thị hàm số

Là tập hợp . Khi biểu diễn G lên mặt phẳng tọa độ oxy ta được một đường thẳng không đi qua gốc tọa độ.

1. Cho , , là ánh xạ xác định bởi thì đồ thị của f là .
2. Cho hàm số . Khi đó biểu diễn đồ thị xác định bởi ánh xạ này trong mặt phẳng oxy chính là đồ thị của hàm số mà chúng ta đã biết.

Chẳng hạn: Đồ thị hàm số

Là tập . Khi biểu diễn G lên mặt phẳng tọa độ oxy ta được một parabol nằm phía trên trục hoành và tiếp xúc với trục hoành tại điểm x=2.

* + 1. **Hai ánh xạ bằng nhau**.

***Định nghĩa.***

Hai ánh xạ f và g được gọi là bằng nhau nếu chúng có cùng một tập đích và cùng quy tắc đặt tương ứng.

Hay nói cách khác hai ánh xạ f và g bằng nhau nếu:

; và f(x)=g(x) vói x∈X.

**Ví dụ**. Cho hai ánh xạ.

1. và

Là hai ánh xạ bằng nhau.

1. và [

Là hai ánh xạ không bằng nhau vì chúng có tập đích khác nhau.

* + 1. **Thu hẹp và mở rộng ánh.**

Định nghĩa.

Gỉa sử là một ánh xạ và A là một bộ phận của X. Ta gọi ánh xạ

Gọi là cái thu hẹp của f vào bộ phận A, kí hiệu là , còn ánh xạ f gọi là cái mở rộng của g trên tập X.

**Ví dụ**: Cho các ánh xạ

Bốn ánh xạ này không bằng nhau vì các tập nguồn và các tập đích của chúng khác nhau. Chúng trùng nhau trên và . Ta không đồng nhất chúng, nhưng kí hiệu giá trị chung của chúng tại

được cảm sinh bởi bằng cách thu hẹp đích vào

được cảm sinh bởi bằng cách thu hẹp đích vào

Nhận xét: Có duy nhất một ánh xạ thu hẹp của một ánh xạ đã cho, song có rất nhiều ánh xạ mở rộng của một ánh xạ đã cho.

* 1. **Ảnh và tạo ảnh**.
     1. **Định nghĩa**.

Cho ánh xạ

• là ảnh của x bởi f hay giá trị của ánh xạ f tại điểm x.

• , tập được gọi là tập ảnh của tập con A qua ánh xạ f.

• , tập được gọi là tập tạo ảnh toàn phần của tập con B qua ánh xạ f.

Tập hợp gọi là ảnh của ánh xạ f, kí hiệu

**Ví dụ.**

1. Cho hai tập hợp và và ánh xạ xác định bởi bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | a | b | c | d | e |
| f(x) | 1 | 3 | 2 | 5 | 1 |

Ánh xạ f được biểu diễn bởi lược đồ như hình vẽ:

**X**

**Y**

c

e

d

a

Cho hai tập con A,B của X: , ảnh của A và B qua ánh xạ f là: ; .

Tạo ảnh của qua ánh xạ f là:

và .

1. Giả sử

Tập và

Khi đó .

* + 1. **Các tính chất cơ bản.**

Cho ánh xạ . A,B là các tập hợp con của X; C,D là các tập hợp con của Y. Khi đó :

+ ảnh của một tập hợp rỗng là một tập hợp rỗng

+ ảnh của tập hợp con là tập hợp con của ảnh

+ Ảnh của phần giao nằm trong giao của phần ảnh

+ Ảnh của các phần hợp là hợp của các phần ảnh

+ Tạo ảnh toàn phần của phần hợp là phần hợp của các tạo ảnh toàn phần

+ Tạo ảnh toàn phần của phần giao là giao của các tạo ảnh toàn phần

* 1. **Các ánh xạ đặc biệt**.
     1. **Đơn ánh**.

**Định nghĩa**.

Ánh xạ được gọi là một đơn ánh nếu thỏa mãn

Với

Hoặc

•

•

•

•

•

•

•

•

•

**Ví dụ.**

1. Xét ánh xạ :

Rõ ràng f là đơn ánh vì nếu x,y là những số thực thì quan hệ kéo theo x=y.

1. Ánh xạ

Không phải là đơn ánh

Thật vật: với mọi nếu

Do đó f không là đơn ánh.

* + 1. **Toàn ánh.**

**Định nghĩa.**

Ánh xạ được gọi là toàn ánh nếu thỏa mãn

Người ta còn gọi một toàn ánh là một ánh xạ từ X lên Y

•

•

•

•

•

•

•

•

Toàn ánh

**Ví dụ.**

1. Ánh xạ

Là toàn ánh vì với mỗi số nguyên a thì số nguyên a-10 có ảnh là a.

1. Ánh xạ

Không phải là một toàn ánh vì với mỗi số nguyên b=3 không có số nguyên a nào để 4a+1=3.

* + 1. **Song ánh.**

**Định nghĩa**.

Ánh xạ được gọi là song ánh nếu f vừa là đơn ánh vừa là toàn ánh. Nói một cách khác là song ánh nếu và chỉ nếu với mỗi tồn tại duy nhất một phần tử để .

•

•

•

•

•

•

•

•

Song ánh.

**Ví dụ.**

1. Ánh xạ

Là song ánh.

Thật vậy.

+) Chứng minh f là toàn ánh.

Xét phương trình (ẩn x): ,

phương trình này có nghiệm duy nhất ,

do đó f là toàn ánh.

+) chứng minh f là đơn ánh.

Với mọi ,

Do đó f là đơn ánh.

Vậy f là song ánh.

***Chú ý: Một cách tương đương, ta có thể định nghĩa đơn ánh, toàn ánh và song án*h *như sau:***

+ Ánh xạ f là đơn ánh nếu mọi y=f(x) có không quá một tạo ảnh x thuộc X, hay phương trình ẩn x: f(x)=y vô nghiệm hoặc có một nghiệm duy nhất với mọi y thuộc Y.

+ Ánh xạ f là toàn ánh nếu mọi y thuộc Y đều có ít nhất một tạo ảnh x thuộc X hay phương trình ẩn x, f(x)=y luôn có nghiệm với mọi y thuộc Y.

+ Ánh xạ f là song ánh nếu mọi y thuộc Y có một và chỉ một tạo ảnh x thuộc X, Hay phương trình ẩn x, f(x)=y luôn có một nghiệm duy nhất với mọi y thuộc Y.

* 1. **Tích các ánh xạ.**
     1. ***Định nghĩa.***

Cho ánh xạ và ánh xạ

Ánh xạ

Gọi là tích của ánh xạ g và ánh xạ f. Kí hiệu hay .

Như vậy và

Chú ý: Để tồn tại tích gf thì miền giá trị của ánh xạ f phải trùng với miền xác định của ánh xạ g, như thế có thể không tồn tại fg. Ngay cả khi tồn tại gf và fg nhưng nói chung . Nghĩa là tồn tại khi và chỉ khi

**Ví dụ**. Cho hai ánh xạ và ánh xạ

+) Xét gf.

Ta có:

+) Xét fg.

Ta có:

Để fg tồn tại thì

Vậy với .

* + 1. **Một số tính chất.**

**Định lí 1:**

Tích các ánh xạ có tính chất kết hợp. Tức là với mọi ánh xạ ,

**Định lí 2:**

1. Tích của hai đơn ánh là một đơn ánh.
2. Tích của hai toàn ánh là một toàn ánh( nếu các tích trên xác định)

Đặc biệt tích của hai song ánh là song ánh.

**Định lí 3:**

1. Nếu là đơn ánh thì f là đơn ánh.
2. Nếu gf là toàn ánh thì g là toàn ánh.
   1. **Ánh xạ ngược***.*
      1. ***Định nghĩa.***

Cho ánh xạ . Nếu có ánh xạ sao cho

Thì g được gọi là ánh xạ ngược của f.

Ánh xạ ngược của f(nếu có) được kí hiệu là

Ta có

Từ định nghĩa ta có:

+) Nếu f có ánh xạ ngược thì cũng có ánh xạ ngược và

+) Nếu và đều có ánh xạ ngược thì cũng có ánh xạ ngược và .

+) Ánh xạ đồng nhất có ánh xạ ngược

* + 1. ***Các ví dụ.***

1. Ánh xạ có ánh xạ ngược là

Thật vậy

Mặt khác:

1. Ánh xạ có ánh xạ ngược là:

Với

* + 1. **Điều kiện có ánh xạ ngược**.

Ánh xạ .

Chứng minh.

] giả sử

Khi đó

Và

Kết hợp lại ta có f là song ánh.

] ngược lại cho là song ánh ta xác định quy tắc như sau:

Biến . Do f là song ánh nên g là ánh xạ.

Mặt khác:

Vậy f có ánh xạ ngược.

* + 1. **Quy tắc tìm ánh xạ ngược.**

***Bước 1***: Kiểm tra xem ánh xạ có phải là song ánh hay không ?

***Bước 2***: Xét phương trình ta tìm được . Khi đó xác định ánh xạ là ánh xạ ngược cần tìm.

**Ví dụ.**

1. Xét hàm số bậc nhất được xem là ánh xạ

Kiểm tra thấy ngay f là song ánh có ánh xạ ngược.

Xét phương trình

Tức là

Hay lại là hàm số bậc nhất.

1. Xét hàm số bậc hai

Giả sử , giả sử đồ thị có dạng:

Được xem là ánh xạ

+) f không là đơn ánh vì :

Chọn

Ta lại có

+) f không là toàn ánh vì:

thì phương trình vô nghiệm

-Từ hàm số bậc hai ta có thể xây dựng hàm số mới là

song ánh.

Thật vậy.

Xét ánh xạ

+) kiểm tra được g là song ánh

+) tìm ánh xạ ngược của g

Xét phương trình

Có

Do đó phương trình bậc hai trên có hai nghiệm

Do

Và có hàm số ngược là :

Hay hàm số

Chú ý: Đồ thị của hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng . Gọi H là đồ thị của ánh xạ f. là đồ thị của ánh xạ . Khi đó .

1. Cho ánh xạ ?

Xét ánh xạ

Ta có

+) kiểm tra tính song ánh của f.

Vậy f là đơn ánh (1)

Vậy f là toàn ánh (2)

Từ (1) và (2) ta có f là song ánh nên f có ánh xạ ngược.

Đặt

Vậy ,

* 1. **Phép toán hai ngôi.**
     1. ***Định nghĩa.***

Cho X là một tập hợp không rỗng. Ta gọi là một phép toán hai ngôi trên tập hợp X một ánh xạ f từ tập hợp đến tập hợp X

Ánh xạ này cho tương ứng với mỗi cặp một phần tử hoàn toàn xác định; phần tử c này được gọi là hợp thành của các phần tử a và b bởi phép toán hai ngôi f. Nó chính là ảnh của phần tử qua ánh xạ f:

Kí hiệu

**Ví dụ.**

1. Trong tập hợp N các số tự nhiên phép cộng, phép nhân là những phép toán hai ngôi; cái hợp thành của bởi các phép toán đó kí hiệu theo thứ tự bằng . Phép hợp thành là một phép toán hai ngôi trong tập .
2. Phép trừ không phải là phép toán hai ngôi trong N, nhưng là một phép toán hai ngôi trong tập Z các số nguyên.
3. Trong tập hợp , phép nâng lũy thừa là một phép toán hai ngôi, nhưng phép chia không phải là phép toán hai ngôi.

Tương ứng

Với , xác định một ánh xạ từ

Nhưng tương ứng

Với , không xác định một ánh xạ từ

* + 1. **Các tính chất thường gặp ở phép toán hai ngôi.**

Giả sử T là một phép toán trong tập hợp X.

* Tính chất kết hợp:
* Tính chất giao hoán:
* Tính chất phân phối:

**Ví dụ**. trong N, phép cộng và phép nhân có tính chất kết hợp, giao hoán; phép nhân phân phối đối với phép cộng.

Ta có:

+)

+)

+)

+)

+

Với mọi a,b,c thuộc N.

* + 1. **Số tự nhiên** .

**a.Bản số**

Mỗi tập hợp có một bản số, sao cho hai tập hợp tương đương có cùng một

bản số.

bản số của tập hợp A kí hiệu là Card(A). Vậy theo định nghĩa:

Card(A)=Card(B)

**b.Số tự nhiên.**

Bản số của một tập hợp hữu hạn được gọi là một số tự nhiên.

Tập hợp tất cả các số tự nhiên được kí hiệu là N. như vậy khi và chỉ khi tồn tại một tập hợp hữu hạn A sao cho a=Card(A).

**Ví dụ.**

là một tập hợp hữu hạn, bản số của nó là một số tự nhiên gọi là số không: Card(

c**.Các phép toán trên N.**

Cho a,b là các số tự nhiên, gọi A,B là các tập hợp mà a=Card(A), b=Card(B) và

-Phép cộng:

-Phép nhân:

Dựa vào các tính chất của phép toán hợp và tích đề-các của các tập hợp ta suy ra tính chất của phép cộng và nhân các số tự nhiên:

**Tính chất của phép cộng**.

Phép cộng có tính chất giao hoán: a+b=b+a

Phép công có tính chất kết hợp: (a+b)+c=a+(b+c)

Số 0 là phần tử trung hòa: 0+a=a.

Phép cộng có tính chất giản ước được: a+b=a+c kéo theo b=c.

**Tính chất của phép nhân**.

Phéo nhân có tính chất giao hoán: ab=ba

Phép nhân có tính chất kết hợp: a(bc)=(ab)c

Số 1 là phần tử trung hòa: 1.a=a

**Tính chất giữa phép nhân và phép công.**

a(b+c)=ab+ac

**một số bài tập liên quan.**

**Bài 1**: các quy tắc sau có phải là ánh xạ không? Tại sao?

Giải.

1. f là ánh xạ vì f thỏa mãn hai điều kiện là f xác định khắp nơi và f có tính đơn trị.

Thật vậy:

* f xác định khắp nơi vì:

1. g không phải là ánh xạ vì với

**Bài 2**: lập tất cả các tương ứng giữa tập hợp và tập . Hãy chỉ ra những tương ứng nào trong các tương ứng đó là ánh xạ từ tập

Giải.

Các tương ứng giữa X và Y là

Tương ứng f là ánh xạ từ X đến Y vì thỏa mãn định nghĩa của ánh xạ: Mọi phần tử trong X đều có ảnh trong Y và ảnh đó là duy nhất.

**Bài 3**: Xét tính đơn ánh, toàn ánh, song ánh của các ánh xạ sau. Trường hợp f là song ánh hãy tìm ánh xạ ngược của nó.

1. b)

c) d)

Giải.

a)

. Vậy f là đơn ánh.

. Vậy f là toàn ánh.

Do đó f là song ánh và có ánh xạ ngược của f là

b)

c)xét phương trình ẩn

nếu

nếu

do đó f là đơn ánh nhưng không toàn ánh.

d)phương trình , nhưng chỉ có

**Bài 4**: Cho ánh xạ

Hãy xác định:

Giải.

=

**Bài 5**: Tìm hàm số ngược của các hàm số sau:

Giải.

Vậy hàm số ngược của hàm số xác định trên R\ là xác định trên R\

Thay x bởi y, y bởi x ta có

Vậy hàm số ngược của là xác định trong khoảng .

**Bài 6**: được cho như sau:

Hãy xác định ánh xạ hợp

Giải.

Ta có:

ánh xạ không xác định vì tập ảnh của f không là tập con của tập xác định của g.

**bài 7**: cho và là hai ánh xạ xác định trên tập số nguyên và lấy giá trị nguyên, cho bởi công thức sau:

Hãy xác định các hàm số hợp

Giải.

Hàm số hợp được xác như sau:

Hàm số hợp được xác như sau:

**CHƯƠNG 2: ÁNH XẠ VÀ NỘI DUNG DẠY HỌC TOÁN Ở PHỔ THÔNG**.

***2.1. Ánh xạ trong dạy học toán ở tiểu học***.

- Nội dung môn Toán ở Tiểu học được trình bày dưới ánh sáng các tư tưởng của toán học cao cấp, toán học hiện đại nên hầu hết các nội dung toán Tiểu học đều có mối liên hệ với nội dung dạy học tập hợp, ánh xạ ở đại học. Việc hình thành các khái niệm toán học ở tiểu học như số tự nhiên, các phép toán trên tập các số tự nhiên (phép cộng, phép trừ các số tự nhiên..) đều xuất phát từ các kiến thức của lý thuyết tập hợp, ánh xạ.

- sách giáo khoa lớp 1 đã vận dụng tư tưởng trên khi trình bày khái niệm số tự nhiên theo cách hiểu là số phần tử của một tập hữu hạn,Ví dụ khi hình thành số 3, sách toán 1 sử dụng các mô hình biểu diễn dường cong khép kín (chỉ biểu đồ Ven minh họa cho một tập hợp, bên trong gồm 3 đồ vật (giống nhau) gần gũi với cuộc sống hàng ngày của học sinh(chỉ phần tử của tập hợp đó).

**Số 3**

-Ngay từ những lớp đầu của bậc tiểu học, học sinh đã được làm quen với khái niệm ánh xạ một cách ẩn ngầm. Cơ sở lý thuyết tập hợp của việc dạy học khái niệm số tự nhiên ở tiểu học là sự “tương ứng” đó là sự tương ứng đơn giản giữa hai tập hợp: 3 ngôi sao, 3 mặt cười, … tương ứng với số 3.

**Số 3**

Do học sinh chưa có khái niệm ánh xạ nên dùng những hình ảnh tương ứng cho học sinh dễ hiểu.

***Ví dụ***

***1.***. Khi hình thành khái niệm ban đầu về phép cộng:

•

•

•

•

**4**

**2**

**6**

Học sinh thực hiện “ gộp” hai nhóm đồ vật rồi đếm tất cả các số đồ vật trong hai nhóm. Chẳng hạn gộp 4 chấm tròn với 2 chấm tròn để được 6 chấm tròn . Ghi lại hoạt động này bằng phép cộng: 4+2=6.

***2***: SGK toán 1 hình thành phép trừ như sau:

•

•

•

3

4

1

Học sinh thực hiện thao tác “tách” một nhóm đồ vật đã cho, rồi đếm số đồ vật còn lại, ví dụ: Trên cành cây có 4 con chim, một con chim bay đi, trên cành còn lại 3 con chim. Ghi lại hoạt động này bằng phép trừ: 4-1=3.

***Ví dụ :*** Điền số thích hợp vào chỗ trống:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Số hạng | 12 |  | 23 | 41 |
| Số hạng | 28 | 35 |  | 34 |
| Tổng |  | 56 | 47 |  |

Cở sở của ví dụ trên là sự tương ứng giữa các giá trị của tập hợp số khi cho cố định số hạng còn lại.

Những bài toán ở Tiểu học mô hình chung dựa vào tập hợp.

***Ví dụ***: tính nhanh:

941+748+174+671+826+252+59+329

Cở sở của ví dụ trên chính là định lý về tính chất giao hoán của phép toan hai ngôi.

+) giải bằng kiến thức tiểu học

941+748+174+826+252+59=(941+59) + (748+252) + (174+826)

= 1000+1000+1000

= 3000.

***Ví dụ***: An cùng mẹ đi chia kẹo cho các bạn nhỏ có hoàn cảnh khó khăn trong ngày quốc tế thiếu nhi . Ban đầu An chia cho Nam một nửa số kẹo của mình.Sau đó An chia cho 20 bạn nhỏ tiếp theo mỗi bạn một chiếc kẹo thì An còn lại 5 chiếc kẹo. Hỏi An có tất cả bao nhiêu chiếc kẹo?

+) giải bài toán bằng kiến thức toán cao cấp: Cở sở của bài toán là ánh xạ:

Như vậy bài toán sẽ trở thành bài toán : Tìm .

+) giải bài toán bằng kiến thức tiểu học: Phương pháp giải chủ yếu cho các bài toán ở tiểu học chính là các phương pháp như: Tính ngược từ cuối lên, ứng dụng sơ đồ, dùng chữ số thay thế…

Từ lớp 4, SGK đã bắt đầu giới thiệu về các biểu thức chứa chữ đơn giản, các bài toán tìm x hay tìm giá trị của biểu thức với 1 hoặc 2 biến.

***Ví dụ***: Tìm giá trị của biểu thức và điền vào ô trống trong bảng sau:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a | 5 | 7 | 10 |
| 6 |  |  |  |

Trả lời: Cơ sở toán học của ví dụ này là ánh xạ

Việc chỉ ra ánh xạ f làm cơ sở cho bài toán giúp chúng ta thấy được bản chất khái niệm ánh xạ và biết nhìn nhận tư tưởng quan hàm trong nội dung chương trình và sách giáo khoa toán ở tiểu học.

***Ví dụ:***

1. Tính giá trị của biểu thức
2. Tìm x biết

Cơ sở toán học của ví dụ trên là: cho ánh xạ

Bài toán tính giá trị của biểu thức ở ví dụ a) thực chất là bài toán tìm ảnh của x qua ánh xạ f cụ thể tìm ?

Một cách tương đương bài toán trong ví dụ b) thực chất là bài toán tìm tạo ảnh của một phần tử, trong ví dụ này là tìm ?

Định hướng lời giải cho bài toán số học bằng kiến thức tập hợp. Từ đó tìm ra cách giải phù hợp với từng đối tượng học sinh tiểu học.

**Ví dụ**. cho bài toán “ Có 50 hộp đựng bi mỗi hộp chứa không quá 24 viên bi. Chứng minh rằng phải có ít nhất 3 hộp đựng cùng số bi như nhau.

+) giải bài toán bằng kiến thức toán cao cấp: Gọi X là tập hợp gồm 50 hộp đựng bi.Y là tập hợp gồm 24 viên bi( từ 1 đến 24). Khi đó thì bài toán đã cho xác định một ánh xạ f đi từ tập X vào tập Y. Nghĩa là, có 50 phần tử nhận chung 24 giá trị (từ 1 đến 24) viên bi. Như vậy sẽ có ít nhất 3 phần tử nhận chung một giá trị. Vậy ít nhất phải có 3 hộp chứa cùng một số bi như nhau.

+) lời giải bài toán ở tiểu học: Vì mỗi hộp chứa không quá 24 viên bi, nên số bi trong mỗi hộp sẽ là một trong 24 số (từ 1 đến 24). Ta lần lượt để bi vào hộp theo thứ tự để từ 1 đến 24 viên bi.( Chẳng hạn, hộp thứ nhất chứa 1 viên bi, hộp thứ hai chứa 2 viên bi, …, hộp thứ 24 chứa 24 viên bi, hộp thứ 25 chứa 25 viên bi…). Vì 242=48<50 nên phải có ít nhất 3 hộp chứa cùng một số bi.

+) Mối liên hệ giữa hai cách giải: Định hướng cao cấp chỉ ra rằng, ánh xạ từ tập X gồn 50 phần tử vào tập Y gồm 24 phần tử sẽ làm cho ít nhất 3 phần tử của tập hợp X nhận chung một ảnh vói một tập hợp của Y. Đây chish là cơ sở cho suy luận ở tiểu học, có 50 hộp đựng bi nhận chung 24 giá trị( số viên bi) nên sẽ có ít nhất 3 hộp cùng nhận chung một giát trị về số bi.

Việc chỉ ra mối liên hệ sư phạm giữa hai cách giải này sẽ giúp người giáo viên tiểu học làm chủ các tri thức cần giảng dạy. Còn đối với sinh viên thì làm quen với phương pháp ứng dụng nguyên lý Di-ric-lê cho lời giải bài toán sẽ đưa các em gần với thực tế dạy học giải toán ở tiểu học hơn.

Đặc biệt ở lớp 5 học sinh đã được học về các đại lương tỉ lệ thuận và đại lượng tỉ lệ nghịch. Đây là những ví dụ cụ thể về sự tương quan hàm số. Qua sự trình bày của SGK học sinh có thể nắm được mối quan hệ phụ thuộc lẫn nhau giữa hai đại lượng tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch.

Ví dụ: Hai đại lượng tỉ lệ thuận:

“ hai đại lượng liên hệ với nhau sao cho khi đại lượng này tăng (hoặc giảm) bao nhiêu lần thì đại lượng kia cũng tăng( hoặc giảm) bấy nhiêu lần.

***Ví dụ*** . bài toán tiểu học: “ Một xe máy dự định đi từ A đến B với vận tốc 50km/h. Nhưng do trời mưa , xe máy chỉ chạy được với vận tốc 40km/h nên tới B chậm 2h so với thời gian dự định. Tính quãng đường AB?

-Diễn đạt lại bài toán theo một cách khác để thấy rõ mối liên hệ giữa hai đại lượng là đại lượng thời gian và đại lượng quãng đường.( Chẳng hạn: “ Hai người cùng đi xe máy từ A đến B. Người thứ nhất đi với vận tốc 50km/h. Người thứ hai đi với vận tốc 40km/h. Người thứ hai đến B chậm hơn người thứ nhất 2 giờ. Tính quãng đường AB.

-Phân tích bài toán sau khi đã diễn đạt lại:

+gọi t là thời gian để người thứ nhất đi từ A đến B. Sau thời gian t thì người thứ hai mới đi đến một địa điểm C trên quãng đường AB. Gọi S là quãng đường CB ( dễ nhận thấy S=2(km)).

+Xác định tương ứng f giữa thời gian đi t và quãng đường chênh lệch S:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| S | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |

+Nhìn vào bảng ta thấy t=8. Vậy quãng đường AB là

-Tư tưởng ánh xạ trong bài toán: S=f(t)=10t với t

Như vậy sách giáo khoa ở tiểu học bước đầu dần cho học sinh làm quen một cách ẩn ngầm, với những đặc trưng khoa học luận của khái niêm hàm số như mối liên hệ phụ thuộc giữa các đại lượng biến thiên, sự tương ứng giữa các phần tử của hai tập hợp,… nhằm hình thành những biểu tượng ban đầu về hàm số, làm cơ sở cho việc trình bày khái niệm ở các lớp trên. Đồng thời việc đưaa vào những công thức, những biểu thức chứa biến và bảng tính giá trị biểu thức là ẩn ngầm cho học sinh thấy cách biểu thị tương ứng, sự phụ thuộc giữa các đại lượng bằng công cụ toán học tạo điều kiện sau này tiếp thu các cách cho hàm số dễ dàng hơn.

**2.2. ánh xạ với nội dung dạy học toán ở phổ thông.**

**2.2.1. ánh xạ với nội dung dạy học hàm số ở phổ thông.**

**2.2.1.1. các khái niệm về ánh xạ.**

**a) các các định nghĩa hàm số.**

• ***Khái niệm hàm số được định nghĩa trong SGK Đại số 7-NXBGD năm 2001*** như sau:

“ giả sư X và Y là hai tập hợp số. Một hàm số f từ X đến Y là một quy tắc cho tương ứng mỗi giá trị x thuộc X một và chỉ một giát trị y thuộc Y, mà ta kí hiệu y=f(x). Người ta viết

• ***Khái niêm hàm số cũng được nhắc lại trong SGK đại số 9*** cụ thể như sau:

“ Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x và x được gọi là biến số.”

• ***Khái niệm hàm số được định nghĩa trong SGK đại số 10***.

Cho một tập khác rỗng Hàm số f được xác đinh trên D là một quy tắc đặt tương ứng mỗi phần tử x thuộc D với một và chỉ một số, kí hiệu là f(x); số f(x) đó gọi là giá trị của hàm số f tại x. Tập D gọi là tập giái trị ( hay miền xác định), x gọi là biến số hay đối số của hàm số f.

Hàm số còn được viết là:

• ***Khái niệm hàm số theo lý thuyết tập hợp:***

Cho hai tập hợp X,Y; một quan hệ hai ngôi f trên ( tức là tập con của ) được gọi là một quan hệ hàm nếu Gọi ; bộ ba (X,Y,f) với f là quan hệ hàm trên sẽ được gọi là một hàm từ X vào Y nếu . Khi X và Y là các tập hợp số, hàm (X,Y,f) sẽ gọi là hàm số.

Đối chiếu với định nghĩa ánh xạ, chúng ta thấy khái niệm ánh xạ là khái niệm mở rộng của khái niệm hàm số mà chúng ta thường gặp ở phổ thông. Các hàm số mà ta thường gặp ở phổ thông là những ánh xạ mà nguồn đích là tập hợp các số thực R hoặc những bộ phận của R và số f(x) tương ứng với số x là một biểu thức hay một biểu thức lượng giác, chẳng hạn

;

***b)các kí hiệu về hàm số.***

ở lớp 7 đã đưa ra kí hiệu đầy đủ về hàm số:

,f(x) là giá trị của hàm số tại x.

Hàm số cho bởi công thức, người ta thay cho f(x) bởi chính công thức đó, như:

Kí hiệu như trên thể hiện rõ cả tập nguồn, tập đích; mũi tên góp phần thể hiện hình ảnh trực quan của tương ứng x với f(x). Tuy vậy nếu luôn yêu cầu kí hiệu đầy đủ một cách như vậy sẽ bất tiện trong nhiều trường hợp, chẳng hạn như kí hiệu đạo hàm hay tích phân, ví dụ với đạo hàm của một hàm cụ thể phải viết:

Trong đạ số 7, ngoài cách kí hiệu đầy đủ như trên trong định nghĩa nhiều trường hợp cũng sử dụng một cách kí hiệu khác như:

Trong đại số 9 chỉ dùng cách viết tắt Khi cần biểu thị giá trị của hàm số tại một giá trị của đối số thì dùng cách viết “kép” chẳng hạn như:

***c)các cách cho một hàm số.***

bản chất của hàm số: mỗi x thuộc X đều xác định được và duy nhất y thuộc Y. Do đó có thể có nhiều cách khác nhau để cho một hàm số:

• **Cách 1**:Hàm số cho bằng bảng. Hàng trên biểu thị các giá trị của biến trên tập xác định( do dó cũng biểu thị cả tập xác định) và hàng dưới biểu thị các giái trị của hàm số tương ứng với các giái trị của đối số.

***Ví dụ***: bảng dưới đây trích từ trang web của Hiệp hội liên doanh Việt-Nam- Thái Lan ngày 26-10-2005 về thu nhập bình quân đầu người( TNBQĐN) của nước ta từ năm 1995 đến năm 2004.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| năm | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2004 |
| TNBQĐN(USD) | 200 | 282 | 295 | 311 | 339 | 363 | 375 | 394 | 564 |

Bảng này thể hiện sự phụ thuộc giữa thu nhập bình quân đầu người (kí hiệu là y) và thời gian x(tính bằng năm).

Với mỗi thì có một giá trị y duy nhất.

Vậy ta có một hàm số. Các giá trị y=200,282,295,…,564 được gọi là các giá trị của hàm số tương ứng tại x=1995,1996,1997,..,2004.

***Cách 2:*** hàm số cho bằng đồ thị, cho bằng lời.

***Ví dụ:*** “ hàm số f(x)=1 nếu x là số hữu tỉ và bằng 0 nếu x là số vô tỉ”- hàm Đi-ric-lê. Hay cho bằng biểu đồ ven (hình 1)

•9

•3

0•

2•

•1

1•

Hình 1.

***Cách 3***: Cho bằng công thức( biểu thức). Với cách này, giá trị của hàm số tại một giá trị của biến số tìm được bằng cách thay giá trị của đối số đó vào công thức rồi thực hiện các phép tính trong công thức.

***Ví dụ:***

Chú ý:

- Một hàm số có thể được cho bởi hai,ba,… công thức chẳng hạn cho hàm số

- khi cho một hàm số bằng công thức mà không chỉ rõ tập xác định của nó thì ta có quy ước như sau:Tập xác định của hàm số y=f(x) là tập tất cả các số thực x sao cho biểu thứ f(x) có nghĩa.

Các cách cho hàm số khác nhau chỉ là những dạng biểu hiện khác nhau, những phương tiện biểu diễn khác nhau của khái niệm hàm số, không nên nhầm lẫn bản chất khái niệm hàm số với các phương tiện biểu diễn của nó.

**2.2.1.2. Miền xác định, miền giá trị của hàm số.**

- Miền xác định (tập xác định) của hàm số cho bằng biểu thức y=f(x) là tập tất cả các giá trị của x làm cho f(x) có nghĩa.

Tập xác định của hàm số thường được kí hiệu là: D.

Ví dụ. hàm số .

Hàm số .

- Miền giá trị của hàm số y=f(x) là tập hợp tất cả các giá trị của y sao cho

***Ví dụ***. Miền giá trị của hàm số

***Ví dụ***. Tìm tập xác đinh của các hàm số sau:

.

Giải.

1. hàm số chỉ xác định với những giá trị của x thỏa mãn điều kện:

Do đó tập xác định của hàm số là

1. hàm số chỉ xác định với những giá trị của x thỏa mãn điều kện:

Do đó tập xác định của hàm số là .

**2.2.1.3. Đồ thị của hàm số.**

- Đồ thị của hàm số y=f(x) xác định trên tập D là tập hợp tất cả các điểm M(x,f(x)) trên mặt phẳng tọa độ với mọi x thuộc D.

Nhận xét: Đối chiếu với khái niêm đồ thị của ánh xạ thấy rằng khái niệm đồ thị hàm số xuất phát từ khái niệm đồ thị của ánh xạ.

Trong SGK lớp 9 ta đã biết :

Đồ thị của các hàm bậc nhất

Đồ thị của hàm số bậc hai

Ta thường gặp trường hợp đồ thị của hàm số y=f(x) là một đường ( đường thẳng, đường cong,…). Khi đó ta nói y=f(x) là phương trình của đường đó.

Chẳng hạn:

là phương trình của một đường thẳng.

( là phương trình của một đường parabol.

***Ví dụ***. dựa vào đồ thị của hai hàm số và

1. tính
2. Tìm

Tìm

O

y

x

O

y

x

Giải.

**2.2.1.4. hàm số hợp.**

***• khái niệm hàm số hợp lớp 11.***

Cho hai hàm số Thay thế biến u trong biểu thức f(u) bởi biểu thức u(x), ta được biểu thức với biến x. Khi đó, hàm số y=g(x) với g(x)= được gọi là hàm số hợp của hai hàm số f và u; hàm số u được gọi là hàm số trung gian.

***Ví dụ.*** Cho hai hàm số

Nếu trong ta thay thế biến u bởi thì được.

• ***khái niệm hàm số hợp theo lí thuyết tập hợp.***

Giả sử là hàm số của x, xác định trên lấy giá trị trên , y=f(u) là hàm số của u xác định trên (c,d) lấy giá trị trên R. Khi đó ta lập một hàm số xác định trên (a,b) lấy giá trị trên R theo quy tắc sau:

Ta gọi hàm y= là hàm hợp của hàm số

***Ví dụ***. cho ánh xạ

Dựa vào định nghĩa hàm hợp ta thấy khái niệm hàm hợp chính là khái niệm thu hẹp của ánh xạ trong chương trình toán học cao cấp.

**2.2.2. ánh xạ với nội dung dạy học đại số tổ hợp ở phổ thông.**

**2.2.2.1. Hoán vị**.

**a) Hoán vị không lặp.**

**• Định nghĩa.**

Cho tập A gồm n phần tử. Mỗi cách sắp xếp n phần tử này thành một dãy theo thứ tự xác định gọi là một hoán vị của tập hợp A.

***Nhận xét:***

Theo quan điểm của ánh xạ thì: Số các hoán vị của tập hợp n phần tử bằng số các đơn ánh( đồng thời cũng là song ánh) từ tập n phần tử vào tập n phần tử bằng

Một song ánh từ tập A lên tập A còn được gọi là một phép thế vì vậy ta có thể có phát biểu như sau: số các hoán vị của một tập hợp n phần tử bằng số các phép thế của tập hợp đó và bằng

• **Công thức tính**.

Số các hoán vị của n phần tử kí hiệu là

**Ví dụ**.xếp 3 người a,b,c vào một cái bàn gồm 3 chỗ ngồi sẽ có cách xếp đó là các cách sau:

**b)hoán vị có lặp.**

**• định nghĩa.**

Có n vật ( được sắp xếp vào n vị trí trong đó:

… … …

ở đây

mỗi cách sắp xếp thứ tự n vật như trên vào n vị trí gọi là hoán vị có lặp của n phần tử đó.

**• công thức tính**

Kí hiệu là số các hoán vị của n phần tử

***Ví dụ***. Có bao nhiêu chuỗi kí tự khác nhau bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ SUCCESS.

Giải.

Trong từ SUCCESS có :3 chữ S

1 chữ U.

2 chữ C.

1 chữ E.

Do đó số chuỗi có được là:

**c)hoán vị vòng tròn**

• ***Định nghĩa***.

Cho tập A gồm n phần tử. Mỗi cách săp xếp n phần tử này vào n vị trí theo một đường tròn gọi là một hoán vị vòng tròn của tập hợp A.Kí hiệu số hoán vị vòng tròn của n phần tử là

**• công thức tính.**

***Ví dụ***. Có bao nhiêu cách xếp 5 sinh viên vào 1 vòng tròn.

Giải.

Đặt 1 sinh viên làm mốc, bài toán trở thành bài toán tính số hoán vị của 4 phần tử.

Do đó có tất cả

**2.2.2.2. chỉnh hợp**.

**a)chỉnh hợp lặp**.

***• định nghĩa.***

Cho tập X gồm n phần tử (n) một dãy có độ dài k () các phần tử của X, trong đó mỗi phần tử có thể lặp lại nhiều lần, sắp xếp theo thứ tự nhất định gọi là một chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử.

Kí hiệu số chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử là: .

Một số tài liệu kí hiệu số chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử là: .

***Nhận xét:***

Theo quan điểm của ánh xạ thì: Mỗi chỉnh hợp chập k của n phần tử có thể xác định một ánh xạ từ tập đến tập n phần tử đó. Chẳng hạn chỉnh hợp lặp chập 5 (a,a,b,c,b) của 3 phần tử a,b,c xác định từ tập đến 3 phần tử đó như sau: . Ngược lại mỗi ánh xạ từ tập đến tập X xác định chỉnh hợp lặp chập 5 (a,,a,b,c,b) của 3 phần tử a,b,c.

Như vậy tương ứng 1-1 giũa tập hợp ánh xạ từ tập đến tập X và tập các chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử của X. Điều đó có nghĩa là: Số chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử của X bằng số các ánh xạ từ tập k phần tử đến tập n phần tử.

***• công thức tính***.

Chứng minh.

Cho tập , dãy có độ dài k là

có n cách chọn.

có n cách chọn ( vì cũng có thể giống )

… … …

cũng có n cách chọn.

Vậy dãy có độ dài k có cách chọn hay

***Ví dụ.***

1. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số được viết từ các số tự nhiên lẻ.
2. Biển đăng kí oto có 6 chữ số và hai chữ cái đầu tiên trong 26 chữ cái (không dùng O và I). Hỏi số ô tô được đăng kí nhiều nhất là bao nhiêu?

Giải.

a) gọi X là tập hợp các số tự nhiên lẻ có một chữ số thế thì như vậy tập X gồm 5 phần tử. Do đó các số tự nhiên lẻ có 4 chữ số được tạo ra từ tập X là:

b) gọi X là tập hợp các chữ cái dùng trong biển đăng kí suy ra X có 24 phần tử vì không dùng chữ O và chữ I. Chọn 2 chữ cái trong 24 chữ có cách chọn. Gọi Y là tập hợp các số dùng trong bảng đăng kí, suy ra Y có 10 phần tử (). Chọn 6 số trong tổng số 10 có cách chọn. Do đó có tất cả biển số được tạo ra.

**b) chỉnh hợp không lặp.**

***• định nghĩa***.

Cho tập A gồm m phần tử và số nguyên dương n với Ta thiết lập bộ khác nhau từng đôi một được gọi là một chỉnh hợp không lặp chập n của m phần tử đã cho. Số các chỉnh hợp không lặp chập n của m phần tử kí hiệu là:

***Nhận xét:***

Theo quan điểm ánh xạ. Mỗi chỉnh hợp chập n của m phần tử đã cho có thể xác định một đơn ánh từ tập đến tập m phần tử đó. Chẳng hạn, chỉnh hợp chập 2 (a,c) của 3 phần tử a,b,c xác định đơn ánh từ tập đến tập chứa 3 phần tử a,b,c như sau:

Ngược lại, mỗi đơn ánh từ tập đến tập m phần tử đó xác định một chỉnh hợp chập n của m phần tử. Chẳng hạn đơn ánh xác định chỉnh hợp chập 2 của 3 phần tử a,b,c.

Như vậy có tương ứng 1-1 giữa tập hợp các đơn ánh từ tập đến tập m phần tử của A( và tập các chỉnh hợp chập n của m. Điều đó có nghĩa là: số chỉnh hợp chập n của m phần tử của tập hợp A( bằng số các đơn ánh từ tập n phần tử vào tập m phần tử.

***• công thức tính.***

*Chứng minh( theo quan điểm ánh xạ*)

Ta kí hiệu số các đơn ánh từ đến tập A gồm m phần tử là

Chẳng hạn:

… …

Rõ ràng ta có

Để tìm công thức cho ta tìm mối liên hệ giữa và .Ta nhận thấy mỗi đơn ánh từ tập đến tập A có m-(n-1) cách mở rộng thành đơn ánh từ tập đến tập A bằng cách cho tương ứng n lần lượt với m-(n-1) phần tử còn lại không phải ảnh của 1,2,…,n-1.

Như vậy ta có:

Lần lượt áp dụng công thức trên ta có:

… … …

Cuối cùng ta được:

Chú ý: Một chỉnh hợp chập m của m phần tử được gọi là một hoán vị của m phần tử.

***Ví dụ***.

1. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được viết từ những số tự nhiên lẻ.
2. Với các số

+) có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số khác nhau.

+)Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau.

Giải.

1. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên lẻ có một chữ số, suy ra X có 5 phần tử. Chọn 4 số đôi một khác nhau trong tập X gồm 5 phần tử chính là chỉnh hợp không lặp chập 4 của 5. Do đó số các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được viết từ các số lẻ là:
2. +) gọi số cần tìm có dạng:

2 chữ số còn lại có

Vậy có tất cả là 4.3. số.

+) gọi số cần tìm có dạng:

TH1:

Chọn 3 số còn lại trong 5 số có

Do đó có 1.

TH2:

Chọn 2 số còn lại trong 4 số có

Do đó có 1.

Vậy có tất cả 1.1. thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**2.2.3. Ánh xạ với nội dung dạy học phép biến hình ở phổ thông.**

Dạy học phép biến hình ở phổ thông có mối liên hệ mật thiết với khái niệm ánh xạ trong toán học cao cấp. Các phép biến hình có thể được xem như những ánh xạ giữa các tập hợp điểm trong mặt phẳng hay trong không gian.

Khi xét các phép biến hình trong mặt phẳng hay trong không gian theo quan điểm ánh xạ ta thường xét đến các bất biến, tích (hợp thành) của các phép biến hình và lợi dụng các bất biến đẻ giải một số dạng toán và giải quyết các tình huống thực tiễn.

Phép đo các đại lượng hình học ( độ dài, diện tích, thể tích) có thể xét như lừ các ánh xạ cho ứng mỗi hình nào đó với một số thực không âm xác định thông qua một đơn vị cho trước. Không phải hình nào cũng có số đo được xác định. Ánh xạ trong phép đo các đại lượng hình học cần thỏa mãn những điều kiện nhất định.

* Kiến thức về biến hình trong môn toán trung học cơ sở.

|  |  |
| --- | --- |
| Kiến thức | Nội dung |
| Đối xứng trục | Hai điểm đối xứng qua một đường thẳng, Hai hình đối xứng qua một đường thẳng; |
| Đối xứng tâm | Hai điểm đối xưng qua một điểm; Hai hình đối xứng qua một đường thẳng; Hình có trục đối xứng |
| Tam giác đồng dạng | Khái niệm hai tam giác đồng dạng; Ba trường hợp đồng dạng của tam giác; Các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông; ứng dụng thực tế của tam giác đồng dạng |

* Kiến thức về phép biến hình trong môn toán trung học phổ thông.

|  |  |
| --- | --- |
| Kiến thức | Nội dung |
| Khái niệm phép biến hình |  |
| Phép tịnh tiến | Định nghĩa phép tịnh tiến trong mặt phẳng; Các tính chất của phép tịnh tiến trong mặt phẳng; Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến. |
| Phép đối xứng trục | Định nghĩa phép đối xứng trục; Biểu thức tọa độ của phép đối xứng trục; Các tính chất của phép đối xứng trục; Trục đối xứng của một hình. |
| Phép đối xứng tâm | Định nghĩa phép đối xứng tâm; Biểu thức tọa độ của phép đối xưng tâm; Các tính chất của phép đối xưng tâm; Tâm đối xứng của một hình. |
| Phép quay | Định nghĩa phép quay; Các tính chất của phép quay |
| Khái niệm phép dời hình và hai hình bằng nhau | Khái niệm phép dời hình; Tính chất của phép dời hình; Định nghĩa hai hình bằng nhau qua phép dời hình. |
| Phép vị tự. | Định nghĩa phép vị tự; Tính chất của phép vị tự; Tâm vị tự của hai đường tròn. |
| Phép đồng dạng. | Định nghĩa phép đồng dạng; Tính chất của phép đồng dạng; Hình đồng dạng. |
| Phép chiếu song song |  |

Sau đây chúng ta sẽ đi xét một số ví dụ để thấy được mối liên hệ của ánh xạ với nội dung dạy học phép biến hình.

**2.2.3.1. phép biến hình.**

***a) định nghĩa.***

Phép biến hình( trong mặt phẳng) là một quy tắc để mỗi điểm M thuộc mặt phẳng xác định được duy nhất một điểm M’ thuộc mặt phẳng ấy.

***Nhận xét***: đối chiếu với khái niệm ánh xạ ta thấy rằng phép biến hình thực chất là một ánh xạ.Do đó theo theo quan điểm ánh xạ định nghĩa trên được phát biểu như sau:

“( H) là một hình tùy ý trong mặt phẳng, F là một phép biến hình trong mặt phẳng thế thì:

Phép biến hình F biến (H) thành( H’).

**b)các ví dụ.**

***ví dụ 1***: Cho vecto . Với mỗi điểm M, ta xác định điểm M’ theo quy tắc

quy tắc trên là một phép biến hình và được gọi là phép tinh tiến theo vecto .

***Ví dụ 2***: Xét quy tăc: Với mỗi điểm M, ta xác định điềm M’ trùng M. Quy tắc trên là một phép biến hình và được gọi là phép đồng nhất.

***Ví dụ 3***.Cho đường thẳng d. Với mỗi điểm ta xác định điểm M’ là hình chiếu của điểm M lên d. Quy tắc trên là một phép biến hình và được gọi là phép chiếu( vuông góc )lên đường thẳng d.

***Ví dụ 4***. Xét quy tắc: Cho điểm M cố định với mỗi điểm M ta xác định điểm M’ thỏa mãn . Quy tắc trên không là phép biến hình.

**2.2.3.2. Phép tịnh tiến.**

***Định nghĩa*** theo sách giáo khoa: Phép tịnh tiến theo vecto là một phép biến hình mỗi điểm M thành M’ sao cho .

Phép tịnh tiến theo vecto thường được kí hiệu là T hoặc . Véctơ được gọi là vecto tịnh tiến.

***Theo quan điểm ánh xạ*** định nghĩa trên được phát biểu như sau:

“ phép tịnh tiến theo vecto biến điểm M thành M’ kí hiệu:

Khi đó .

***Ví dụ***. trong mặt phẳng oxy cho 2 điểm A(1,-2), B(3,1) và Tìm tọa độ của 2 điểm A’ và B’ lần lượt là ảnh của A,B qua phép tịnh tiến theo

**2.2.3.3. Phép đối xứng trục.**

***Định nghĩa***: cho đường thẳng d. Phép biến hình biến mỗi điểm M thuộc d thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc d thành M’ sao cho d là đường trung trực của đoạn MM’ được gọi là phép đối xứng qua đường thẳng d hay phép đối xứng trục d.

Đường thẳng d được gọi là trục của phép đối xứng hoặc đơn giản là trục đối xứng.

Phép đối xứng trục d Kí hiệu là:

***Theo quan điểm ánh xạ*** :

“ phép đối xứng trục biến M thành M’ được viết là:

Khi đó

Phép đối xứng trục biến những điểm nằm trên đường thẳng thành chính nó:

***Ví dụ.*** Cho điểm A và B nằm về một phía với đường thẳng d. Hãy xác định điểm M trên d sao cho tổng AM+MB đạt giá trị nhỏ nhất.

Nếu hai điểm A,B nằm về hai phía của đường thẳng d thì điểm M cần tìm là giao của đoạn thẳng AB và đường thẳng d.

Xét bài toán, lấy điểm A’ đối xứng với A qua d. Khi đó :

AM+MB=A’M+MB

AM+MB nhỏ nhất khi A,M,B thẳng hàng,.

**2.2.3.4. phép quay.**

***Định nghĩa***: Trong mặt phẳng cho điểm O và góc lượng giác không đổi. phép biến hình biến điểm O thành điểm O, biến mỗi điểm M( khác 0) thành điểm M’ sao cho OM=OM’ và (OM,OM’)= được gọi là phép quay tâm O góc

Kí hiệu: , hoặc (trong trường hợp không cần chỉ rõ tâm và góc quay)

***Theo quan điểm ánh xạ***:

“ phép quay biến điểm M thành M’ được viết lại là:

Khi đó:

Như vậy một phép quay hoàn toàn được xác định khi biết tâm quay và góc quay

***Ví dụ:*** Trên một chiếc đồng hồ từ lúc 12 giờ đến 15 giờ kim giờ và kim phút đã quay một góc bằng . Đó là một phép quay với tâm O là lúc kim phút ở vị trí 12 giờ và góc quay .