

**ĐỀ SỐ 20. ĐỀ THI HSG LỚP 12 TỈNH HÒA BÌNH
NĂM HỌC 2020 - 2021**

Tổng quan đề thi

TT	Tên bài	Tên tệp bài làm		Input	Output	Điểm
		ngôn ngữ Python	ngôn ngữ C++			
1	Những con rùa	PTURTLE.PY	CTURTLE.CPP	Bàn phím	Màn hình	6
2	Điều chỉnh chuỗi	PSTRING.PY	CSTRING.CPP	Bàn phím	Màn hình	6
3	Số phần tử chia hết cho 5	PDIV5.PY	CDIV5.CPP	Bàn phím	Màn hình	5
4	Ước số chung lớn nhất	PGCD.PY	CGCD.CPP	Bàn phím	Màn hình	3

Chú ý: Thí sinh làm bài bằng ngôn ngữ Python hoặc C++. Tên tệp bài làm phải chính xác như mô tả trong phần tổng quan đề thi.

CÂU 1. NHỮNG CON RÙA

Có ba con rùa nằm trên một đường thẳng được mô tả như là trục số Ox. Ban đầu, con thứ nhất ở vị trí $x = a$, con thứ hai ở vị trí $x = b$ và con thứ ba ở vị trí $x = c$. Đôi khi, một số con rùa có thể ở cùng một vị trí.

Trong một bước di chuyển, mỗi con rùa có thể di chuyển đến vị trí $x - 1$ (đi sang trái) hoặc là đến vị trí $x + 1$ (đi sang phải) hoặc giữ nguyên vị trí.

Biết rằng ba con rùa đều muốn đến gần nhau hơn với không quá một bước di chuyển. Hãy tính tổng khoảng cách nhỏ nhất có thể giữa mỗi cặp rùa với giả định cả ba con rùa đều di chuyển tối ưu.

Bạn phải trả lời q truy vấn độc lập.

Input: Dòng đầu tiên của Input chứa số nguyên q ($1 \leq q \leq 10^4$) là số truy vấn. Tiếp theo là q truy vấn, mỗi truy vấn một dòng chứa lần lượt ba số nguyên a, b, c viết cách nhau một dấu cách.

Output: In ra q dòng, dòng thứ i ghi một số nguyên duy nhất là đáp án tương ứng với của truy vấn thứ i từ Input.

Hạn chế

- Có 70% số test ứng với 70% số điểm của bài với $-10^6 \leq a, b, c \leq 10^6$.
- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài với $-10^{12} \leq a, b, c \leq 10^{12}$.

Ví dụ:

2	0
3 3 4	36
10 20 30	

Giải thích ví dụ

Có 2 truy vấn:

- Truy vấn 1: $a = b = 3, c = 4$. Con rùa thứ nhất và thứ hai đang ở cùng vị trí với nhau nên không cần di chuyển nữa, con thứ ba ở vị trí 4, nó sang trái trong 1 di chuyển để đến vị trí 3. Sau đó cả ba con đều ở cùng vị trí và tổng khoảng cách giữa chúng bằng 0.
- Truy vấn 2: $a = 10, b = 20, c = 30$. Con thứ nhất đang ở vị trí 10, nó cố gắng đến gần con thứ hai bằng 1 bước đi đến vị trí 11. Con thứ ba đang ở vị trí 30 nó cố gắng đến gần con thứ hai bằng 1 bước đi đến vị trí 29. Con thứ hai đứng yên. Tổng khoảng cách giữa ba con rùa là $(20-11) + (29-20) + (29-11) = 36$.

CÂU 2. ĐIỀU CHỈNH CHUỖI

Cho n chuỗi ký tự S_1, S_2, \dots, S_n khác rỗng, có độ dài có thể khác nhau và chỉ chứa các chữ cái tiếng Anh in thường.

Bạn có thể thực hiện phép di chuyển sau đây: Lấy một ký tự c bất kỳ trong chuỗi S_i và chèn ký tự c này vào một vị trí bất kỳ trong chuỗi S_j . Sau khi lấy ký tự c trong chuỗi S_i , ký tự c sẽ bị xóa khỏi chuỗi S_i ($1 \leq i, j \leq n, i \neq j$).

Bạn được phép thực hiện di chuyển trên với số lần tùy ý (có thể 0 lần).

Hỏi sau khi thực hiện các di chuyển như vậy, bạn có thể làm n chuỗi ký tự đã cho trở nên hoàn toàn bằng nhau hay không.

Ví dụ:

- Với $n = 2, s_1 = "abcade", s_2 = "cbda"$ thì câu trả lời là YES.
- Với $n = 2, s_1 = "abcad", s_2 = "cbda"$ thì câu trả lời là NO.

Bạn phải trả lời q truy vấn độc lập.

Input:

- Dòng đầu tiên của Input chứa số nguyên q ($1 \leq q \leq 50$) là số truy vấn. Tiếp theo là q truy vấn, mỗi truy vấn gồm:
- Dòng thứ nhất chứa số nguyên dương n ($1 \leq n \leq 10$) là số chuỗi ký tự.
- Dòng thứ i trong n dòng tiếp theo chứa chuỗi ký tự s_i , chỉ gồm các chữ cái tiếng Anh in thường. Mỗi chuỗi có không quá 10^4 ký tự.

Output: In ra q dòng, trong đó dòng thứ i ghi ra từ "YES" hoặc "NO" (không có dấu nháy kép) là câu trả lời cho truy vấn thứ i .

Hạn chế:

- Có 70% số test ứng với 70% số điểm của bài có $1 \leq n \leq 2$ và các chuỗi s_i ($1 \leq i \leq n$) có độ dài không quá 50.

- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài có $1 \leq n \leq 10$ và các chuỗi s_i ($1 \leq i \leq n$) có độ dài không quá 10^5 .

Ví dụ

3	YES
2	YES
aabb	NO
cc	
2	
ab	
ab	
2	
ab	
a	

Giải thích ví dụ

Có 3 truy vấn

- *Truy vấn 1:* $n = 2$, $s_1 = "aabb"$, $s_2 = "cc"$. Bạn có thể lấy 1 ký tự 'a', một ký tự 'b' từ chuỗi s_1 chèn vào s_2 , sau đó lấy một ký tự 'c' từ s_2 và chèn vào s_1 . Câu trả lời là YES.
- *Truy vấn 2:* $n = 2$, $s_1 = s_2 = "ab"$ đã hoàn toàn bằng nhau, vì vậy bạn không cần thực hiện di chuyển nào. Câu trả lời là YES.
- *Truy vấn 3:* $n = 2$, $s_1 = "ab"$, $s_2 = "b"$, bạn không thể thực hiện di chuyển nào để hai chuỗi này trở nên bằng nhau. Câu trả lời là NO.

CÂU 3. CHIA HẾT CHO 5

Cho một dãy gồm n số nguyên $a[1], a[2], \dots, a[n]$. Trong một thao tác, bạn có thể chọn hai phần tử của dãy và thay thế chúng bằng phần tử tổng của chúng (bạn có thể chèn phần tử tổng này vào vị trí bất kỳ trong dãy).

Ví dụ: từ mảng $a = [5, 1, 4]$, bạn có thể tạo ra các dãy sau: $[6, 4]$, $[1, 9]$ và $[5, 5]$ bằng thao tác nói trên.

Nhiệm vụ của bạn là tìm số phần tử tối đa có thể chia hết cho 5 trong mảng kết quả sau khi thực hiện một số lần tùy ý thao tác nói trên (có thể là 0 lần).

Bạn phải trả lời q truy vấn độc lập.

Input:

- Dòng đầu tiên của Input chứa một số nguyên q ($1 \leq q \leq 100$) là số truy vấn. Tiếp theo là mô tả q truy vấn, mỗi truy vấn gồm 2 dòng:
- Dòng 1: chứa một số nguyên n ($1 \leq n \leq 10^5$).
- Dòng 2: chứa n số nguyên $a[1], a[2], \dots, a[n]$ ($1 \leq a[i] \leq 10^9$, $1 \leq i \leq n$).

Output:

- Chương trình của bạn cần in ra q dòng, dòng thứ i ghi kết quả của truy vấn thứ i , là một số nguyên cho biết số phần tử tối đa chia hết cho 5 trong mảng kết quả sau khi thực hiện một số lần tùy ý thao tác được mô tả trong đề bài.

Hạn chế:

- Có 60% số test ứng với 60% số điểm của bài với $1 \leq n \leq 10^2, 1 \leq a[i] \leq 10$.
- Có 40% số test ứng với 40% số điểm của bài với $1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq a[i] \leq 10^9$.

Ví dụ

Input	Output
2	3
5	2
2 4 5 3 1	
4	
5 4 1 3	

Giải thích ví dụ

Có 2 truy vấn

- Truy vấn 1:* $n = 5$, mảng ban đầu là (2, 4, 5, 3, 1), thu gọn mảng để tăng số phần tử chia hết cho 5 bằng 2 thao tác cộng: $2+3, 4+1$, ta được mảng 3 phần tử (5, 5, 5), mảng kết quả có 3 phần tử chia hết cho 5. Đáp án là 3.
- Truy vấn 2:* $n = 4$, mảng ban đầu là (5, 4, 1, 3), thu gọn mảng bằng 1 thao tác cộng: $4+1$ ta được mảng 3 phần tử (5, 5, 3), mảng kết quả có 2 phần tử chia hết cho 5. Đáp án là 2.

Câu 4. ƯỚC SỐ CHUNG LỚN NHẤT

Minh được thầy giáo giao cho một bài tập về nhà là tìm ước số chung lớn nhất của hai số nguyên dương A và B . Tuy nhiên, do các số này là khá lớn, thầy giáo cho cậu biết N số nguyên nhỏ mà có tích là A và M số nguyên nhỏ mà có tích là B . Nói cách khác, Minh được biết hai dãy $a[1], a[2], \dots, a[N], b[1], b[2], \dots, b[M]$ thỏa mãn điều kiện:

- $A = a[1] \times a[2] \times \dots \times a[N]$,
- $B = b[1] \times b[2] \times \dots \times b[M]$.

Minh cần phải tìm ước số chung lớn nhất của A và B .

Yêu cầu: Hãy viết chương trình giúp Minh tìm ước số chung lớn nhất của A và B . Kết quả có thể rất lớn và bạn chỉ cần in ra số dư của phép chia kết quả cho $(10^9 + 7)$.

Input

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương N ($1 \leq N \leq 10^3$).
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên dương $a[1], a[2], \dots, a[N]$ ($1 \leq a[i] \leq 10^5, 1 \leq i \leq N$) có tích bằng A . Các số viết cách nhau một dấu cách.
- Dòng thứ ba chứa số nguyên dương M ($1 \leq M \leq 10^3$).

- Dòng thứ tư chứa M số nguyên dương $b[1], b[2], \dots, b[M]$ ($1 \leq b[i] \leq 10^5$, $1 \leq i \leq M$) có tích bằng B . Các số viết cách nhau một dấu cách.

Output: Gồm một dòng ghi một số X duy nhất là ước chung lớn nhất A và B . Vì X có thể rất lớn, bạn chỉ cần in ra số dư của phép chia X cho $(10^9 + 7)$.

Hạn chế:

- 50% điểm của bài có: $1 \leq M, N \leq 10$, $1 \leq a[i], b[j] \leq 50$ ($1 \leq i \leq N$, $1 \leq j \leq M$).
- 50% điểm của bài có: $1 \leq M, N \leq 10^3$, $1 \leq a[i], b[j] \leq 10^5$ ($1 \leq i \leq N$, $1 \leq j \leq M$).

Ví dụ:

3	10
2 3 5	
2	
4 5	
4	1
6 2 3 4	
1	
1	

Giải thích ví dụ

- Ví dụ 1: $A = 2 \times 3 \times 5 = 30$, $B = 4 \times 5 = 20$ và $USCLN(A, B) = 10$.
- Ví dụ 2: $A = 2 \times 3 \times 4 \times 6 = 144$, $B = 1$ và $USCLN(A, B) = 1$.