Phân phối đều

Định nghĩa 4 (Uniform distribution)

Biến ngẫu nhiên liên tục X được gọi là có phân phối đều trên đoạn $[a; b]$, ký hiệu $X \sim U([a; b])$, nếu hàm mật độ xác suất của X có dạng

Phân phối đều

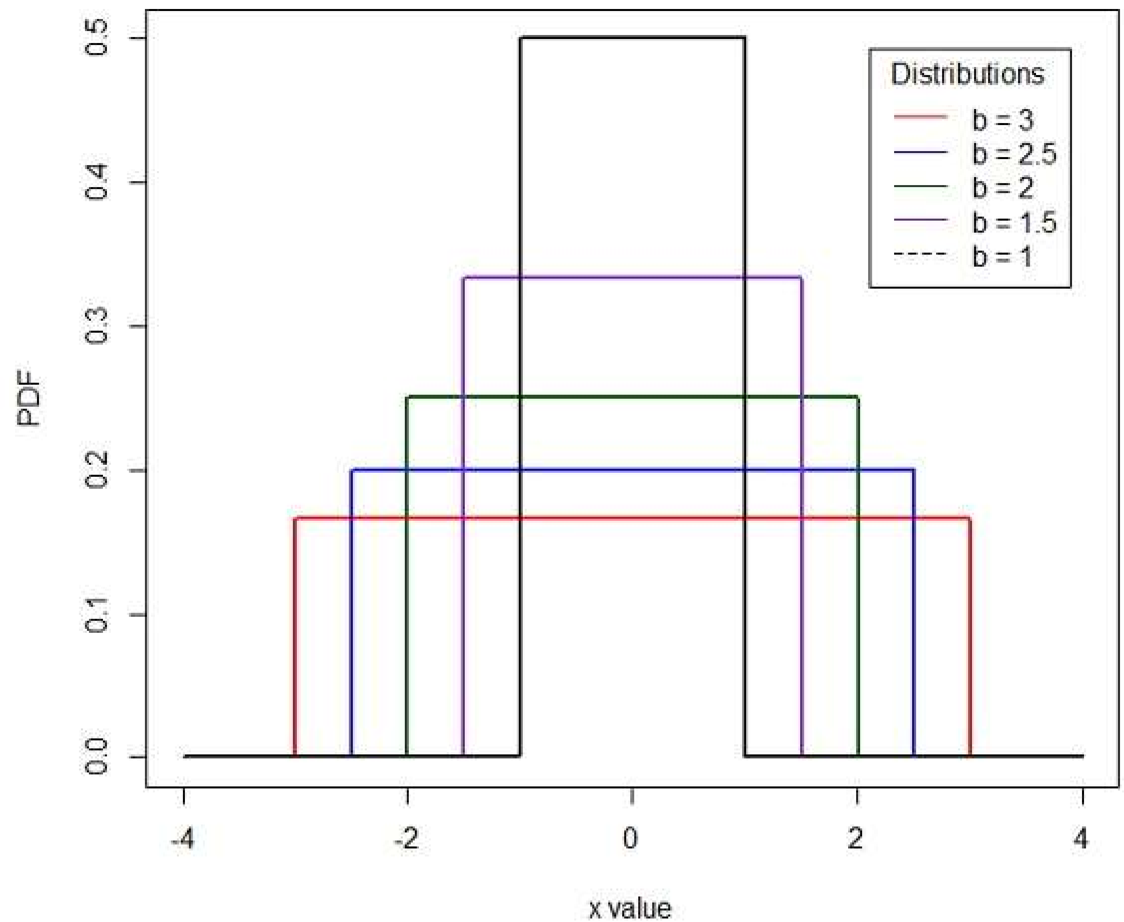
Định nghĩa 4 (Uniform distribution)

Biến ngẫu nhiên liên tục X được gọi là có phân phối đều trên đoạn $[a;b]$, ký hiệu $X \sim U([a;b])$, nếu hàm mật độ xác suất của X có dạng

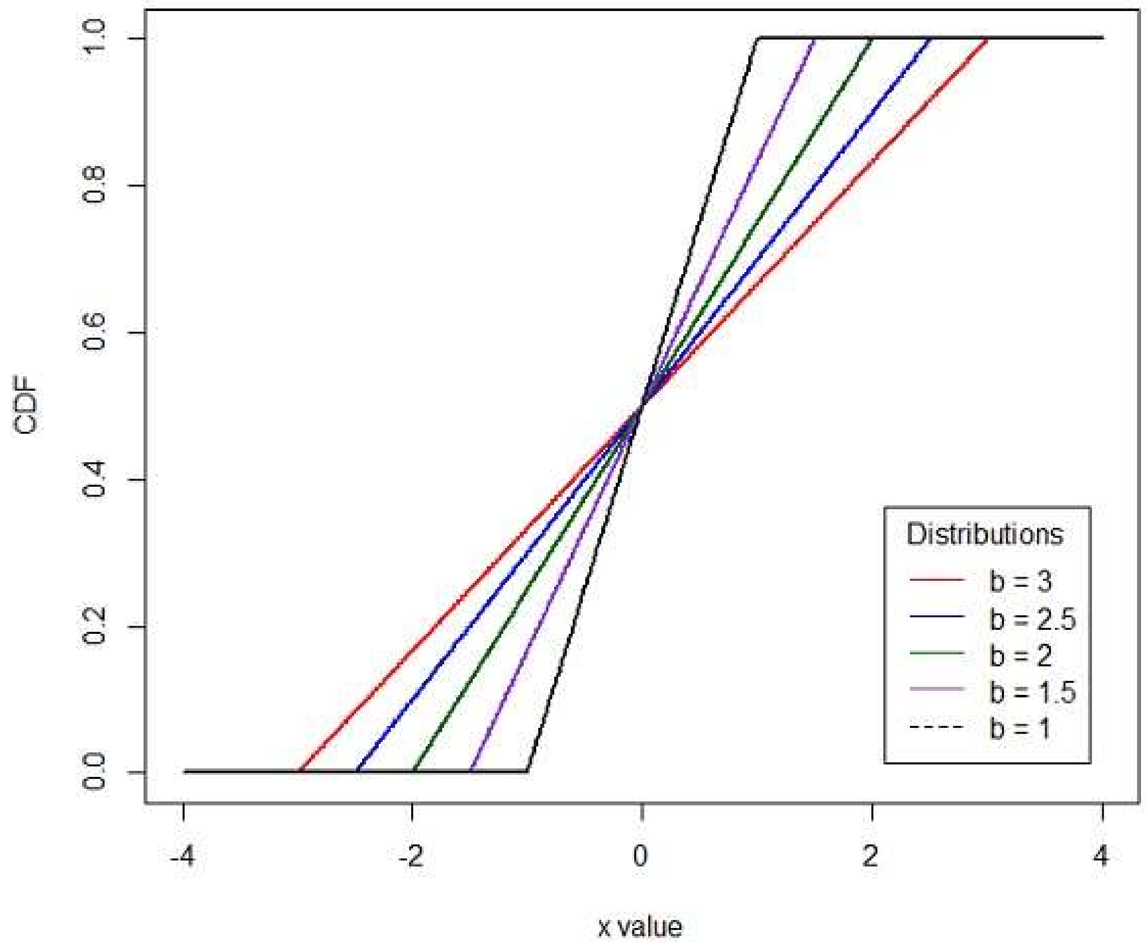
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{khi } x \in [a;b] \\ 0, & \text{nơi khác .} \end{cases}$$

Từ định nghĩa trên ta có thể tính được hàm phân phối xác suất của $X \sim U([a;b])$ như sau

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{khi } x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{khi } x \in [a,b] \\ 1, & \text{khi } x > b. \end{cases}$$



Hình : Hàm mật độ xác suất-Phân phối đều



Hình : Hàm phân phối-Phân phối đều

Kỳ vọng và phương sai của phân phối đều

Định lý 4 (Các đặc trưng của biến ngẫu nhiên có phân phối đều)

Cho X là biến ngẫu nhiên có phân phối đều trên $[a, b]$ (nghĩa là $X \sim U([a, b])$) thì

Kỳ vọng và phương sai của phân phối đều

Định lý 4 (Các đặc trưng của biến ngẫu nhiên có phân phối đều)

Cho X là biến ngẫu nhiên có phân phối đều trên $[a, b]$ (nghĩa là $X \sim U([a, b])$) thì

i *Kỳ vọng* $\mathbb{E}(X) = \frac{a+b}{2}$.

Kỳ vọng và phương sai của phân phối đều

Định lý 4 (Các đặc trưng của biến ngẫu nhiên có phân phối đều)

Cho X là biến ngẫu nhiên có phân phối đều trên $[a, b]$ (nghĩa là $X \sim U([a, b])$) thì

i *Kỳ vọng* $\mathbb{E}(X) = \frac{a+b}{2}$.

ii *Phương sai* $\mathbb{V}ar(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$.

Kỳ vọng và phương sai của phân phối đều

Định lý 4 (Các đặc trưng của biến ngẫu nhiên có phân phối đều)

Cho X là biến ngẫu nhiên có phân phối đều trên $[a, b]$ (nghĩa là $X \sim U([a, b])$) thì

i *Kỳ vọng* $\mathbb{E}(X) = \frac{a+b}{2}$.

ii *Phương sai* $\mathbb{V}ar(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$.

Phân phối mũ

Định nghĩa 5 (Exponential distribution)

Biến ngẫu nhiên $T(t > 0)$ *gọi là có phân phối mũ, ký hiệu* $T \sim Exp(\lambda)$, *nếu nó có hàm mật độ xác suất*

Phân phối mũ

Định nghĩa 5 (Exponential distribution)

Biến ngẫu nhiên $T (t > 0)$ gọi là có phân phối mũ, ký hiệu $T \sim Exp(\lambda)$, nếu nó có hàm mật độ xác suất

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \ t > 0,$$

trong đó

- *λ: số biến cố trung bình xảy ra trong một đơn vị thời gian.*
- *t: số đơn vị thời gian cho biến cố kế tiếp.*

Phân phối mũ

Định nghĩa 5 (Exponential distribution)

Biến ngẫu nhiên $T (t > 0)$ gọi là có phân phối mũ, ký hiệu $T \sim Exp(\lambda)$, nếu nó có hàm mật độ xác suất

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \ t > 0,$$

trong đó

- *λ: số biến cố trung bình xảy ra trong một đơn vị thời gian.*
- *t: số đơn vị thời gian cho biến cố kế tiếp.*

Các đặc trưng của phân phối mũ

Hàm phân phối của T:

$$F(t) = \mathbb{P}(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}, \ t > 0.$$

Các đặc trưng của phân phối mũ

Hàm phân phối của T:

$$F(t) = \mathbb{P}(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}, \ t > 0.$$

Định lý 5

Nếu $T \sim Exp(\lambda)$ thì kỳ vọng và phương sai của T lần lượt là $\mathbb{E}(T) = \frac{1}{\lambda}$, $\mathbb{V}ar(T) = \frac{1}{\lambda^2}$

Các đặc trưng của phân phối mũ

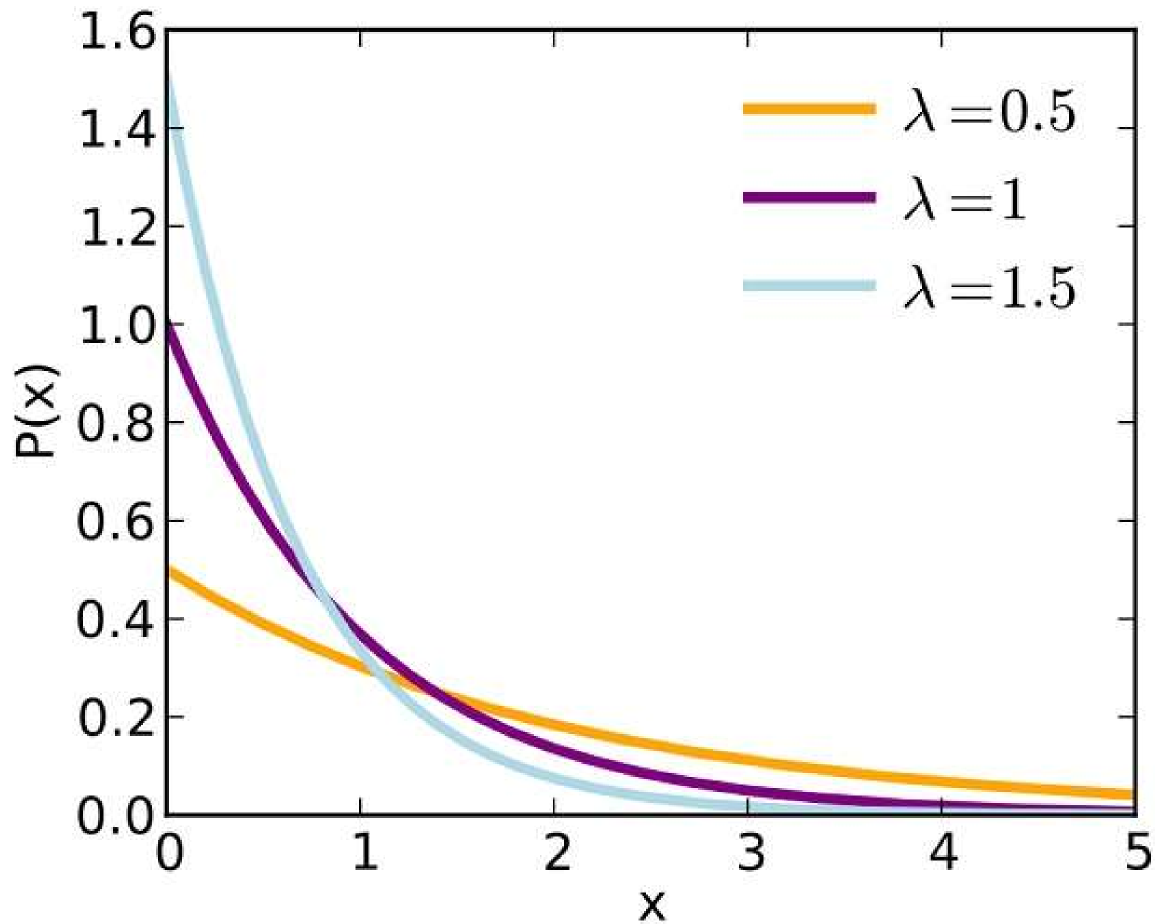
Hàm phân phối của T:

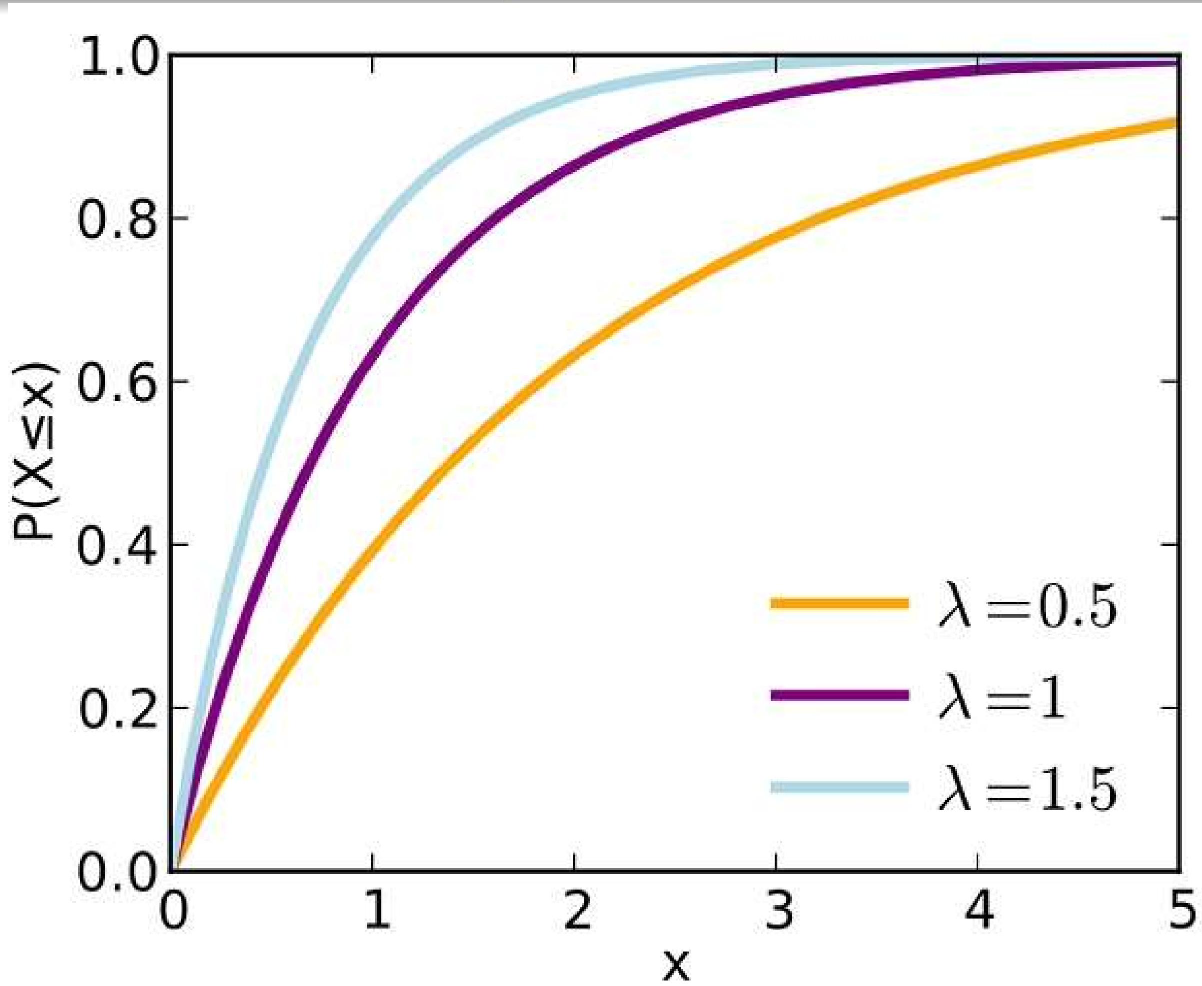
$$F(t) = \mathbb{P}(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}, \ t > 0.$$

Định lý 5

Nếu $T \sim Exp(\lambda)$ thì kỳ vọng và phương sai của T lần lượt là $\mathbb{E}(T) = \frac{1}{\lambda}$, $\mathbb{V}ar(T) = \frac{1}{\lambda^2}$

Hình : Hàm xác suất-Phân phối mũ





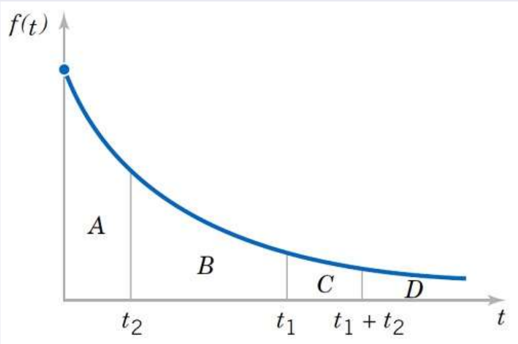
Hình : Hàm phân phối-Phân phối mũ

Tính chất

Định lý 6 (Tính mất trí nhớ- Lack of memory)

Nếu T là biến ngẫu nhiên có phân phối mũ thì,

$$\mathbb{P}(T < t_1 + t_2 | T > t_1) = \mathbb{P}(T < t_2)$$



Phân phối chuẩn hóa

Định nghĩa 6

Cho biến ngẫu nhiên X liên tục, X có phân phối chuẩn hóa, kí hiệu $X \sim \mathcal{N}(0,1)$, khi hàm mật độ có dạng sau

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}}.$$

Phân phối chuẩn hóa

Định nghĩa 6

Cho biến ngẫu nhiên X liên tục, X có phân phối chuẩn hóa, kí hiệu $X \sim \mathcal{N}(0,1)$, khi hàm mật độ có dạng sau

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}}.$$

Định lý 7

Biến ngẫu nhiên $X \sim \mathcal{N}(0,1)$ có kỳ vọng $\mathbb{E}(X) = 0$ và phương sai $\mathbb{V}ar(X) = 1$.

Phân phối chuẩn hóa

Định nghĩa 6

Cho biến ngẫu nhiên X liên tục, X có phân phối chuẩn hóa, kí hiệu $X \sim \mathcal{N}(0,1)$, khi hàm mật độ có dạng sau

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}}.$$

Định lý 7

Biến ngẫu nhiên $X \sim \mathcal{N}(0,1)$ có kỳ vọng $\mathbb{E}(X) = 0$ và phương sai $\mathbb{V}ar(X) = 1$.

Chú ý: $\int_{-\infty}^{\infty} = e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$.

Phân phối chuẩn hóa

Định nghĩa 6

Cho biến ngẫu nhiên X liên tục, X có phân phối chuẩn hóa, kí hiệu $X \sim \mathcal{N}(0,1)$, khi hàm mật độ có dạng sau

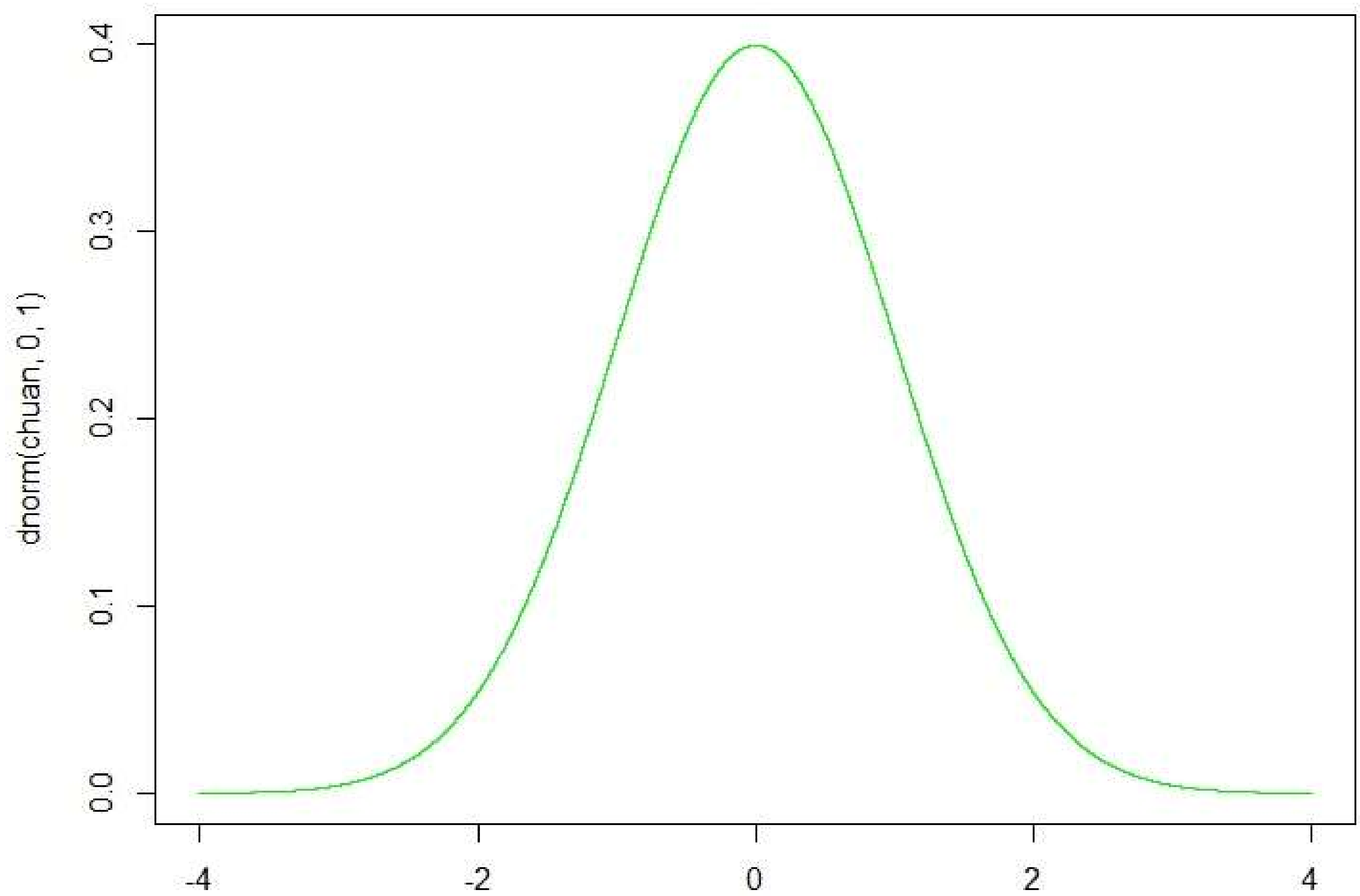
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}}.$$

Định lý 7

Biến ngẫu nhiên $X \sim \mathcal{N}(0,1)$ có kỳ vọng $\mathbb{E}(X) = 0$ và phương sai $\mathbb{V}ar(X) = 1$.

Chú ý: $\int_{-\infty}^{\infty} = e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$.

Phân phối chuẩn hóa-hàm mật độ



Phân phối chuẩn hóa

Định lý 8 (Hàm phân phối)

$$\phi(x) = \mathbb{P}(X < x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-t^2}{2}} dt.$$

Phân phối chuẩn hóa

Định lý 8 (Hàm phân phối)

$$\phi(x) = \mathbb{P}(X < x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-t^2}{2}} dt.$$

Với giá trị cụ thể của x, ta tra bảng để tìm giá trị $\phi(x)$.

Ví dụ 8

Cho biến ngẫu nhiên $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Tính các xác suất sau

- $\mathbb{P}(X < 1.55)$
- $\mathbb{P}(X < -1.45)$
- $\mathbb{P}(-1 \leq X < 1.5)$

Phân phối chuẩn hóa

Định lý 8 (Hàm phân phối)

$$\phi(x) = \mathbb{P}(X < x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-t^2}{2}} dt.$$

Với giá trị cụ thể của x, ta tra bảng để tìm giá trị $\phi(x)$.

Ví dụ 8

Cho biến ngẫu nhiên $X \sim \mathcal{N}(0,1)$. *Tính các xác suất sau*

- $\mathbb{P}(X < 1.55)$
- $\mathbb{P}(X < -1.45)$
- $\mathbb{P}(-1 \leq X < 1.5)$

Phân phối chuẩn

Định nghĩa 7 (Normal distribution)

Phân phối chuẩn

Định nghĩa 7 (Normal distribution)

Biến ngẫu nhiên liên tục X nhận giá trị trong khoảng $(-\infty, +\infty)$ được gọi là có phân phối chuẩn với tham số μ, σ nếu hàm mật độ xác suất có dạng

Phân phối chuẩn

Định nghĩa 7 (Normal distribution)

Biến ngẫu nhiên liên tục X nhận giá trị trong khoảng $(-\infty, +\infty)$ được gọi là có phân phối chuẩn với tham số μ, σ nếu hàm mật độ xác suất có dạng

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), -\infty < x < \infty$$

trong đó μ, σ là các hằng số và $\sigma > 0, -\infty < \mu < \infty$, ký hiệu $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

Nếu $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ thì

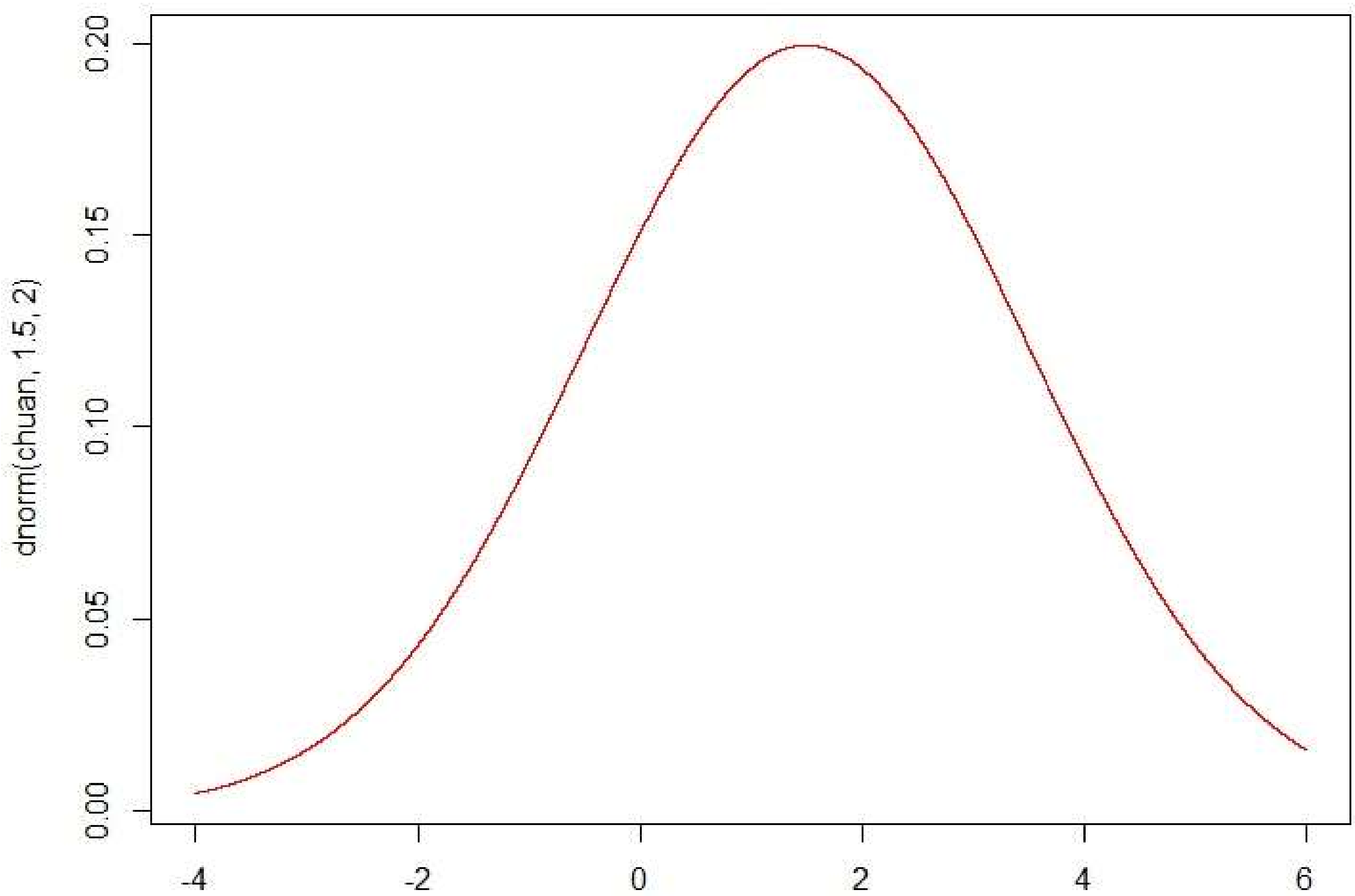
$$\mathbb{E}(X) = \mu$$

$$\mathbb{V}ar(X) = \sigma^2.$$

Phân phối chuẩn- Tính chất

* Đồ thị có dạng hình chuông
* Phân phối đối xứng
* Trung bình $=$ trung vị (median)$=$ Mode
* Vị trí của phân phối được xác định bởi kỳ vọng μ
* Độ phân tán được xác định bởi độ lệch tiêu chuẩn σ
* Xác định trên $\mathbb{R}$.

Phân phối chuẩn- Hàm mật độ



Phân phối chuẩn- Hàm phân phối