نظرية البيانات و الشبكات (Graphs and Networks)

يتكون البيان الموجه $G=(V,E)$ من مجموعة منتهية $V=\{1,2,....,n\}$ تسمى بمجموعة عقد البيان و مجموعة أخرى $E=\{e_1,......,e_m\}$ تسمى بمجموعة الأقواس حيث $e_k=(i,j)/i,j\in V\ \&\ i\neq j$ و نفترض أنه لايوجد أكثر من قوس واحد ذاهباً من العقدة i إلى العقدة j في البيان الموجه $G=(V,E)$ حيث $i,j\in V\ \&\ i\neq j$.

أمثلة

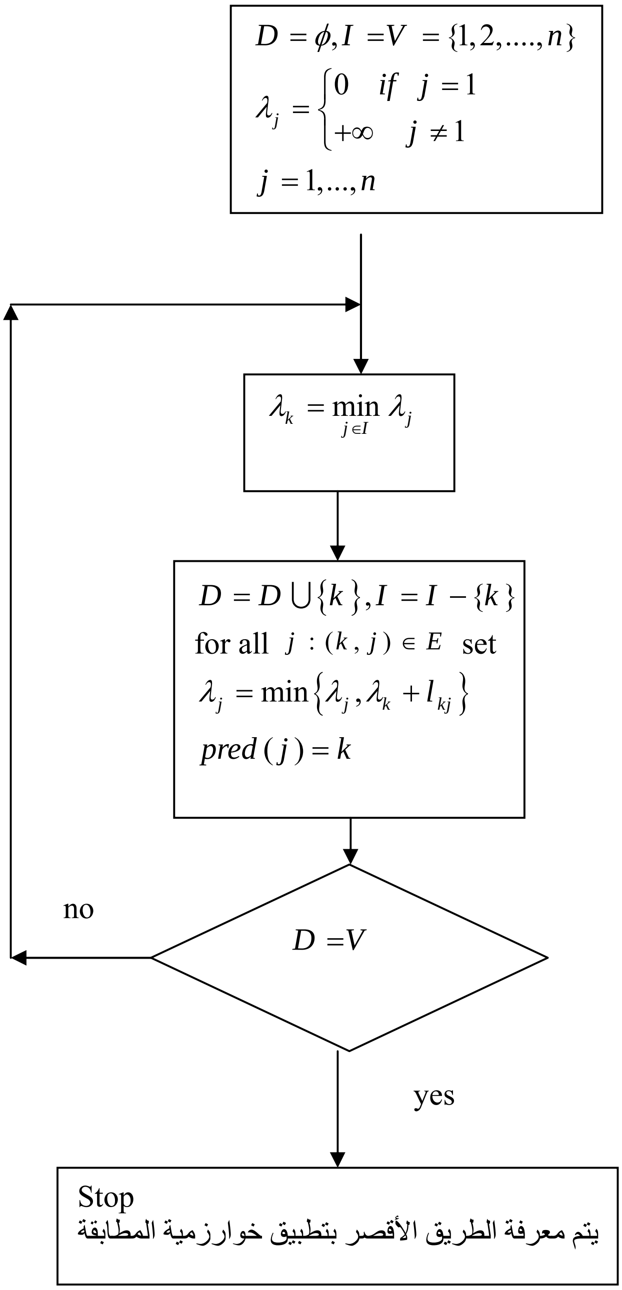
بيان أو شبكة	عقد	أقواس	تدفق
إتصالات	تلفونات،حواسب، أقمار صناية	كابلات، ألياف ضوئية، حزم ماكروية	رسائل صوتية، فيديو معلومات،
هيدروليك	محطات بترول أو مجمعات مياه	خطوط النقل	مياه، غاز، بترول
نقل	مطارات، محطات تبادل سيارات أو قطارات	طرق برية، طرق جوية	سيارات، طائرات، قطارات

مسألة المسار الأقصر في بيان موجه (مسألة الوزن الأدنى)(Shortest path problem)

تعتبر مسألة المسار الأقصر في بيان موجه من مسائل الأمثلة ذات التطبيقات الواسعة في المجال العلمي. ليكن $G=(V,E)$ بيان موجه لنعرف تابع $l:E\to\mathbb{R}^1$) حيث l_e يعبر عن وزن أو طول القوس e) و لنعتبر أن العقدة رقم 1 تعبر عن منبع البيان الموجه و العقدة رقم n تعبر عن مصب البيان الموجه. نرمز للمسار بين المنبع والمصب بـ $n-1$. يعبر عن طول المسار $n-1$ بمجموع أطوال الأقواس المنتمية إليه. المسألة إذاً هي عبارة عن إيجاد مسار $n-1$ بأدنى طول في البيان الموجه.

خوارزمية المسار الأقصر لـ مور-دايجكسترا

من أجل إيجاد المسار ألأقصر في بيان موجه بخوارزمية مور-دايجكسترا يجب علينا أعتبار جميع أطوال(أوزان) الأقواس حقيقية غير سالبة أي: $l : E \to \mathbb{R}_{+}^{1}$.

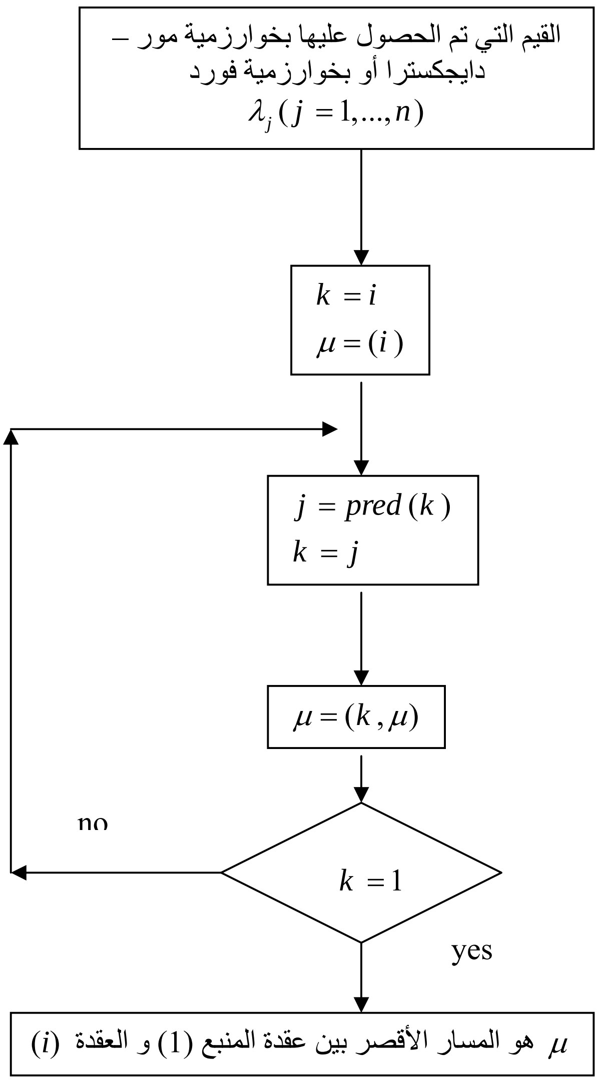


ملاحظة1. من أجل كل i={1,…,n}، إذا كان $\lambda_i < \infty$ فإنه يوجد مسار بين عقدة المنبع (1) و العقدة (i) بطول λ_i

من أجل كل i={1,…,n}، إذا كان $\lambda_i = \infty$ فإنه لا يوجد مسار بين عقدة المنبع (1) و العقدة (i)

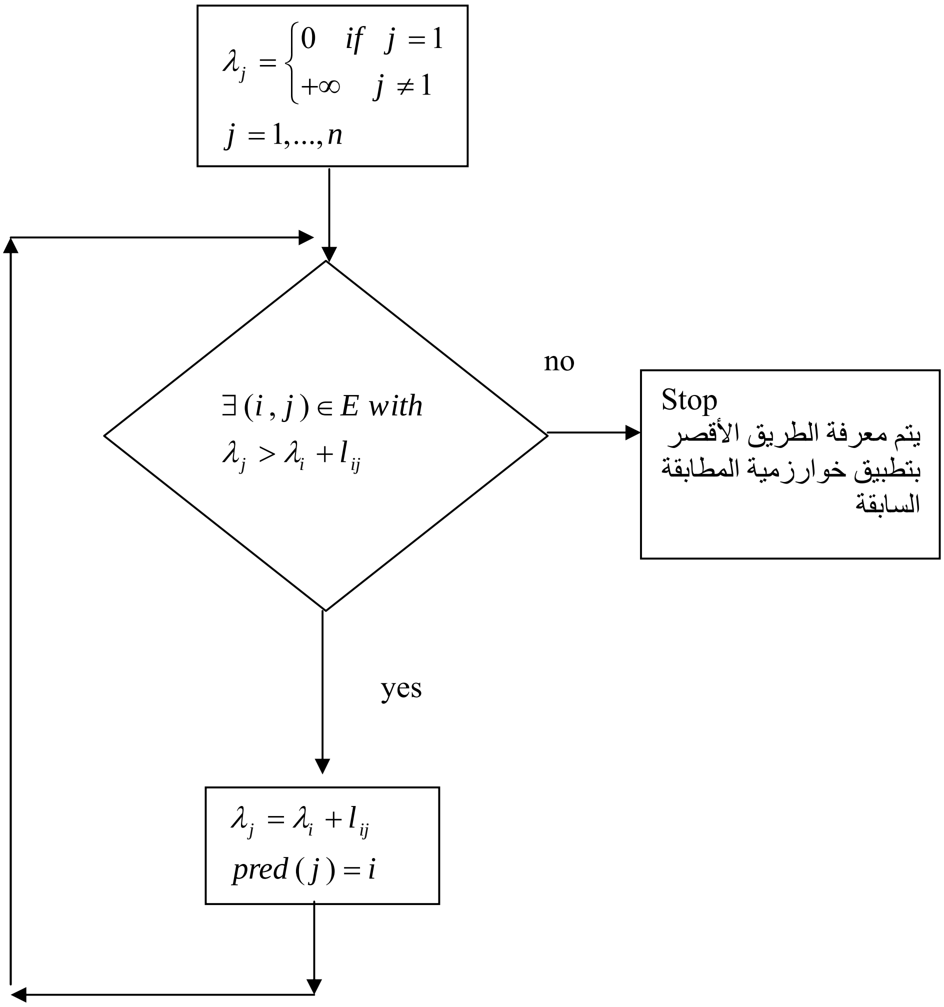
تقدر تعقيدية الخوارزمية مور-دايجكسترا لحل مسألة المسار الأقصر في بيان موجه بـ $O(n^2)$ و هو زمن حدودي.

خوارزمية المطابقة لمعرفة المسار الأقصر بين عقدة المنبع (1) و العقدة (*i*)



خوارزمية المسار الأقصر لـ فورد

من أجل إيجاد المسار ألأقصر في بيان موجه بخوارزمية مور-دايجكسترا يجب علينا أعتبار جميع أطوال(أوزان) الأقواس حقيقية أي: $l : E \to \mathbb{R}^1$.



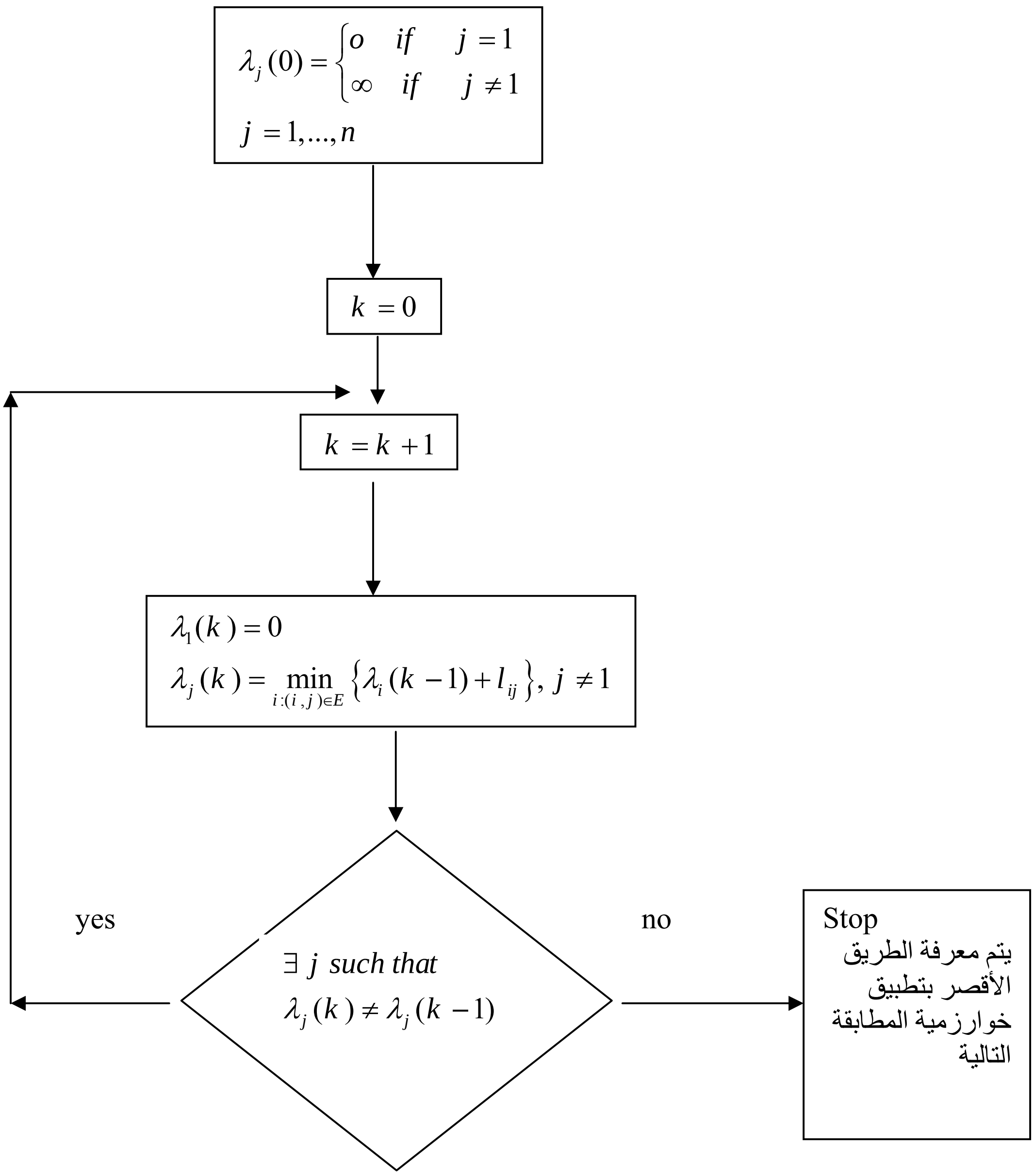
ملاحظة2. من أجل كل i={1,…,n}، إذا كان $\lambda_i < \infty$ فإنه يوجد مسار بين عقدة المنبع (1) و العقدة (i) بطول λ_i

من أجل كل i={1,…,n}، إذا كان $\lambda_i = \infty$ فإنه لا يوجد مسار بين عقدة المنبع (1) و العقدة (i)

تقدر تعقيدية الخوارزمية فورد لحل مسألة المسار الأقصر في بيان موجه بـ $O(n^2C)$ و هو زمن شبه حدودي حيث $C = \max\{l_{ij} : (i,j) \in E\}$.

خوارزمية المسار الأقصر لـ بيلمان-كالابا

من أجل إيجاد المسار ألأقصر في بيان موجه بخوارزمية مور-دايجكسترا يجب علينا أعتبار جميع أطوال(أوزان) الأقواس حقيقية أي: $l : E \to \mathbb{R}^1$.

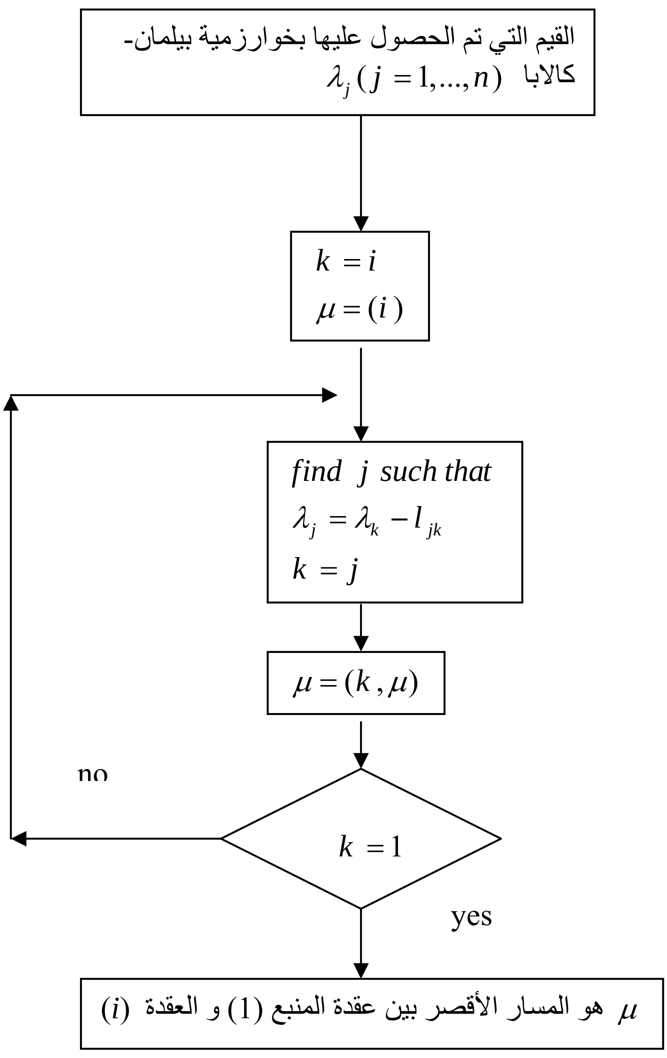


ملاحظة3. من أجل كل i={1,…,n}، إذا كان $\lambda_i < \infty$ فإنه يوجد مسار بين عقدة المنبع (1) و العقدة (i) بطول λ_i

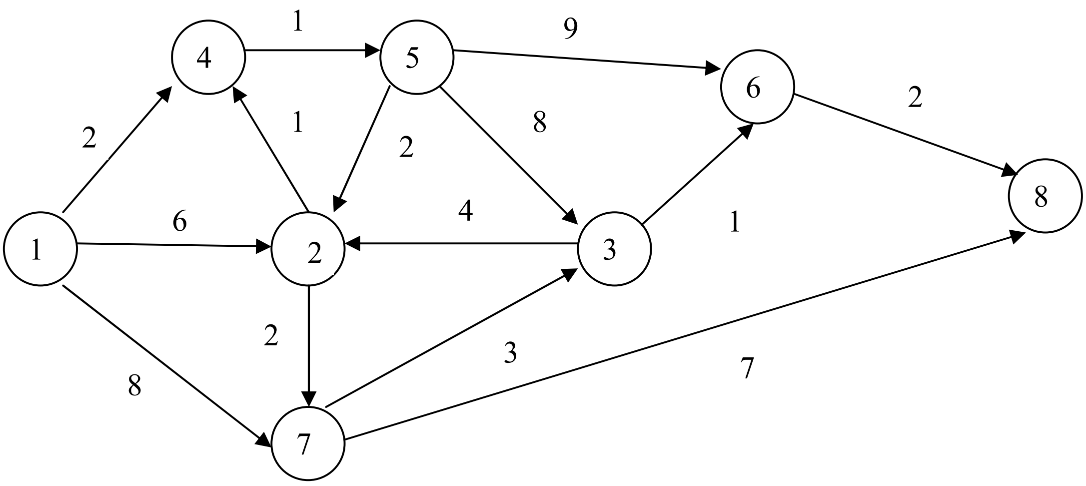
من أجل كل i={1,…,n}، إذا كان $\lambda_i = \infty$ فإنه لا يوجد مسار بين عقدة المنبع (1) و العقدة (i)

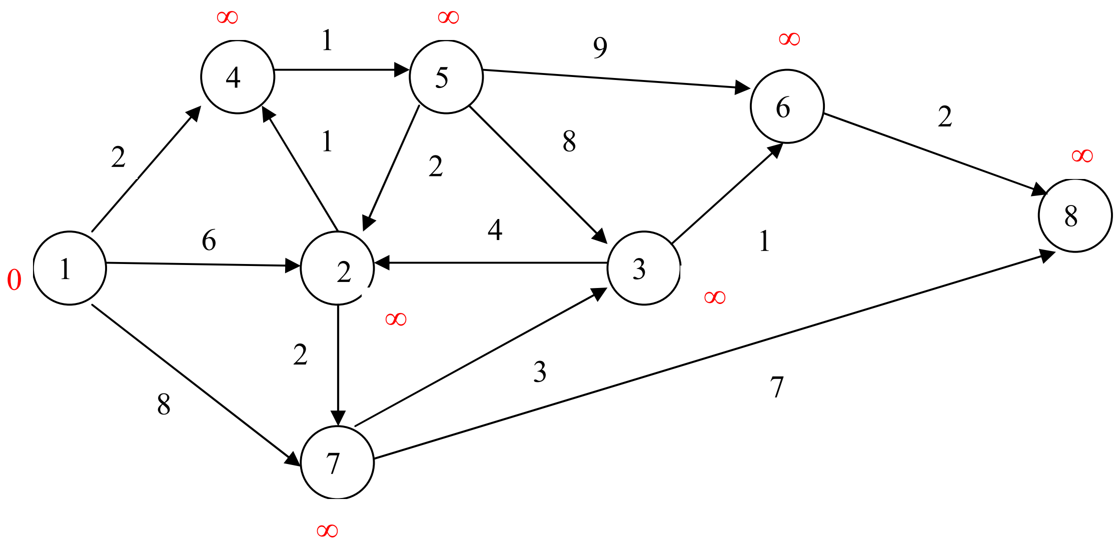
تقدر تعقيدية الخوارزمية فورد لحل مسألة المسار الأقصر في بيان موجه بـ $O(n^3)$ و هو زمن حدودي.

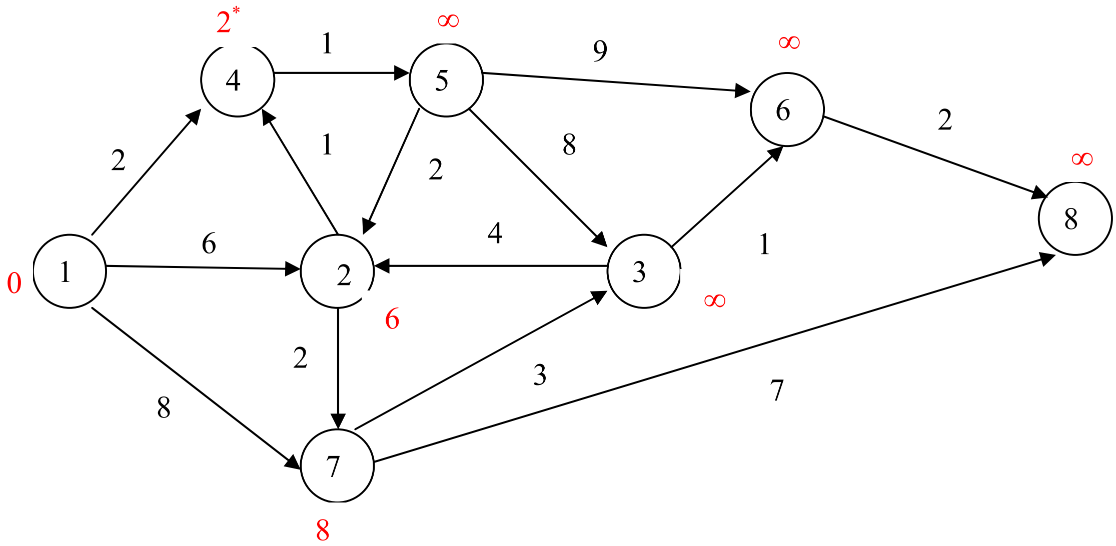
خوارزمية المطابقة لمعرفة المسار الأقصر بين عقدة المنبع (1) و العقدة (i)

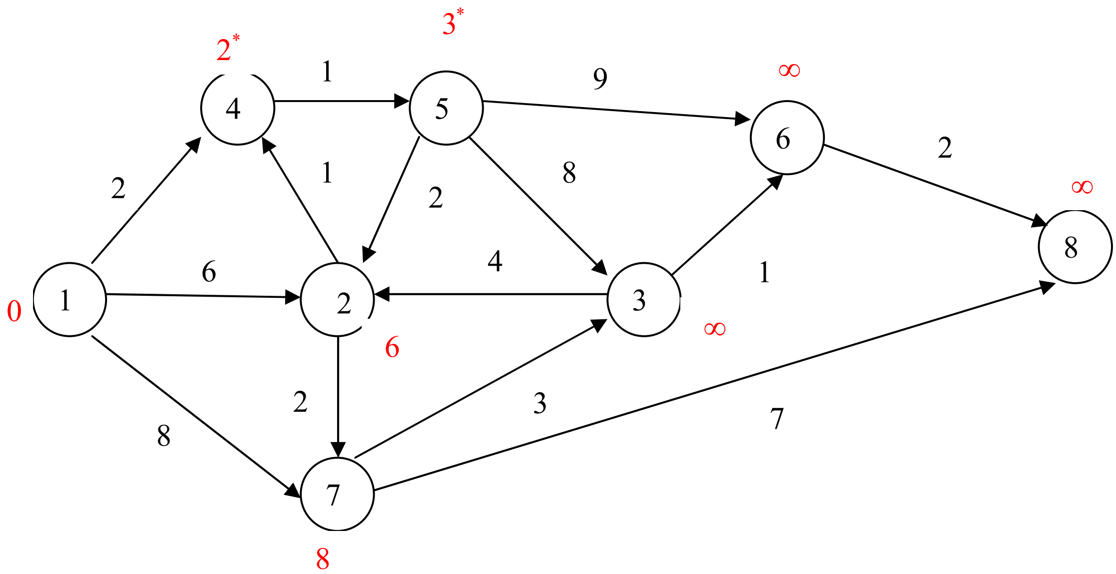


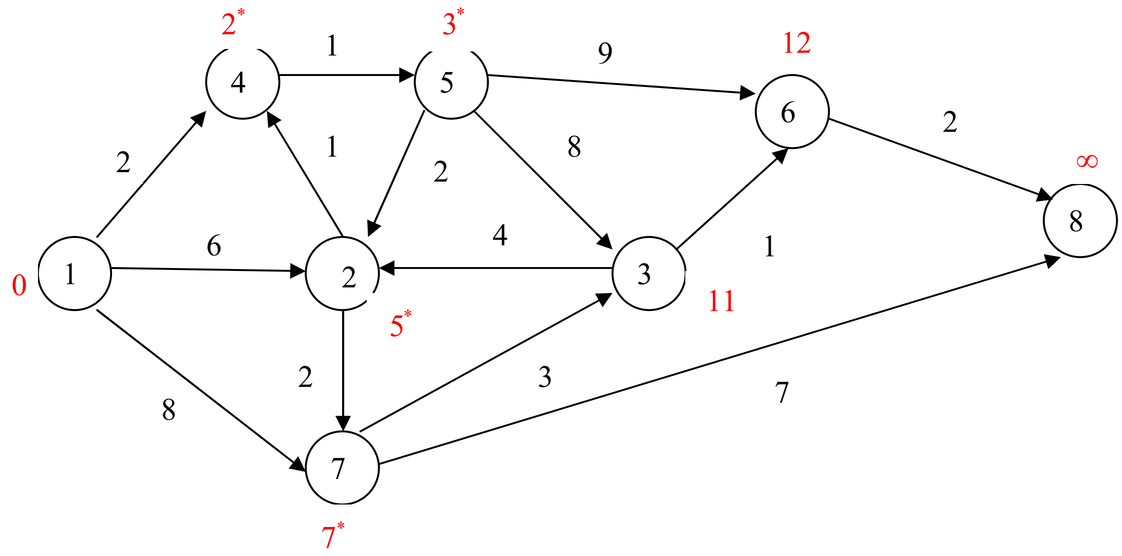
مثال 1. أوجد المسار الأقصر بين العقدتين 1 و 8 بتطبيق خوارزمية مور-دايجكسترا في البيان الموجه التالي



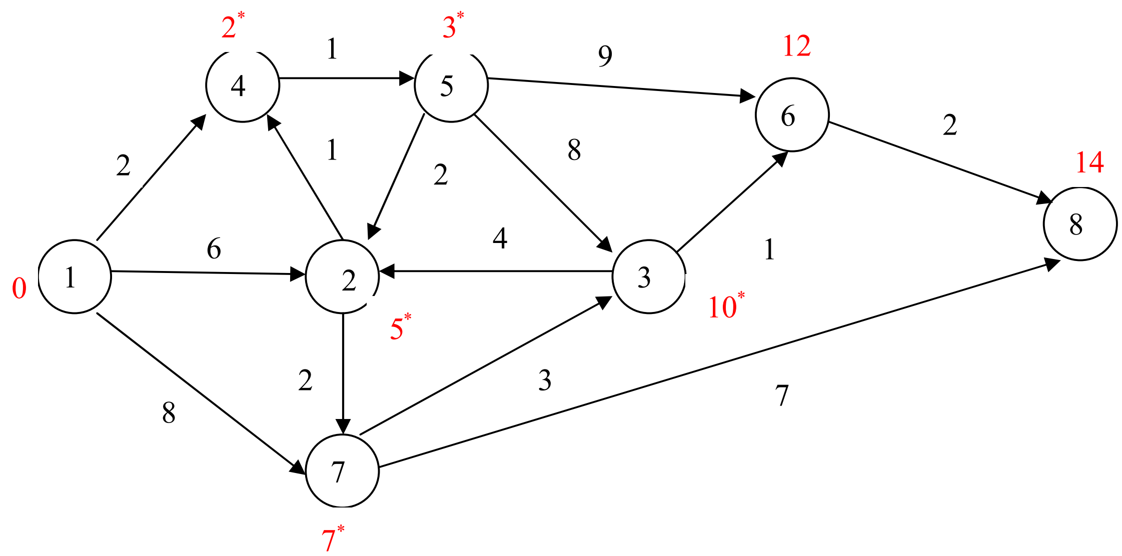



2*
1
∞
9
∞
4
5
6
2
2
1
8
∞
2
8
0
1
6
2
4
3
1
∞
6
2
3
7
8
7
8

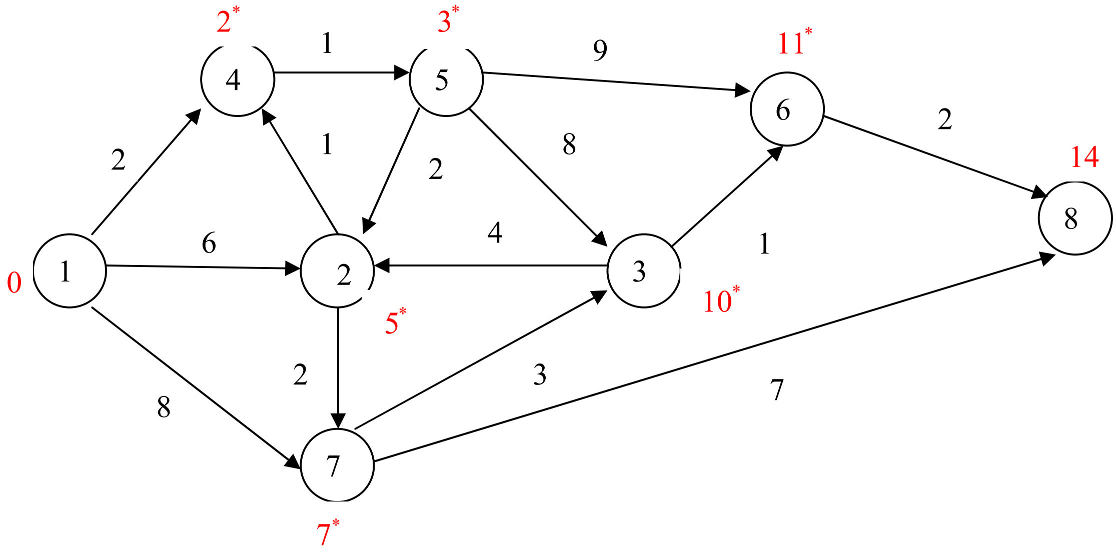

3*
2*
1
9
∞
4
5
6
2
2
1
8
∞
2
8
0
1
6
2
4
3
1
∞
6
2
3
7
8
7
8

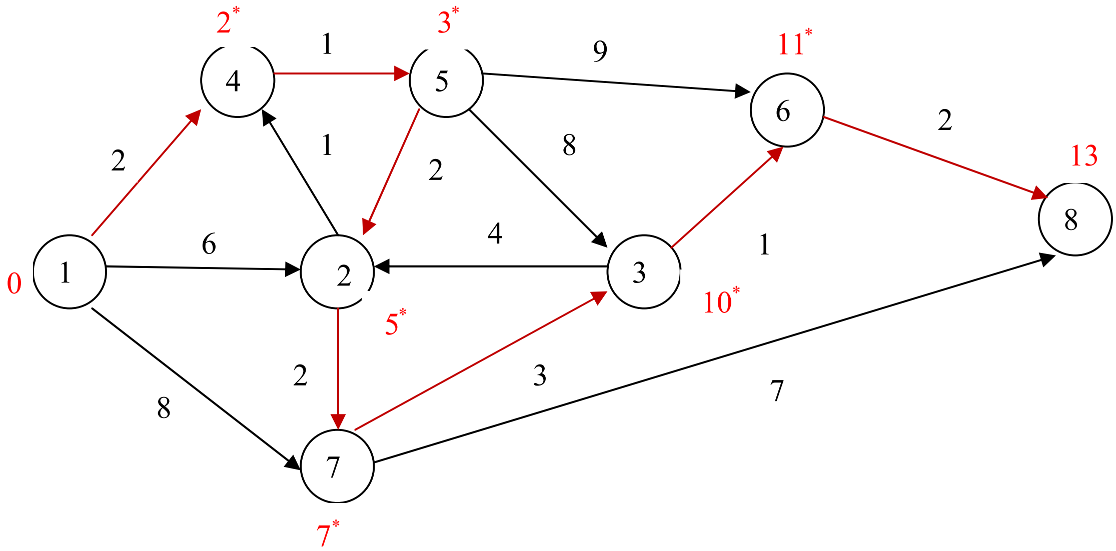


2*
3*
12
∞
0
5*
11
7*
1
2
3
4
5
6
7
8
1
9
2
1
2
8
6
4
1
2
3
7
8



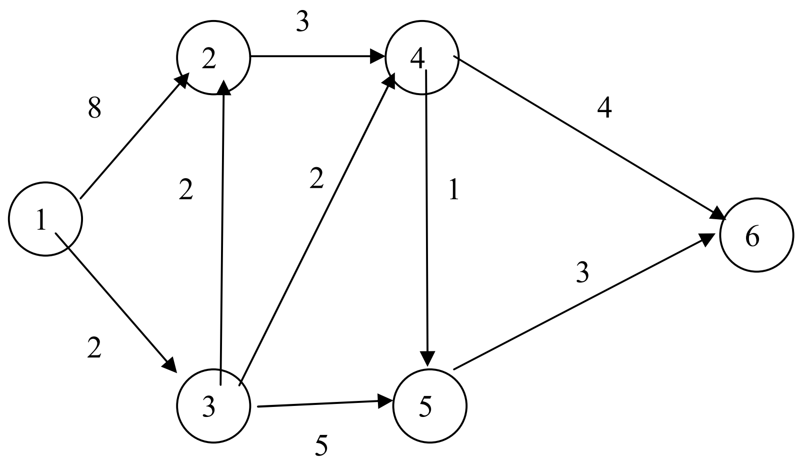
2*
3*
12
14
0
5*
10*
7*
1
2
3
4
5
6
7
8
1
9
2
1
2
8
6
4
1
2
3
7
8

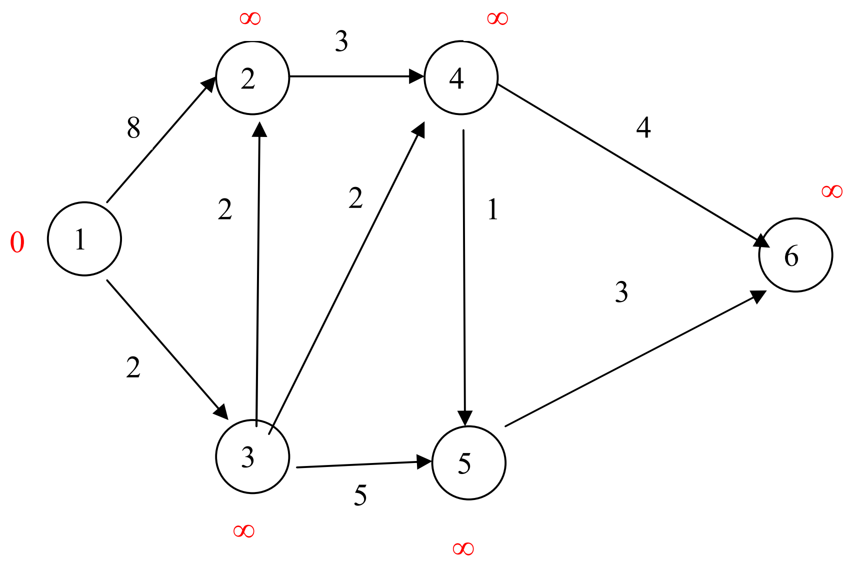


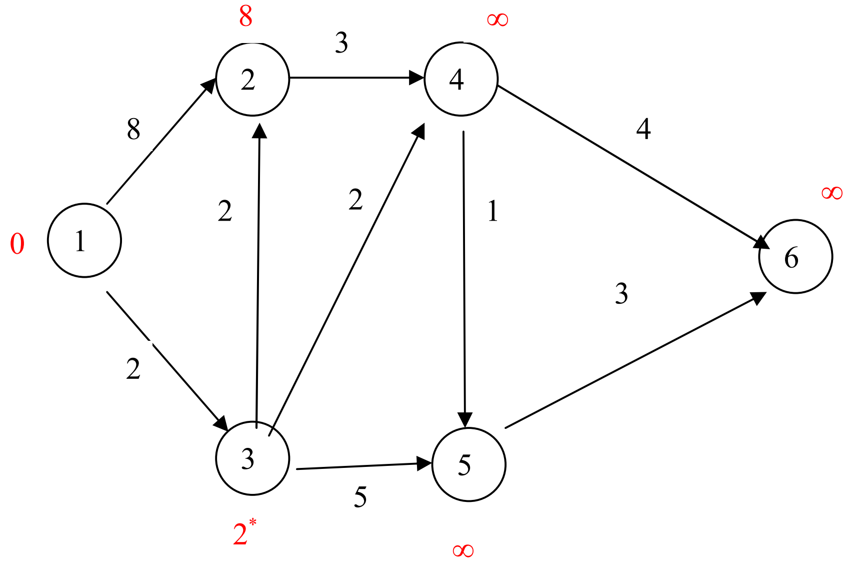


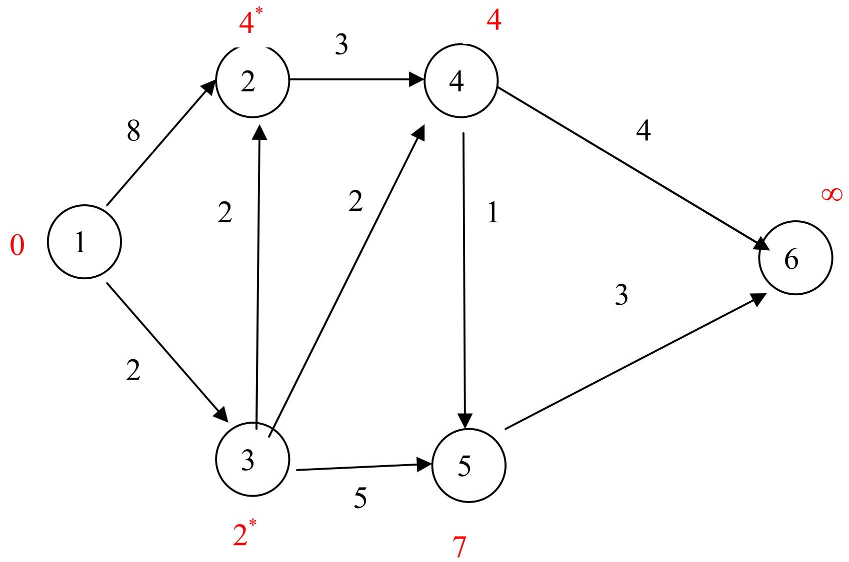
μ=(1,4,5,2,7,3,6,8) , $l(\mu)$=13

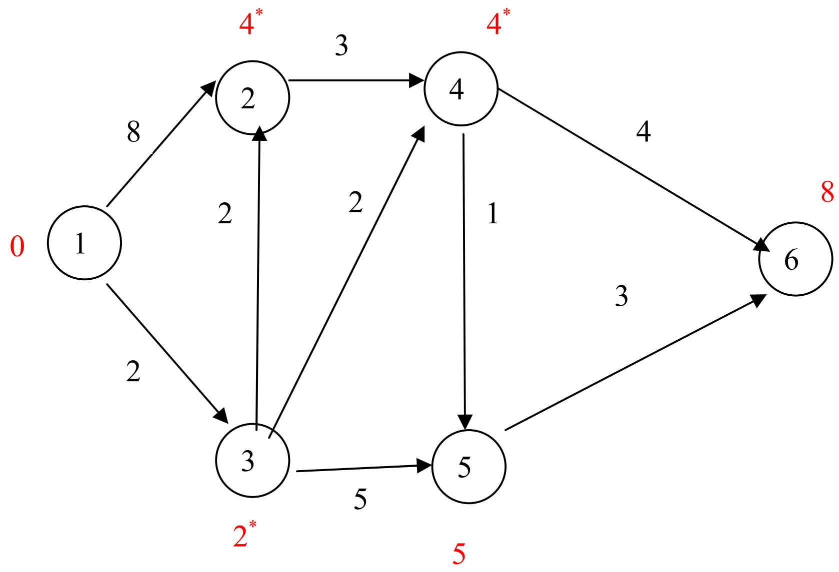
مثال 2. أوجد المسار الأقصر بين العقدتين 1 و 6 بتطبيق خوارزمية مور-دايجكسترا في البيان الموجه التالي

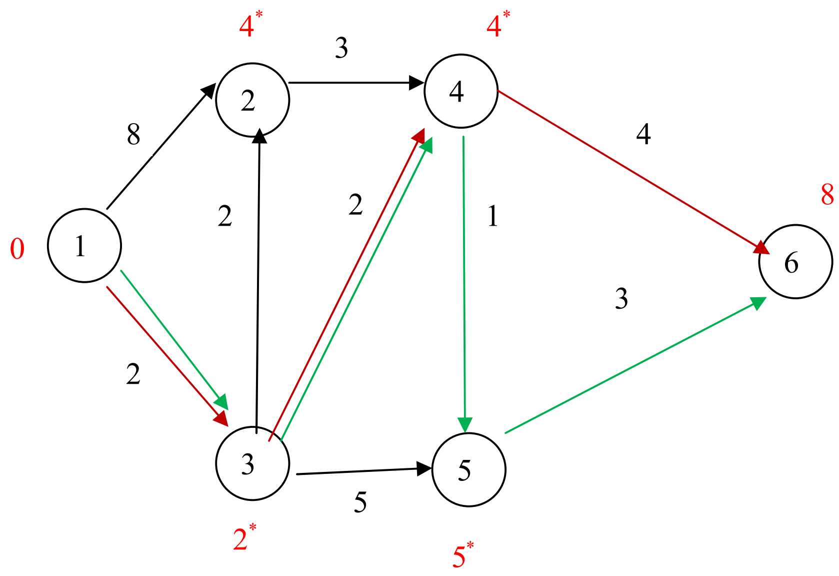





8
3
∞
2
4
8
4
2
2
1
∞
0
1
6
3
2
3
5
5
2*
∞


4*
3
4
2
4
8
4
2
2
1
∞
0
1
6
3
2
3
5
5
2*
7





μ=(1,3,4,6) or μ=(1,3,4,5,6) , $l(\mu)$=8