الفصل الثاني: الأعداد الحقيقية المعادلات والمتراجحات

الكلمات المفتاحية:

عدد طبيعي، عدد كلي، عدد صحيح، عدد عادي، عدد غير عادي، عدد حقيقي، خاصة تبديلية، خاصة تجميعية، خاصة توزيعية، عنصر حيادي، عنصر نظير، مجال، قيمة مطلقة، قوة، أس، جذر، لوغاريتم، عبارة جبرية، معادلة، مميز، متراجحة، إشارة ثلاثي جدود.

ملخص:

يهدف هذا الفصل إلى التعرف على مجموعات الأعداد لاسيما مجموعة الأعداد الحقيقية والعمليات الأساسية عليها من عمليات قوى ولوغاريتم وجذور. ومن ثم تم التطرق إلى مختلف أصناف المعادلات الجبرية بمجهول واحد وكيفية حلها في مجموعة الأعداد الحقيقية. وأخيراً دراسة وحل المتراجحات الخطية والتربيعية.

الأهداف التعليمية:

يتعرف الطالب في هذا الفصل على:

- مجموعات الأعداد وعلاقات الاحتواء بينها
- مجموعة الأعداد الحقيقية وخواصها والعمليات عليها
- المعادلات بكافة أنواعها (القيمة المطلقة، الخطية، التربيعية، الأسية، اللوغاريتمية)، وكيفية حلها
- المتراجحات (القيمة المطلقة، الخطية، التربيعية)، وكيفية حلها

1. تعاريف

مجموعة الأعداد الطبيعية

تعريف 1: نسمي الأعداد التي نستخدمها لعد الأشياء، مثل عدد الكتب في المكتبة أو عدد الطلاب في الصف. نسمي هذه الأعداد بالأعداد الطبيعية، ويرمز لها بالرمز $\mathcal{N}$.

$$\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

تحوي هذه المجموعة مجموعة الأعداد الأولية $\{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$ وهي الأعداد التي لا تقبل القسمة إلا على نفسها وعلى الواحد (الواحد عدد غير أولي).

مجموعة الأعداد الكلية

تعريف 2: مجموعة الأعداد الكلية هي مجموعة الأعداد الطبيعية مضافاً إليها العدد 0، ويرمز لها بالرمز $\mathcal{W}$. أي أن:

$$\mathcal{N} \cup \{0\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

مجموعة الأعداد الصحيحة

تعريف 3: تشمل مجموعة الأعداد الصحيحة الأعداد الطبيعية (الأعداد الموجبة) بالإضافة إلى العدد الصفر وكذلك الأعداد السالبة، ويرمز لها بالرمز $\mathcal{Z}$.

$$\mathcal{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

تحوي هذه المجموعة العديد من المجموعات الجزئية الشهيرة كالأعداد الزوجية والأعداد الفردية والأعداد الصحيحة الموجبة والأعداد الصحيحة السالبة.

ملاحظة 1: العدد الصحيح 0 ليس بعدد زوجي أو عدد فردي.

مجموعة الأعداد العادية

تعريف 4: تنتج مجموعة الأعداد العادية من قسمة عدد صحيح على عدد صحيح آخر لا يساوي الصفر، أي أنها من الشكل p/q، حيث p و q عددان صحيحان و $q \neq 0$. نرمز إلى مجموعة الأعداد العادية بالرمز $\mathcal{Q}$.

$$\mathcal{Q} = \left\{\frac{p}{q},\ p \in \mathcal{Z},\ q \in \mathcal{Z},\ q \neq 0\right\}$$

الأعداد $\frac{2}{3}$ و $-\frac{4}{9}$ و $\frac{5}{1}$ هي أعداد عادية. من الملاحظ أن $5 = \frac{5}{1}$ وبالتالي فإن الأعداد الصحيحة هي أعداد عادية.

يمكن كتابة الأعداد العادية بشكل عشري وذلك عن طريق تقسيم البسط على المقام. مثال على ذلك $\frac{3}{8} = 0.375$ (كتابة عشرية منتهية)، أما $\frac{3}{11} = 0.2727 \dots = 0.\overline{27}$ (كتابة عشرية دورية غير منتهية).

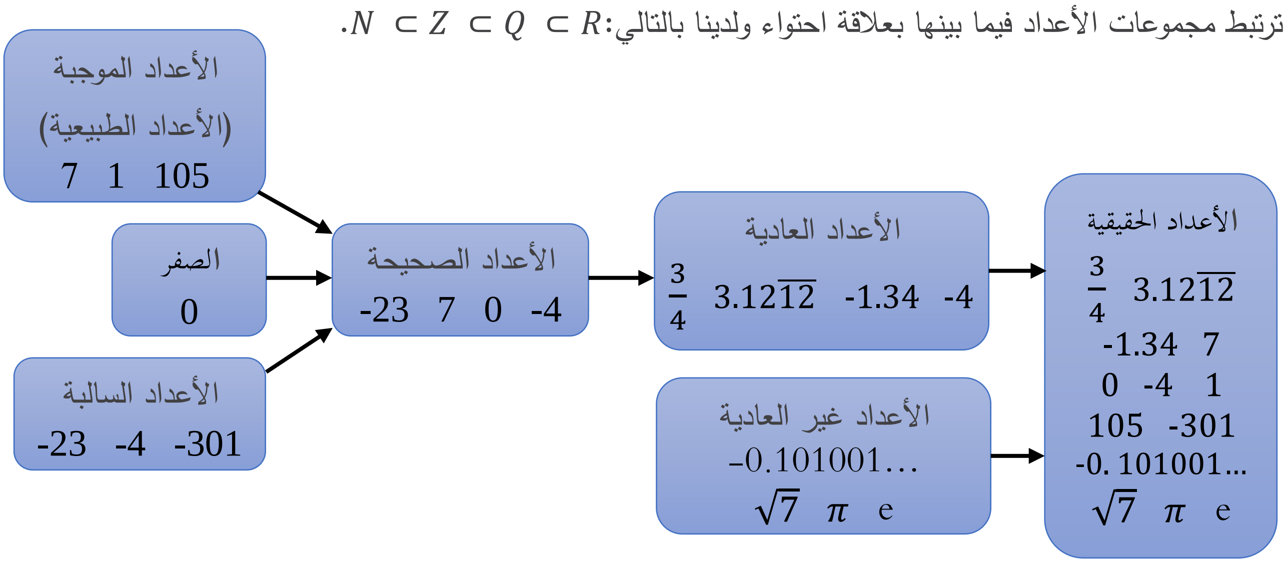
مجموعة الأعداد غير العادية

تعريف 5: بعض الأعداد لا يمكن كتابها لا بشكل عشري منته ولا بشكل عشري دوري غير منته. تسمى هذه الأعداد بالأعداد غير العادية.

مثال 1: الأعداد $0.010010001 \ldots$ و... $\sqrt{7} = 2.6457513 \ldots$ و... $\pi = 3.141592 \ldots$ والعدد النيبري: $e = 2.718281 \ldots$ هي أعداد غير عادية.

مجموعة الأعداد الحقيقية

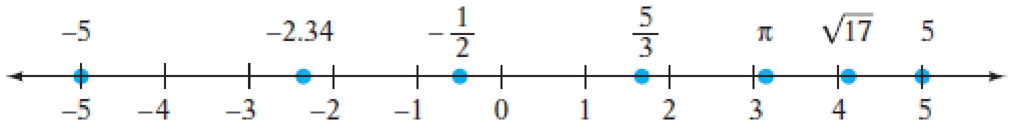
تعريف 6: تشمل الأعداد الحقيقية مجموعة الأعداد العادية وغير العادية. نرمز إلى مجموعة الأعداد الحقيقية بالرمز R.
كل عدد عادي هو عدد حقيقي. نقول إن المجموعة Q محتواة في المجموعة R، ونرمز إلى ذلك بالرمز $Q \subset \mathcal{R}$.
ترتبط مجموعات الأعداد فيما بينها بعلاقة احتواء ولدينا بالتالي: $N \subset Z \subset Q \subset R$.



مثال 2:

- العدد 7 هو عدد طبيعي وصحيح وعادي وحقيقي.
- العدد -4 هو عدد صحيح وعادي وحقيقي.
- العدد -1.34 هو عدد عادي وحقيقي.

يتم تمثيل الأعداد الحقيقية بخط مستقيم موجه نسميه محور الأعداد الحقيقية. يوافق كل عدد حقيقي نقطة وحيدة على المحور، وبالعكس كل نقطة من المحور توافق عدد حقيقي وحيد.



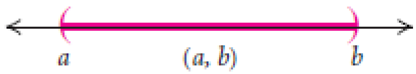
من خلال محور الأعداد الحقيقية يمكن القول بأنه إذا كان العدد a يقع إلى يسار العدد b، عندها يكون a أصغر من b $(a < b)$. بشكل مشابه العدد a أكبر من العدد b $(a > b)$ إذا وجد a إلى يمين b على المحور.
تقرأ العبارة $a \leq b$ "العدد a أصغر أو يساوي العدد b"، وهي صحيحة عندما تكون $a < b$ صحيحة أو عندما تكون $a = b$ صحيحة.
يُستخدم الرمز $\in$ للإشارة إلى أن عنصر ينتمي إلى مجموعة، على سبيل المثال عندما نكتب $3.12\overline{12} \in Q$ معناها أن العدد $3.12\overline{12}$ هو عدد عادي. ويمكننا أن نكتب أيضاً أن $\pi \notin Q$ للدلالة على أن العدد π ليس عدد عادي (لا ينتمي إلى Q).

2. الأعداد الحقيقية

1.2 المجال في مجموعة الأعداد الحقيقية

يمكن التعبير على مجموعات الأعداد الحقيقية باستخدام مفهوم المجال. على سبيل المثال الأعداد الحقيقية المحصورة بين العددين a و b بحيث $a < b$ وبدون العددين a و b عبارة عن مجال مفتوح

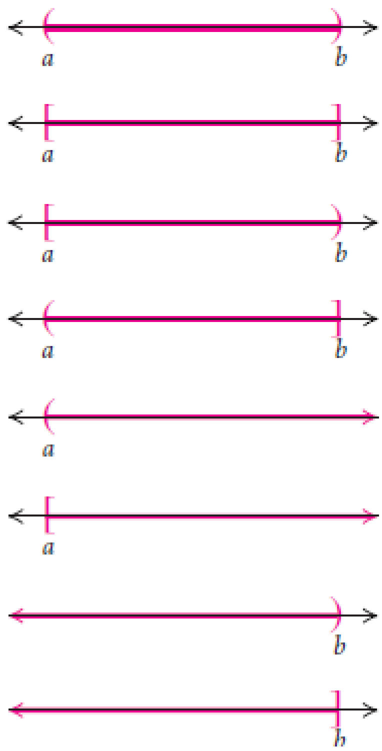
$$(a,b) = \{x|\ a < x < b\}: (a,b)$$



النقطتين a و b هما طرفي المجال، والأقواس تدل على أن طرفي المجال لا ينتميان إلى المجال.

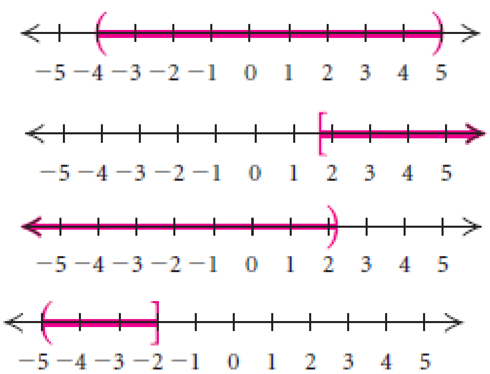
أنواع المجالات

$\{x \mid a < x < b\}$	(a,b)	مفتوح
$\{x \mid a \le x \le b\}$	$[a,b]$	مغلق
$\{x \mid a \le x < b\}$	$[a,b)$	نصف مفتوح
$\{x \mid a < x \le b\}$	$(a,b]$	نصف مفتوح
$\{x \mid x > a\}$	(a,∞)	مفتوح
$\{x \mid x \ge a\}$	$[a,\infty)$	نصف مفتوح
$\{x \mid x < b\}$	$(-\infty,b)$	مفتوح
$\{x \mid x \le b\}$	$(-\infty,b]$	نصف مفتوح



مثال 3:

- $\{x| -4 < x < 5\} = (-4,5)$
- $\{x|x \ge 1.7\} = [1.7,+\infty)$
- $\{x| -5 < x \le -2\} = (-5,-2]$
- $\{x|x < \sqrt{5}\} = (-\infty,\sqrt{5})$



2.2 خصائص الأعداد الحقيقية

لتكن الأعداد الحقيقية a, b, c ولندرس خصائصها بالنسبة لعمليتي الجمع والضرب:

الخاصة التبديلية:

$a + b = b + a$ مثال: $3 + 5 = 5 + 3 = 8$

$a.b = b.a$ مثال: $3.5 = 5.3 = 15$

الخاصة التجميعية:

$a + (b + c) = (a + b) + c$ مثال: $3 + (5 + 2) = (3 + 5) + 2 = 10$

$a.(b.c) = (a.b).c$ مثال: $3.(5.2) = (3.5).2 = 30$

العنصر الحيادي:

العنصر الحيادي بالنسبة لعملية الجمع هو العدد 0، كما أن العدد 1 هو العنصر الحيادي بالنسبة لعملية الضرب.

$a + 0 = 0 + a = a$ مثال: $3 + 0 = 0 + 3 = 3$

$a.1 = 1.a = a$ مثال: $3.1 = 1.3 = 3$

العنصر النظير:

نظير العدد a بالنسبة لعملية الجمع هو $-a$، كما أن نظير العدد a $(a \neq 0)$ هو العدد $\frac{1}{a}$ بالنسبة لعملية الضرب.

$(-a) + a = a + (-a) = 0$ مثال: $(-3) + 3 = 3 + (-3) = 0$

$a.\frac{1}{a} = \frac{1}{a}.a = 1$ مثال: $3.\frac{1}{3} = \frac{1}{3}.3 = 1$

الخاصة التوزيعية:

عملية الضرب توزيعية على عملية الجمع

$a.(b + c) = a.b + a.c$ مثال: $3.(5 + 2) = 3.5 + 3.2 = 21$

ملاحظة 2: خاصة التوزيع صحيحة أيضاً من أجل عملية الطرح

$a.(b - c) = a.b - a.c$ مثال: $3.(5 - 2) = 3.5 - 3.2 = 9$

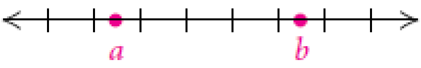
ملاحظة 3: عملية الجمع ليست توزيعية على عملية الضرب. مثال $3 + (5.2) = 13$، بينما

$40 = (3 + 5).(3 + 2)$ والنتيجتان مختلفتان.

القيمة المطلقة

تعريف 7: القيمة المطلقة لعدد ما a ويرمز لها بالرمز $|a|$، تعرف على أنها المسافة التي تفصلها عن المبدأ (العدد صفر) لمحور الأعداد الحقيقية، وهي قيمة موجبة دوماً $|a| \geq 0$. على سبيل المثال $|-5| = 5$، $|3/4| = 3/4$. وبالتالي فإن التعريف الرياضي للقيمة المطلقة هو:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{if } a \geq 0 \\ -a, & \text{if } a < 0 \end{cases}$$



$|a - b| = |b - a|$

يمكن استخدام القية المطلقة في إيجاد المسافة الفاصلة بين نقطتين على محور الأعداد الحقيقية. وبالتالي ومن أجل أي عددين a, b المسافة الفاصلة بينهما هي $|a - b| = |b - a|$.

مثال 4: المسافة التي تفصل العددين -2 و 3 هي $5 = |3 - (-2)| = |-2 - 3|$.

خصائص أخرى للقيمة المطلقة:

- $|a.b| = |a|.|b|$
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$
- $|a + b| \leq |a| + |b|$

مثال 5:

- $-|-3| - |8| = -3 - 8 = -11$
- $|1 - \pi| = \pi - 1$، لأن $\pi > 1$ وبالتالي $1 - \pi < 0$
- $|x^2 + 1| = x^2 + 1$، لأن $x^2 \geq 0$ وبالتالي $x^2 + 1 > 0$
- $|x + 1| + |x - 3|, x > 4$
- $|x + 1| + |x - 3| = x + 1 + x - 3 = 2x - 2$

رفع عدد حقيقي إلى أس صحيح

تعريف 8: ليكن a عدد حقيقي، وليكن n عدداً صحيحاً موجباً، نعرف a^n على أنها ناتج ضرب العدد a بنفسه n مرة. $a^n = a.a.a \dots a$. نسمي العدد a الأساس ونسمي العدد n بالأس. أما من أجل أس للعدد صفر أو عدد صحيح سالب فإننا نعرف القوى كما يلي: $a^0 = 1$ و $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

مثال 6:

$(-3.4)^0 = 1$ $\quad$ $4^{-5} = \frac{1}{4^{-5}}$ $\quad$ $\frac{1}{(0.82)^{-7}} = (0.82)^7$ $\quad$ $\frac{x^{-3}y^{-8}}{z^{-10}} = \frac{z^{10}}{x^3y^8}$

خصائص القوى

ليكن لدينا عددان حقيقيان a, b وعددان صحيحان m, n نذكر بالخصائص التالية:

- $a^m . a^n = a^{m+n}$ مثال: $2^2 . 2^4 = 2^{2+4} = 2^6 = 64$
$3^{-4} . 3^7 = 3^{-4+7} = 3^3 = 27$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$ مثال: $\frac{2^6}{2^4} = 2^{6-4} = 2^2 = 4$
- $(a^m)^n = a^{m.n}$ مثال: $(4^2)^3 = 4^{2.3} = 4^6 = 4096$
- $(a.b)^m = a^m . b^m$ مثال: $(2.3)^4 = 2^4 . 3^4 = 1296$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, b \neq 0$ مثال: $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{4^3}{5^3}$

ترتيب (أولويات) العمليات على الأعداد الحقيقية

في حال عدم وجود أقواس:

- نبحث عن القوى ونحسبها من اليسار إلى اليمين.
- نطبق عمليات الضرب والقسمة بالترتيب الذي تظهر عليه من اليسار إلى اليمين.
- نطبق عمليات الجمع والطرح بالترتيب الذي تظهر عليه من اليسار إلى اليمين.

في حال وجود أقواس:

نطبق نفس العمليات أعلاه بالترتيب المذكور ضمن الأقواس أولاً ونبدأ من الأقواس الداخلية ثم ننتقل إلى الأقواس الخارجية.

مثال 7: احسب المقدار $8(5 - 3)^3 - 20$

$$8(5 - 3)^3 - 20 = 8.2^3 - 20 = 8.8 - 20 = 64 - 20 = 44$$

الجذور والعمليات عليها

تعريف 9: يشير الرمز $\sqrt{a}$ إلى الجذر التربيعي للعدد غير السالب a، ويشير الرمز $\sqrt[3]{a}$ إلى الجذر التكعيبي للعدد a، ويشير الرمز $\sqrt[n]{a}$ إلى الجذر ذو الرتبة n للعدد a، بمعنى أنه العدد الحقيقي الذي إذا رفع إلى الأس n أعطى العدد a.

نقول عن عدد حقيقي c أنه الجذر ذو الرتبة n للعدد الحقيقي a إذا كان $c^n = a$.

مثال 8:

- $\sqrt{36} = 6$ لأن $6^2 = 36$ $\qquad -\sqrt{36} = -6$
- $\sqrt[3]{-8} = -2$ لأن $(-2)^3 = -8$
- $\sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{2}{3}$ لأن $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$
- $\sqrt[4]{-16}$ ليس بعدد حقيقي لأنه لا يوجد عدد حقيقي بحيث إذا رفع للأس 4 أعطى 16-

خصائص الجذور

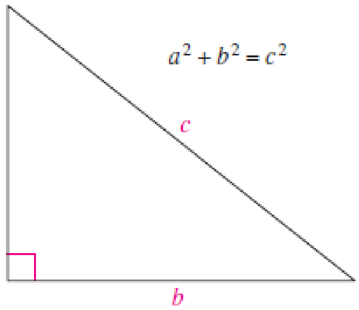
ليكن لدينا عددان حقيقيان a, b وعددان صحيحان m, n و $n \neq 1$ نذكر بالخصائص التالية:

- $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ إذا كان n عدد زوجي
- $\sqrt[n]{a^n} = a$ إذا كان n عدد فردي
- $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$ $\qquad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, (b \neq 0)$ $\qquad \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$

مثال 9:

- $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$
- $\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$
- $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{72}{6}} = \sqrt{12} = \sqrt{4.3} = \sqrt{4}.\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
- $\sqrt{\frac{x^2}{16}} = \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{16}} = \frac{|x|}{4}$

تطبيق 1: نظرية فيثاغورث



في مثلث قائم مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمين.

$c^2 = a^2 + b^2$

مثال 10: ليكن $a = 3$ و $b = 4$. أوجد طول الوتر c

$c^2 = a^2 + b^2$ وبالتالي فإن

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

إزالة الجذر من البسط أو المقام

يمكن التخلص من الجذر في المقام بضرب البسط والمقام بنفس بالمقدار بحيث يتم الحصول على قوة من الرتبة n كاملة.

مثال 11:

- $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$
- $\frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{9}} = \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{9}}.\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[3]{21}}{\sqrt[3]{21}} = \frac{\sqrt[3]{21}}{3}$

نسمي العبارتين $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ و $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$ بالمرافقة. حاصل ضربهما مع بعض يخلو من الجذور وبالتالي يمكن استخدامهما للتخلص من الجذر في البسط أو المقام $(a\sqrt{b} - c\sqrt{d}).(a\sqrt{b} + c\sqrt{d}) = a^2b - c^2d$.

مثال 12:

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{5} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{5}.\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{x - y}{5\sqrt{x} + 5\sqrt{y}}$$

رفع عدد حقيقي إلى أس عادي

ليكن a عددا حقيقياً، وليكن m و n عددان طبيعيان بحيث $n \geq 2$، التي من أجلها $\sqrt[n]{a}$ موجود:

- $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$
- $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ $\qquad$ $a^{-m/n} = \frac{1}{a^{m/n}}$

مثال 13:

- $8^{-5/3} = \frac{1}{8^{5/3}} = \frac{1}{(\sqrt[3]{8})^5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
- $\sqrt[6]{x^3} = x^{3/6} = x^{1/2} = \sqrt{x}$
- $(x+3)^{5/2}.(x+3)^{-1/2} = (x+3)^{5/2-1/2} = (x+3)^2$

اللوغاريتمات

تعريف 10 (اللوغاريتم):

يعرف لوغاريتم عدد ما موجب غير معدوم a بالنسبة للأساس 10، بأنه الأس المرفوع على الأساس 10 والذي سينتج ذلك العدد. فعلى سبيل المثال لوغاريتم العدد 1000 بالنسبة للأساس 10 هو 3 لأن $10^3 = 1000$. يرمز للوغاريتم بالرمز $log_{10}\, a = log\, a$.

مثال 14:

- $100 = 10^2$ لأن $log\ 100 = 2$
- $0.001 = 10^{-3}$ لأن $log\ 0.001 = -3$

خصائص اللوغاريتم

ليكن لدينا عددان حقيقيان موجبان مختلفان عن الصفر a, b وليكن n عدد صحيح نذكر بالخصائص التالية:

- $log(ab) = log\ a + log\ b$
- $log(\frac{a}{b}) = log\ a - log\ b$ $\qquad$ $log(\frac{1}{a}) = -log\ a$
- $log(x^n) = \mathrm{n}.log\ a$ $\qquad$ $log\ 1 = 0$

مثال 15:

- $\frac{log\ 49}{log\frac{1}{7}} = \frac{log\ 7^2}{log\ 7^{-1}} = \frac{2\ log\ 7}{-1\ log\ 7} = -2$
- اكتب المعادلة التالية بدون لوغاريتم $log\ c = log\ a + 3log\ b$

$log\ c = log\ a + 3log\ b = log\ a + log\ b^{\ 3} = log(ab^3)$ وبالتالي فإن $c = ab^3$

لوغاريتم لأي أساس b

لا حظنا سابقاً أن $x = log_{10}\ a \iff 10^x = a$، وبشكل عام فإن $x = log_b\ a \iff b^x = a$ يمثل لوغاريتم العدد a بالنسبة للأساس b.

مثال 16:

- $log_2\ 16 = 4$ $\qquad$ $log_2 \frac{1}{\sqrt{2}} = log_2\ 2^{-1/2} = -1/2$
- حل المعادلة $log_5\ x = -2$ هو $x = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

اللوغاريتم النيبري (الطبيعي)

هو لوغاريتم أساسه العد الحقيقي (غير العادي) $e = 2.718281 \ldots$ ونرمز له بالرمز $log_e\ a = ln\ a$

مثال 17:

$ln\ e = 1$ $\qquad$ $ln\ \frac{1}{e} = -1$ $\qquad$ $ln\ 1 = 0$ $\qquad$ $ln\ e^5 = 5$

3. المعادلات

1.3 العبارات الجبرية

تعريف 11: ليكن لدينا العديد من المتحولات x, y, z على سبيل المثال وبعض الأعداد الحقيقية، نقوم بتركيبها مع بعضها البعض باستخدام العمليات الحسابية كالجمع والطرح والقسمة والضرب والجذور والقوى، نحصل على عبارة جبرية.

مثال 18:

$$2x^2 - 3x + 4 \qquad \sqrt{x} + 10 \qquad \frac{y-2z}{y^2+4}$$

متطابقات شهيرة

تفيد المتطابقات الشهيرة في نشر العبارات أو تحليلها إلى عوامل، وأهمها المتطابقات من الدرجة الثانية التالية:

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

مثال 19: انشر المقدار $(2x+3y)^2$

$$(2x+3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

مثال 20: أثبت أن $A = \left(3\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2 + \left(3\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2$ هو عدد طبيعي

$$A = \left(3\sqrt{2}\right)^2 + 2\left(3\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}\right) + \left(\sqrt{3}\right)^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2 - 2\left(3\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}\right) + \left(\sqrt{3}\right)^2$$

$$A = 18 + 6\sqrt{6} + 3 + 18 - 6\sqrt{6} + 3 = 42$$

2.3 المعادلات الجبرية

ليكن لدينا العبارات الجبرية التالية:

$$A = 2x - 5 \qquad B = (-2x+3)(x+4)$$

$$C = 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 \qquad D = x^2 + y^2$$

تعريف 12: نسمي كلاً من الصيغ $A = 0$ أو $B = 0$ أو $C = 0$ أو $D = 0$ أو ما يماثلها معادلة جبرية، ونسمي المتحولات x و y و ... مجاهيل هذه المعادلات. وحل أي منها ضمن مجموعة معطاة هو البحث في هذه المجموعة عن قيم متحولات المعادلة. للمعادلة $A = 0$ على سبيل المثال حل واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية هو $x = 5/2$.

تقوم الطريقة العامة لحل معادلة من الشكل $A = 0$ على تطبيق تحويلات بسيطة متتالية عليها لإرجاعها إلى معادلة جديدة مكافئة لها تكون أسهل حلاً. فيما يلي بعض هذه القواعد:

1. عندما نجمع العدد نفسه إلى طرفي المعادلة $A = 0$ أو نطرحه من طرفيها، نحصل على معادلة جديدة مكافئة لها، أي لها نفس حلول المعادلة $A = 0$.

2. عندما نضرب طرفي المعادلة $A = 0$ بالعدد غير المعدوم (لا يساوي الصفر) نفسه أو نقسم طرفيها عليه، نحصل على معادلة جديدة مكافئة لها.
3. إذا كانت A و B عبارتان جبريتان. فإن المعادلة $A.B = 0$ تكافئ $A = 0$ أو $B = 0$.

مثال 21:

- لحل المعادلة $7 = 3 - x$ نجمع المقدار 3 إلى طرفي المعادلة فينتج $7 + 3 = 3 + 3 - x$ وبالتالي يصبح لدينا: $x = 10$.
- لحل المعادلة $12 = -3/4x$ نضرب طرفي المعادلة بالمقدار $-4/3$ فينتج: $(-4/3)12 = (-4/3)(-3/4)x$ وبالتالي يصبح لدينا $x = -16$.
- لحل المعادلة $B = (-2x+3)(x+4) = 0$ نبدأ بحل كل من المعادلتين $-2x + 3 = 0$ و $x + 4 = 0$. تقبل الأولى العدد $3/2$ حلاً وحيداً لها، وتقبل الثانية العدد -4 حلاً وحيداً. إذن العددان الحقيقيان $3/2$ و -4 هما حل للمعادلة $(-2x+3)(x+4) = 0$.

3.3 حل معادلة تآلفية

إن أبسط نوع من المعادلات هو المعادلة التآلفية (معادلة من الدرجة الأولى). تأخذ المعادلة التآلفية الشكل $ax + b = 0$، حيث a و b عددان حقيقيان (a لا يساوي الصفر) و x هو المتحول. كما أن حل هذه المعادلة التآلفية هو من الشكل $x = -b/a$.

مثال 22: حل المعادلة التالية $7x - 4 = 3x + 8$

$$(7x - 4) + 4 = (3x + 8) + 4$$
$$7x = 3x + 12$$
$$7x - 3x = (3x + 12) - 3x$$
$$4x = 12 \Longrightarrow 4x/3 = 12/3 \Longrightarrow x = 3$$

مثال 23: حل المعادلة التالية $\frac{x}{6} + \frac{2}{3} = \frac{3}{4}x$

$$12.\left(\frac{x}{6} + \frac{2}{3}\right) = 12.\frac{3}{4}x$$
$$2x + 8 = 9x$$
$$8 = 7x \Rightarrow x = \frac{8}{7}$$

4.3 حل معادلات القيمة المطلقة

معادلة القيمة المطلقة هي من الشكل $|x| = C$ وحلها هو $x = \pm C$

مثال 24:

- حل المعادلة $|x| = 5$ هو $x = 5$ أو $x = -5$

- حل المعادلة $|2x - 5| = 3$ هو

$2x - 5 = 3$ وبالتالي $2x = 8$ أي $x = 4$

أو $2x - 5 = -3$ وبالتالي $2x = 2$ أي $x = 1$

5.3 حل معادلات القوى

معادلة قوى هي من الشكل $x^n = a$، لها الحل التالي:

- $X = \sqrt[n]{a}$ إذا كان n فردي
- $X = \pm\sqrt[n]{a}$ إذا كان n زوجي وأيضاً $a \geq 0$
- ليس للمعادلة حل إذا كان n زوجي وأيضاً $a < 0$

مثال 25:

- للمعادلة $x^5 = -32$ حل وحيد $x = \sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2$
- للمعادلة $x^5 = 32$ حل وحيد $x = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$
- للمعادلة $x^4 = 16$ حلان $x = \pm\sqrt[4]{16} = \pm\sqrt[4]{2^4} = \pm 2$
- ليس للمعادلة $x^4 = -16$ حل في مجموعة الأعداد الحقيقية
- للمعادلة $(x - 4)^2 = 5$ حلان: $x - 4 = \pm\sqrt{5}$ وبالتالي $x = 4 \pm \sqrt{5}$
- حل المعادلة $16x^4 = 81$

بالقسمة على 4 نحصل على $x^4 = \frac{81}{16}$ وبالتالي فإن

$$x = \pm\left(\frac{81}{16}\right)^{1/4} = \pm\left(\frac{3^4}{2^4}\right)^{1/4} = \pm\left(\left(\frac{3}{2}\right)^4\right)^{1/4} = \pm\frac{3}{2}$$

6.3 حل معادلة من الدرجة الثانية

تأخذ معادلة من الدرجة الثانية الشكل $ax^2 + bx + c = 0$، حيث a, b, c أعداد حقيقية و $a \neq 0$

حل معادلة من الدرجة الثانية عن طريق التحليل

بعض معادلات الدرجة الثانية يمكن تحليلها (كتابتها على شكل جداء حدين)، وبالتالي فإن المعادلة $A.B = 0$ تكافئ $A = 0$ أو $B = 0$.

مثال 26: حل المعادلة $x^2 + 5x = 24$

$x^2 + 5x - 24 = 0 \Leftarrow (x - 3)(x + 8) = 0$

إما $x - 3 = 0$ وبالتالي $x = 3$ أو $x + 8 = 0$ وبالتالي $x = -8$

حل معادلة من الدرجة الثانية باستخدام مميزها

يسمى العدد $\Delta = b^2 - 4ac$ مميز المعادلة من الدرجة الثانية $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$، نميز 3 حالات مختلفة:

- في حالة $\Delta < 0$، لا تقبل المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ حلاً.
- في حالة $\Delta = 0$، تقبل المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ حلاً وحيداً $x = -\frac{b}{2a}$.
- في حالة $\Delta > 0$، تقبل المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ حلان $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

مثال 27:

- حل المعادلة $x^2 + 2x + 5 = 0$

$\Delta = (2)^2 - 4(1)(5) = 4 - 20 = -16 < 0$، وبالتالي ليس للمعادلة حلول.

- حل المعادلة $-4x^2 + 12x - 9 = 0$

$\Delta = (12)^2 - 4(-4)(-9) = 144 - 144 = 0$، وبالتالي للمعادلة حلاً وحيداً $x = -\frac{12}{2.(-4)} = \frac{-12}{-8} = \frac{3}{2}$.

- حل المعادلة $x^2 - x - 6 = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-6) = 1 + 24 = 25 > 0$، وبالتالي للمعادلة حلان:

$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{2(1)} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$.

7.3 حل المعادلات الأسية

حل معادلة أسية من الشكل $a^x = a^k$

إن حل المعادلة الأسية من الشكل $a^x = a^k$ هو $x = k$

أمثلة 28:

- حل المعادلة $2^x = 32$

$2^x = 32 = 2^5$ وبالتالي فإن $x = 5$

- حل المعادلة $3^{x-2} = 1/9$

$3^{x-2} = 1/9 = 3^{-2}$ وبالتالي فإن $x = -2$

- حل المعادلة $4^{x-1} = (1/2)^{1-3x}$

$4^{x-1} = (1/2)^{1-3x} \Leftarrow (2^2)^{x-1} = (2^{-1})^{1-3x} \Leftarrow (2)^{2(x-1)} = (2)^{-1(1-3x)} \Leftarrow 2x - 2 = -1 + 3x$

وبالتالي فإن: $x = -1$

- حل المعادلة $3^{2x-7} = 1$

$3^{2x-7} = 3^0 \Leftarrow 2x - 7 = 0 \Leftarrow x = 7/2$

- حل المعادلة $16^x - 12(4^x) - 64 = 0$

$(4^x)^2 - 12(4^x) - 64 = 0 \Leftarrow (4^2)^x - 12(4^x) - 64 = 0$

بفرض أن $y = 4^{\,x}$ حيث $y > 0$

$(y-16)(y+4) = 0 \Leftarrow y^2 - 12y - 64$

إما $y + 4 = 0$ وبالتالي $y = -4$ مرفوض، أو $y - 16 = 0$ وبالتالي $y = 16$

$4^x = 16 = 4^2$ وبالتالي $x = 2$

- حل المعادلة $e^{2x}/e^2 = e^x$

$x = 2 \Leftarrow 2x - 2 = x \Leftarrow e^{2x-2} = e^x$

8.3 حل المعادلات اللوغارتمية

حل معادلة لوغاريتمية من الشكل $\boldsymbol{log\ x = log\ a}$

إن حل المعادلة الأسية من الشكل $log\ x = log\ a$ (بالنسبة لأي أساس) هو x = a

أمثلة 29:

- حل المعادلة $log_2\, x = 2\, log_2\, 8$

$x = 64 \Leftarrow log_2\, x = 2\ log_2\, 8 = log_2\, 8^2$

- حل المعادلة $ln(x^2) = ln(2x + 3)$

$(x-3)(x+1) = 0 \Leftarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftarrow x^2 = 2x + 3$

إما $x + 1 = 0$ أي $x = -1$ مقبول، أو $x - 3 = 0$ أي $x = 3$ مقبول

- حل المعادلة $ln(x) = ln(-x^{\,2} + 6)$

$(x+3)(x-2) = 0 \Leftarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftarrow -x^2 + 6 = x$

إما $x - 2 = 0$ أي $x = 2$ مقبول، أو $x + 3 = 0$ أي $x = -3$ مرفوض لأن $ln(-3)$ غير موجود

- حل المعادلة $4.log_{\,10}(x+1) = 4$

$4\log_{10}(x+1) = 4 \Rightarrow \log_{10}(x+1) = 1 = \log_{10} 10 \Rightarrow x + 1 = 10$، وبالتالي $x = 9$

- حل المعادلة $3^x = 2^{1/x}$، $x \neq 0$

$x^2.ln\ (3) = ln(2) \Leftarrow x.ln\ (3) = \frac{1}{x}.ln(2) \Leftarrow ln(\,3^x) = ln(\,2^{1/x})$

$x = \pm\sqrt{\frac{ln(3)}{ln(2)}} \Leftarrow x^2 = \frac{ln\ (3)}{ln(2)} \Leftarrow x^2.ln\ (3) = ln(2)$

4. المتراجحات

تعريف 13: المتراجحة عملية مقارنة بين عبارتين جبريتين تبين أن إحداهما أكبر من العبارة الأخرى. على سبيل المثال: $4x + 7 \leq 19$ وحل هذه المتراجحة هو $4x \leq 12$ وبالتالي $x \leq 3$.

كما هو الحال بالنسبة للمعادلات، تقوم الطريقة العامة لحل متراجحة على تطبيق تحويلات بسيطة متتالية عليها لإرجاعها إلى متراجحة جديدة مكافئة لها تكون أسهل حلاً. فيما يلي بعض هذه القواعد.

1. عندما نجمع العدد نفسه إلى طرفي المتراجحة أو نطرحه من طرفيها، نحصل على متراجحة جديدة مكافئة لها.

$$A \leq B \Leftrightarrow A + C \leq B + C$$
$$A \leq B \Leftrightarrow A - C \leq B - C$$

2. عندما نضرب طرفي المتراجحة بالعدد الموجب غير المعدوم (لا يساوي الصفر) نفسه أو نقسم طرفيها عليه، نحصل على متراجحة جديدة مكافئة لها.

$$A \leq B \Leftrightarrow A.C \leq B.C, \quad C > 0$$
$$A \leq B \Leftrightarrow A/C \leq B/C, \quad C > 0$$
$$A \leq B \Leftrightarrow A.C \geq B.C, \quad C < 0$$
$$A \leq B \Leftrightarrow A/C \geq B/C, \quad C < 0$$

3. إذا كانت A و B عبارتان جبريتان موجبتان فإن المقلوب يغير من علاقة التراجح أي أصغر يصبح أكبر والأكبر يصبح أصغر.

$$A \leq B \quad \Leftrightarrow \quad 1/A \leq 1/B, \quad A > 0, B > 0$$

4. يمكن جمع متراجحتين مع بعض

$$A \leq B, C \leq D \quad \Rightarrow \quad A + C \leq B + D$$

مثال 31:

- $5 < 8 \quad \Leftrightarrow \quad 5 + 2 = 7 < 8 + 2 = 10$
- $5 < 8 \quad \Leftrightarrow \quad 5(2) = 10 < 8(2) = 16$
- $5 < 8 \quad \Leftrightarrow \quad 5(-2) = -10 > 8(-2) = -16$
- $5 < 8 \quad \Leftrightarrow \quad 1/5 > 1/8$
- $5 < 8$ و $3 < 6$ يعطي $3 + 5 = 8 < 6 + 8 = 14$

1.4 المتراجحات التآلفية

تعريف 14: نقول عن متراجحة أنها تآلفية إذا كانت تعبر عن علاقة تراجح بين عبارتين جبريتين تآلفيتين. على سبيل المثال: $2 + 3x > 5 - 3x$

لإيجاد حلول متراجحة خطية نطبق خواص المتراجحات بهدف عزل المتحول في أحد الطرفين.

مثال 32: حل المتراجحة $3x < 9x + 4$

$$-6x/-6 > 4/-6 \Leftarrow -6x < 4 \Leftarrow 3x - 9x < 9x + 4 - 9x$$

وبالتالي: $x > -2/3$

مثال 33: حل المتراجحة $4 \leq 3x - 2 < 13$

يتألف الحل من مجموعة قيم x التي تحقق المتراجحتين $4 \leq 3x - 2$ و $3x - 2 < 13$ في آن واحد

$4 \leq 3x - 2 < 13$ بإضافة العدد 2 نحصل على

$6 \leq 3x < 15$ بالقسمة على 3 نحصل على: $2 \leq x < 5$

2.4 حل متراجحة القيمة المطلقة

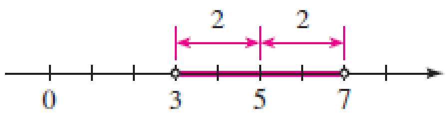
تعريف 15: نقول عن متراجحة أنها متراجحة قيمة مطلقة إذا كانت تعبر عن علاقة تراجح بين عبارتين جبريتين إحداهما على الأقل هي عبارة قيمة مطلقة. على سبيل المثال: $|2x - 3| < 5$

خواص متراجحة القمة المطلقة

- $|x| < c$ $\Leftrightarrow$ $-c < x < c$
- $|x| > c$ $\Leftrightarrow$ $x > c$ أو $x < -c$

مثال 34: حل المتراجحة التالية: $|x - 5| < 2$

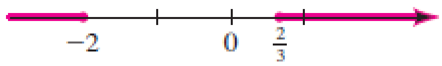
$-2 < x - 5 < 2 \Rightarrow 3 < x < 7$



مثال 35: حل المتراجحة التالية: $|3x + 2| \geq 4$

$3x + 2 \geq 4$ أو $3x + 2 \leq -4$

$3x \geq 2$ أو $3x \leq -6 \Rightarrow x \geq 2/3$ أو $x \leq -2$



تعريف 16: متراجحة من الدرجة الثاني هي متراجحة تحوي على عبارة تربيعية من الشكل $ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ على سبيل المثال: $x^2 - 5x \leq -6$.

3.4 حل متراجحة من الدرجة الثانية

إشارة ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية

ليكن ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية $A = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$، وليكن Δ مميزه:

- في حالة $\Delta < 0$ تكون إشارة المقدار A هي من إشارة a نفسها أياً كانت x.
- في حالة $\Delta = 0$ تكون إشارة المقدار A هي من إشارة a نفسها أياً كانت x فيما عدا القيمة

$x = -b/2a$، حيث تكون قيمة المقدار A مساوياً للصفر.

- في حالة $\Delta > 0$ تكون إشارة المقدار A هي من إشارة a نفسها إذا لم تقع x بين جذري A ، وإذا وقعت x بين الجذرين، خالفت إشارة A إشارة a.

أمثلة 36:

- ادرس إشارة $x^2 + x + 1$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(1)(1) = 1 - 4 = -3 < 0$$

وبالتالي فإن إشارة المقدار $x^2 + x + 1$ هي من إشارة $a = 1$ أي أنه موجب دوماً.

- ادرس إشارة $-x^2 + 2x - 1$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(-1)(-1) = 4 - 4 = 0$$

أي أن المقدار $-x^2 + 2x - 1$ هو سالب دوماً (من إشارة $a = -1$) من أجل كافة القيم للمتحول x، عدا القيمة $1 = -2/-2 = -b/2a = x$، حيث قيمة المقدار تكون مساوية للصفر.

- حل المتراجحة $x^2 \leq 5x - 6$

$$x^2 - 5x + 6 \leq 0$$

$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(-1)(-1) = 4 - 4 = 0$ وبالتالي للمعادلة جذران:

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$$

وبالتالي الجذران هما $x = 3$ و $x = 2$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
إشارة $x^2 - 5x + 6$		+	0	-	0	+	

وبالتالي مجموعة الحلول هي $[2, 3]$

- حل المتراجحة $2x^2 - x > 1$

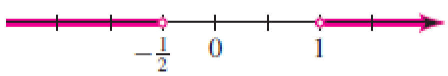
$$2x^2 - x - 1 > 0$$

$$(2x + 1)(x - 1) > 0$$

الجذران هما $x = 1$ و $x = -1/2$

x	$-\infty$		$-1/2$		1		$+\infty$
إشارة $2x^2 - x - 1$		+	0	-	0	+	

وبالتالي مجموعة الحلول هي $(-\infty, -1/2)$ و $(1, +\infty)$



تمارين

1. أوجد ناتج ما يلي:

a) $-(-1)^{10}$ b) $-(-3)^3$ c) $3^0 - 3^{-1}$

2. بسط كل مما يلي:

a) $\frac{2^{x+1}}{2^{x-1}}$ b) $\frac{3^{1-2x}}{6^{x+2}} \cdot \frac{2^{x+3}}{8}$ c) $log_2(x+1) - log_2(x^2+2x+1)$

3. بسط كل مما يلي:

a) $\frac{\sqrt[3]{x^2+y^6}}{\sqrt[6]{x^2+y^{18}}}$ b) $\frac{2x^{-5}}{15y^3} \cdot \frac{3^2x^3y}{10}$

4. حل المعادلات التالية:

a) $2^{x+1} = 64$ b) $4^{x+1} = (1/8)^x$ c) $9^x = 27^{2-2x}$

5. اكتب المعادلات التالية بدون استخدام اللوغاريتم:

a) $ln\,P = 1.5\,ln\,Q + ln\,T$ b) $ln\,M = 1.2 - 0.5\,ln\,N$

6. حل المعادلات التالية:

a) $log_8\sqrt[4]{x^2+7} = \frac{1}{3}$ b) $log_3(10x^2 - x - 2) = 2 + 2log_3 x$

c) $16^x - 5(8^x) = 0$

7. حل المعادلات التالية:

a) $log(x-6) = log(2-x)$ b) $-log_3(x+5) + log_3(-x+1) = log_3 2$

8. حل المعادلات التالية:

a) $\sqrt[3]{x^2} = 4$ b) $-2x^6 = x^{-2}$ c) $x^{-5} = 2x^3$

9. حل المتراجحات التالية:

a) $-x + 2 \leq 3$ b) $2 < 3x + 4 \leq 7$ c) $|1/3x - 2/5| < 3$

d) $|-2x + 16| > 1/2$ e) $-4 < \frac{2x-4}{3} \leq 7$ f) $4 > |-0.5x - 2|$

10. ادرس إشارة كل من ثلاثي الحدود:

a) $-x^2 + 3x - 5$ b) $x^2 - x - 1$ c) $-x^2 + 6x - 9$

مذاكرة الفصل الثاني

العلامة العظمى: 100 **علامة النجاح: 50** **المدة: ساعة واحدة**

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة **(50) درجة**

1. $\left(\frac{4}{9}\right)^{-1/2} =$
   a. $3/2$
   b. $2/3$
   c. $16/81$
   d. $81/16$

2. حل المعادلة $|2x - 3| = 1$ هو:
   a. $\{1, 2\}$
   b. $\{1\}$
   c. $\{2\}$
   d. $\{1, 2, 3\}$

3. حل المعادلة $ln(x) = ln(-x^2 + 6)$ هو:
   a. $\{-3, 2\}$
   b. $\{-3\}$
   c. $\{2\}$
   d. $\emptyset$

4. حل المتراجحة $|3x + 2| \geq 4$ هو:
   a. $x \geq 4/3$
   b. $x \leq 0$
   c. $x \in [0, 4/3]$
   d. $x \geq 4/3 \; or \; x \leq 0$

5. إشارة $P(x) = x^2 - x + 1$ هي
   a. $P(x) \leq 0$
   b. $0 < P(x) < 3$
   c. $P(x) > 0$
   d. $0 > P(x) > -3$

6. حل المتراجحة $x^2 < x + 6$ هو

a. $\emptyset$

b. $x < -2$

c. $x > 3$

d. $x \in]-2, 3[$

7. حل المتراجحة $x^2 - x + 5 < 0$ هو

a. $x > 0$

b. $\emptyset$

c. $x < 0$

d. R

8. مجموعة حلول المعادلة $log_3(10x^2 - x - 2) = 2 + 2log_3 x$ هي:

a. $S\{-1, 2\}$

b. $S = \{-3\}$

c. $S = \emptyset$

d. $S = \{2\}$

9. مجموعة حلول المعادلة $log_8 \sqrt[4]{x^2 + 7} = \frac{1}{3}$

a. $S = \{3\}$

b. $S = \{-3\}$

c. $S\{-3, 3\}$

d. $S = \emptyset$

10. حل المتراجحة $2 < 3x + 4 \leq 7$ هو

a. $x > -2/3$

b. $x \leq 1$

c. $x \geq 1$

d. $-2/3 < x \leq 1$

السؤال الثاني: أجب بصح أو خطأ **(30) درجة**

1. العدد $0.\overline{27}$ هو عدد عادي — صح أو خطأ

2. العدد $\sqrt{\frac{4}{9}}$ هو عدد غير عادي — صح أو خطأ

3. $|3 - \pi| = \pi - 3$ — صح أو خطأ

4. $(2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2$ — صح أو خطأ

5. $\sqrt{16} = \pm 4$ — صح أو خطأ

6. $x^2 = \pm 4 \Leftrightarrow x^2 = 16$ صح أو خطأ

7. $\frac{\log 7}{\log \frac{1}{7}} = -1$ صح أو خطأ

8. حل المعادلة $x^2 - x - 6 = 0$ هو $\{-2, 3\}$ صح أو خطأ

9. حل المعادلة $2^{-x+1} = 1/8$ هو $x = 3$ صح أو خطأ

10. حل المعادلة $3^x = 5^{1/x}$، $x \neq 0$ هو $x = \pm\sqrt{\frac{ln(3)}{ln(5)}}$ صح أو خطأ

السؤال الثالث: ادرس إشارة كثيرات الحدود **(20) درجة**

a. $-x^2 + 3x - 5$

b. $x^2 - x - 1$

c. $-x^2 + 6x - 9$

الجواب:

- $-x^2 + 3x - 5$ دائماً سالب لأن مميزه أصغر من الصفر بالتالي إشارته من إشارة أمثال الحد x^2.
(4)
- $x^2 - x - 1$ له جذران هما $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$، بالتالي إشارته كما هو مبين في الجدول: **(8)**

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
إشارة $x^2 - x - 1$		+	0	−	0	+	

- $-x^2 + 6x - 5$ له جذران هما 1 و5، بالتالي إشارته كما هو مبين في الجدول: **(8)**

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
إشارة $-x^2 + 6x - 5$		−	0	+	0	−	

الإجابات الصحيحة

السؤال الأول:

الأجابة الصحيحة	رقم التمرين
(a)	.1
(a)	.2
(c)	.3
(d)	.4
(c)	.5
(d)	.6
(b)	.7
(d)	.8
(c)	.9
(d)	.10

السؤال الثاني:

الإجابة الصحيحة	رقم التمرين
صح	.1
خطأ	.2
صح	.3
خطأ	.4
خطأ	.5
صح	.6
صح	.7
صح	.8
خطأ	.9
صح	.10