



## الفصل الثامن: تحليل الانحدار الخطي

العنوان	رقم الصفحة
مقدمة	3
<b>1. الانحدار الخطي البسيط</b>	3
<b>1.1</b> معادلة الانحدار الخطي البسيط	4
<b>2.1</b> شروط الانحدار الخطي البسيط	4
<b>3.1</b> الاختبار باستخدام SPSS	4
<b>2. الانحدار الخطي المتعدد</b>	9
<b>1.2</b> شروط الانحدار الخطي المتعدد	9
<b>2.2</b> الاختبار باستخدام SPSS	10
المراجع العربية	12
المراجع الأجنبية	12
مقترحات وتمارين للفصل الثامن	13

## الكلمات المفتاحية:

الانحدار الخطي البسيط، الانحدار الخطي المتعدد، معامل التحديد.

## ملخص:

يشرح الفصل كيفية استخدام تحليل الانحدار الخطي للتنبؤ بتغيرات متغير تابع بدلالة متغير أو مجموعة متغيرات مستقلة. ويميز الفرق بين تحليل الانحدار الخطي البسيط الذي يختبر أثر متغير مستقل واحد في متغير تابع واحد والانحدار الخطي المتعدد الذي يختبر أثر أكثر من متغير مستقل في متغير تابع واحد.

## أهداف تعليمية:

بعد اطلاع الطالب على مضمون ومحتوى هذا الفصل، ستتوافر لديه القدرة على تحقيق الأهداف التالية:

- إدراك كيفية اختبار أثر متغير كمي واحد أو أكثر في متغير كمي تابع
- الإلمام بكيفية تطبيق تحليل الخطي البسيط والمتعدد في SPSS
- فهم الفرق بين الانحدار الخطي البسيط والمتعدد
- فهم كيفية تفسير مخرجات تحليل الانحدار الخطي البسيط والمتعدد

## المخطط:

### 1. الانحدار الخطي البسيط Simple linear regression

#### 1.1. معادلة الانحدار الخطي البسيط Simple linear regression formula

#### 2.1. شروط الانحدار الخطي البسيط Assumptions of simple linear regression

#### 3.1. الاختبار باستخدام SPSS Test using SPSS

### 2. الانحدار الخطي المتعدد Multiple linear regression

#### 1.2. شروط الانحدار الخطي المتعدد Assumptions of multiple linear regression

#### 2.2. الاختبار باستخدام SPSS Test using SPSS

## مقدمة

يعتبر تحليل الانحدار أحد الأساليب الإحصائية المهمة والتي تستخدم بشكل واسع منذ القرن التاسع عشر لتحديد وتوضيح التأثيرات بين المتغيرات المستقلة independent variables والمتغير التابع dependent variable. يستخدم الانحدار أيضاً للتنبؤ بقيمة المتغير التابع بدلالة المتغيرات المستقلة بعد إيجاد معادلة الانحدار.

وكما سبق وشرحنا في الفصل السابق فإن نموذج العلاقة بين المتغيرات قد يكون خطياً أو غير خطي إلا أننا في هذا المقرر سنركز على النماذج الأكثر انتشاراً أي النماذج الخطية. فإذا كان هناك متغير مستقل واحد ومتغير تابع واحد فيسمى التحليل بالانحدار الخطي البسيط Simple Linear Regression. أما إذا كان هناك أكثر من متغير مستقل ومتغير تابع واحد فيسمى التحليل بالانحدار الخطي المتعدد Multiple Linear Regression.

## 1. الانحدار الخطي البسيط

كما رأينا في الفصل السابق فإن تحليل الارتباط الخطي يفيد في قياس قوة العلاقة الخطية بين متغيرين إلا أنه لا يعطينا معادلة هذه العلاقة. فإذا ما أردنا معرفة أثر المتغير المستقل في المتغير التابع فإن علينا اللجوء إلى الانحدار الخطي البسيط Simple Linear regression. وكثيراً ما يتم إطلاق اسم العلاقة الدالية أو الدوال على العلاقة السببية بين المتغير المستقل والتابع. ومن أمثلة هذه الدوال نذكر:

- **دالة الطلب:** تفترض أن الكمية المطلوبة من سلعة (المتغير التابع) تتأثر بالتغيرات في سعر السلعة (المتغير المستقل)
  - **دالة العرض:** الكمية المعروضة من السلعة (المتغير التابع) تتأثر بالتغيرات في سعر السلعة (المتغير المستقل)
  - **دالة الاستهلاك:** الإنفاق الاستهلاكي (المتغير التابع) يتأثر بالتغيرات في دخل الأفراد (المتغير المستقل)
- يمكننا الانحدار الخطي البسيط إذاً من إيجاد معادلة المستقيم الأكثر تمثيلاً للعلاقة السببية بين قيم المتغيرين (المستقل والتابع) أي أنه يسمح لنا بالتوصل إلى الأشكال الرياضية المحددة للعلاقات السببية أو الدوال.

### 1.1. معادلة الانحدار الخطي البسيط

يأخذ نموذج الانحدار الخطي البسيط الصيغة التالية:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X$$

حيث:

$Y$ : المتغير التابع

$X$ : المتغير المستقل

$\beta_0$ : الحد الثابت أو معلمة تقاطع خط الانحدار (المستقيم) مع المحور العمودي (محور العيّنات)

$\beta_1$ : يمثل معلمة الميل. تكون إشارة معلمة الميل موجبة (+) إذا كانت العلاقة طردية بين المتغير المستقل والتابع أي أن زيادة قيمة المتغير المستقل تؤدي إلى ارتفاع قيمة المتغير التابع، أما إذا كانت العلاقة عكسية بين المتغيرين فتكون إشارة معلمة الميل سالبة (-)

نعني إذاً بالمعادلة الخطية أن المتغير التابع  $Y$  هو دالة خطية من المتغير المستقل  $X$ ، أي أن زيادة وحدة واحدة إلى  $X$  سوف تؤدي إلى التغير في كمية  $Y$ . ويتم تحديد التغير في  $Y$  بدلالة  $X$  من خلال تحديد الثوابت  $\beta_0$  و  $\beta_1$  والتي تدعى بالمعاملات أو بمعاملات الانحدار Coefficients.

### 2.1. شروط الانحدار الخطي البسيط

من الشروط الأساسية الواجب توافرها لتطبيق الانحدار الخطي البسيط:

- وجود علاقة خطية بين المتغيرين المستقل  $X$  والتابع  $Y$ . وقد سبق وشرحنا في الفصل السابق كيفية استكشاف إمكانية وجود العلاقة الخطية من خلال منحنى الانتشار Scatter Plot
- أن يكون توزيع المتغير التابع والمتغير المستقل توزيعاً طبيعياً Normal Distribution
- وبشكل عام يتوجب أن تكون بيانات المتغيرين المستقل والتابع من النمط المدرج Interval أو النسب Ratio. ويمكن في بعض الأحيان استخدام الانحدار مع مستوى قياس أدنى للمتغير المستقل

### 3.1 الاختبار باستخدام SPSS

في مثال الموقف من المدينة الذي تم شرحه في الفصل السابق أراد الباحث اختبار أثر مدة الإقامة في المدينة (متغير مستقل) في الموقف من المدينة (متغير تابع). أي أن الباحث يسعى إلى إيجاد معادلة الانحدار الخطي التالية (إن وجدت طبعاً):

$$\text{الموقف من المدينة} = \beta_0 + \beta_1^* \text{مدة الإقامة في المدينة}$$

يمكن هنا صياغة فرضية العدم والفرضية البديلة كمايلي:

**فرضية العدم:** لا تؤثر مدة الإقامة في المدينة في الموقف من المدينة، أي أن:

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

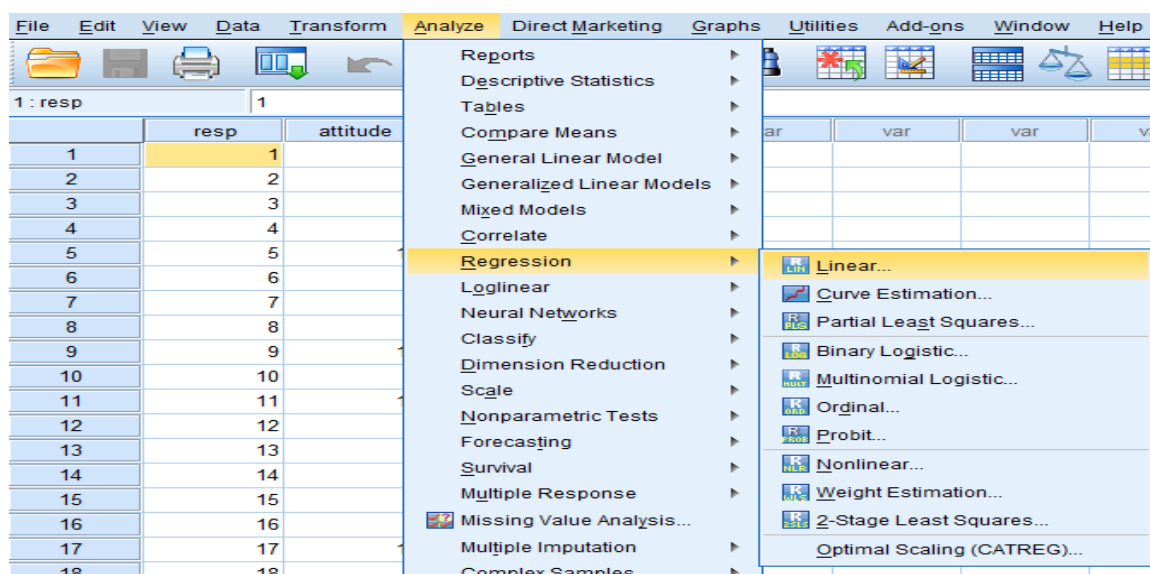
**الفرضية البديلة:** تؤثر مدة الإقامة في المدينة في الموقف من المدينة، أي أن:

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$

ويستخدم اختبار  $t$  لاختبار معلمة الميل، حيث تستخدم قيمة  $p$ -value أو ( $sig$ ) المرافقة لإحصائية  $t$  للمعلمة لاختبار إمكانية رفض فرضية العدم. فإذا كانت  $p$ -value < 0.05 نرفض فرضية العدم عند مستوى دلالة 5% ونقبل الفرضية البديلة، أي أن المتغير المستقل يؤثر في المتغير التابع. أما إذا كانت  $p$ -value > 0.05 فلا يمكننا رفض فرضية العدم وبالتالي لا يوجد أثر ذو دلالة إحصائية للمتغير المستقل في المتغير التابع.

ولتطبيق اختبار الانحدار الخطي البسيط في SPSS نتبع المسار التالي:

**Analyze ← Regression ← Linear**



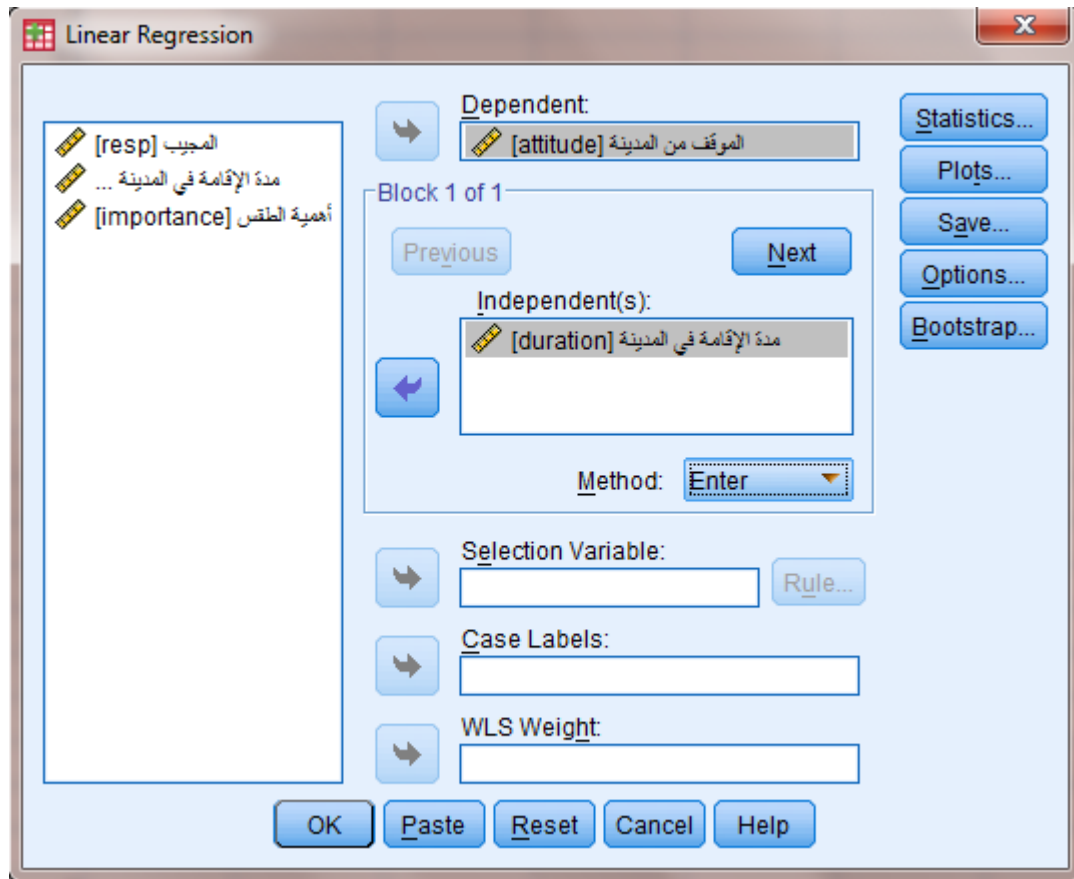
**شكل 1.8. كيفية تطبيق تحليل الانحدار الخطي في SPSS**

في النافذة Linear Regression نضع المتغير المستقل "مدة الإقامة في المدينة" ضمن المربع Independent (s) ونضع المتغير التابع "الموقف من المدينة" ضمن المربع Dependent.

ونلاحظ في القائمة المنسدلة Method أن هناك العديد من طرق الانحدار الخطي، مثل:

- **Enter:** الطريقة الافتراضية ضمن SPSS حيث يتم إدخال كافة المتغيرات المستقلة في النموذج (معادلة الانحدار) ليقوم الباحث باختبار أثرها مجتمعة في المتغير التابع
- **Stepwise:** يتم بموجبها أولاً إدخال المتغير الذي يتصف بأعلى معنوية (دلالة إحصائية) في علاقته مع المتغير التابع يليه المتغير الثاني من ناحية المعنوية وهكذا. تتيح هذه الطريقة متابعة التغيرات التي تطرأ على النموذج عند إضافة كل متغير ذي أثر معنوي
- **Backward:** تتناول هذه الطريقة جميع المتغيرات ومن ثم تبدأ باستبعاد المتغيرات مبتدأة من الأكثر "لا معنوية" ومن ثم الذي يليه من حيث عدم المعنوية وهكذا لغاية التوقف عند المتغيرات التي تستوفي درجة المعنوية (الدلالة الإحصائية)

- **Forward:** تقوم هذه الطريقة بإدخال كافة المتغيرات بادئة بالمتغير الأكثر معنوية أولاً ومن ثم الذي يليه من حيث المعنوية ليتم التوقف عند عدم استيفاء المتغير لدرجة المعنوية (الدالة الإحصائية) المقررة



شكل 2.8. النافذة Linear Regression

بالنقر فوق OK تظهر نتائج تحليل الانحدار حيث يشير الجدول الأول إلى الطريقة المعتمدة في التحليل.

#### Variables Entered/ Removed<sup>b</sup>

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	مدة الإقامة في المدينة <sup>a</sup>	.	Enter

a. All requested Variables Entered

b. Dependent Variables: الموقف من المدينة

جدول 1.8. المتغيرات الداخلة في التحليل

ويظهر جدول ANOVA قيمة معامل  $F$  لنموذج الانحدار الذي يبين الدلالة الإحصائية لنموذج الانحدار الكلي. نلاحظ في هذا الجدول أن  $F(1,28) = 194.188$  و  $\text{sig} < 0.001$  وبالتالي أصغر من  $\alpha$  أي أن اختبار ANOVA يشير إلى إمكانية استخدام نموذج الانحدار (من خلال المتغير المستقل الذي تم إدخاله) لشرح تغيرات المتغير التابع.

ANOVA<sup>b</sup>

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	sig
1	Regression	245.779	1	245.779	194.288	.000 <sup>a</sup>
	Residual	35.421	28	1.265		
	Total	281.200	29			

a. Predictors: (constant), مدة الإقامة في المدينة

b. Dependent Variable: الموقف من المدينة

### جدول 2.8. اختبار ANOVA في تحليل الانحدار الخطي البسيط

ويمكن تحديد نموذج أو معادلة الانحدار من خلال الجدول Coefficients الذي يظهر معاملات الانحدار.

Coefficients

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	.950	.454		2.090	.046
	مدة الإقامة في المدينة	.605	.043	.935	13.939	.000

a. Dependent Variable: الموقف من المدينة

### جدول 3.8. معاملات الانحدار Coefficients

يظهر الجدول Coefficients أن قيمة p-value لمعلمة الميل أي لمعامل الانحدار الخطي للمتغير المستقل أصغر من 0.001 (أي أصغر من  $\alpha$ ) وبالتالي يمكننا رفض فرضية العدم وقبول الفرضية البديلة أي أن مدة الإقامة في المدينة تؤثر بشكل ذي دلالة إحصائية في الموقف من المدينة.



يمكننا الجدول Coefficient من استنتاج نموذج الانحدار الخطي (كتابة معادلة الانحدار الخطي) التالي:

الموقف من المدينة =  $0.950 + 0.605 \times$  مدة الإقامة في المدينة

تشير معلمة الميل  $B_1$  إلى أن زيادة مدة الإقامة لسنة واحدة يؤدي إلى زيادة الموقف من المدينة بمقدار 0.605.

أما معلمة Standardized Coefficient والتي يشار إليها بالجدول أعلاه بـ Beta، فهي معلمة الميل للنموذج المقدر باستعمال القيم المعيارية لكل من المتغير المستقل والتابع بدل القيم الأصلية حيث تحسب هذه القيم المعيارية وفق المعادلة التالية:

$$S / (X - \bar{X})$$

ولا يحتوي هذا النموذج على معلمة التقاطع (الحد الثابت)  $B_0$ .

### Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error the Estimate
1	.935 <sup>a</sup>	.874	.870	1.125

a. Dependent Variable: الموقف من المدينة

### جدول 4.8. معامل التحديد

وأخيراً يتضمن الجدول Model Summary أحد أهم المؤشرات لنموذج الانحدار وهو معامل التحديد Coefficient of Determination ويرمز له  $R^2$  والذي يعتبر مقياساً لجودة تفسير النموذج. يدل هذا المعامل على النسبة المئوية لتغيرات المتغير التابع المشروحة بدلالة نموذج الانحدار (أي بدلالة المتغير المستقل في حالة الانحدار الخطي البسيط نظراً لوجود متغير مستقل واحد في النموذج). تتراوح قيمة معامل التحديد بين 0 و 1 ويمكن القول أنه كلما اقتربت قيمة  $R^2$  من 1 كلما دلّ ذلك على جودة النموذج. وفي نموذج الانحدار الخطي البسيط هناك علاقة بين معامل التحديد ومعامل الارتباط الخطي لبيرسون  $r$  بين المتغير المستقل والتابع حيث:

$$r = \sqrt{R^2}$$

يتصف معامل التحديد بأنه لو أضيف متغير مستقل للنموذج فإن قيمته سترتفع حتى لو لم تكن هناك أهمية للمتغير المستقل في النموذج. ولهذا يتم احتساب معامل التحديد المصحح Adjusted ومعامله دائماً أقل من قيمة معامل التحديد (غير المصحح).

أما الخطأ المعياري للتقدير Standard Error of Estimate فيقيس تشتت القيم المشاهدة عن خط الانحدار، ويعني الحصول على قيمة صغيرة لهذا المؤشر صغر الأخطاء العشوائية وبالتالي جودة تمثيل خط الانحدار لنقاط شكل الانتشار (ونادراً ما يشار إلى هذه المؤشر عند شرح النتائج).

وبالعودة إلى نتيجة التحليل نلاحظ أن قيمة  $R^2$  تساوي 0.874 مما يعني أن نموذج الانحدار الخطي (أو أن المتغير المستقل - مدة الإقامة في المدينة) يشرح 87.4% من التغيرات في قيم المتغير التابع (الموقف من المدينة). وترجع 12.6% (المتبقية) من التغيرات غير المفسرة إلى عوامل عشوائية كأن تكون هناك متغيرات مهمة لم تضمن في النموذج.

## 2. الانحدار الخطي المتعدد

يعتبر الانحدار الخطي المتعدد Multiple Linear Regression امتداداً للانحدار الخطي البسيط إلا أنه يأخذ في الحسبان أكثر من متغير مستقل. ويستخدم الانحدار الخطي المتعدد للتنبؤ بقيمة المتغير التابع بدلالة مجموعة من المتغيرات المستقلة. ويتم ذلك من خلال تمثيل العلاقة بين المتغير التابع  $Y$  والمتغيرات المستقلة على شكل معادلة خطية تكتب بالصورة التالية:

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n$$

حيث  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  تمثل معاملات الانحدار الجزئية Partial Regression Coefficient أو الميل الجزئية كما يدعوها البعض معاملات المتغيرات المستقلة.

### 1.2. شروط الانحدار الخطي المتعدد

إن شروط النموذج الخطي المتعدد هي نفسها شروط النموذج الخطي البسيط يضاف إليها وجوب أن لا تكون المتغيرات المستقلة مرتبطة مع بعضها البعض بشكل كبير، لأن ذلك يولد مشكلة الارتباط الخطي المتعدد Multicollinearity. ويمكن التحقق من هذا الشرط من خلال حساب معاملات الارتباط pearson correlation بين المتغيرات المستقلة والتأكد من أنها ليست مرتبطة بشكل كبير فيما بينها (لا تتجاوز أو لا تساوي 0.90).

## 2.2. الاختبار باستخدام SPSS

في مثالنا السابق أضاف الباحث المتغير المستقل "أهمية الطقس" إلى نموذج الانحدار الخطي وأعاد إجراء الاختبار وفق الخطوات المبينة سابقاً فحصل على النتائج التالية:

**Variables Entered/Removed<sup>b</sup>**

Model	Variables Entered	Variables Variables	Method
1	أهمية الطقس، مدة الإقامة في المدينة <sup>a</sup>	.	Enter

a. All requested Variables Entered

b. Dependent Variables: الموقف من المدينة

**Model Summary**

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error the Estimate
1	.974 <sup>a</sup>	.948	.944	.738

a. Predictors: (constant), أهمية الطقس، مدة الإقامة في المدينة

**ANOVA<sup>b</sup>**

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	sig
1	Regression	266.510	2	133.255	244.929	.000 <sup>a</sup>
	Residual	14.690	27	.544		
	Total	281.200	29			

a. Predictors: (constant), أهمية الطقس، مدة الإقامة في المدينة

b. Dependent Variable: الموقف من المدينة

جدول 5.8. نتيجة الاختبار الخطي المتعدد

Coefficients<sup>a</sup>

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	.443	.309		1.432	.164
	مدة الإقامة	.485	.035	.749	13.939	.000
	في المدينة					
	أهمية الطقس	.276	.045	.329	6.173	.000

a. Dependent Variable: الموقف من المدينة

يشير جدول ANOVA إلى إمكانية استخدام نموذج الانحدار الخطي المتعدد لشرح تغيرات المتغير التابع "الموقف من المدينة" حيث أن  $F(2,27) = 244.929$  و  $\text{sig} < 0.001$ .

ومن خلال النتائج الظاهرة في الجدول coefficients يمكن كتابة نموذج الانحدار الخطي كمايلي:  
الموقف من المدينة =  $0.443 + 0.485 * \text{مدة الإقامة في المدينة} + 0.276 * \text{أهمية الطقس}$

تشير معلمة مدة الإقامة في المدينة إلى أن زيادة مدة الإقامة لسنة واحدة سيؤدي إلى تحسين الموقف من المدينة بمقدار 0.485 بافتراض ثبات المتغير "أهمية الطقس". فيما ستؤدي زيادة أهمية الطقس بمقدار درجة واحدة مع ثبات مدة الإقامة في المدينة إلى زيادة الموقف من المدينة بمقدار 0.276. وبالتالي فإن نموذج الانحدار الخطي المتعدد يشير إلى أن المتغير "مدة الإقامة في المدينة" يؤثر في "الموقف من المدينة" بشكل أكبر من المتغير "أهمية الطقس".

كما يشير معامل التحديد  $R^2$  إلى أن نموذج الانحدار يشرح 94% من تغيرات المتغير التابع (أي أن المتغيرين المستقلين معاً يشرعان 94% من تغيرات المتغير التابع "مدة الإقامة في المدينة").

### المراجع العربية:

- البلداوي، عبد الحميد عبد المجيد (2007)، أساليب البحث العلمي والتحليل الإحصائي: التخطيط للبحث وجمع البيانات يدوياً وباستخدام SPSS، الطبعة الثالثة، دار الشروق، عمان، الأردن.
- الساعاتي، عبدالرحيم؛ حسن، أحمد السيد؛ حابس، عصام؛ البحيطي، عبدالرحيم؛ أبو العلا، لبنى؛ الشربيني، زكريا (2009)، تطبيقات في التحليل الإحصائي للعلوم الإدارية والإنسانية، الطبعة الثانية، جامعة الملك عبدالعزيز، جدة.
- نجيب، حسين علي؛ الرفاعي، غالب عوض صالح (2006)، تحليل ونمذجة البيانات باستخدام الحاسوب: تطبيق شامل للحزمة SPSS، الطبعة الأولى، الأهلية للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.

### المراجع الأجنبية:

- Coakes S.J. (2005), SPSS for Windows: Analysis without Anguish, John Wiley, Australia.
- Hair J.F. JR., Bush R.P., &Ortinou D.J. (2003), Marketing Research Within a Changing Information Environment, McGraw–Hill/Irwin, 2nd Edition, USA.
- Ho R. (2006), Handbook of Univariate and Multivariate Data Analysis and Interpretation with SPSS, Chapman & Hall/CRC, USA.
- Landau S. &Everitt B.S. (2004), A Handbook of Statistical Analysis Using SPSS, Chapman & Hall/CRC Press, USA.
- Leech N.L., Barrett K.C., & Morgan G.A. (2005), SPSS for Intermediate Statistics: Use and Interpretation, 2nd Edition, Laerence Erlbaum Associates, Inc., USA.
- Malhotra N.K. (2010), Marketing Research: An Applied Orientation, 6th Edition, Pearson, USA.
- Malhotra N.K. & Briks D.F. (2007), Marketing Research: An Applied Approach, 3rd European Edition, Pearson Education Limited, Italy.
- Pallant J. (2007), SPSS Survival Manual: A Step by Step Guide to Data Analysis Using SPSS for Windows, 3rd Edition, McGraw Hill, USA.
- SPSS Statistics Base 17.0 User's Guide (2007), SPSS Inc., USA.

## مقترحات وتمارين للفصل الثامن

بهدف مساعدة الطالب على مراجعة هذا الفصل وتثبيت الأفكار الأساسية، يمكنه محاولة الإجابة على الأسئلة التالية.

1. ما الفرق بين الانحدار الخطي البسيط والانحدار الخطي المتعدد؟  
(الحل في الفقرة: مقدمة الفصل)
2. ما هي معادلة الانحدار الخطي البسيط؟  
(الحل في الفقرة: 1.1).
3. ما هي شروط اختبار الانحدار الخطي البسيط؟  
(الحل في الفقرة: 2.1).
4. ما هو معامل التحديد؟  
(الحل في الفقرة: 3.1).
5. ما هي شروط اختبار الانحدار الخطي المتعدد؟  
(الحل في الفقرة: 1.2).
6. قم بإنشاء ملف SPSS جديد وعرف المتغيرات وأدخل فيه البيانات الواردة في الجدول رقم 2.7. (الفصل السابع) ثم قم باختبار مايلي:
  - أثر أهمية الطقس في الموقف من المدينة.
  - أثر أهمية الطقس ومدة الإقامة في المدينة في الموقف من المدينة.