



الفصل الخامس: اختبار t

رقم الصفحة	العنوان
3	مقدمة
3	1. اختبار t للعينات الواحدة
4	1.1. الصيغة الرياضية والفرضيات
4	2.1. الاختبار باستخدام SPSS
6	2. اختبار t للعينات المستقلة
7	1.2. شروط الاختبار
7	2.2. الصيغة الرياضية والفرضيات
8	3.2. الاختبار باستخدام SPSS
11	3. اختبار t للعينات المزدوجة
11	1.3. الصيغة الرياضية والفرضيات
12	2.3. الاختبار باستخدام SPSS
14	المراجع العربية
14	المراجع الأجنبية
15	مقترحات وتمارين للفصل الخامس

الكلمات المفتاحية:

مقارنة المتوسطات الحسابية، اختبار t للعينة الواحدة، اختبار t للعينات المستقلة، اختبار t للعينات المزدوجة.

ملخص:

يشرح الفصل أنواع اختبار t وشروطه وكيفية تطبيقه ضمن SPSS. ويتناول اختبار t للعينة الواحدة لمقارنة الوسط الحسابي لمتغير كمي مع قيمة ثابتة. كما يشرح كيفية استخدام اختبار t للعينات المستقلة لمقارنة الوسطين الحسابيين لمتغير كمي بين مجموعتين. ويتناول الفصل أيضاً كيفية تطبيق اختبار t للعينات المزدوجة.

أهداف تعليمية:

بعد اطلاع الطالب على مضمون ومحتوى هذا الفصل، ستتوافر لديه القدرة على تحقيق الأهداف التالية:

- الإلمام بأنواع اختبار t
- التعرف على كيفية تطبيق مختلف أنواع اختبار t ضمن SPSS
- إدراك طريقة مقارنة الوسط الحسابي لمتغير كمي مع قيمة ثابتة
- فهم كيفية مقارنة الوسطين الحسابيين لمتغيري كمي واحد بين مجموعتين
- فهم كيفية مقارنة الوسطين الحسابيين لمتغيرين كميين ضمن العينة الواحدة

المخطط:

1. اختبار t للعينة الواحدة One sample t-test

1.1. الصيغة الرياضية والفرضيات Mathematical formula and hypothesis

1.2. الاختبار باستخدام SPSS Test using SPSS

2. اختبار t للعينات المستقلة Independent samples t-test

2.1. شروط الاختبار Test conditions

2.2. الصيغة الرياضية والفرضيات Mathematical formula and hypothesis

2.3. الاختبار باستخدام SPSS Test using SPSS

3. اختبار t للعينات المزدوجة Paired samples t-test

3.1. الصيغة الرياضية والفرضيات Mathematical formula and hypothesis

3.2. الاختبار باستخدام SPSS Test using SPSS

مقدمة

يعتبر اختبار t من الاختبارات الإحصائية الشائعة والمهمة والتي تستخدم بشكل واسع من قبل الباحثين لقياس الفروقات المعنوية بين المتوسطات؛ أي أن الاختبار الإحصائي t يستخدم لاختبار فرضية تتعلق بالوسط الحسابي.

ومن أهم الشروط العامة الواجب توفرها لتطبيق اختبار t مايلي:

- يجب أن تكون البيانات من النوع المدرج interval أو النسب ratio
- يجب أن تكون العينة عشوائية وقيم مفرداتها لا تعتمد على بعضها البعض
- يجب أن يتبع توزيع المتغير المراد إجراء الاختبار على وسطه، التوزيع الطبيعي Normal Distribution

سنتناول في هذا الفصل الأشكال الثلاثة لاختبار t ، وهي:

- اختبار t للعينة الواحدة One sample t -test
- اختبار t للعينات المستقلة Independent samples t -test
- اختبار t للعينات المزدوجة Paired sample t -test

1. اختبار t للعينة الواحدة

يستخدم اختبار t للعينة الواحدة One Sample t -test في الكشف عن وجود اختلاف معنوي (ذي دلالة إحصائية) للوسط الحسابي لمتغير ما لعينة واحدة عن قيمة محددة ثابتة. وعادةً ما يستخدم لاختبار الدلالة الإحصائية للفرق بين الوسط الحسابي المحسوب على مستوى العينة \bar{X} والوسط الحسابي المفترض للمجتمع μ .

يمكننا مثلاً اللجوء إلى اختبار t للعينة الواحدة للإجابة على تساؤلات من نمط:

- هل تتجاوز حصة المنتج في السوق 15%؟
- هل يتجاوز مستوى الرضا للموظفين المستوى الوسطي (على مقياس من 7 درجات)؟
- هل تتمتع العلامة التجارية بصورة إيجابية في أذهان المستهلكين (هل يتجاوز الوسط الحسابي للصورة الذهنية وسطى المقياس أو القيمة الحيادية للمقياس)؟
- وغيرها من التساؤلات المشابهة

1.1. الصيغة الرياضية والفرضيات

يظهر الجدول التالي كيفية صياغة فرضية العدم والفرضية البديلة المتعلقة باختبار t للعينة الواحدة:

اختبار t في جانبيين Two tailed t-test	اختبار t في جانب واحد One tailed t-test
$H_0 : \mu = a$ $H_1 : \mu \neq a$	$H_0 : \mu \geq a : H_0 \mu \leq a$ $H_1 : \mu > a \quad H_1 : \mu < a$
حيث μ ترمز إلى الوسط الحسابي للمجتمع a قيمة ثابتة	

شكل 1.5. فرضية العدم والفرضية البديلة لاختبار t للعينة الواحدة

ويتم حساب قيمة t من خلال الصيغة التالية:

$$t = \frac{(\bar{x} - \mu)}{S / \sqrt{n}}$$

حيث:

\bar{x} : الوسط الحسابي للعينة

S: الانحراف المعياري

n: حجم العينة

وتحسب درجة الحرية . d.f لاختبار t للعينة الواحدة كمايلي:

$$d.f . = n - 1$$

2.1. الاختبار باستخدام SPSS

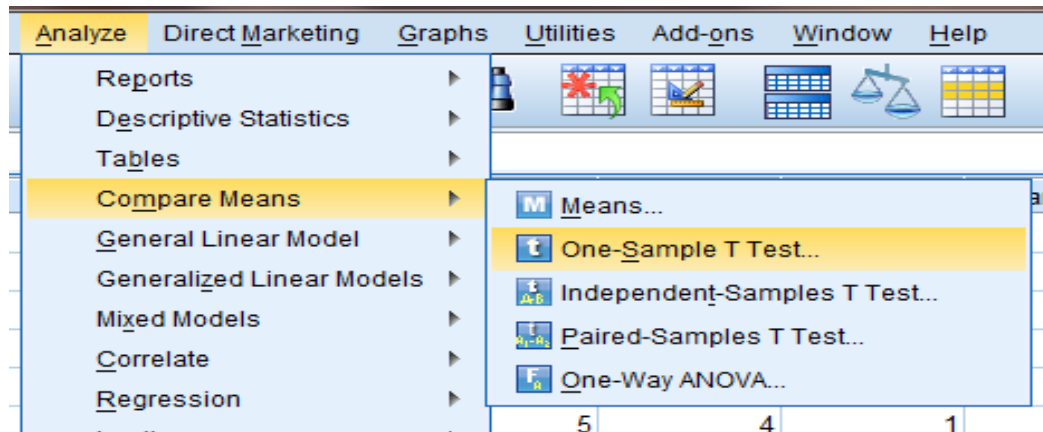
في مثال استخدام الانترنت للأغراض الشخصية يرغب الباحث في معرفة فيما إذا كان الأفراد يتمتعون بألفة جيدة بالانترنت. بمعنى آخر، هل يميل الوسط الحسابي للألفة بالانترنت نحو الجانب الموجب؟ أي هل يتجاوز هذا الوسط الحسابي وسط المقياس المستخدم لقياس الألفة بالانترنت أو القيمة 4 (نظراً لاستخدام الباحث لمقياس من 7 درجات لقياس الألفة بالانترنت)؟

فرضية العدم: $H_0 : \mu \leq 4$

الفرضية البديلة: $H_1 : \mu > 4$

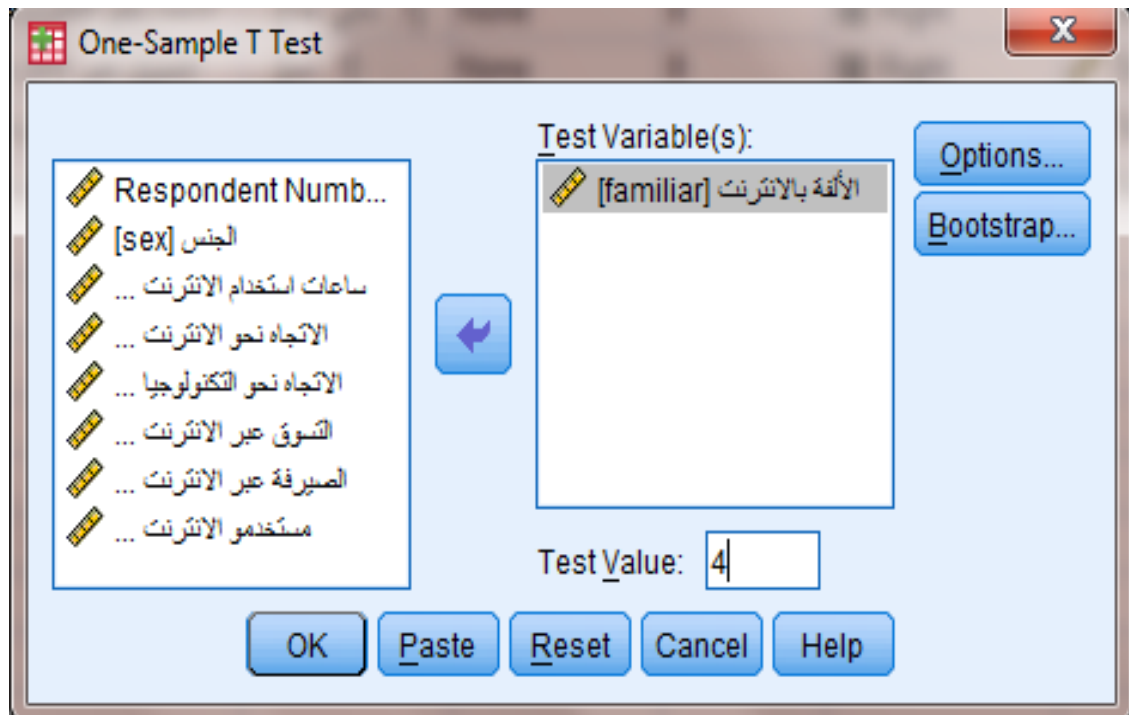
ولتنفيذ الاختبار في SPSS نتبع الخطوات التالية:

Analyze ← Compare Means ← One sample T Test



شكل 2.5. خطوات تنفيذ اختبار t للعينة الواحدة في SPSS

في النافذة One-Sample T Test نقوم بنقل متغير "الألفة بالانترنت" إلى المربع Test Variable(s) ونقوم بتغيير Test Value إلى القيمة "4".



شكل 3.5. النافذة One-Sample T Test

نقوم بالنقر فوق OK فتظهر النتيجة التالية:

One – Sample Statistic

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
الألفة بالانترنت	29	4.72	1.579	.293

One – Sample Test

Test Value = 4						
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
الألفة بالانترنت	2.470	28	.020	.724	.12	1.32

شكل 4.5. نتيجة اختبار t للعينه الواحدة

يظهر الجدول الأول One-Sample Statistics أن الوسط الحسابي للألفة بالانترنت يبلغ 4.72. ويؤكد اختبار t للعينه الواحدة في الجدول One-Sample Test أن الوسط الحسابي للألفة بالانترنت أكبر من وسط المقياس (القيمة 4) بشكل ذي دلالة إحصائية حيث أن $t(28) = 2.470$ و $\text{Sig} = 0.020$ وهي أصغر من مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$. بمعنى آخر يمكننا أن نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة التي تدل على أن الأشخاص يتمتعون بمستوى إيجابي من الألفة بالانترنت.

2. اختبار t للعينات المستقلة

يستخدم اختبار t للعينات المستقلة Independent Samples t-test لفحص فرضية مساواة الوسط الحسابي لمتغير ما بين عينتين أو مجموعتين مستقلتين (الوسط الحسابي لمجموعتين). ويمكن استخدام اختبار t للعينات المستقلة للإجابة على تساؤلات مثل:

- هل يختلف المستخدمون عن غير المستخدمين في تقييمهم للعلامة التجارية؟
- هل ينفق ذوو الدخل المرتفع على التسلية أكثر مما ينفقه ذوو الدخل المنخفض؟
- هل يكون مستوى تحفيز الموظفين الراضين أعلى من مستوى تحفيز الموظفين غير الراضين
- هل يختلف مستوى رضا قدامى المساهمين عن مستوى رضا المساهمين الجدد؟

1.2. شروط الاختبار

بالإضافة إلى الشروط العامة التي سبق ذكرها في مقدمة الفصل لاختبار t فإن اختبار t للعينات المستقلة شرطان إضافيان:

- **شروط استقلال المجموعتين:** حيث يجب أن يظهر كل مجيب أو مشاهدة في مجموعة واحدة فقط من المجموعتين

- **شروط تجانس التباين:** يجب أن يكون تباين متغير الاختبار متساوياً في كلا المجموعتين. ولكن SPSS يتيح حلاً بديلاً كما سنرى لاحقاً في حال عدم تساوي التباين بين المجموعتين. حيث يكون للاختبار شكلان:

- الأول في حال افتراض أن تباين المجموعتين متساوٍ

- الثاني في حال افتراض أن تباين المجموعتين غير متساوٍ

ويتم اختبار شرط تجانس التباين من خلال اختبار ليفين Levene's test.

2.2. الصيغة الرياضية والفرضيات

يمكننا في اختبار t للعينات المستقلة التمييز بين متغيرين. يقسم المتغير الأول العينة إلى عینتين غير متداخلتين (كمتغير الجنس مثلاً). غالباً ما يكون هذا المتغير من النوع الاسمي Nominal Variable ويطلق عليه في SPSS اسم متغير التجميع Grouping Variable. أما المتغير الثاني فهو المتغير المراد اختبار تساوي الوسط الحسابي له بين المجموعتين اللتان يعرفهما المتغير الأول (متغير التجميع). يكون هذا المتغير من النوع المدرج Interval أو النسب Ratio.

ونكتب فرضية العدم والفرضية البديلة في هذا الاختبار كمايلي:

فرضية العدم: $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

الفرضية البديلة: $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

ويمكن حساب قيمة t بتطبيق الصيغة التالية:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \right) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

حيث:

\bar{X}_1 : الوسط الحسابي للمجموعة الأولى

\bar{X}_2 : الوسط الحسابي للمجموعة الثانية

S_1^2 : تباين المجموعة الأولى

S_2^2 : تباين المجموعة الثانية

n_1 : حجم المجموعة الأولى

n_2 : حجم المجموعة الثانية

وتحسب درجة الحرية لاختبار t للعينات المستقلة من خلال الصيغة التالية:

$$df . = n_1 + n_2 - 2$$

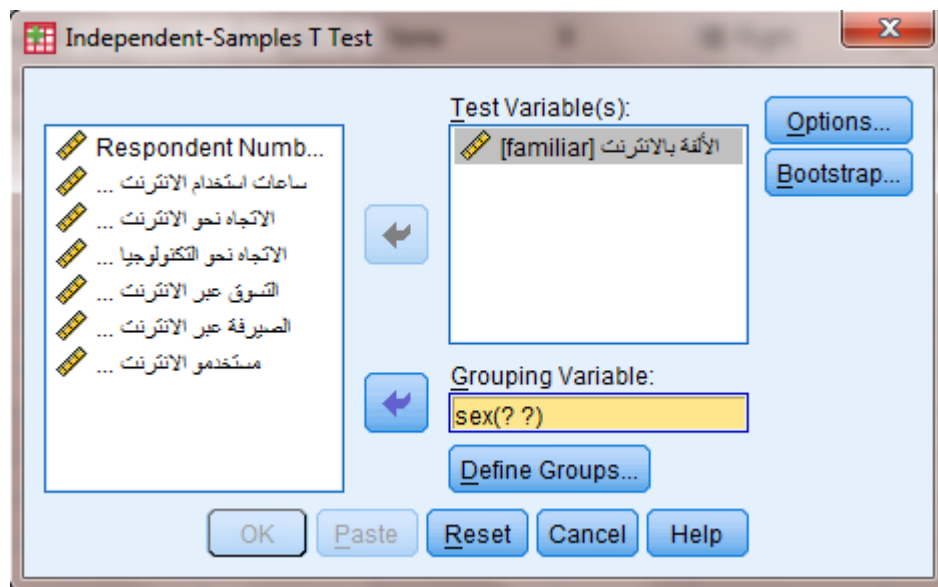
3.2. الاختبار باستخدام SPSS

في مثال استخدام الانترنت للأغراض الشخصية أراد الباحث اختبار فرضية وجود اختلاف بين الذكور والإناث من حيث الألفة بالانترنت.

لتطبيق الاختبار في SPSS نتبع الخطوات التالية:

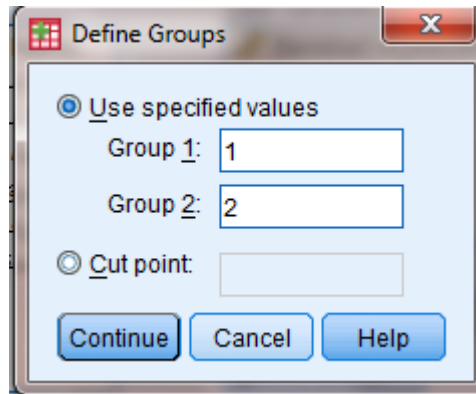
Analyze ← Compare Means ← Independent-Samples T Test

في النافذة Independent-Samples T Test نقوم بنقل المتغير الكمي "الألفة بالانترنت" إلى المربع Test Variable(s) وننقل المتغير الاسمي "الجنس" إلى المربع "Grouping Variable". نلاحظ أن الزر Define Groups سينشط فور القيام بنقل المتغير "الجنس" إلى المربع Grouping Variable.



شكل 5.5. النافذة Independent-Samples T Test

ننقر فوق الزر Define Groups ونقوم بإدخال رمزي المجموعتين المراد مقارنة متوسطيهما (في مثالنا تم إعطاء الرمز 1 للذكور و 2 للإناث) وننقر فوق الزر Continue. لا تظهر أهمية هذه النافذة إذا احتوى متغير التجميع على مجموعتين فقط. أما في حال احتوى متغير التجميع على أكثر من مجموعتين فتفيد هذه النافذة في تعريف المجموعتين المراد مقارنة وسطهما الحسابي.



شكل 6.5. النافذة Define Groups

عند النقر فوق الزر OK في النافذة Independent-Samples T Test تظهر نتيجة اختبار t للعينات المستقلة.

يبين الجدول Group Statistics أن الوسط الحسابي لألفة الذكور بالانترنت هو 5.71 فيما يبلغ وسطي ألفة الإناث بالانترنت 3.80. واختبار الدلالة الإحصائية للفرق بين الذكور والإناث من حيث الألفة بالانترنت لا بد من اللجوء إلى نتيجة اختبار t الظاهرة في الجدول Independent Samples Test.

Group Statistics

الجنس		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
الألفة بالانترنت	ذكر	14	5.71	1.267	.339
	أنثى	15	3.80	1.265	.327

جدول 1.5. إحصاءات المجموعتين اللتان تتم مقارنتهما باستخدام اختبار t للعينتين المستقلتين

Independent Samples Test

		Leven's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig	t	df	Sig (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
الألفة بالانترنت	Equal variances assumed	.015	.902	4.070	27	.000	1.914	.470	.949	2.879
	Equal variances not assumed			4.070	26.857	.000	1.914	.0470	.949	2.880

جدول 2.5. نتيجة اختبار t للعينات المستقلة

نلاحظ أن الجدول يتضمن سطرين. يعطي السطر الأول Equal variances assumed نتيجة اختبار t في حال كان شرط تجانس التباين محققاً أي أن تباين المجموعة الأولى يساوي تباين المجموعة الثانية. أما السطر الثاني Equal variances not assumed فيظهر نتيجة اختبار t في حال عدم تساوي التباينين. يسمح اختبار ليفين Leven's Test باختبار تساوي التباينين حيث يكون تباين العينتين متساوياً إذا كان مستوى معنوية قيمة F أكبر من مستوى الدلالة المحدد ($\alpha = 0.05$) ونقوم في هذه الحالة باعتماد نتيجة اختبار t الموجودة في السطر الأول. أما إذا كان مستوى المعنوية (p value أو Sig) لاختبار ليفين أصغر من α فيكون تباين المجموعتين غير متساوٍ ونلجأ لاعتماد نتيجة اختبار t الظاهرة في السطر الثاني.

نلاحظ من الجدول Independent Samples Test أن معنوية اختبار ليفين هي $\text{sig}=0.902$ وهي أكبر من مستوى الدلالة 0.05 وبالتالي فإن شرط تساوي التباينين محقق لذا نعتمد نتيجة اختبار t الظاهرة في السطر الأول.

تشير نتيجة الاختبار ($t(27) = 4.070$, $\text{sig} < 0.001$) إلى وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين الذكور والإناث من حيث الألفة بالانترنت وبما أن الوسط الحسابي لألفة الذكور بالانترنت أكبر من الوسط الحسابي لألفة الإناث بالانترنت (كما يظهر في الجدول Group Statistics) يمكننا استنتاج أن الذكور أكثر ألفة بالانترنت من الإناث.

3. اختبار t للعينات المزدوجة

يتضمن اختبار t للعينات المزدوجة Paired Samples t -test فحص فرضية تتعلق بمساواة متوسط متغيرين لنفس العينة بحيث تكون مشاهدات العينة على هيئة أزواج. ويشيع استخدام هذا الاختبار في الدراسات التي تستخدم المقاييس المكررة repeated measures حيث يجب الشخص مرتين على نفس المتغير كما في حال قياس قيمة متغير ما قبل وبعد تجربة أو حدث ما. فمثلاً يمكن استخدام اختبار t للعينات المزدوجة لاختبار معنوية الفرق بين علامات الطلاب في مقررین مختلفين أو لاختبار معنوية الفرق بين متوسط علامات الطلاب قبل دورة التقوية وبعد دورة التقوية أو لفحص اختلاف تقييم المستهلكين لعلامتين تجاريتين مختلفتين وغير ذلك من الأمثلة المشابهة.

1.3. الصيغة الرياضية والفرضيات

تكتب فرضية العدم والفرضية البديلة لاختبار t للعينات المزدوجة كمايلي:

فرضية العدم : $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

الفرضية البديلة : $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

حيث:

μ_1 : الوسط الحسابي للمتغير الأول

μ_2 : الوسط الحسابي للمتغير الثاني

وتحسب قيمة t في هذا الاختبار من خلال الصيغة التالية:

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}}$$

حيث:

\bar{d} : وسطي الفرق بين الوسطين الحسابيين للمتغيرين

s_d : الانحراف المعياري للفرق بين الوسطين الحسابيين للمتغيرين

n : حجم العينة

وتحسب درجات الحرية للاختبار كمايلي:

$$d.f = n - 1$$

2.3. الاختبار باستخدام SPSS

في مثال استخدام الانترنت للأغراض الشخصية لنفترض أن الباحث يريد معرفة فيما إذا كان اتجاه المجيبين نحو الانترنت مختلفاً عن اتجاههم نحو التكنولوجيا.

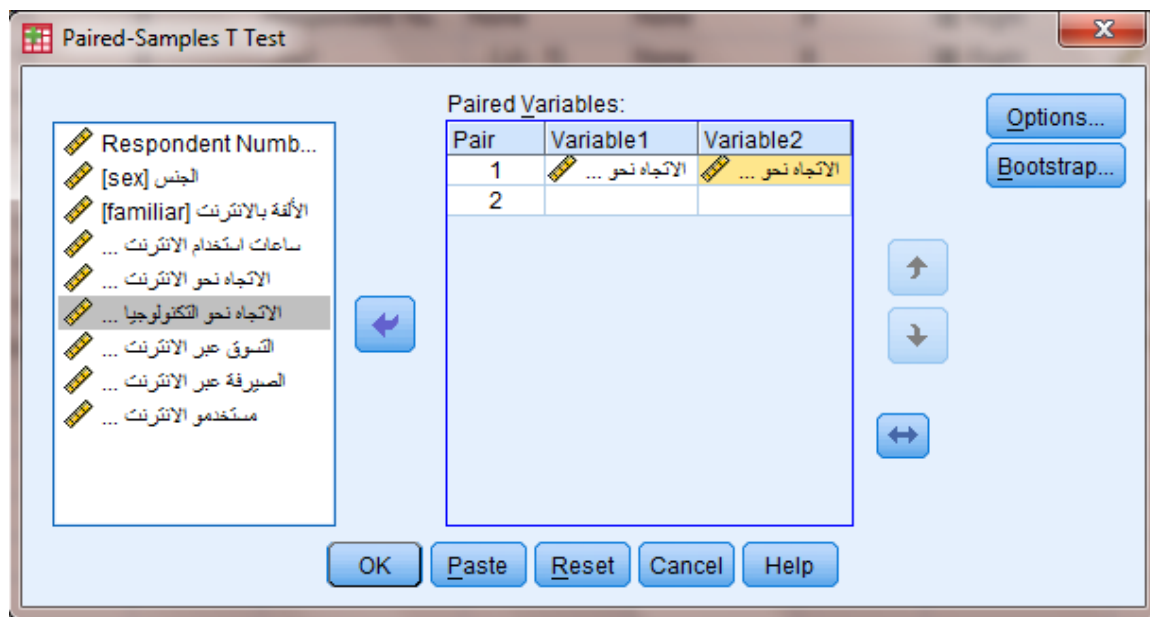
فرضية العدم: متوسط اتجاه الأفراد نحو الانترنت = متوسط اتجاه الأفراد نحو التكنولوجيا

الفرضية البديلة: متوسط اتجاه الأفراد نحو الانترنت \neq متوسط اتجاه الأفراد نحو التكنولوجيا

لتطبيق الاختبار في SPSS نتبع الخطوات التالية:

Analyze ← Compare Means ← Paired-Samples T Test

في النافذة Paired-Samples T Test نقوم بنقل المتغير "الاتجاه نحو الانترنت" إلى العمود Variable1 وننقل المتغير "الاتجاه نحو التكنولوجيا" إلى العمود Variable2 ثم ننقر فوق OK.



شكل 7.5. النافذة Paired-Samples T Test

يشير الجدول Paired Samples Statistics إلى أن الوسط الحسابي للعينة لمتغير "الاتجاه نحو الانترنت" هو 5.17 فيما يبلغ الوسط الحسابي لمتغير "الاتجاه نحو التكنولوجيا" 4.10 ويبلغ حجم العينة 30 مشاهدة.

Paired Samples Statistics

الجنس		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair1	الاتجاه نحو الانترنت	5.17	30	1.234	.225
	التجاه نحو التكنولوجيا	4.10	30	1.398	.255

جدول 3.5. الجدول الأول Paired sample Statistics في اختبار t للعينات المزدوجة

يشير اختبار t الظاهر في Paired Samples Test إلى وجود اختلاف جوهري بين اتجاه الأفراد نحو الانترنت واتجاههم نحو التكنولوجيا ($t(29) = 7.059$, $sig < 0.001$). وحيث أن متوسط اتجاه الأفراد نحو الانترنت أكبر من متوسط اتجاه الافراد نحو التكنولوجيا (كما يظهر في جدول Paired Samples Statistics) نستطيع القول بأن اتجاه الأفراد نحو الانترنت أفضل من اتجاههم نحو التكنولوجيا. يمكن الاستفادة من هذه النتيجة وتوجيه الشركات نحو تقديم المزيد من الخدمات عبر الانترنت حتى لو لم يكن لدى المستهلكين اتجاه إيجابي جداً نحو التكنولوجيا.

Paired Samples Test

		Paired Deviation					t	df	Sig (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair1	الاتجاه نحو الانترنت – الاتجاه نحو التكنولوجيا	1.067	.828	.151	.758	1.376	7.059	29	.000

جدول 4.5. نتيجة اختبار t للعينات المزدوجة

المراجع العربية:

- البلداوي، عبد الحميد عبد المجيد (2007)، أساليب البحث العلمي والتحليل الإحصائي: التخطيط للبحث وجمع البيانات يدوياً وباستخدام SPSS، الطبعة الثالثة، دار الشروق، عمان، الأردن.
- الطويل، ليلى (2014)، منهجية البحث العلمي، كلية الاقتصاد جامعة تشرين، سورية.
- نجيب، حسين علي؛ الرفاعي، غالب عوض صالح (2006)، تحليل ونمذجة البيانات باستخدام الحاسوب: تطبيق شامل للحزمة SPSS، الطبعة الأولى، الأهلية للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.

المراجع الأجنبية:

- Blumberg B., Cooper D.R., & Schindler P.S. (2005), Business Research Methods, Mcgraw-Hill, Berkshire.
- Coakes S.J. (2005), SPSS for Windows: Analysis without Anguish, John Wiley, Australia.
- Ho R. (2006), Handbook of Univariate and Multivariate Data Analysis and Interpretation with SPSS, Chapman & Hall/CRC, USA.
- Malhotra N.K. (2010), Marketing Research: An Applied Orientation, 6th Edition, Pearson, USA.
- Malhotra N.K. & Bries D.F. (2007), Marketing Research: An Applied Approach, 3rd European Edition, Pearson Education Limited, Italy.
- Pallant J. (2007), SPSS Survival Manual: A Step by Step Guide to Data Analysis Using SPSS for Windows, 3rd Edition, McGraw Hill, USA.
- Zikmund W.G. & Babin B.J. (2010), Essentials of Marketing Research, 4th Edition, South-Western Cengage Learning, USA.

مقترحات وتمارين للفصل الخامس

بهدف مساعدة الطالب على مراجعة هذا الفصل وتثبيت الأفكار الأساسية، يمكنه محاولة الإجابة على الأسئلة التالية.

1. ما هي الشروط الواجب توافرها لتطبيق اختبار t ؟

(الحل في الفقرة: مقدمة الفصل)

2. متى يستخدم اختبار t للعينات الواحدة؟

(الحل في الفقرة: 1.1)

3. ما هي فرضية العدم والفرضية البديلة في اختبار t للعينات الواحدة؟

(الحل في الفقرة: 1.1.1)

4. متى يستخدم يستخدم اختبار t للعينات المستقلة؟

(الحل في الفقرة: 2)

5. متى يستخدم يستخدم اختبار t للعينات المزدوجة؟

(الحل في الفقرة: 3)

6. قم بإنشاء ملف SPSS جديد وعرف المتغيرات وأدخل فيه البيانات الواردة في الجدول رقم 1.3. (الفصل

الثالث) ثم قم باختبار مايلي:

- هل يميل موقف الأشخاص لأن يكون إيجابياً اتجاه الانترنت؟
- هل هناك فرق ذو دلالة إحصائية بين الذكور والإناث من حيث موقفهم اتجاه الانترنت؟
- هل هناك فرق بين موقف الأشخاص اتجاه الانترنت وموقفهم اتجاه التكنولوجيا؟