



الفصل السابع: تحليل الارتباط الخطي

العنوان	رقم الصفحة
مقدمة	3
1. العلاقة بين متغيرين	3
2. معامل الارتباط الخطي	5
1.2. شروط اختبار الارتباط الخطي	5
2.2. الصيغة الرياضية لمعامل بيرسون	5
3.2. قوة العلاقة	7
3. الاختبار باستخدام SPSS	7
المراجع العربية	15
المراجع الأجنبية	15
مقترحات وتمارين للفصل السابع	16

الكلمات المفتاحية:

الارتباط، العلاقة الخطية، العلاقة غير الخطية، معامل بيرسون، مصفوفة الارتباط الخطي.

ملخص:

يشرح الفصل الطريقة التي يمكن من خلالها إيجاد العلاقة الخطية بين متغيرين كميين وذلك من خلال تحليل الارتباط الخطي وكيفية عرض هذه العلاقة بيانياً. ويتناول الفصل كيفية التمييز بين العلاقة الخطية والعلاقة غير الخطية بين متغيرين كميين. كما يبين كيفية استخراج مصفوفة الارتباط الخطي ضمن spss وشرح وتفسير مكوناتها.

أهداف تعليمية:

بعد اطلاع الطالب على مضمون ومحتوى هذا الفصل، ستتوافر لديه القدرة على تحقيق الأهداف التالية:

- إدراك الفرق بين العلاقة الخطية والعلاقة غير الخطية بين متغيرين كميين
- إدراك شكل العلاقة الخطية بين متغيرين
- فهم كيفية اختبار العلاقة الخطية بين متغيرين كميين
- فهم مصفوفة الارتباط وتفسير محتوياتها

المخطط:

1. العلاقة بين متغيرين Relationship between two variables
2. معامل الارتباط الخطي Linear correlation coefficient
- 1.2 شروط اختبار الارتباط الخطي Linear correlation conditions
- 2.2 الصيغة الرياضية لمعامل بيرسون Mathematical formula for Pearson coefficient
- 3.2 قوة العلاقة Strength of the relationship
3. الاختبار باستخدام SPSS Test using SPSS

مقدمة

ناقشنا سابقاً اختبار أثر متغير أو أكثر ذي فئات على متغير كمي (تابع) من خلال اختبار t وتحليل التباين ANOVA. ولكن ماذا لو أردنا فحص العلاقة بين متغيرين أو أكثر من النوع الكمي؟. في هذا الفصل سيتم عرض الطريقة التي يمكن من خلالها إيجاد العلاقة الخطية بين متغيرين كميين وذلك من خلال الارتباط الخطي Linear Correlation وكيفية عرض هذه العلاقة بيانياً.

1. العلاقة بين متغيرين

يمكن وصف العلاقة بين متغيرين من خلال:

- إمكانية وجودها
- اتجاهها
- قوة الارتباط
- نوع العلاقة

لاختبار إمكانية وجود العلاقة بين المتغيرين يمكن الاعتماد على الدلالة الإحصائية لاختبار العلاقة أو الارتباط فإذا ما وجدنا دلالة إحصائية للعلاقة ($\alpha < sig$) فيمكننا القول بوجود العلاقة بين المتغيرين.

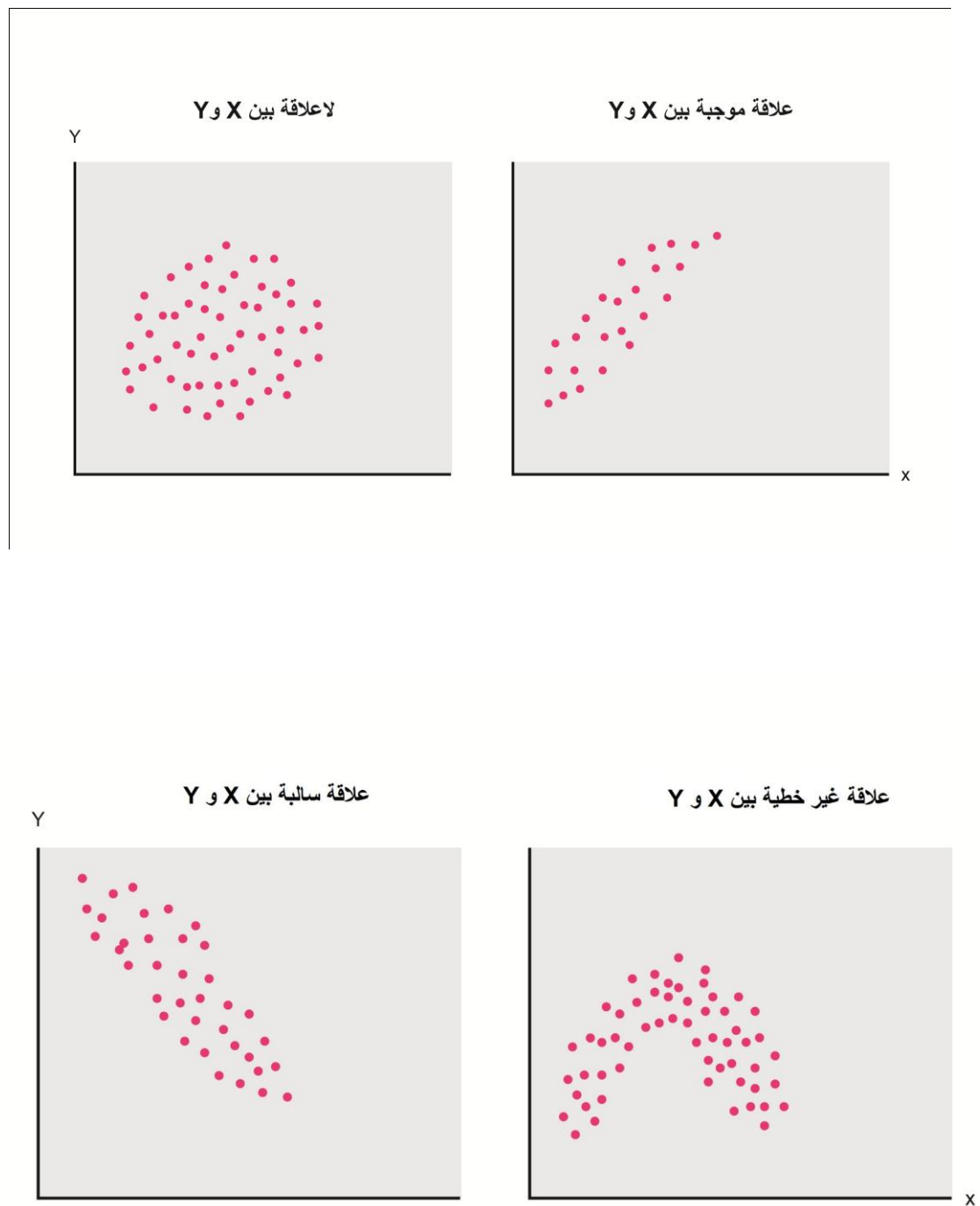
وإذا كانت العلاقة بين متغيرين موجودة فمن المهم معرفة اتجاهها، حيث يمكن أن يكون اتجاه العلاقة موجباً أو سالباً.

يعد فهم قوة العلاقة أمراً أساسياً أيضاً. وبشكل عام يمكن تكون العلاقة غير موجودة أو ضعيفة أو متوسطة أو قوية.

من المهم أيضاً فهم طبيعة العلاقة بين المتغيرين. إذ يمكن أن تكون العلاقة بين متغيرين X و Y ذات أشكال مختلفة. فيمكن أن تكون العلاقة بين X و Y علاقة خطية Linear relationship أي أن طبيعة وقوة العلاقة بين المتغيرين تبقى ثابتة أو متشابهة مع تطور قيم المتغيرين. ويعتبر المستقيم أفضل تمثيل للعلاقة الخطية بين متغيرين.

بالمقابل، قد تكون العلاقة بين X و Y علاقة ذات شكل منحنى curvilinear relationship (أو علاقة غير خطية) والتي تعني أن قوة و/أو اتجاه العلاقة يتغير مع تطور قيم المتغيرين. فمثلاً قد تزداد قيم Y مع تزايد قيم X ولكن وعند نقطة معينة تبدأ قيم Y بالانخفاض مع استمرار تزايد قيم X .

ويشكل استخدام منحنى الانتشار Scatter diagram أحد الطرق السهلة لوصف طبيعة العلاقة بين متغيرين. يظهر الشكل أمثلة على العلاقات المحتملة بين متغيرين والتي يمكن ملاحظتها من خلال منحنيات الانتشار.



شكل 1.7. الأشكال المحتملة للعلاقة بين متغيرين X و Y

2. معامل الارتباط الخطي

يتضمن تحليل الارتباط الثنائي Bivariate Correlation ضمن SPSS ثلاثة معاملات:

- **معامل ارتباط بيرسون Pearson Correlation Coefficient:** يستخدم هذا المعامل لقياس درجة واتجاه العلاقة الخطية بين متغيرين كميين (تم قياسهما باستخدام مقياس مدرج Interval أو مقياس نسب Ratio)
- **معامل ارتباط سبيرمان Spearman Correlation Coefficient:** يستخدم لقياس درجة الارتباط (التوافق) بين متغيرين ترتيبيين Ordinal (تم قياسهما باستخدام مقاييس ترتيبية)
- **معامل ارتباط Kendall Tau-B:** يستخدم لقياس درجة الارتباط بين متغيرين ترتيبيين (تم قياسهما باستخدام مقاييس ترتيبية)

سيتم التركيز في هذا الدرس على معامل الارتباط الخطي بيرسون Pearson Correlation Coefficient والذي تم وضع صيغته الرياضية من قبل Karl Pearson وسمي باسمه.

1.2. شروط اختبار الارتباط الخطي

- عند إجراء استخدام معامل الارتباط الخطي أو معامل بيرسون لا بد من تحقق الشرطين التاليين بشكل أساسي:
- وجود علاقة خطية بين المتغيرين. وسنستعرض كيفية اختبار هذا الشرط باستخدام منحنى الانتشار في فقرة لاحقة
- يجب أن يتمتع كلا المتغيرين المراد اختبار العلاقة بينهما بتوزيع طبيعي Normal distribution

2.2. الصيغة الرياضية لمعامل بيرسون

يمكن حساب معامل الارتباط الخطي أو معامل بيرسون كمايلي:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

حيث:

\bar{X} الوسط الحسابي للمتغير الأول

\bar{Y} الوسط الحسابي للمتغير الثاني

n حجم العينة

يعتبر معامل الارتباط الخطي أو معامل بيرسون المقياس الإحصائي الذي يدل على مقدار العلاقة بين المتغيرات سلبية كانت أم إيجابية. يتراوح معامل الارتباط (r) بين -1 و +1 أي أن:

$$-1 \leq r \leq +1$$

تشير قيمة المعامل إلى قوة العلاقة الخطية أو قوة الارتباط الخطي بين المتغيرين أما الإشارة (+ أو -) فتشير إلى اتجاه العلاقة.

في هذا السياق، لا بد من فهم المصطلحين التاليين:

• **الارتباط الخطي الموجب:** يشير إلى أن التزايد في المتغير X يقابله تزايد في المتغير Y (أي إلى تزايد

المتغيرين معاً) كما في حالة العلاقة بين السعر وجودة المنتج المدركة من قبل المستهلك

• **الارتباط الخطي السالب:** يشير إلى أن التزايد في المتغير X يقابله تناقص في المتغير Y أي أنه يشير

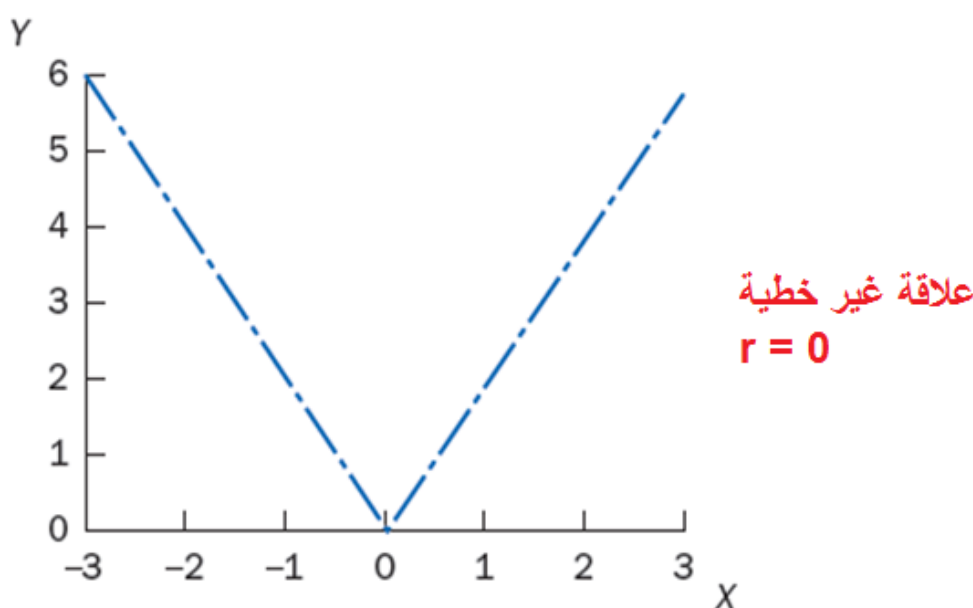
إلى وجود علاقة عكسية بين المتغيرين كما في حالة العلاقة بين السعر والكمية المطلوبة

يشير معامل الارتباط $r = +1$ إلى ارتباط خطي تام موجب بين المتغيرين X و Y أي أنه يشير إلى وجود علاقة خطية تامة بين المتغيرين X و Y . وبالتالي فإن أي تغير في X يؤدي إلى تغير بنفس النسبة ونفس الاتجاه في Y .

أما معامل الارتباط $r = -1$ فيشير إلى أن أي تغير في X يؤدي إلى تغير بنفس النسبة ولكن باتجاه معاكس في Y ، ويقال أن الارتباط بين المتغيرين هو ارتباط تام سالب.

أما إذا كانت قيمة معامل بيرسون $r = 0$ فإن ذلك يعني عدم وجود علاقة خطية. بمعنى آخر، يمكن القول بأن اقتراب قيم r من ± 1 يدل على قوة العلاقة الخطية بين المتغيرين. أما إذا اقترنت قيمة r من الصفر فإن ذلك يدل على ضعف العلاقة الخطية بين المتغيرين. وتدل الإشارة كما ذكرنا سابقاً على اتجاه العلاقة بين المتغيرين.

نذكر هنا إلى وجوب الانتباه إلى أن الحصول على قيم صغيرة (قريبة من الصفر) لمعامل بيرسون لا يعني عدم وجود علاقة بين المتغيرين X و Y وإنما يعني عدم وجود علاقة خطية بينهما. فقد يكون هناك علاقة غير خطية بين المتغيرين (علاقة من الدرجة الثانية مثلاً) كما يظهر في الشكل التالي.



شكل 2.7. علاقة ارتباط غير خطي

3.2. قوة العلاقة

يمكن استخدام قيمة معامل الارتباط لوصف قوة العلاقة بين المتغيرين. يتراوح معامل الارتباط كما ذكرنا سابقاً بين -1 و +1. كيف نفسر إذاً قيمة معامل الارتباط التي تتراوح بين 0 و ± 1 ؟. اختلف المؤلفون في تفسير المعامل إلا أن (Hair et al. (2003 قد اقترحوا الجدول التالي لتفسير هذا المعامل. فبحسب المذكورين يشير معامل الارتباط الذي يتراوح بين ± 0.81 و ± 1 إلى ارتباط قوي جداً بين المتغيرين. على الجانب الآخر وفي حال تراوح معامل الارتباط بين ± 0.01 و ± 0.20 فإنه يشير إلى ارتباط ضعيف جداً بين المتغيرين وهناك احتمال قوي بأن لا يتم رفض فرضية العدم التي تشير إلى عدم وجود علاقة ارتباط خطي بين المتغيرين (إلا في حالة العينات الكبيرة).

معامل الارتباط	قوة العلاقة
± 0.81 إلى ± 1.00	علاقة قوية جداً
± 0.61 إلى ± 0.80	علاقة قوية
± 0.41 إلى ± 0.60	علاقة متوسطة
± 0.21 إلى ± 0.40	علاقة ضعيفة
± 0.01 إلى ± 0.20	علاقة ضعيفة جداً

جدول 1.7. قوة العلاقة بناء على معامل الارتباط

3. الاختبار باستخدام SPSS

قام أحد الباحثين ببناء استبيان لقياس:

- **الموقف من المدينة:** تم قياسه على مقياس من 11 نقطة (1 = لا أحب المدينة أبداً، 11 = أحب المدينة كثيراً)

- **مدة الإقامة في المدينة:** عدد السنوات التي قضاها المقيم في المدينة

- **أهمية الطقس:** مقياس من 11 نقطة (1 = غير مهم على الإطلاق، 11 = مهم جداً)

قام الباحث بتوزيع الاستبيان على عينة من 30 شخصاً. يظهر الجدول التالي البيانات التي حصل عليها الباحث.

يريد الباحث أن يختبر إمكانية وجود علاقة أو ارتباط بين الموقف من المدينة ومدة الإقامة فيها.

فرضية العدم: لا يوجد ارتباط بين المتغيرين على مستوى المجتمع

$$H_0 : \rho = 0$$

الفرضية البديلة: يوجد ارتباط بين المتغيرين على مستوى المجتمع

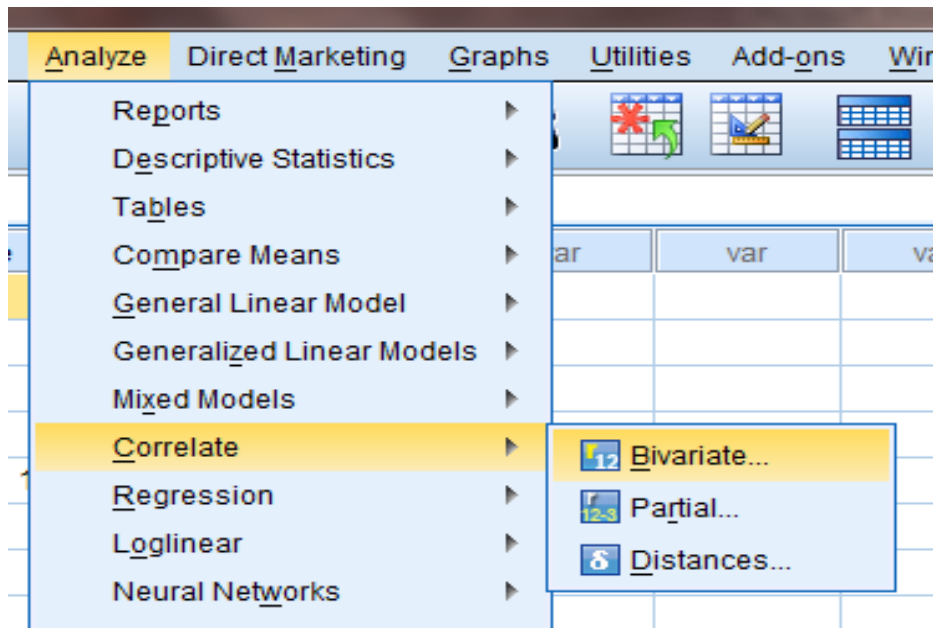
$$H_1 : \rho \neq 0$$

أهمية الطقس	مدة الإقامة	الموقف من المدينة	المجيب
3	10	6	1
11	12	9	2
4	12	8	3
1	4	3	4
11	12	10	5
1	6	4	6
7	8	5	7
4	2	2	8
8	18	11	9
10	9	9	10
8	17	10	11
5	2	2	12
3	10	6	13
11	12	9	14
4	12	8	15
1	4	3	16
11	12	10	17
1	6	4	18
7	8	5	19
4	2	2	20
8	18	11	21
10	9	9	22
8	17	10	23
5	2	2	24
3	10	6	25
11	12	9	26
4	12	8	27
1	4	3	28
11	12	10	29
1	6	4	30

جدول 2.7. بيانات مثال الموقف من المدينة

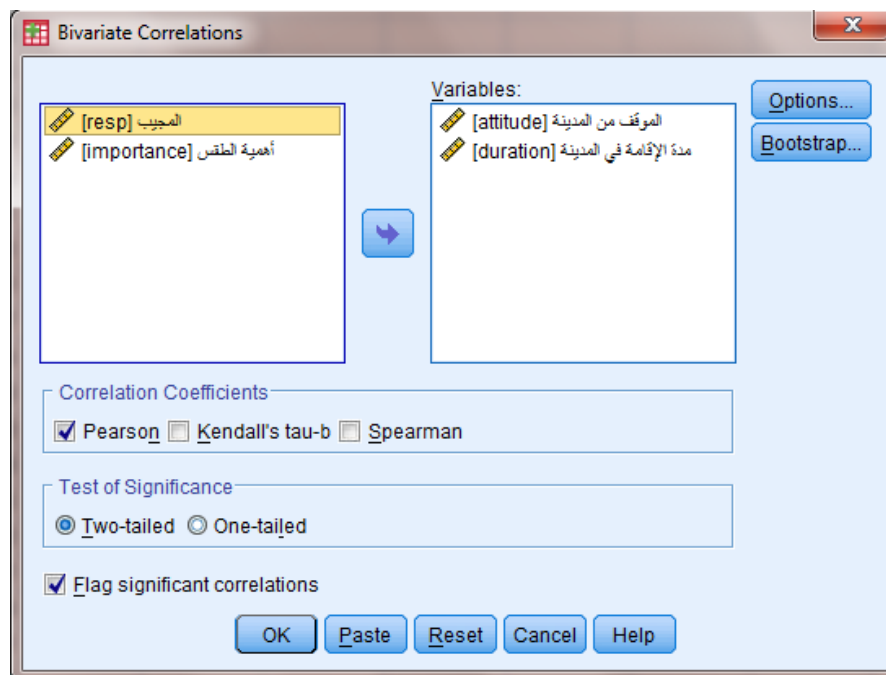
لتطبيق اختبار الارتباط الخطي في SPSS يمكن اتباع المسار التالي:

Analyze ← Correlate ← Bivariate



شكل 3.7. كيفية تطبيق اختبار الارتباط الخطي في SPSS

في النافذة Bivariate Correlations نقوم بنقل المتغيرين اللذين نرغب باختبار الارتباط الخطي بينهما أي الموقف من المدينة attitude ومدة الإقامة في المدينة duration إلى المربع Variables.



شكل 4.7. النافذة Bivariate Correlations

بعد النقر فوق OK تظهر مصفوفة الارتباط في شاشة المخرجات.

Correlations

		الموقف من المدينة	مدة الإقامة في المدينة
الموقف من المدينة	Pearson Correlation	1	.935**
	Sig (2-tailed)		.000
	N	30	30
مدة الإقامة في المدينة	Pearson Correlation	.935**	1
	Sig (2-tailed)	.000	
	N	30	30

** Correlations is Significant at the 0.01 level (2-tailed)

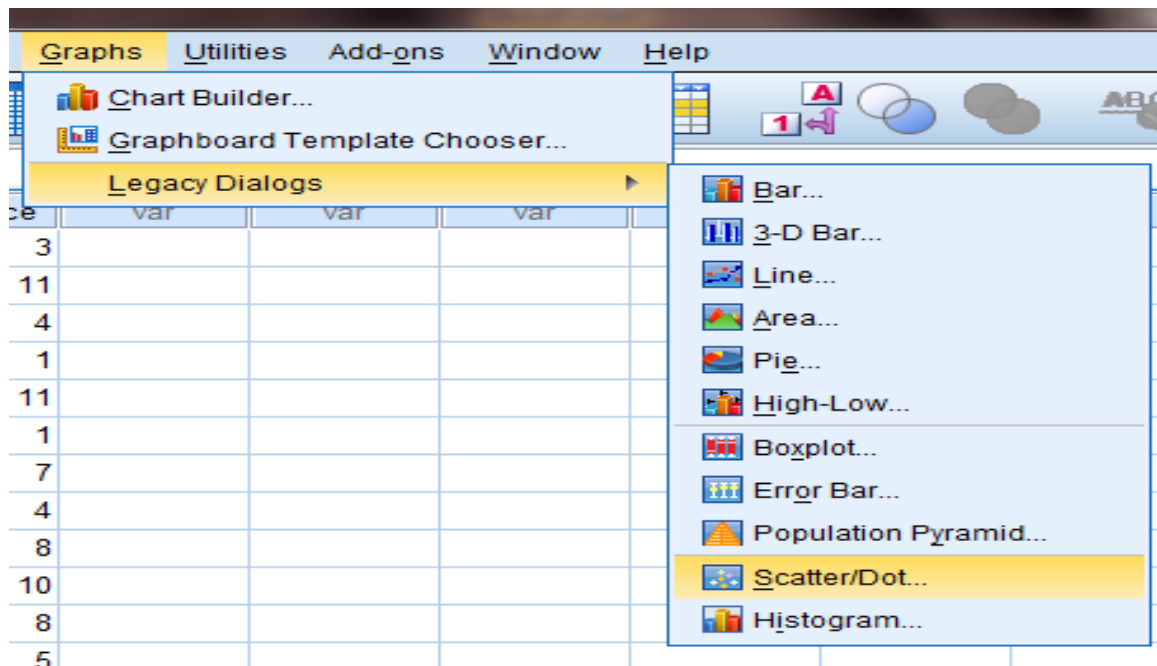
شكل 5.7. مصفوفة الارتباط بين الموقف من المدينة ومدة الإقامة في المدينة

نلاحظ أن قيمة معامل الارتباط الخطي Pearson Correlation على قطر المصفوفة تساوي 1 دائماً حيث أنه يشير إلى الارتباط بين المتغير وذاته، ومن الطبيعي أن يكون الارتباط بين المتغير وذاته ارتباطاً تاماً وموجباً. كما نلاحظ أن قيم معامل الارتباط فوق القطر مساوية تماماً للقيم تحت القطر.

يشير الجدول السابق إلى وجود ارتباط ذي دلالة إحصائية بين الموقف من المدينة ومدة الإقامة فيها $\text{sig} < 0.001$ (أي أن بإمكاننا رفض فرضية العدم وقبول الفرضية البديلة). ويشير معامل بيرسون $r = 0.935$ إلى وجود علاقة ارتباط قوية جداً وموجبة بين هذين المتغيرين، أي أن الموقف من المدينة ومدة الإقامة في المدينة يسيران معاً فيزداد الموقف من المدينة مع ازدياد مدة الإقامة في المدينة.

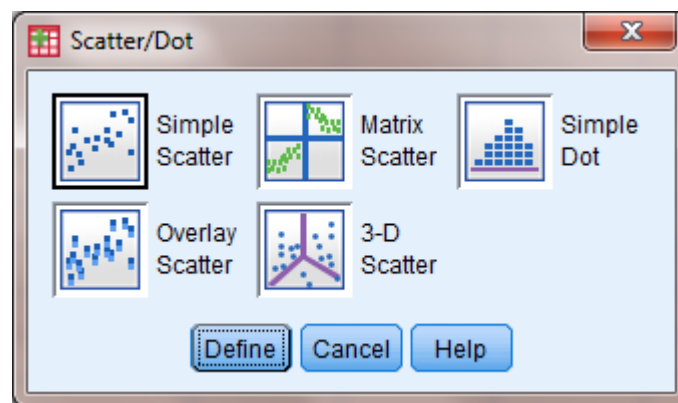
ويمكن كما ذكرنا تمثيل أو اختبار احتمال وجود العلاقة الخطية بين المتغيرين من خلال استخدام منحني الانتشار Scatter Plot وذلك كمايلي:

Graphs←Legacy Dialog←Scatter/Dot...



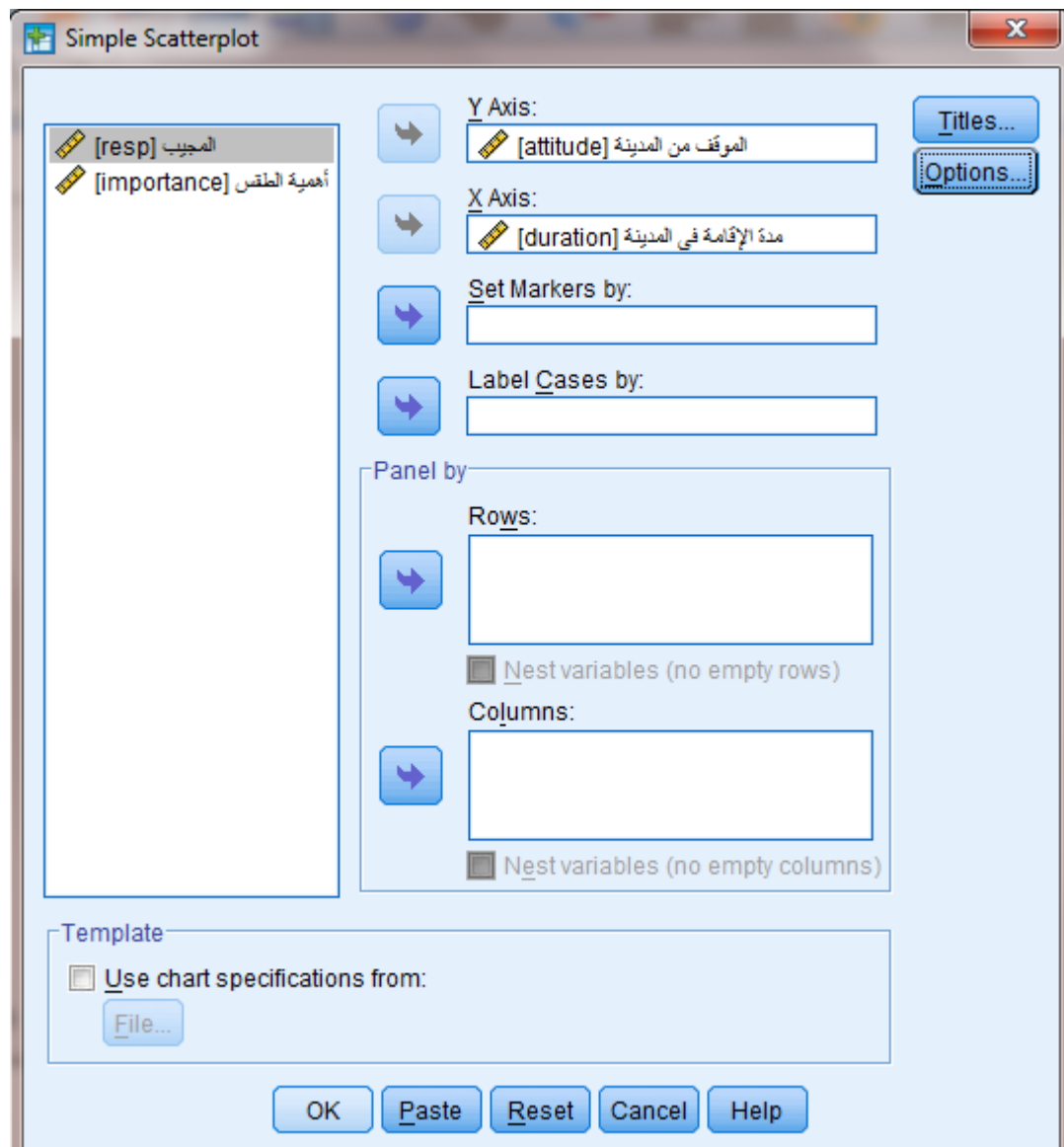
شكل 6.7. كيفية إظهار منحنى الانتشار

في النافذة Scatter/Dot نختار Simple Scatter ثم ننقر فوق Define.



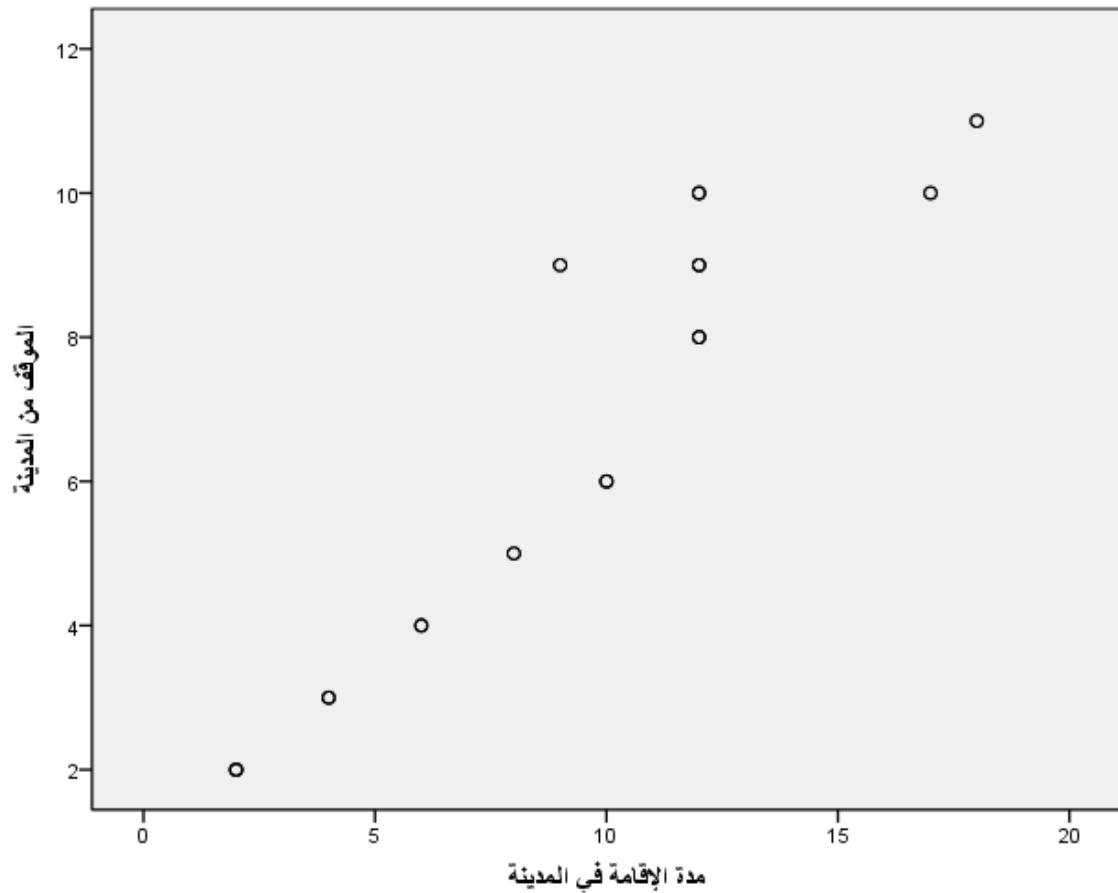
شكل 7.7. النافذة Simple scatter

في النافذة Simple Scatterplot نضع الموقف من المدينة في المربع Y Axis والمتغير مدة الإقامة في المربع X Axis.



شكل 8.7. النافذة Simple Scatterplot

بالنقر فوق OK ينتج لدينا الشكل البياني التالي الذي يبين توزيع إحداثيات العلاقة بين الموقف من المدينة ومدة الإقامة في المدينة.



شكل 9.7. منحنى الانتشار للعلاقة بين الموقف من المدينة ومدة الإقامة في المدينة

يظهر الشكل السابق وجود علاقة خطية واضحة بين المتغيرين المدروسين (الموقف من المدينة ومدة الإقامة) حيث تتجمع النقاط في الشكل على خط مستقيم ذي ميل إيجابي. ويظهر من توضع النقاط كيف أن تزايد الموقف من المدينة يترافق مع تزايد مدة الإقامة في المدينة.

في النهاية، نشير إلى أن مصفوفة الارتباط الخطي يمكن أن تتضمن أكثر من متغير وفي هذه الحالة نقرأ النتائج في المثلث الأدنى أو الأعلى من الجدول (فوق قطر الجدول أو تحته) حيث أن النتائج في الجزء الأدنى من الجدول (المثلث الأدنى) هي انعكاس أو هي ذاتها في الجزء الأعلى من الجدول. وبما أن معامل الارتباط على القطر يساوي دائماً (1) يميل معظم الكتاب إلى عدم إظهار قيم معامل الارتباط على القطر.

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
V_1					
V_2	0.5				
V_3	0.3	0.4			
V_4	0.1	0.3	0.6		
V_5	0.2	0.5	0.3	0.7	

شكل 10.7. كيفية عرض مصفوفة الارتباط في الكتابة العلمية

المراجع العربية:

- الساعاتي، عبدالرحيم؛ حسن، أحمد السيد؛ حابس، عصام؛ البحيطي، عبدالرحيم؛ أبو العلا، لبنى؛ الشرييني، زكريا (2009)، تطبيقات في التحليل الإحصائي للعلوم الإدارية والإنسانية، الطبعة الثانية، جامعة الملك عبدالعزيز، جدة.
- نجيب، حسين علي؛ الرفاعي، غالب عوض صالح (2006)، تحليل ونمذجة البيانات باستخدام الحاسوب: تطبيق شامل للحزمة SPSS، الطبعة الأولى، الأهلية للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.

المراجع الأجنبية:

- Buglear J. (2003), Stats means Business: A Guide to Business Statistics, 3rd Edition, Elsevier Butterworth–Heinemann, England.
- Coakes S.J. (2005), SPSS for Windows: Analysis without Anguish, John Wiley, Australia.
- Field A. (2006), Discovering Statistics Using SPSS, 2nd Edition, SAGE, England.
- Hair J.F. JR., Bush R.P., & Ortinau D.J. (2003), Marketing Research Within a Changing Information Environment, McGraw–Hill/Irwin, 2nd Edition, USA.
- Ho R. (2006), Handbook of Univariate and Multivariate Data Analysis and Interpretation with SPSS, Chapman & Hall/CRC, USA.
- Malhotra N.K. (2010), Marketing Research: An Applied Orientation, 6th Edition, Pearson, USA.
- Malhotra N.K. & Briks D.F. (2007), Marketing Research: An Applied Approach, 3rd European Edition, Pearson Education Limited, Italy.
- Morgan G.A., Leech N.L., Gloeckner G.W., & Barrett K.C. (2004), SPSS for Introductory Statistics: Use and Interpretation, 2nd Edition, Lawrence Erlbaum Associates, USA.
- Pallant J. (2007), SPSS Survival Manual: A Step by Step Guide to Data Analysis Using SPSS for Windows, 3rd Edition, McGraw Hill, USA.
- SPSS Statistics Base 17.0 User's Guide (2007), SPSS Inc., USA.

مقترحات وتمارين للفصل السابع

بهدف مساعدة الطالب على مراجعة هذا الفصل وتثبيت الأفكار الأساسية، يمكنه محاولة الإجابة على الأسئلة التالية.

1. كيف يمكن وصف العلاقة بين متغيرين؟

(الحل في الفقرة: 1.)

2. متى يستخدم معامل ارتباط سبيرمان؟

(الحل في الفقرة: 2.)

3. ما هي شروط اختبار الارتباط الخطي؟

(الحل في الفقرة: 1.2.)

4. ما هي دلالة معامل بيرسون؟

(الحل في الفقرة: 2.2.)

5. قم بإنشاء ملف SPSS جديد وعرف المتغيرات وأدخل فيه البيانات الواردة في الجدول رقم 1.3. (الفصل الثالث) ثم قم باختبار إمكانية وجود علاقة خطية بين الموقف من الانترنت والموقف من التكنولوجيا.