

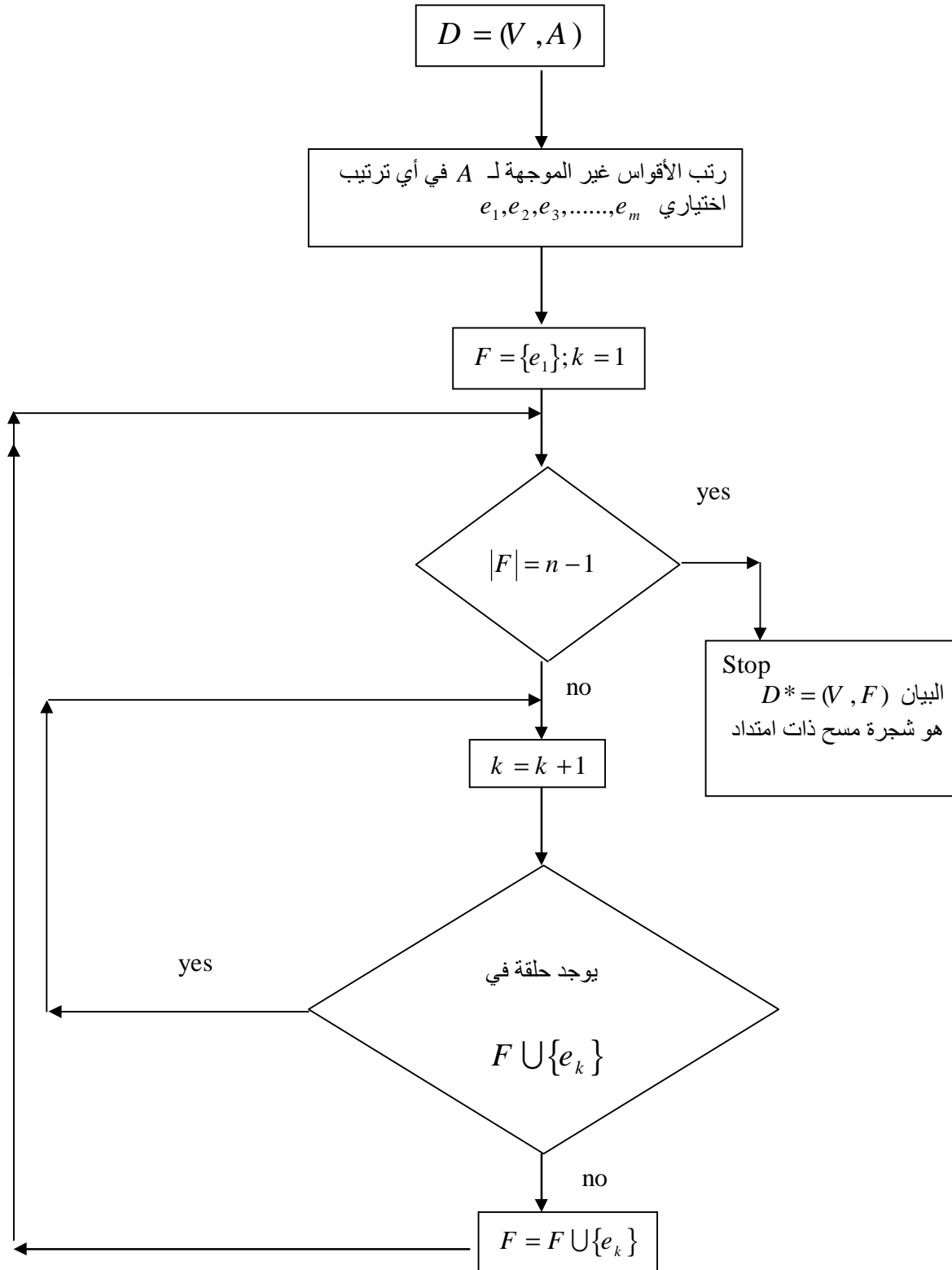
**مسألة بناء شجرة مسح (ذات امتداد) في بيان غير موجه ( Spanning tree constructing problem in non-directed graph)**

لنعتبر البيان غير الموجه  $D = (V, A)$  المؤلف من مجموعة العقد  $V$  حيث  $n = |V|$  و من مجموعة الأقواس غير الموجهة  $A$  حيث  $m = |A|$ . ولنعتبر أن كل قوس غير موجه  $e \in A$  مزود بقيمة حقيقية غير سالبة تدعى بوزن القوس ويرمز لها بـ  $w(e) \geq 0$ .

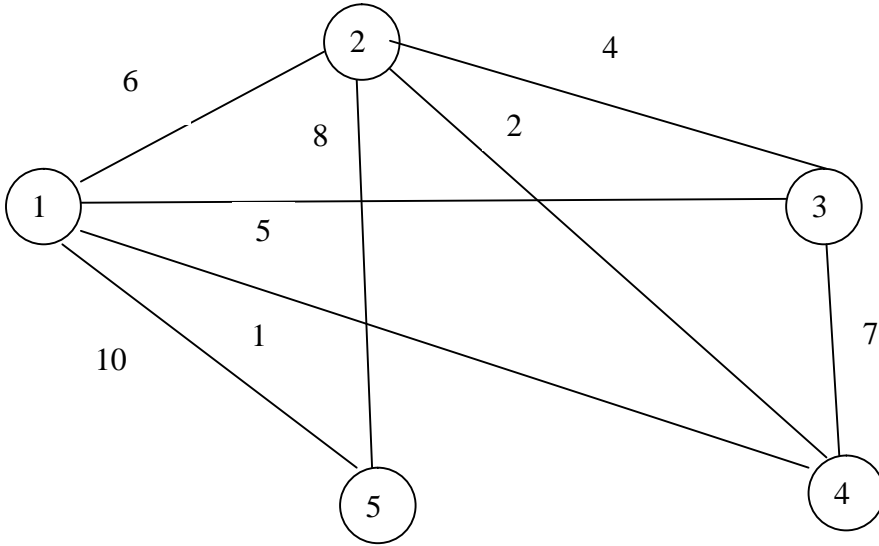
الشجرة في بيان غير موجه بسيط (أي لا يوجد أكثر من قوس واحد بين كل عقدتين من البيان  $D$ ) ومتصل (أي لا يوجد عقد عزيلة غير متصلة مع غيرها من عقد البيان  $D$ ) وبدون وجود حلقات هي بيان جزئي  $D^* = (V, F)$  من البيان الأساسي  $D = (V, A)$  له نفس عدد العقد كما في البيان الأساسي و مجموعة أقواسه  $F$  تشكل مجموعة جزئية من مجموعة الأقواس للبيان الأساسي  $A$  أي  $F \subseteq A$ .  
وكمثال على شجرة مسح ذات امتداد هي شجرة العائلة الوراثية وشبكة الاتصالات....الخ.

**1. خوارزمية شهرة لبناء شجرة مسح (ذات امتداد) في بيان غير موجه ( Greedy algorithm for constructing a spanning tree in non-directed graph)**

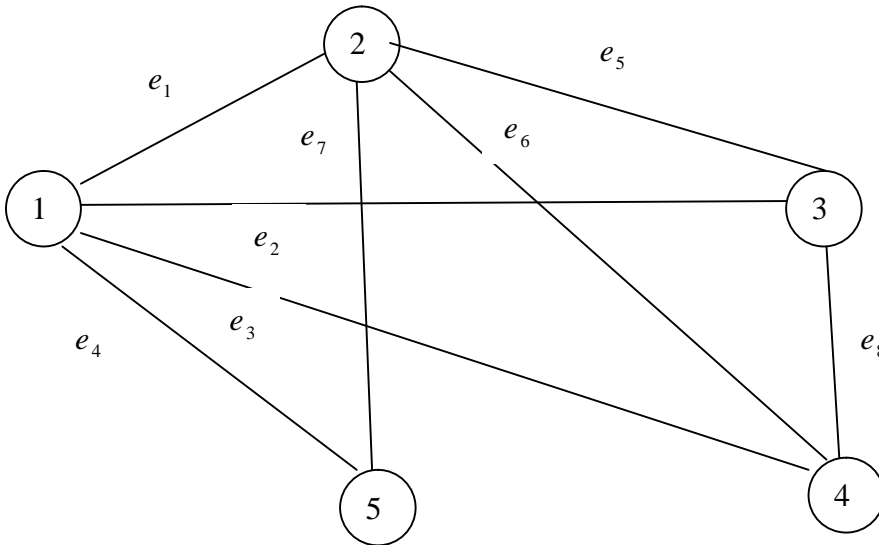
الخوارزمية الشرهة (greedy algorithm)



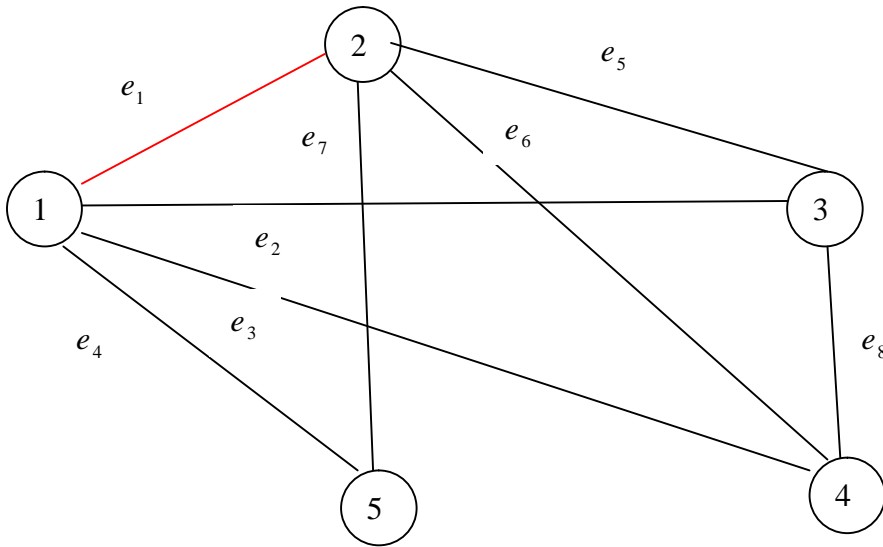
مثال 1. أوجد شجرة المسح ذات الامتداد في البيان غير الموجة التالي:



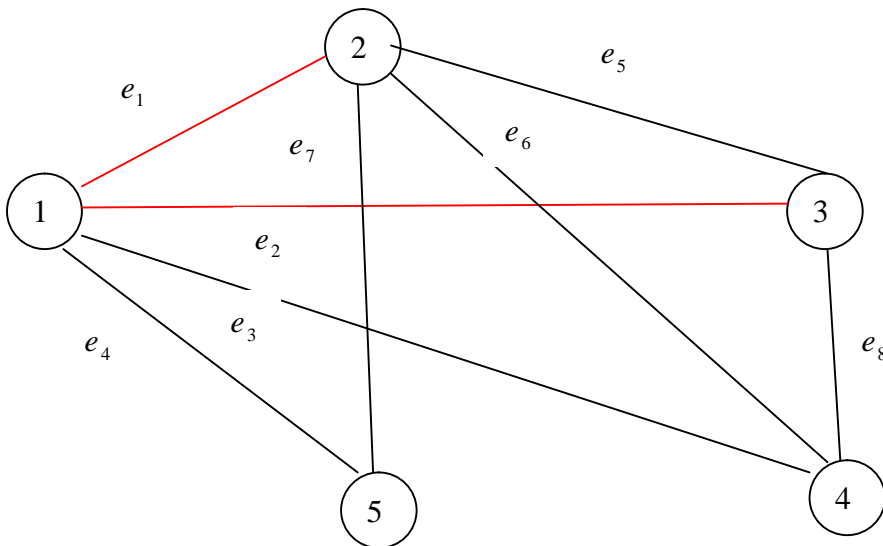
$e_8$	$e_7$	$e_6$	$e_5$	$e_4$	$e_3$	$e_2$	$e_1$	الأقواس $e_k$
(3,4)	(2,5)	(2,4)	(2,3)	(1,5)	(1,4)	(1,3)	(1,2)	$k = (i, j)$
7	8	2	4	10	1	5	6	$w(e_k)$



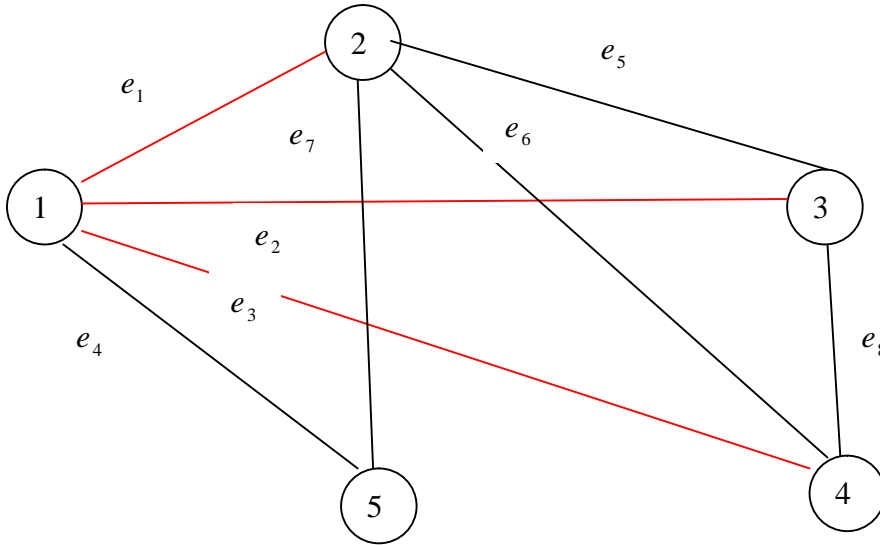
المرحلة الأولى:  $F = \{e_1\}$



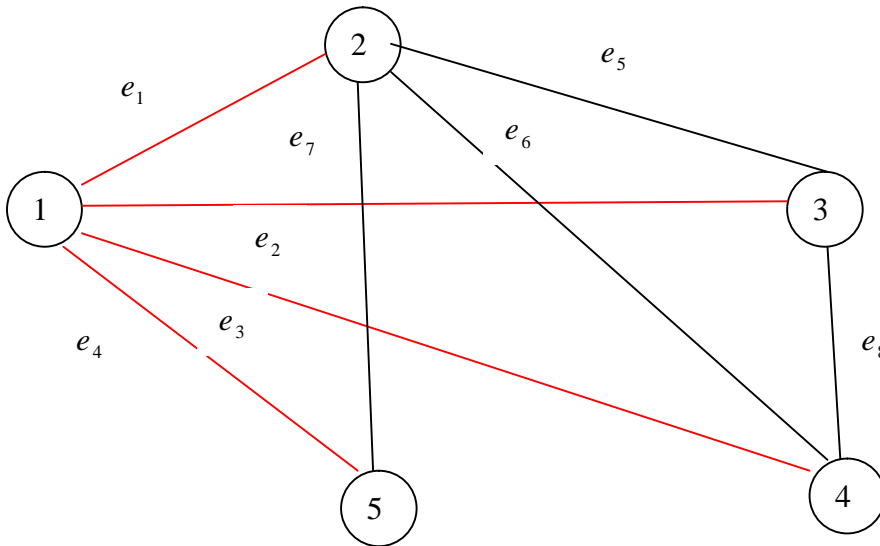
المرحلة الثانية:  $F = \{e_1, e_2\}$



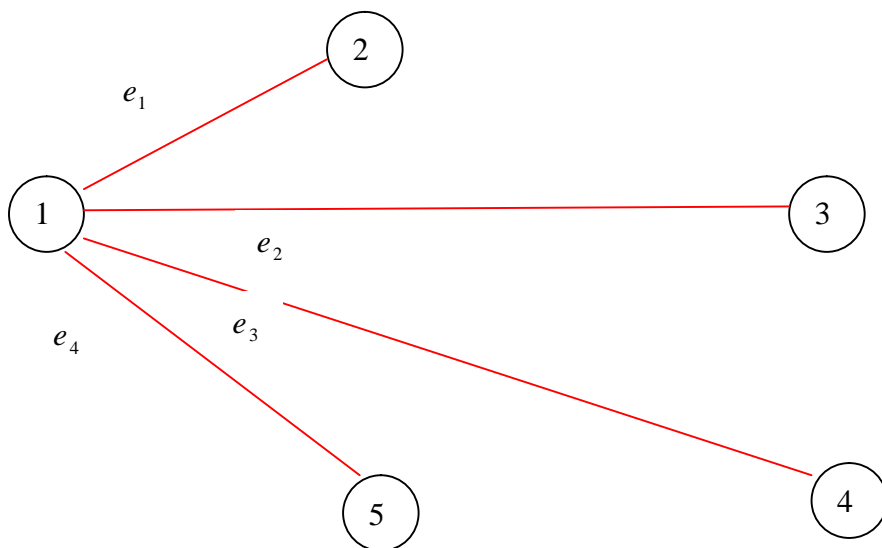
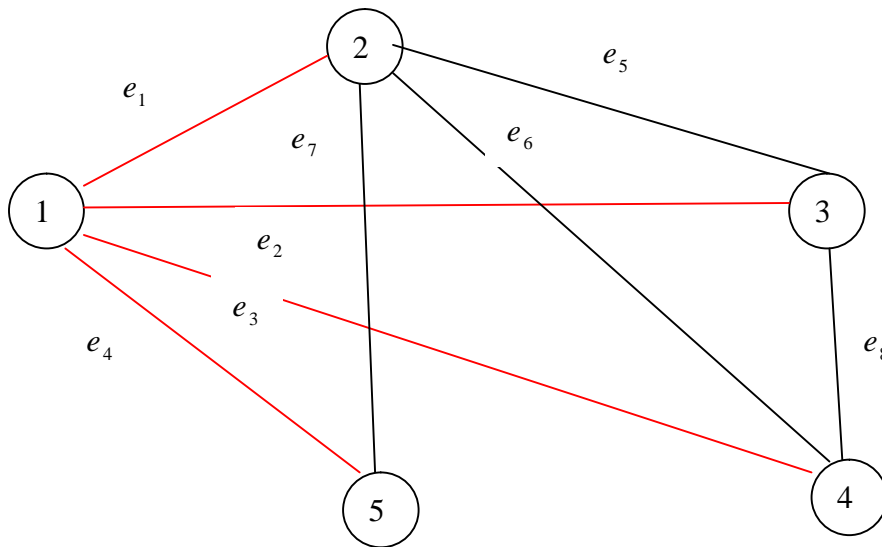
المرحلة الثالثة:  $F = \{e_1, e_2, e_3\}$



المرحلة الرابعة:  $F = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$



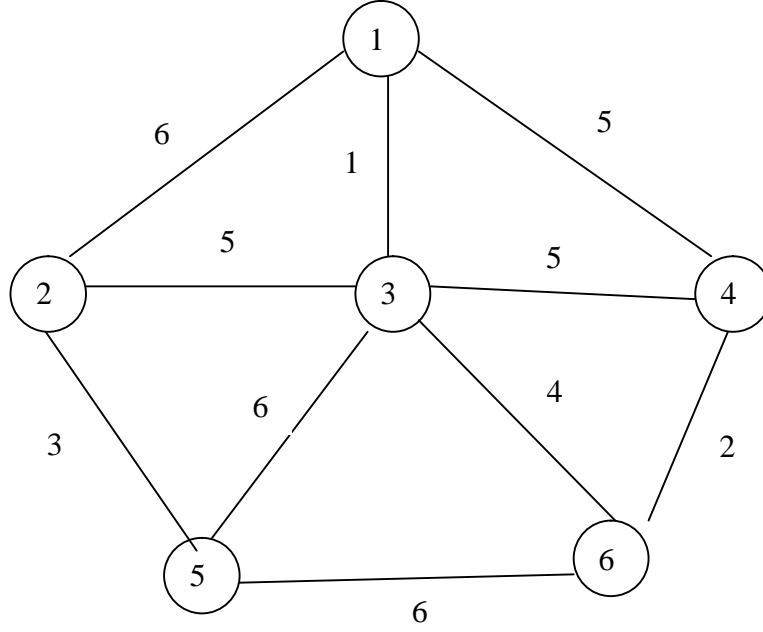
المرحلة الخامسة:  $F = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$



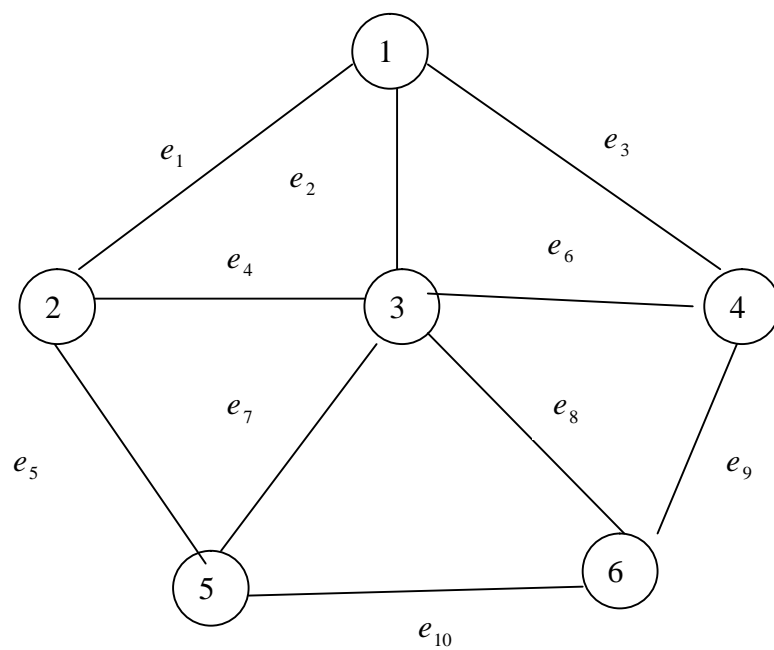
شجرة مسح ذات امتداد بوزن  $W(D^*) = w(e_1) + w(e_2) + w(e_3) + w(e_4) = 6 + 5 + 1 + 10 = 22$

$$F = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5)\}$$

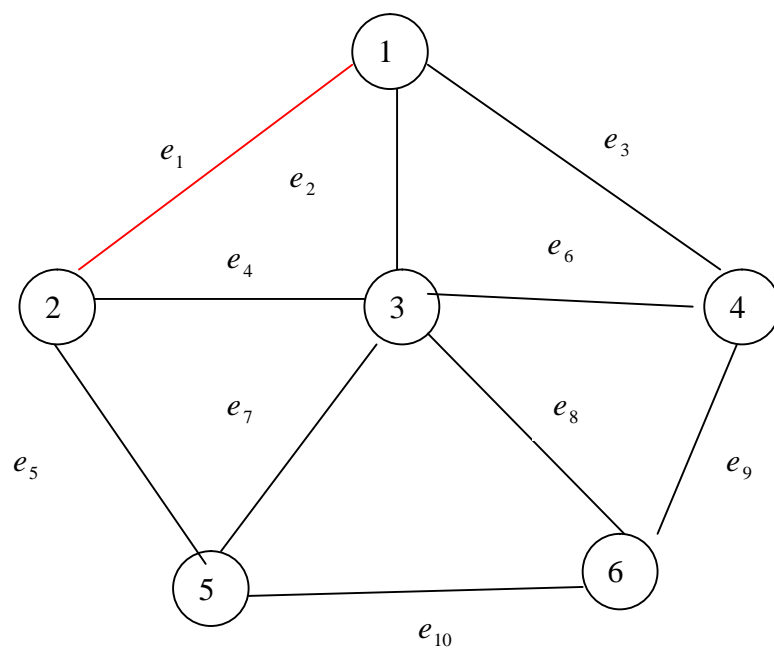
مثال 2. أوجد شجرة المسح ذات الامتداد في البيان غير الموجة التالي:



$e_{10}$	$e_9$	$e_8$	$e_7$	$e_6$	$e_5$	$e_4$	$e_3$	$e_2$	$e_1$	الأقواس $e_k$
(5,6)	(4,6)	(3,6)	(3,5)	(3,4)	(2,5)	(2,3)	(1,4)	(1,3)	(1,2)	$k = (i, j)$
6	2	4	6	5	3	5	5	1	6	$w(e_k)$

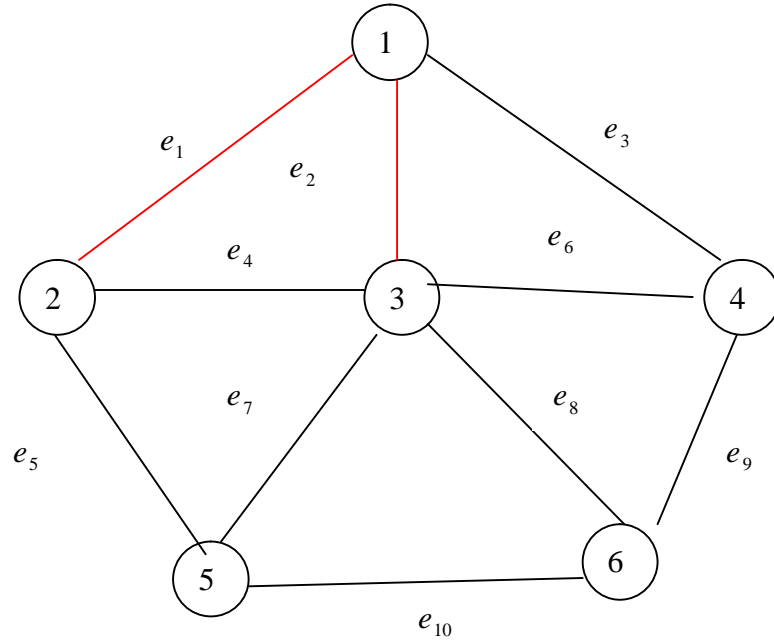


المرحلة الأولى:  $F = \{e_1\}$

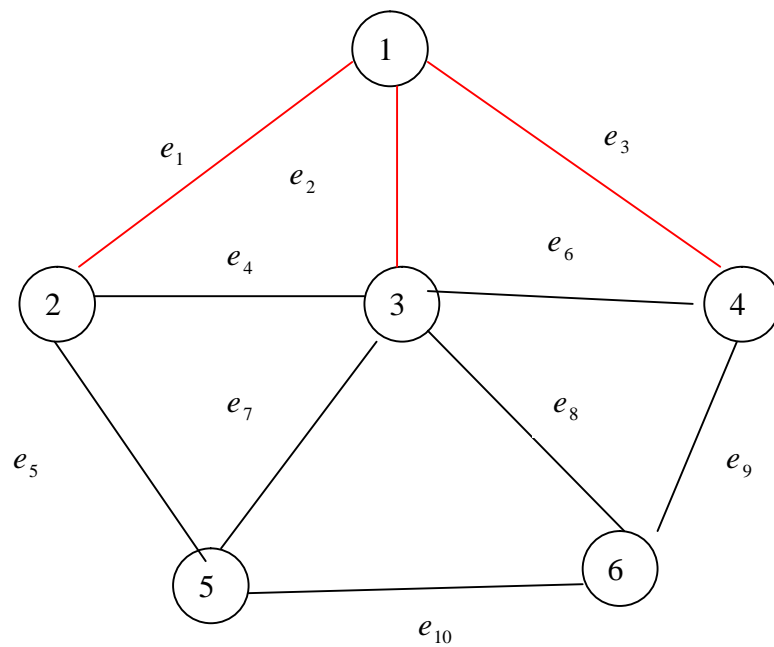




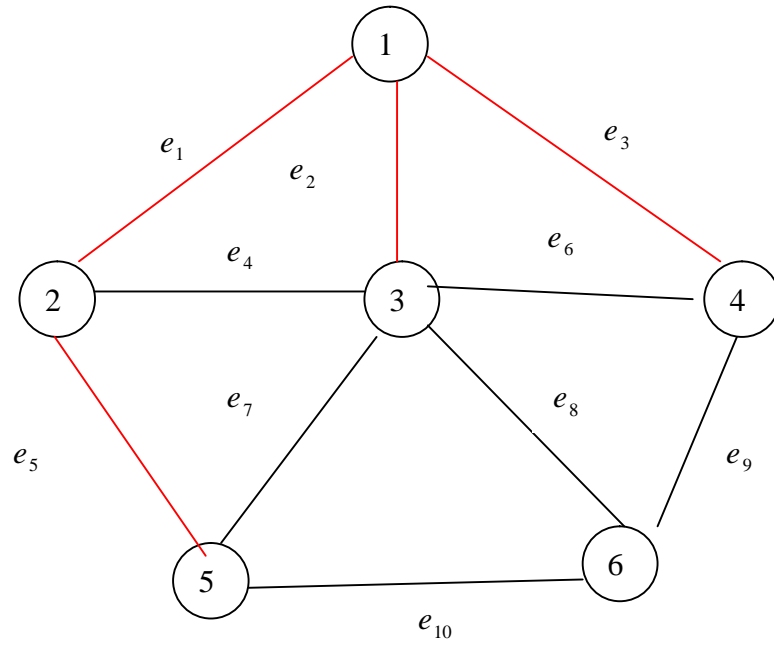
المرحلة الثانية:  $F = \{e_1, e_2\}$



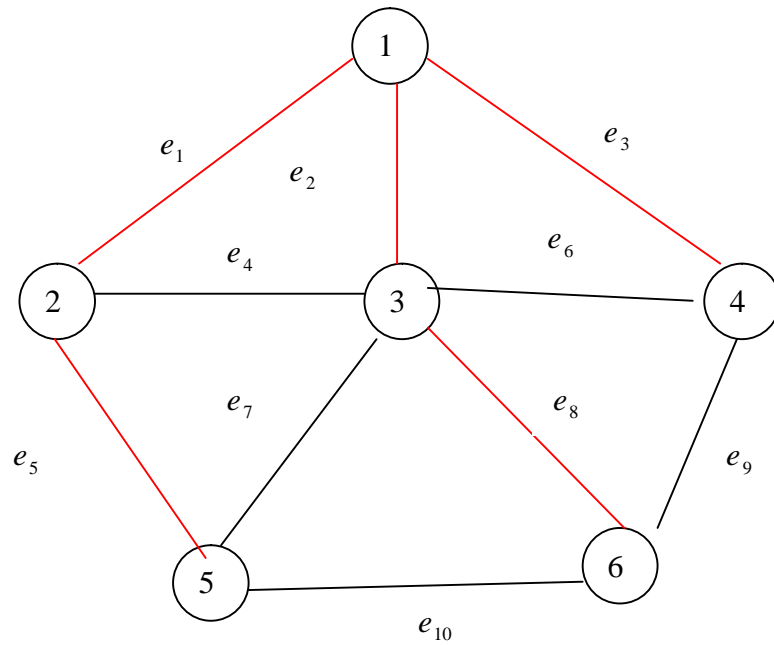
المرحلة الثالثة:  $F = \{e_1, e_2, e_3\}$



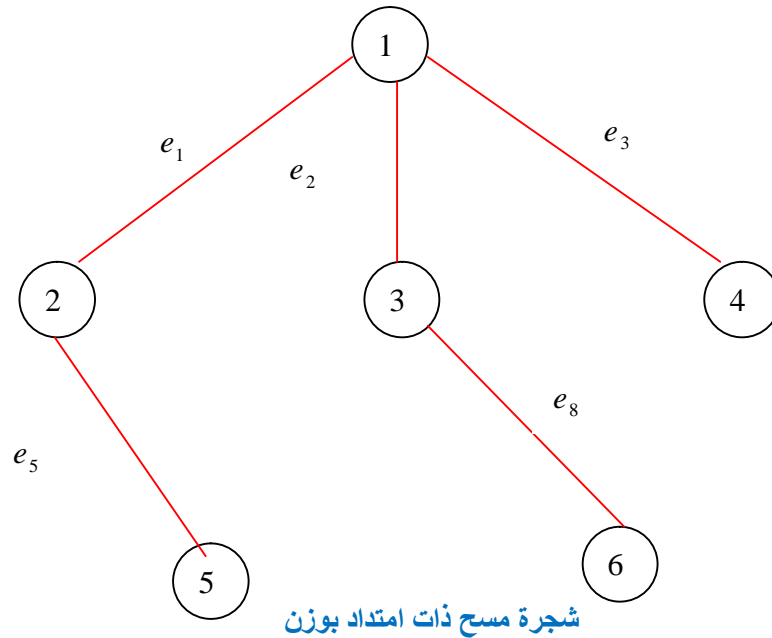
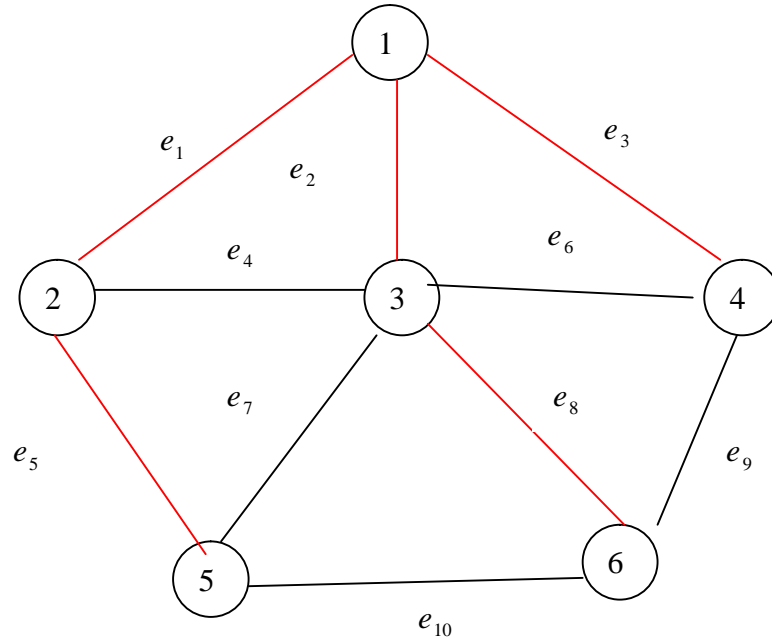
المرحلة الرابعة:  $F = \{e_1, e_2, e_3, e_5\}$



المرحلة الخامسة:  $F = \{e_1, e_2, e_3, e_5, e_8\}$



المرحلة السادسة:  $F = \{e_1, e_2, e_3, e_5, e_8\}$



$$W(D^*) = w(e_1) + w(e_2) + w(e_3) + w(e_5) + w(e_8) = 6 + 1 + 5 + 3 + 4 = 19$$

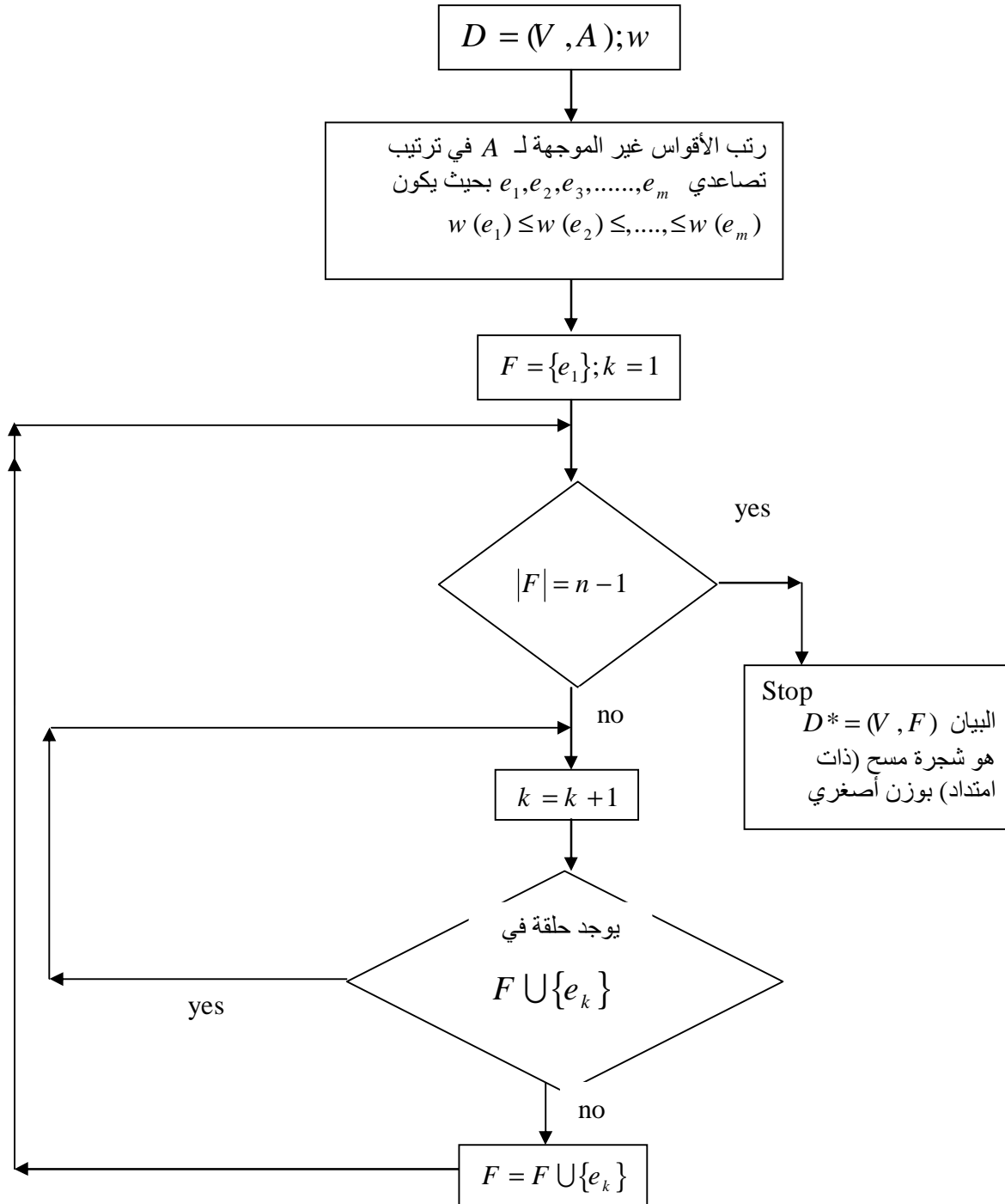
$$F = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,5), (3,6)\}$$

2. مسألة شجرة مسح (ذات امتداد) بوزن أصغري في بيان غير موجة (Minimum-weight

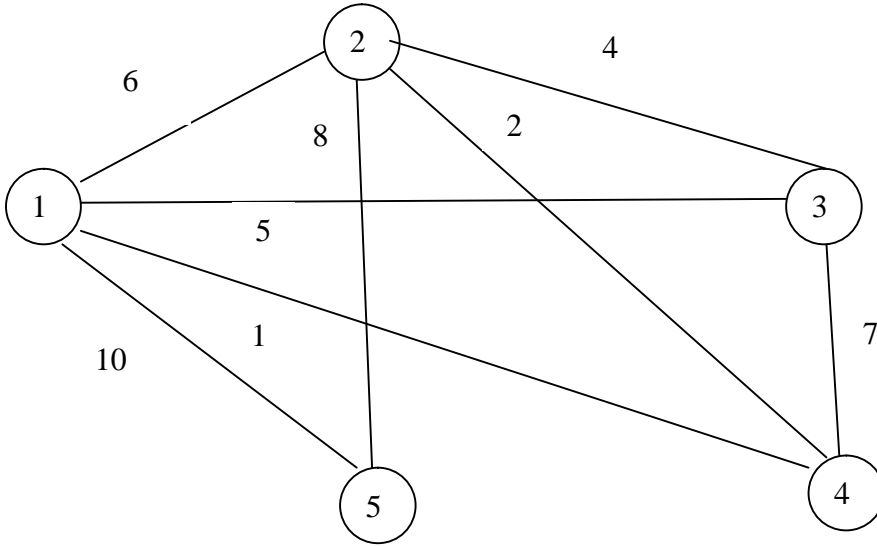
spanning tree problem in non-directed graph)

3.

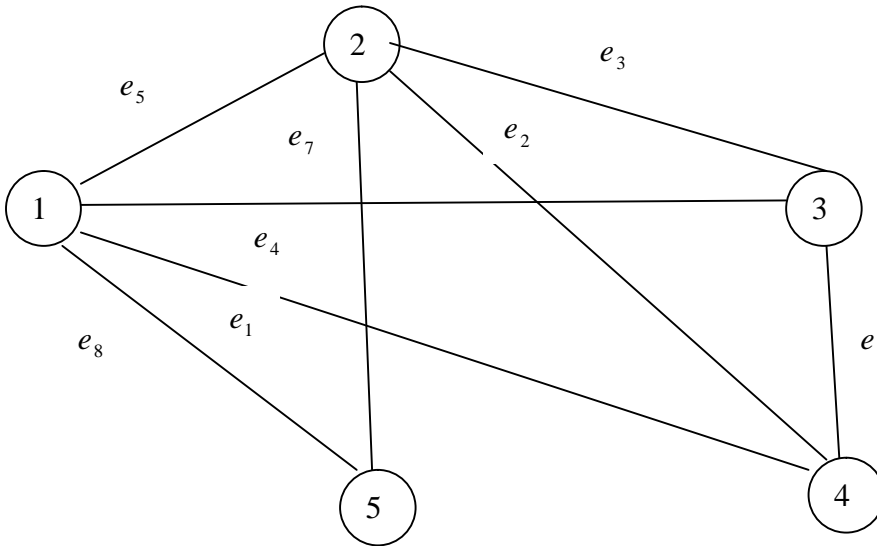
الخوارزمية الشجرة لـ كروسكال (greedy algorithm of Kruskal)



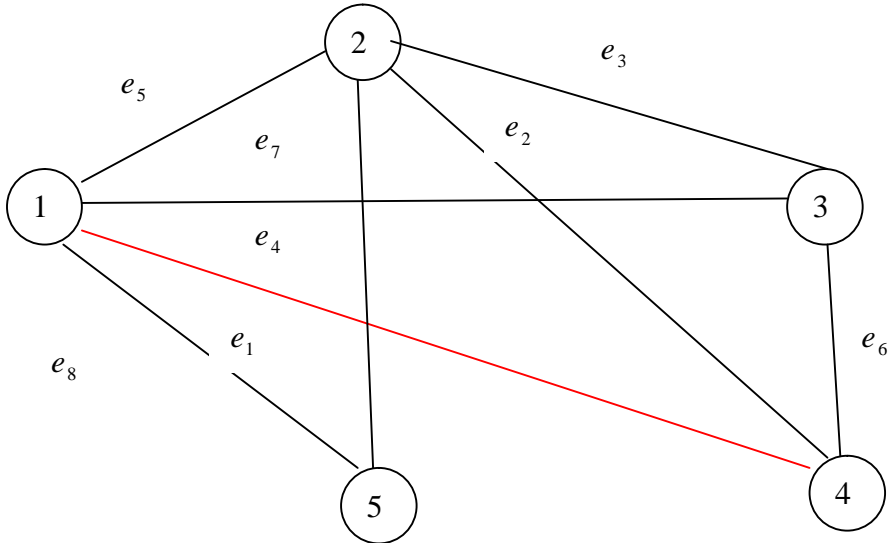
مثال 3. أوجد شجرة المسح ذات الامتداد بوزن أصغري في البيان غير الموجة التالي:



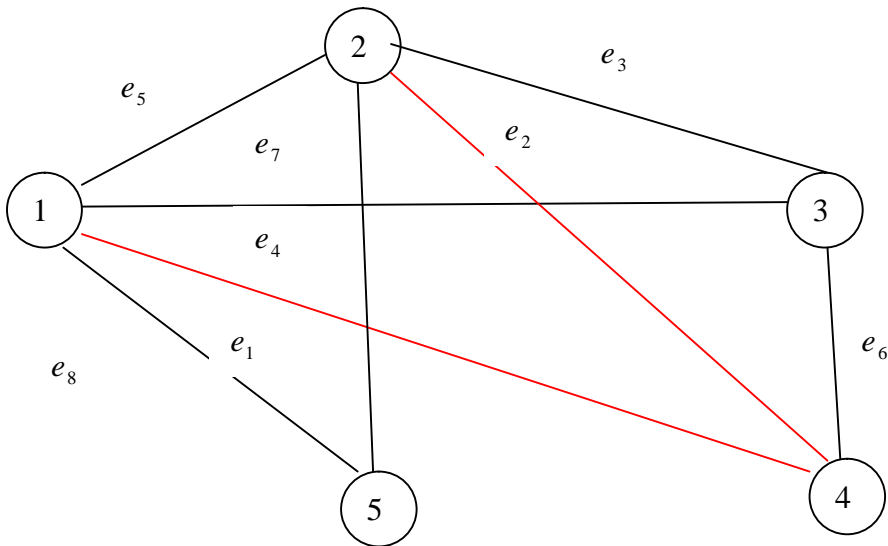
الأوزان $w(e_k)$ مرتبة تصاعدياً	1	2	4	5	6	7	8	10
الأقواس $e_k$ $k = (i, j)$	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$	$e_8$
	(1,4)	(2,4)	(2,3)	(1,3)	(1,2)	(3,4)	(2,5)	(1,5)



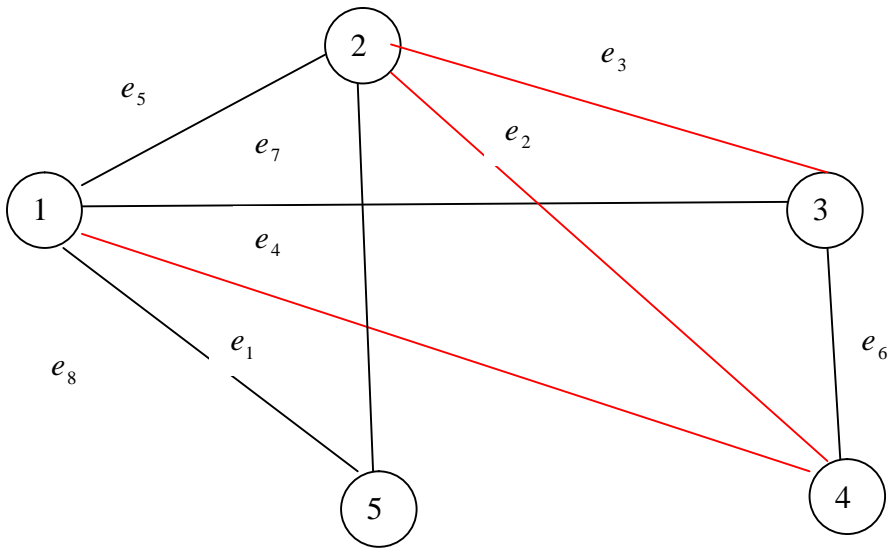
المرحلة الأولى:  $F = \{e_1\}$



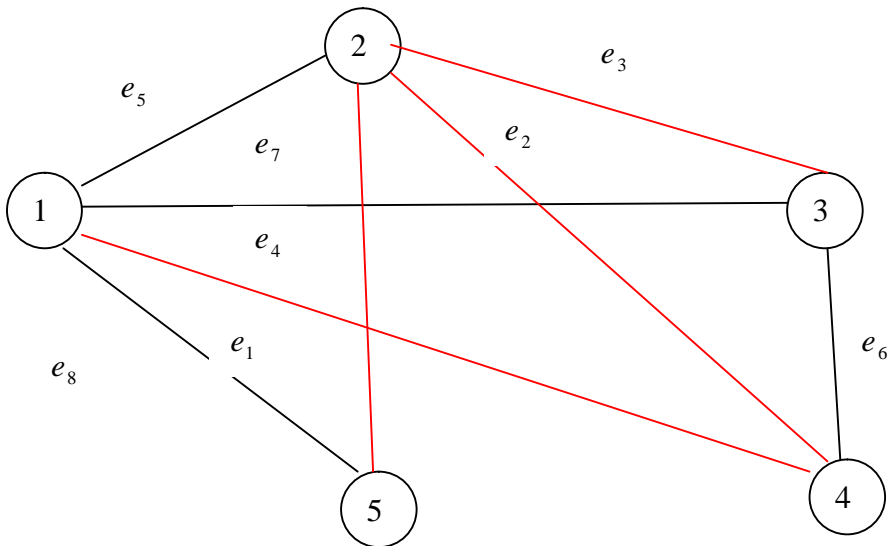
المرحلة الثانية:  $F = \{e_1, e_2\}$

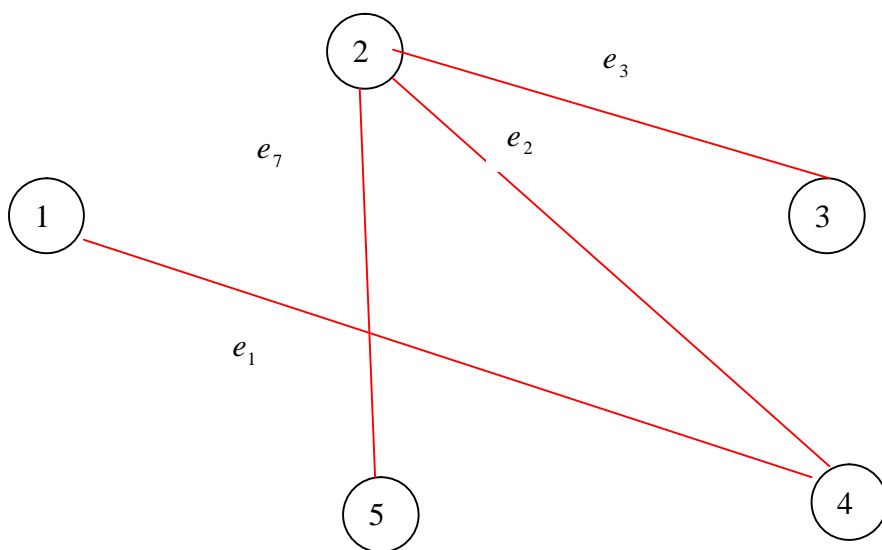


المرحلة الثالثة:  $F = \{e_1, e_2, e_3\}$



المرحلة الرابعة:  $F = \{e_1, e_2, e_3, e_7\}$



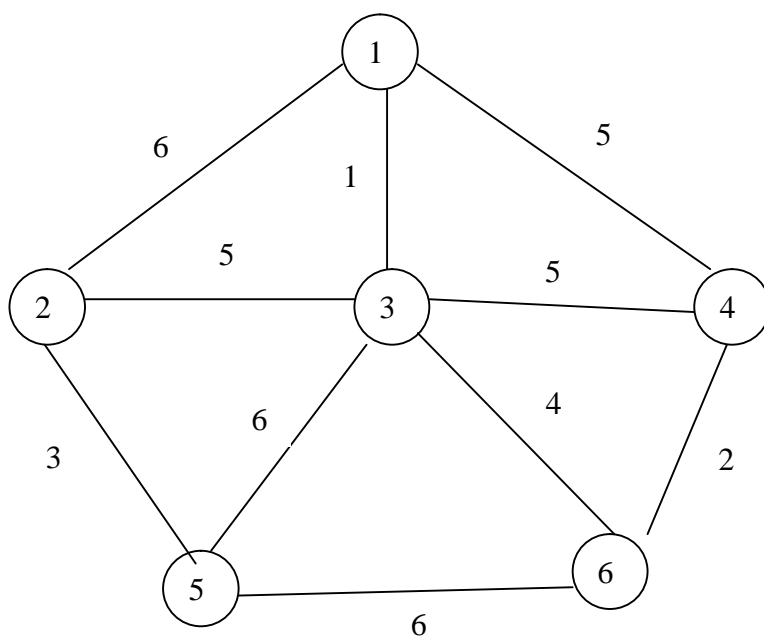


شجرة مسح ذات امتداد بوزن أصغري

$$W(D^*) = w(e_1) + w(e_2) + w(e_3) + w(e_7) = 1 + 2 + 4 + 8 = 15$$

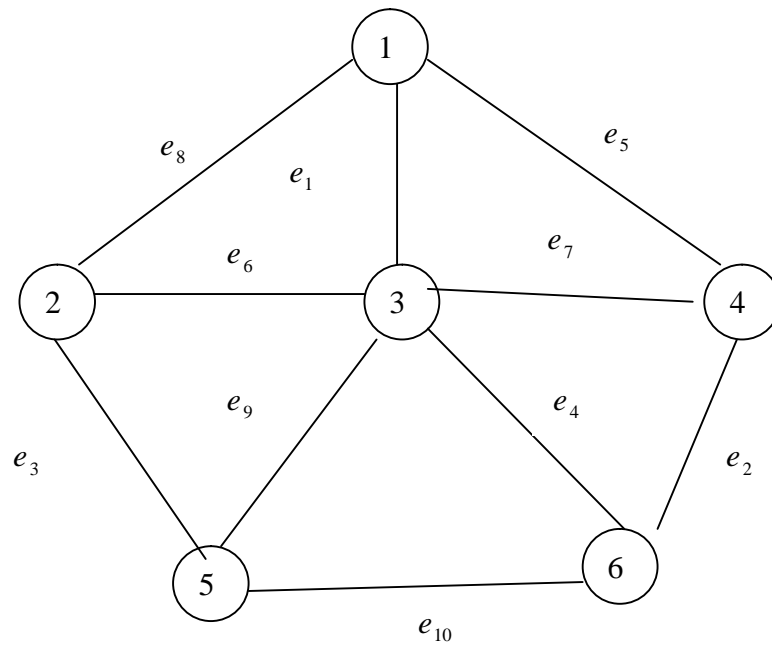
$$F = \{(1,4), (2,4), (2,3), (2,5)\}$$

مثال 4. أوجد شجرة المسح ذات الامتداد بوزن أصغري في البيان غير الموجة التالي:

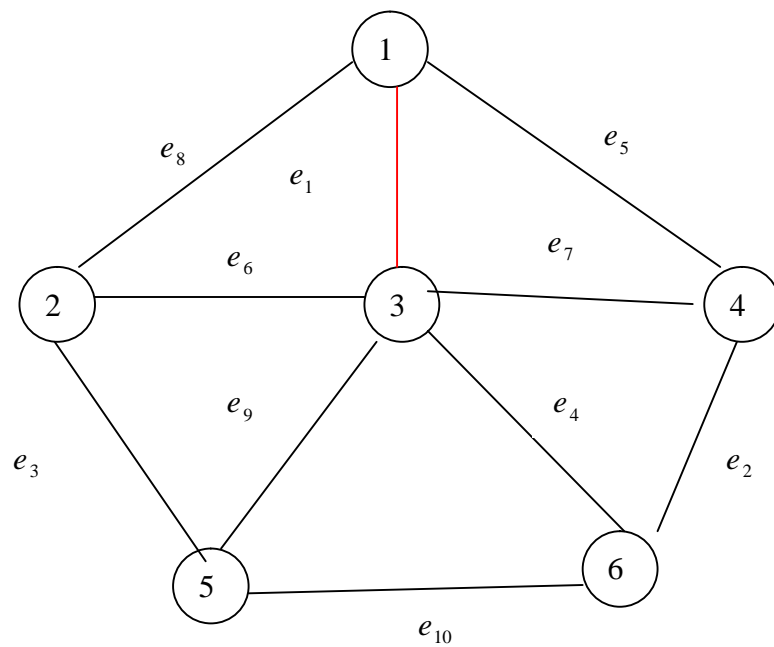




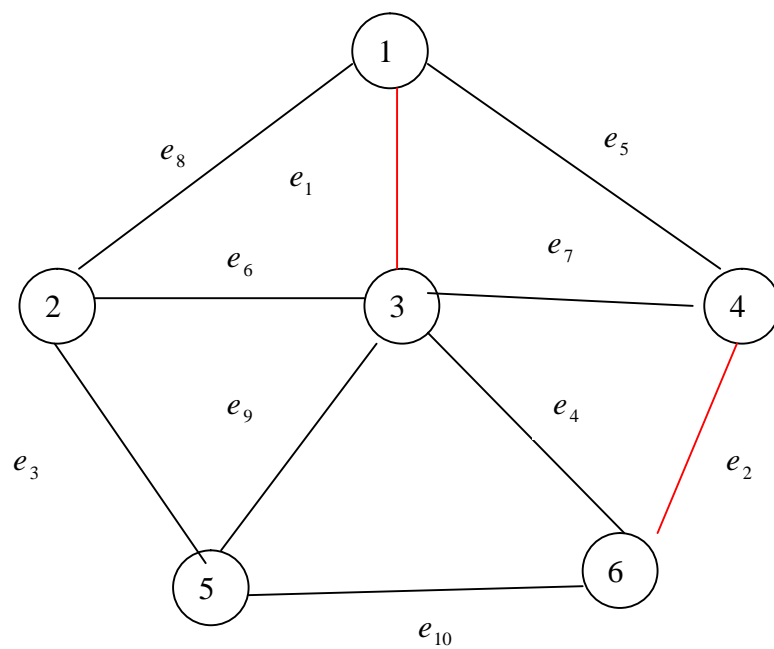
6	6	6	5	5	5	4	3	2	1	الأوزان $w(e_k)$ مرتبة تصاعدياً
$e_{10}$	$e_9$	$e_8$	$e_7$	$e_6$	$e_5$	$e_4$	$e_3$	$e_2$	$e_1$	الأقواس $e_k$
(5,6)	(3,5)	(1,2)	(3,4)	(2,3)	(1,4)	(3,6)	(2,5)	(4,6)	(1,3)	$k = (i, j)$



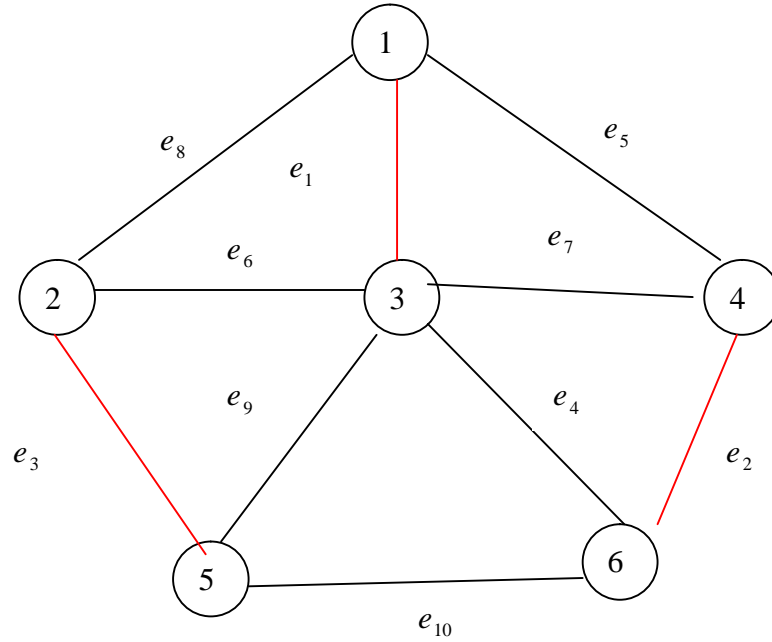
المرحلة الأولى:  $F = \{e_1\}$



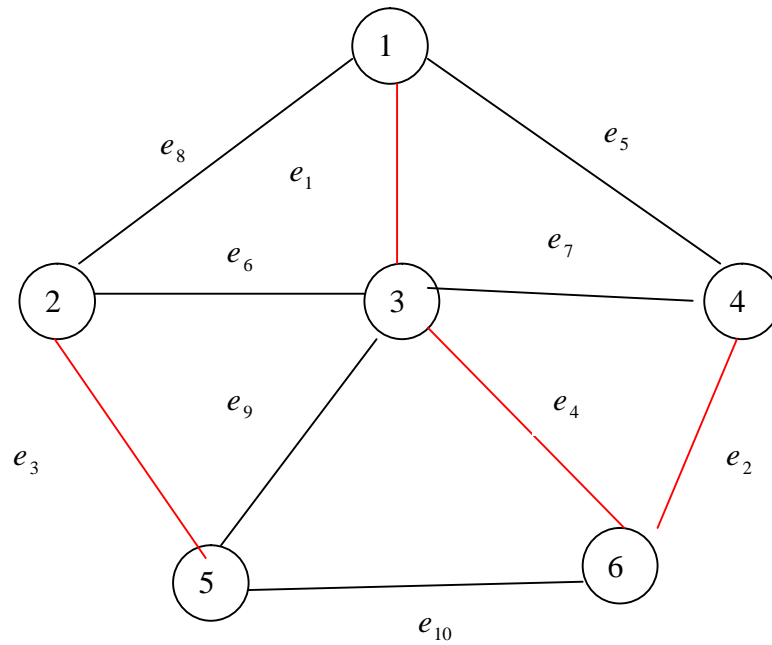
المرحلة الثانية:  $F = \{e_1, e_2\}$



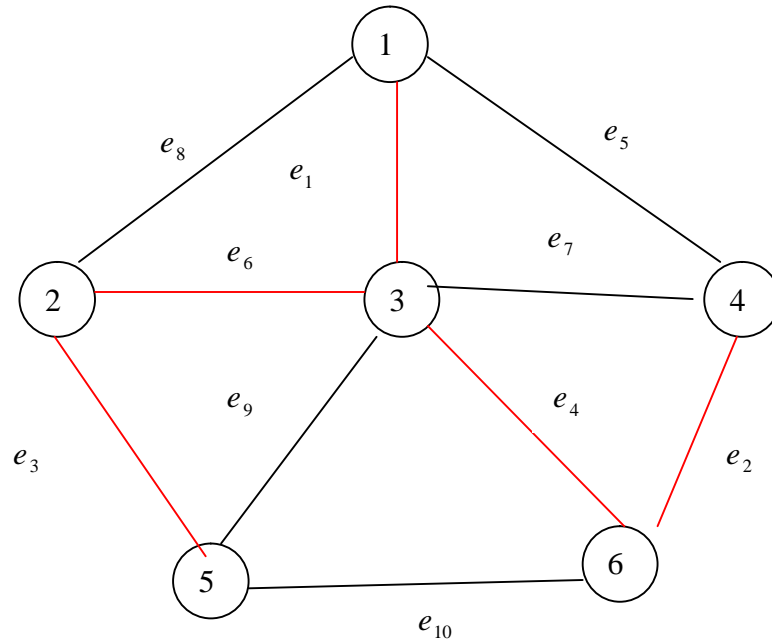
المرحلة الثالثة:  $F = \{e_1, e_2, e_3\}$



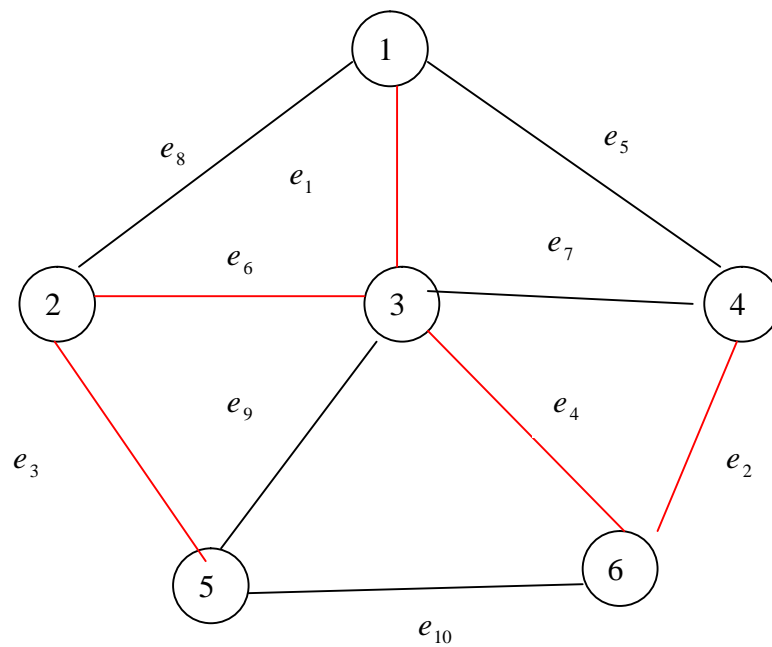
المرحلة الرابعة:  $F = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$

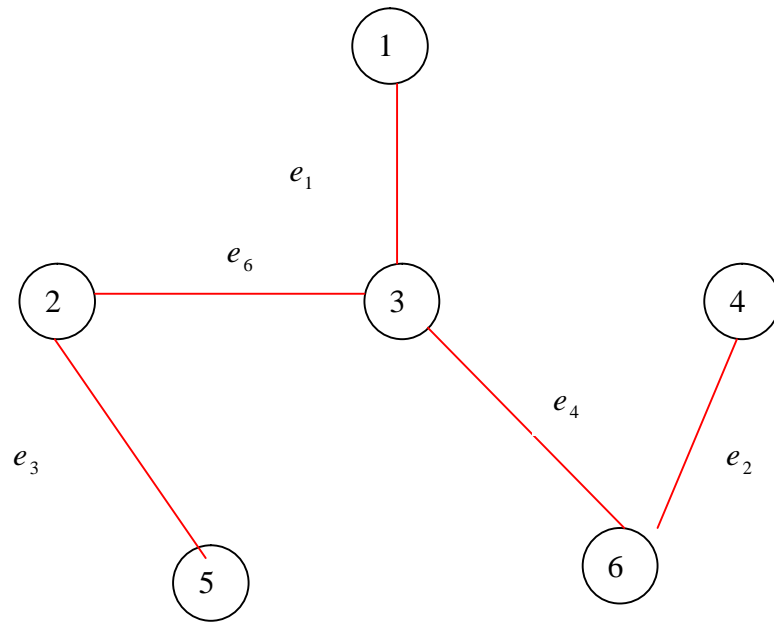


المرحلة الخامسة:  $F = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6\}$



المرحلة السادسة:  $F = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6\}$





شجرة مسح ذات امتداد بوزن أصغري

$$W(D^*) = w(e_1) + w(e_2) + w(e_3) + w(e_4) + w(e_6) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$F = \{(1,3), (4,6), (2,5), (3,6), (2,3)\}$$