

مسألة التدفق أو الجريان الأعظمي في بيان موجه (Maximum flow problem)

لنعتبر البيان الموجه $D = (V, A)$ المؤلف من مجموعة العقد V و من مجموعة الأقواس A حيث أن كل قوس مزود بقيمة حقيقية موجبة تدعى سعة القوس. لنفترض أن $n = |V|$ و $m = |A|$ و لنرمز بـ d_k لسعة القوس $k = (i, j) \in A$ حيث أن i تدعى بذيل القوس k و j برأس القوس k . نرمز لعقدة المنبع في البيان الموجه (1) بـ (s) و لعقدة المصب في البيان الموجه بـ (t) ،

مسألة التدفق الأعظمي هي عبارة عن إيجاد التدفق الأعظمي x من المنبع s إلى المصب t .

سندخل قوس صناعي (t, s) ذاهباً من المصب t إلى المنبع s و ذو سعة $d_{ts} = \infty$ ، فيكون إجمالي التدفق الأعظمي في البيان من المنبع s إلى المصب t هو x_{ts} (التدفق الأعظمي الكلي).

يجب على أي تدفق x ممكن في البيان الموجه أن يحقق الشروط التالية:

$$x_{ij} \leq d_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \text{ (قيود سعة التدفق على الأقواس)},$$

$$x_{ij} = -x_{ji} \quad \forall (i, j) \in A \text{ (قيود تناظر التدفق على الأقواس)}$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 0 \quad \forall i \in V \setminus \{s, t\} \text{ (قيود انحفاظ التدفق على الأقواس في العقد)}.$$

بيان البواقي

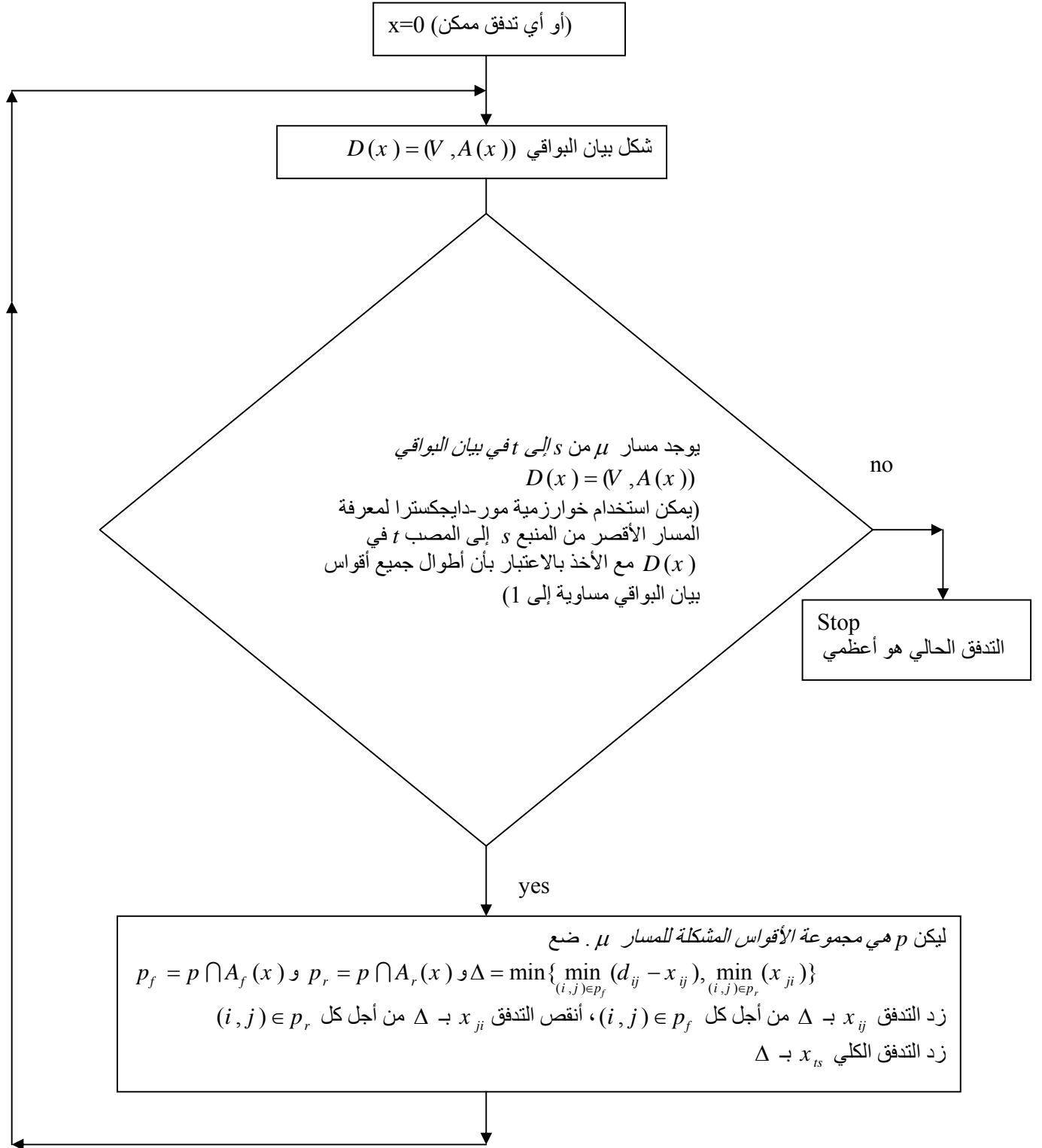
ليكن x متجهة تدفق في البيان الموجه $D = (V, A)$ ، نعرف بيان البواقي $D(x) = (V, A(x))$ كما يلي:

$$\begin{aligned} A(x) &= \{(i, j) : (i, j) \in A, x_{ij} < d_{ij}\} \cup \{(i, j) : (j, i) \in A, x_{ji} > 0\} \\ &= A_f(x) \cup A_r(x) \end{aligned}$$

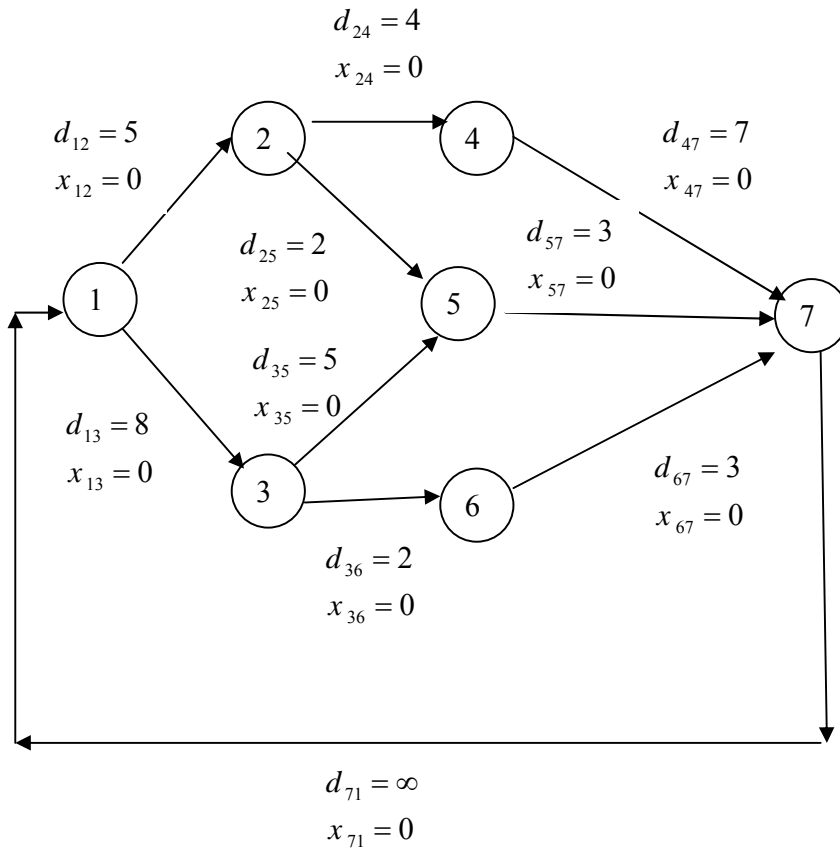
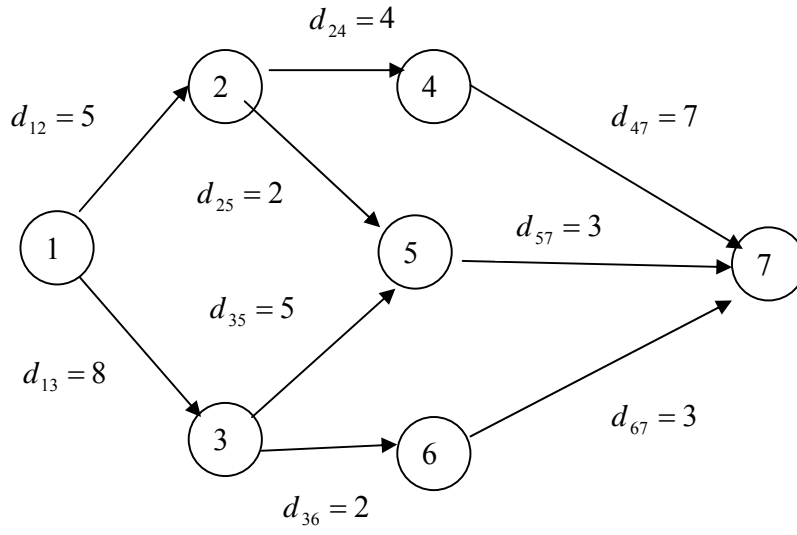
حيث أن $A_f(x)$ تعبر عن مجموعة الأقواس المباشرة و $A_r(x)$ تعبر عن مجموعة الأقواس المنعكسة.

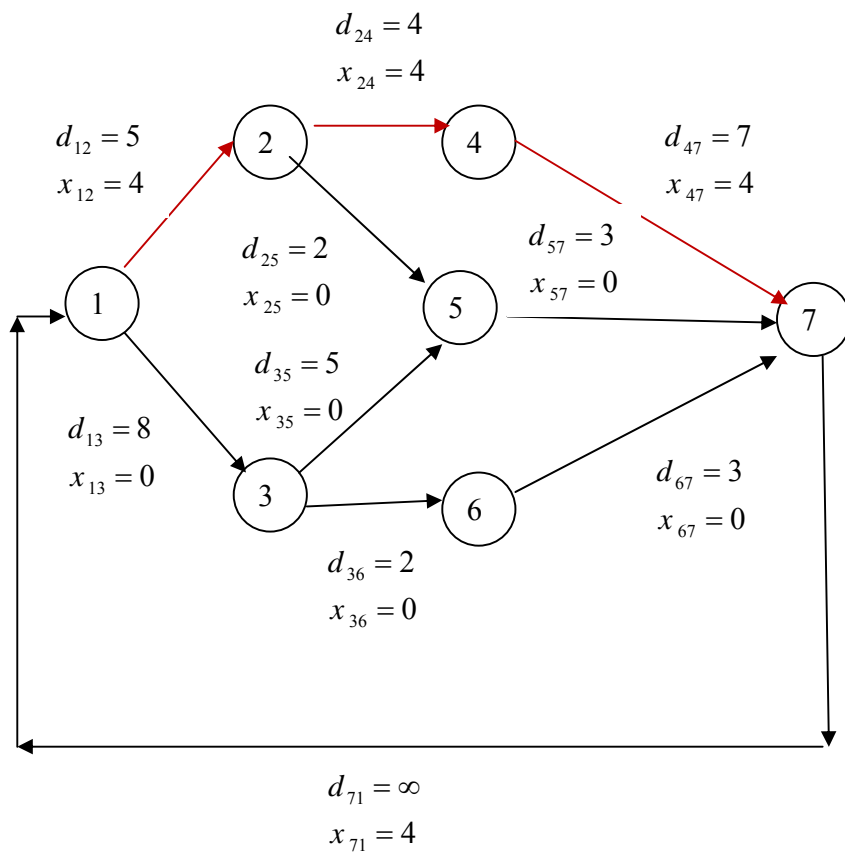
يرمز للمسار بين المنبع s و المصب t في بيان البواقي $D(x)$ من أجل أي متجهة تدفق x بـ μ

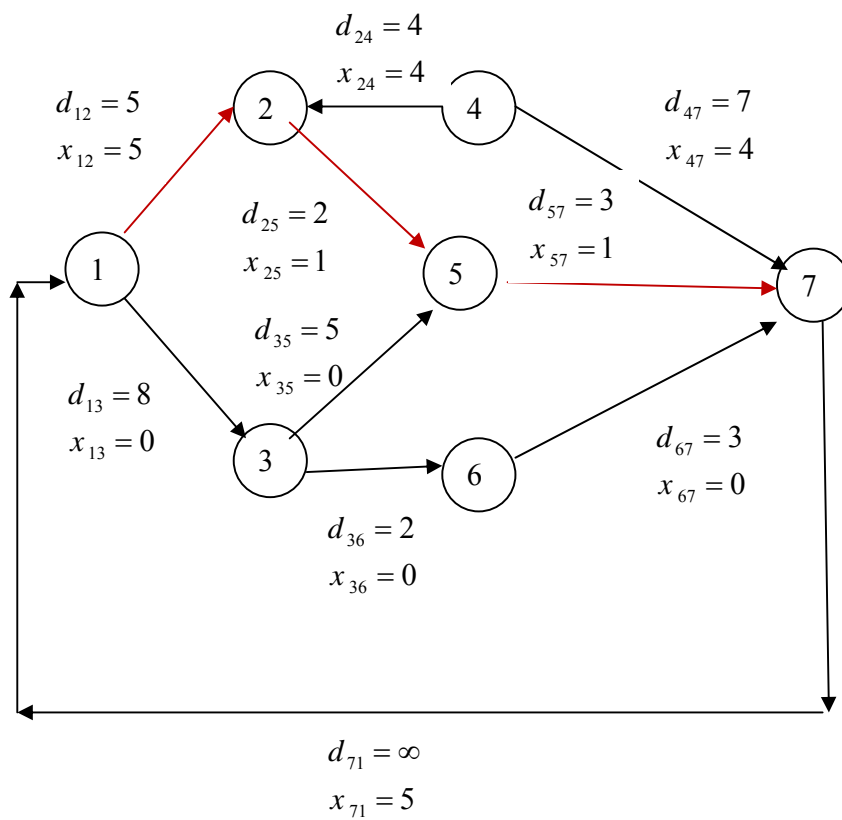
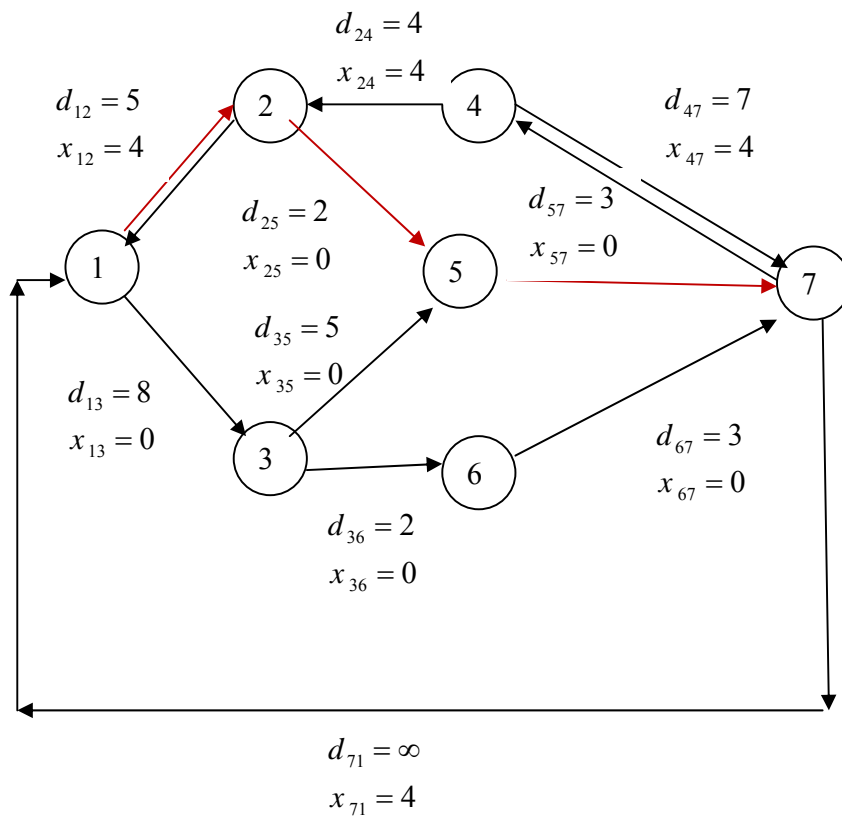
خوارزمية التدفق الأعظمي لـ فورد-فيلكورسون

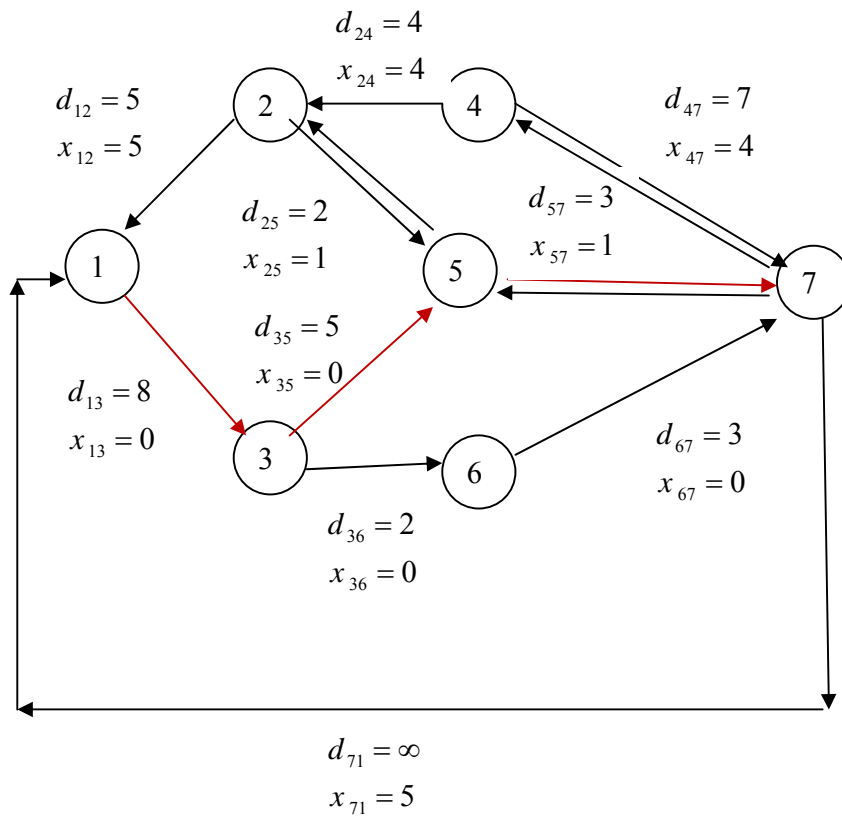


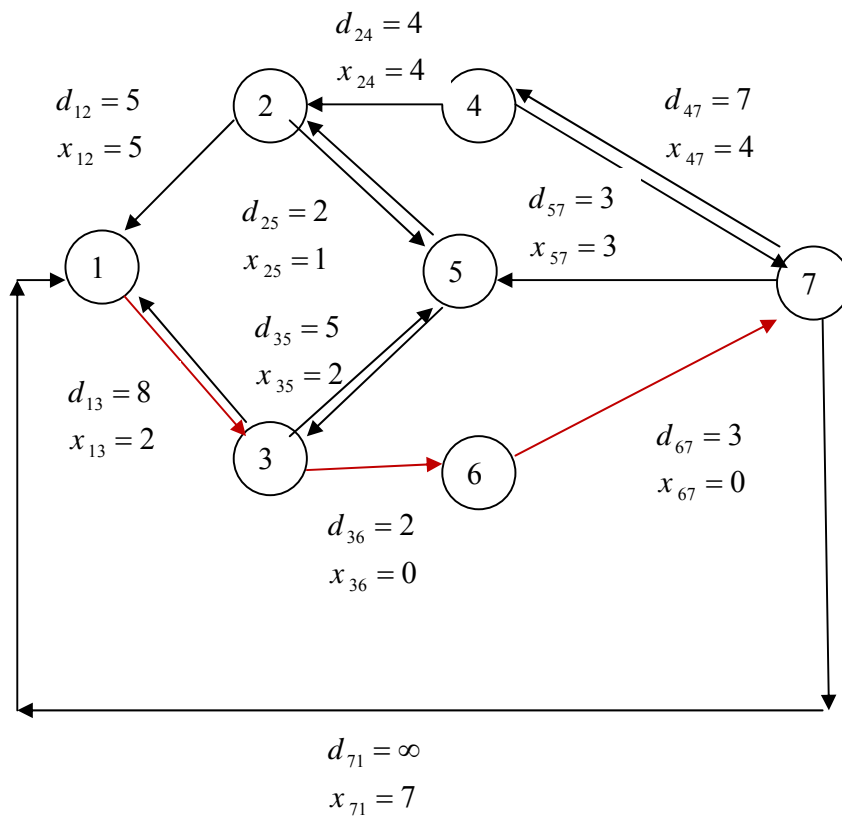
مثال 1. أوجد التدفق الأعظمي في البيان الموجة التالي:

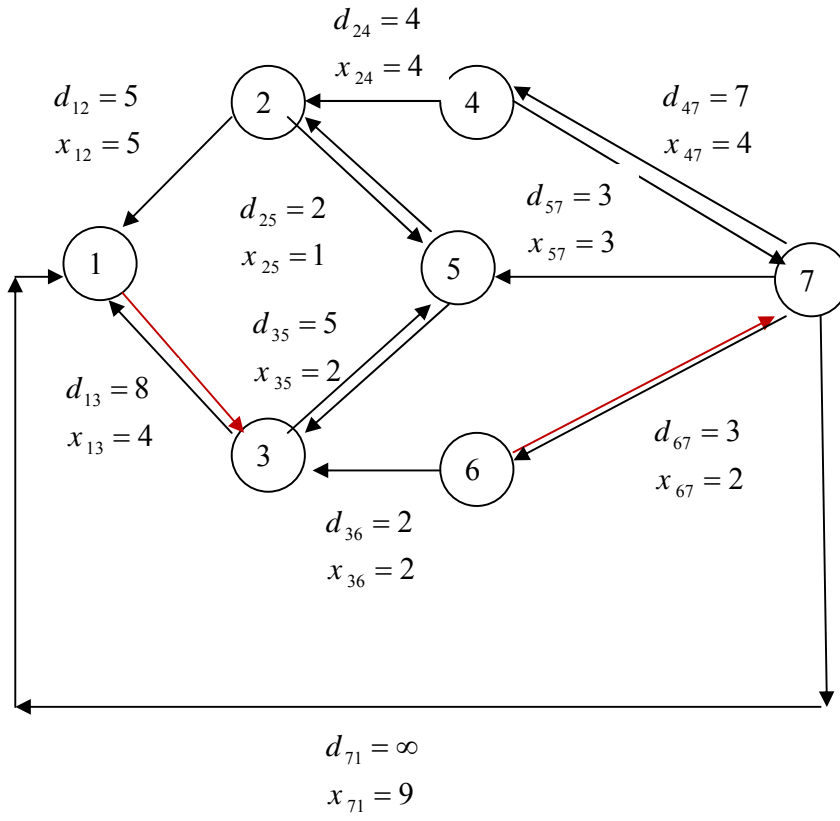


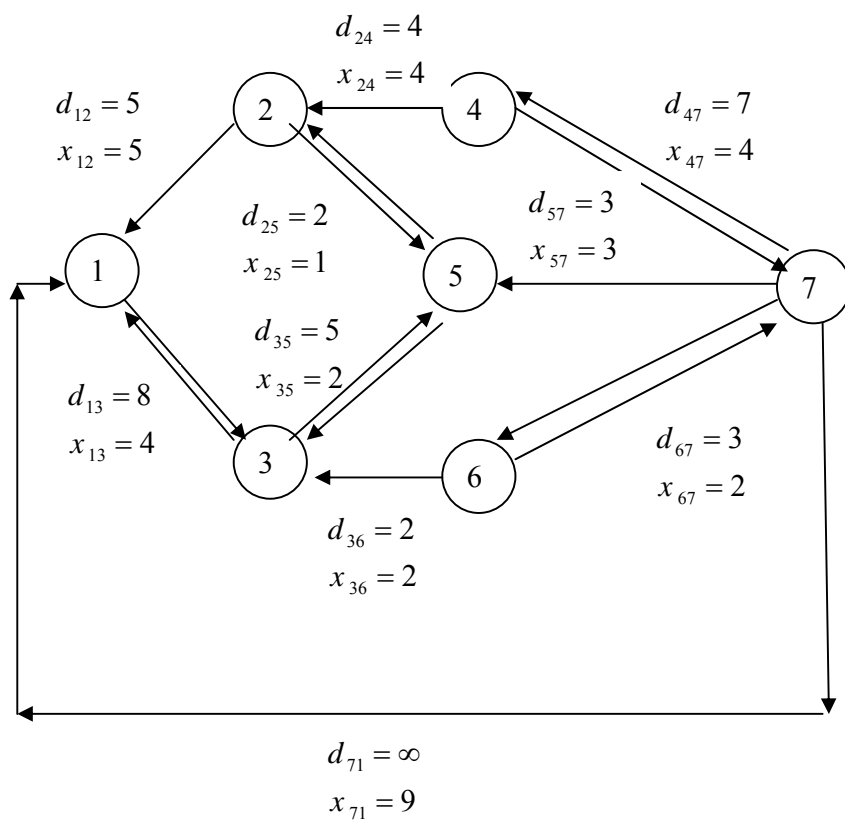


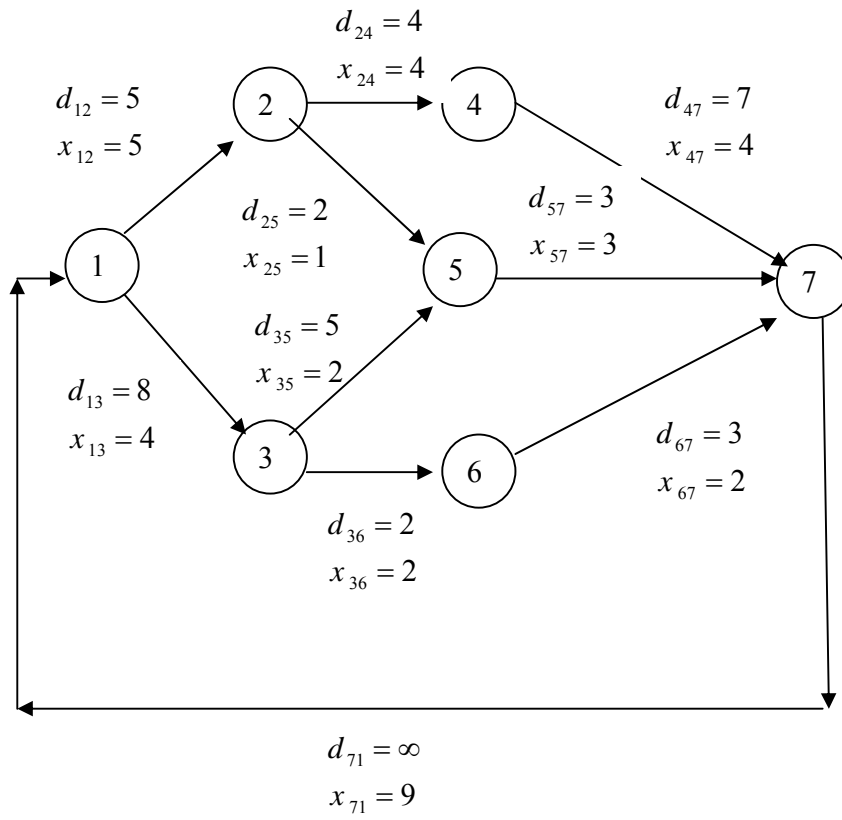












مثال 2. أوجد التدفق الأعظمي في البيان الموجة التالي:

