

CENTRE D'ENCADREMENT ANTI-ECHÉC

Niveau : Terminale D et C Epreuve : Mathématiques

Exercice 1 : (5pts)

Soit l'équation complexe $(E) = z^3 + (3 - 2i)z^2 + (1 - 4i)z - 1 - 2i = 0$

1. Vérifier que -1 est une racine de (E)
2. a) Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation $(z + 1)[z^2 + (2 - 2i)z - 1 - 2i] = 0$
b) En déduire les solutions dans \mathbb{C} de l'équation (E)
3. Dans le plan complexe on donne les points A ; B et C d'affixes respectifs $a = -1$; $b = -2 + i$ et $c = i$
 - a) Déterminer le rapport $\frac{b-a}{c-a}$
 - b) En déduire la nature du triangle ABC
4. Déterminer l'affixe du point D image du point B par la translation du vecteur \overrightarrow{AC}
5. Montrer les points A ; B ; C et D appartiennent à un même cercle

Exercice 2 : (7pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} f(x) = -x + \sqrt{x^2 - x}, \text{ si } x < 0 \\ f(x) = \frac{x^3 - 5x}{x^3 + 3}, \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$$
 on désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$

1. a) Etudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$
b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -2x + \frac{1}{2}$ une asymptote oblique à (C) en $-\infty$
c) Etudier la position de (C) par rapport à la droite (D)
d) Préciser l'asymptote à (C) en $+\infty$
2. a) Etudier la continuité de f en 0
b) Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter graphiquement les résultats obtenus
3. a) Montrer que, pour x élément de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{(x^3 - 1)(x^3 + 15)}{(x^3 + 3)^2}$
b) Pour $x \in]-\infty; 0[$, calculer $f'(x)$
c) En déduire le signe de $f'(x)$
d) Dresser le tableau de variation de f
4. Tracer la courbe (C)
5. Soit g la restriction de f à l'intervalle $] - \infty; 0[$
 - a) Montrer que g admet une bijection réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à préciser
 - b) Tracer la courbe (C') de g^{-1}