

TRAVAUX DIRIGES DE MATHS

Date : Mercredi 7 juillet 2021. NIVEAU : Terminale D

Exercice 1

- 1 Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(0, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $Z_A = 2i$; $Z_B = -\sqrt{3} + i$ et $Z_C = -\sqrt{3} - i$
- 1) Placer ces points dans le repère
 - 2) a) Donner la forme trigonométrique le complexe $Z = \frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$
 - b) En déduire la nature du triangle ABC
 - 3) a) Donner l'expression complexe de la similitude plane directe S de centre B qui transforme C en A
 - b) Déterminer le rapport et l'angle de S
 - 4) Former une équation du 3^e degré dont les solutions sont Z_A ; Z_B et Z_C

Exercice 2

Soit l'espace vectoriel E rapporté à sa base canonique $B=(\vec{i}, \vec{j})$. On considère les vecteurs $\vec{e}_1 = \vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{e}_2 = \vec{i} - 3\vec{j}$. Soit l'endomorphisme de E défini dans la base B par : $f(\vec{e}_1) = \vec{i} - \vec{j}$ et $f(\vec{e}_2) = -\vec{i} + 3\vec{j}$

1. a) Montrer que (\vec{e}_1, \vec{e}_2) est une base de E
- b) Ecrire la matrice de f dans la base (\vec{e}_1, \vec{e}_2)
2. Déterminer les vecteurs $f(\vec{i})$ et $f(\vec{j})$
3. a) Donner l'expression analytique de f
- b) Montrer que f est un automorphisme involutif
4. a) Donner la nature de f puis préciser ses éléments caractéristiques
- b) Donner la matrice de f dans la base (\vec{i}, \vec{j})
- 5) On définit le vecteur $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j}$
- a) Exprimer le vecteur \vec{u} comme combinaison linéaire des vecteurs \vec{e}_1 et \vec{e}_2
- b) Ecrire le vecteur $f(\vec{u})$ dans la base (\vec{e}_1, \vec{e}_2)

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} f(x) = 1 - e^x; \text{ si } x \leq 0 \\ f(x) = x(-1 + \ln x); \text{ si } x > 0 \end{cases}$$

1- Etudier la continuité de f en $x_0 = 0$

2- a) Montrer que

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left[\frac{f(x) - f(x_0)}{x} \right] = -1 \quad \text{et}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\frac{f(x) - f(x_0)}{x} \right] = -\infty$$

- b) Interpréter graphiquement ces résultats
- c) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$
- 3) a) Calculer la dérivée et signe de f
- b) Dresser le tableau de variation de f
- 4) a) Calculer $f(e^2)$
- b) Etudier les branches infinies de (C)
- 5) Tracer la courbe de f

Exercice 4 :

Craignant une propagation de la maladie à Covid-19. Un service de santé de l'Afrique de l'Ouest de 5.000 habitants a relevé le nombre de consultations hebdomadaires concernant cette maladie dans cette ville pendant 7 semaines. Ces semaines ont été numérotés de 1 à 7. Les données collectées sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Rang de la semaine	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de consultation	54	72	92	132	180	242	330

- 1) Déterminer le point moyen $G(\bar{X}; \bar{Y})$ de cette série statistique
- 2) Donner l'équation de la droite d'ajustement linéaire de Y en X
- 3) Trouver une estimation du nombre de consultation à la 10^e semaine.