BUREAU DU CENTRE ACADEMIQUE

Recueil des sujets des baccalauréats blancs (2014-2024)

Mathématiques Terminale C

NKODIA-LOEMBA

Edition 2024-2025

Avant-propos

Ce fascicule a été conçu pour répondre aux besoins spécifiques des élèves en classe de Terminale C.

Nous avons rassemblé une sélection d'exercices rigoureusement choisis, qui couvrent l'ensemble du programme de mathématiques de cette classe.

L'objectif principal de ce fascicule est de vous offrir un outil complet et pratique pour vous entraîner efficacement en vue des examens d'état. Chaque exercice proposé ici a été conçu pour refléter fidèlement les exigences du programme officiel. Vous y trouverez des exercices stimulants issus des sujets proposés par les inspections des différentes zones du Congo-Brazzaville qui vous permettront de consolider vos connaissances, d'approfondir votre compréhension des concepts clés et de développer vos compétences en résolution de problèmes mathématiques.

Nous vous souhaitons à tous une excellente préparation aux examens d'état. Que ce fascicule de mathématiques devienne un précieux allié dans votre réussite académique et un tremplin vers un avenir prometteur.

L'auteur

SUJETS

Zone 1

INSPECTION DES LYCEES ZONE1 *Année scolaire 2013-2014*

(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)

Département des Mathématiques

Baccalauréat Blanc Zonal

Session de mai 2014

Epreuve : **MATHEMATIQUES**

Série : *C*

Durée : 4 heures

EXERCICE 1 : (4 points)

On définit la suite des nombres complexes (Z_n) suivante :

$Z_0 = 1$ et $\forall\, n \in \mathbb{N}$; $Z_{n+1} = \frac{1}{3}Z_n + \frac{2}{3}i$

Pour tout entier naturel n, on considère le suite numérique (U_n) définie telle que : $U_n = Z_n - i$.

1) Démontrer que (U_n) est une suite géométrique. (0,5pt)

2) Exprimer U_n en fonction du premier terme U_0, la raison q et l'entier naturel n. (0,5pt)

3) En déduire que la partie réelle du nombre complexe U_n est $X_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ et la partie imaginaire de U_n est $Y_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n$ (1pt)

4) Déterminer les limites des suites (X_n) et (Y_n) (0,5pt)

5) En déduire la convergence de la suite (Z_n) (0,5pt)

6) On considère le nombre complexe $Z_k = (U_0)^k$, k est un entier naturel.

   a) Déterminer le module et un argument de Z_k (0,5pt)

   b) En déduire le module et un argument de Z_4 (0,5pt)

EXERCICE 2 : (8 points)

Dans un plan orienté (P) on considère le triangle équilatéral ABC direct de centre G. Les points A', B' et C'sont milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.

NB : Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure.

1) On considère l'application f telle que $f = R\left(G; \frac{2\pi}{3}\right) \circ t_{\overrightarrow{AC}} \circ R\left(C; \frac{\pi}{3}\right)$

   a) Calculer $f(C)$ (1pt)

   b) Reconnaitre et caractériser l'application f (1pt)

2) (D) est la parallèle à (BB') passant par le point A, la parallèle à (CC') passant par B coupe (D) en P tandis que (CC') coupe (D) en I. La droite (PB) rencontre la droite (AA') en K.

   a) Donner la nature du triangle APK

   b) Montrer qu'il existe une homothétie h qui transforme P en B et A en G préciser son rapport et son centre. (1pt)

c) Montrer que les points A, B, C et K sont situés sur un cercle $(\mathcal{C})$. Tracer ce cercle $(\mathcal{C})$. (1pt)

d) Caractériser la similitude plane indirecte $\bar{S}$ de centre K et qui transforme P en G. (1pt)

e) Déterminer l'image du point B par la similitude plane indirecte $\bar{S}$. (0,5pt)

3) On considère l'affinité orthogonale g d'axe (AK) et de rapport $\frac{2}{3}$. Soit J le point de concours de la parallèle à (BC) passant par le point G avec la droite (AC). (E) est l'image du cercle $(\mathcal{C})$ par l'affinité g

a) Montrer que le point J appartient à (E) (0,5pt)

b) Construire (E). (1pt)

c) Construire l'image (E') de (E) par la similitude plane indirecte $\bar{S}$. (1pt)

EXERCICE 3 : (5 points)

Soit n un entier naturel non nul et f_n la fonction numérique à variable réelle x telle que : $\begin{cases} f_n(x) = x(1 + nlnx)\,; x > 0 \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$

$(\mathcal{C}_n)$ désigne la courbe représentative de f_n dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
Unité graphique : 2 cm.

1. Etudier la continuité et la dérivabilité de f_n en $x = 0$ (1pt)
2. Déterminer les deux points fixes aux courbes $(\mathcal{C}_n)$ (1pt)
3. Etudier en fonction de l'entier n les variations de la fonction f_n puis déduire le tableau de variations de la fonction f_1 correspondant au cas où $n = 1$ (1pt)
4. On admet que la courbe $(\mathcal{C}_1)$ de la fonction f_1 admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées et que $f\left(\frac{1}{e^2}\right) = -\frac{1}{e^2}$; avec $e^2 = 0{,}13$

a) Tracer la courbe $(\mathcal{C}_1)$. (0,5pt)

b) Soit le réel α tel que : $0 < \alpha < \frac{1}{e}$. Calculer l'intégrale : $I(\alpha) = -\int_{\alpha}^{\frac{1}{e}} f_1(x)dx$. (0,5pt)

c) Calculer la limite $I(\alpha)$ lorsque α tend vers 0. (0,5pt)

d) Déduire en Cm^2 l'aire du domaine plan limité par la courbe $(\mathcal{C}_1)$, l'axe (Ox) des abscisses et les droites d'équations $x = 0\,; x = \frac{1}{e}$. (0,5pt)

EXERCICE 4 : (3 points)

Une urne contient 1 boule blanche et deux boules noires, toutes les boules sont indiscernables au toucher. On tire successivement avec remise trois boules de l'urne. On considère la variable aléatoire réelle X égale au nombre de boules blanches tirées.

1) Qu'appelle-t-on loi binomiale ? (0,5pt)
2) Déterminer l'ensemble de valeurs prises par X (0,5pt)
3) Donner la loi de probabilité de X (1pt)
4) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de X (0,5pt)
5) Calculer la variance $V(X)$ de X. (0,5pt)

Baccalauréat Blanc Zonal

Epreuve : MATHEMATIQUES Série : C

Durée : 4heures Coefficient : 5

EXERCICE 1 : (4points)

Le plan complexe C est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{U}, \vec{V})$, unité graphique 1Cm.
On considère les points A, B, C d'affixes respectives $Z_A = 3 + 5i$; $Z_B = -4 + 2i$; $Z_C = 1 + 4i$.
Soit S une transformation du plan complexe qui, à tout point M d'affixe Z associe le point M' d'affixe Z', définie par : $Z' = (2 - 2i)Z + 1$

1) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'application S. 1pt

2) a) Déterminer l'affixe du point B' image de B par l'application S. 0,5pt

b) Montrer que les droites (CB') et (CA) sont orthogonales. 0,5pt

3) Soit M(x ;y) le point d'affixe Z=x+iy, où x et y sont deux nombres entiers relatifs et M'(x' ;y') image du point M(x ;y) par l'application S. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{CM'}$ et $\overrightarrow{CA}$ sont orthogonaux si et seulement si : x + 3y = 2

4) On considère l'équation (E) définie par : x + 3y = 2

a) Vérifier que l'équation x + 3y = 2 admet au moins une solution dans Z x Z 0,5pt

b) Vérifier que le couple (-4 ;2) est une solution de l'équation (E) 0,25pt

c) Résoudre l'équation (E) dans l'ensemble Z x Z 0,5pt

d) En déduire l'ensemble des points M(x ;y) dont les coordonnées x et y appartiennent à l'intervalle [-5 ;5] et tels que les vecteurs $\overrightarrow{CM'}$ et $\overrightarrow{CA}$ sont orthogonaux. 0,5pt

EXERCICE 2 : (8points)

Dans le plan orienté (P), on considère le carré direct ABCD centré en O, de côté 8 Cm. Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments [AB] , [BC] , [CD] et [DA] . On prendra une page entière pour la figure que l'on complètera au fur et à mesure

Partie A :

R et R' sont les rotations de centres respectifs A et C, d'angles communs de mesure $\frac{\pi}{2}$.
On considère l'application composée f définie telle que : $f = Rot_{\overrightarrow{CA}}oR'$, où $t_{\overrightarrow{CA}}$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{CA}$.

1) a) Calculer f(C) 0,5pt

b) Reconnaitre et caractérise l'application f. 1pt

2) Le point K' est le milieu du segment [OC]. On considère l'ellipse (E) de centre O dont deux de ses sommets sont B sur le grand axe (axe focal) et K sur le petit axe (axe non focal). On rappelle que le cercle de centre O et de rayon [OB] est principal tandis que celui de centre O et de rayon [OK] est secondaire. La parallèle à (BD) en K, coupe le cercle principal en H et F est le projeté orthogonal de H sur l'axe focal (BD).

a) Que représente le point F pour l'ellipse (E) ?   0,5pt
b) Tracer l'ellipse (E), on précisera les sommets, les foyers et les directrices. 2pts

Partie B :

Le plan (P) est maintenant rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$

3) Déterminer les coordonnées du point F et une équation cartésienne réduite de l'ellipse (E) dans ce repère. 1pt

4) Soit T la transformation ponctuelle qui, à tout point M(x ;y) du plan associe le point M'(x' ;y') tel que :   T : $\begin{cases} x' = \frac{x}{x-1} \\ y' = \frac{y}{x-1} \end{cases}$; $x \neq 1$

a) Vérifier que l'application T est involutive c'est-à-dire que la composée ToT est l'identité du plan ou encore $T = T^{-1}$; T^{-1} étant la bijection réciproque de T. 0,5pt
b) Démontrer que les points O, M et M' sont alignés.   0,5pt
c) Déterminer, caractériser et construire dans le même repère que (E) l'image (E') de l'ellipse (E) par l'application T.   2pts

EXERCICE 3 : (5 points)

Soit f la fonction numérique à variable réelle x, définie par : $f(x) = x^2 e^{1-x}$. On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ du plan. Unité graphique : 2Cm

1. Déterminer la dérivée f' de la fonction f 0,5pt
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f 1pt
3. Etudier les branches infinies à $(\mathcal{C})$ 1pt
4. Tracer $(\mathcal{C})$ 0,5pt
5. Soit l'entier naturel n, et la variable réelle $x \in [0; 1]$, on considère l'intégrale U_n définie telle que : $U_n = \int_0^1 x^n e^{1-x}\, dx$ avec $U_0 = e - 1$
    a) Montrer que pour tout entier naturel n, $U_n > 0$ 0,5pt
    b) Trouver une relation liant U_{n+1} et U_n (on pourra utiliser une intégration par parties de U_{n+1}) puis calculer U_1 et U_2 1pt
    c) En déduire l'aire A du domaine plan limité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe (Ox) des abscisses et les droites d'équations $x = 0$; $x = 1$ 0,5pt

EXERCICE 4 : (3 points)

Le tableau ci-dessous indique, de l'année 2010 à l'année 2015, les frais de publicité et de fabrication de savons d'une moyenne entreprise. X désigne l'année d'exercice et Y le chiffre d'affaires exprimé en millions de francs C.F.A de l'année correspondante.

X	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Y	128	102	138	116	118	142

1. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage statistique considéré. 1 pt
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression de Y en X.   1 pt
3. Déterminer le chiffre d'affaire de cette entreprise en 2016.   1 pt

INSPECTION DES LYCEES ZONE1 *Année scolaire 2015-2016*

(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)

Département des Mathématiques

Baccalauréat Blanc Zonal

Epreuve : MATHEMATIQUES Série : C

Durée : 4heures Coefficient : 5

Document autorisé : calculatrice non programmable

Exercice 1 : (4 points)

1. La division euclidienne d'un entier naturel non nul a par un entier naturel non nul b, donne un reste r. Quel est l'intervalle des valeurs possibles de r. 0,5pt
2. Déterminer le reste de la division euclidienne de $3^n, n \in \mathbb{N}$ par 11 0,5pt
3. Déterminer les entiers naturels n tels que : $3^{2n} + 3^n = 3^2[11]$. 1pt
4. En déduire le reste de la division euclidienne par 11 du nombre entier naturel $p = 14501^{2015} + 132^{2016}$ 0,5pt
5. Soit la suite numérique (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par :
$U_n = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \cdots + 3^{n-1}$
   a) Montrer que pour tout entier naturel non nul n, on a : $2U_n = 3^n - 1$. 1pt
   b) En déduire que U_{2015} est divisible par 11. 0,5pt

Exercice 2 (8 points)

Dans le plan orienté (P), on considère le triangle équilatéral OBA de sens direct et de centre de gravité G. On construit à l'extérieur de ce triangle un autre triangle équilatéral OAC tels que les points A'; C' et B' désignent respectivement les milieux des segments $[OC]$; $[BA]$ et $[OA]$. Les droites (BA') et (OA) se coupent en I.

1/ Faire la figure que l'on complètera au fur et à mesure. 1pt

2/ a) Déterminer le rapport et une mesure d'angle de la similitude plane directe S_1 transformant B en B' et A en A' 1p

b) Déterminer l'image $S_1(O)$ du point O par la similitude directe S_1 1pt

3/ Montrer qu'il existe une homothétie h qui transforme O en B' et B en A', on déterminera son centre et son rapport. 1pt

4/ Soit S_2 la similitude plane indirecte de centre O transformant B en B', déterminer son axe et son rapport. 1pt

5/ Déterminer la composée $S = S_1 \circ S_2$ 1pt

6/ Soit (H) l'hyperbole de rectangle fondamental $OC'AA'$, de foyers F et F' où F est un point du segment $[AC]$

   a) Construire l'hyperbole (H) 1pt
   b) Soit (H_0) , l'arc de l'hyperbole (H) situé à droite du segment $[AA']$. Construire l'image (H_0') de (H_0) par l'application S_2. 1pt

Exercice 3(5 points)

Soit la fonction numérique de la variable réelle x, définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par :

$f(x) = 100\left(\frac{lnx}{x}\right)^4$

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni de repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$. Unité graphique : $2\ cm$

1. a) Calculer la dérivée f' de la fonction f, puis étudier le signe de cette dérivée. 1pt

   b) Dresser le tableau de variations de la fonction f 1pt

2. Tracer $(\mathcal{C})$, on admettra que les droites d'équations $x = 0$ et $y = 0$ sont asymptotes à la courbe $(\mathcal{C})$ de la fonction f. 0,5pt

3. On se propose de calculer l'aire A du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C})$ de f, et les droites d'équations $x = 1$; $x = e$ et $y = 0$.

Pour cela, on se propose de calculer l'intégrale $I_n = \int_1^e \frac{(lnx)^n}{x^4}dx$; $n \in \mathbb{N}$

a) Calculer I_1 0,5pt

b) Par une intégration par parties, montrer que l'on a : $I_n = -\frac{1}{3e^3} + \frac{n}{3}I_{n-1}$ 0,5pt

c) En déduire I_2 et I_3 1pt

d) Calculer alors l'aire A. 0,5pt

Exercice 4(3 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ d'unité graphique : $||\vec{\imath}|| = ||\vec{\jmath}|| = 1\ cm$. On place une puce à l'origine O de ce repère, elle effectue cinq sauts consécutifs d'un centimètre chacun de l'avant sans recul, soit parallèlement à l'axe (Ox) des abscisses de probabilité $\frac{2}{3}$ soit parallèlement à l'axe (Oy) des ordonnées de probabilité $\frac{1}{3}$.

1) Calculer la probabilité pour que cette puce partant de l'origine du repère se retrouve au point A de coordonnées (3 ; 2) au cinquième saut. 1pt

2) On considère la variable aléatoire réelle X égale au nombre de sauts effectués parallèlement à l'axe (Ox) des abscisses pendant cette épreuve.

a) Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X. 1,5pt

b) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X. 0,5pt

BACCALAUREAT BLANC ZONAL MAI 2017

Niveau : Terminale
Epreuve : Maths
Série : C
Durée : 4 heures Coefficient : 5

Exercice 1 : $(4\ points)$

x et y désignent des entiers relatifs.
1. Montrer que l'équation $(E) : 65x - 40y = 1$ n'a pas de solution. $(0{,}5\ point)$
2. Montrer que l'équation $(E') : 17x - 40y = 1$ admet une moins une solution. $(0{,}5\ point)$
3. Déterminer, à l'aide de l'algorithme d'Euclide, un couple d'entiers relatifs solutions de l'équation (E'). $(0{,}5\ point)$
4. Résoudre l'équation (E'). $(0{,}5\ point)$
5. En déduire qu'il existe un unique entier naturel x_0 inférieur à 40 tel que $17x_0 \equiv 1[40]$ $(0{,}5\ point)$
6. Pour tout entier naturel a, démontrer que, si $a^{17} \equiv b[55]$ et $a^{40} \equiv 1[55]$ alors $b^{33} \equiv a[55]$. $(1\ point)$

Exercice 2 : $(8\ points)$

Dans le plan orienté, on considère un triangle équilatéral ABC, de centre O, tel que $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$. On appelle (C) le cercle circonscrit au triangle ABC, I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[OI]$. Les droites (OA) et (OC) recoupent le cercle (C) respectivement en D et en E.

1. Placer ces points sur une figure (On prendra $OA = 4\ cm$). $(1\ point)$
2. On note G l'isobarycentre des points A, B, C, D et E.
   a) Exprimer $\overrightarrow{OG}$ en fonction de $\overrightarrow{OB}$. $(0{,}5\ point)$
   b) Exprimer $\overrightarrow{OG}$ en fonction de $\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{OD}$. $(0{,}5\ point)$
   c) En déduire que les droites (OB) et (DJ) se coupent en G. Placer G. $(0{,}5\ point)$
3. A tout point M du plan, on fait correspondre le point $M' = f(M)$ tel que : $4\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME}$.
   a) Montrer que f est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport. $(0{,}5\ point)$
   b) Quelles sont les images par f des points B et D ? $(0{,}5\ point)$
4. Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$, et S l'application définie par : $S = r \circ f$.
   a) Démontrer que S est une similitude plane directe. Préciser son rapport et son angle. $(0{,}5\ point)$
   b) Construire le point H, image de G par S. $(0{,}5\ point)$
   c) Démontrer que le centre Ω de S appartient aux cercles circonscrits respectivement aux triangles OGH et BOD. Construire Ω. $(1\ point)$
5. Soit (E) l'ensemble des points M du plan tels que : $MH + MB = AD$
   a) Vérifier que (E) est une ellipse. Préciser son axe focal. $(0{,}5\ point)$

b) Construire le point M_0 de (E) situé sur la demi-droite $[BA)$. $(0{,}5\ point)$
c) Placer les sommets de (E). $(0{,}5\ point)$
d) Construire (E) et ses directrices. $(1\ point)$

Exercice 3 : $(5\ points)$

Partie A

1. Résoudre, dans l'ensemble des fonctions deux fois dérivables, l'équation différentielle $(E) : y'' + 9y = 0$ $(0{,}5\ point)$
2. Déterminer la solution particulière f de (E) qui vérifie : $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ et $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 6$. $(0{,}5 point)$

Partie B

On considère dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$, la courbe paramétrée (Γ) dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x(t) = 2cos3t \\ y(t) = 3sin2t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$

1. Définir la fonction vectorielle F associée à (Γ). $(0{,}5\ point)$
2. Montrer que F est périodique, de période 2π. $(0{,}5\ point)$
3. Comparer $M(t)$ et $M(-t)$. En déduire que l'on peut restreindre le domaine d'étude à l'intervalle $I = [0; \pi]$. $(0{,}5\ point)$
4. Etudier les variations de la fonction x sur I. $(0{,}5\ point)$
5. Etudier les variations de la fonction y sur I. $(0{,}5\ point)$
6. Dresser le tableau conjoint des variations de x et y sur I. $(0{,}5\ point)$
7. Tracer (Γ). $(1\ point)$

Exercice 4 : $(3\ points)$

Kevin possède un lecteur MP4, dans lequel il a stocké 90 morceaux de rumba et 110 morceaux de couper-décaler. Un tiers des 90 morceaux de rumba est composé par des auteurs congolais. Un dixième des 110 morceaux de couper-décaler est composé par des auteurs congolais.

1. Afin d'écouter un morceau de musique, Kevin lance une lecture aléatoire sur son lecteur MP4. On admet que cela revient à choisir un morceau de musique de manière équiprobable.

On note :

R l'événement « le morceau de musique écouté est un morceau de rumba » ;
D l'événement « le morceau de musique écouté est un morceau de couper-décaler »
C l'événement « l'auteur du morceau de musique écouté est un congolais »

a) Quelle est la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit un morceau de rumba ? $(0{,}5\ point)$
b) Sachant que Kevin a écouté un morceau de rumba, quelle est la probabilité que l'auteur soit congolais ? $(0{,}5\ point)$
c) Calculer la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit un morceau de rumba composé par un auteur congolais. $(0{,}5\ point)$
d) Quelle est la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit composé par un auteur congolais ? $(0{,}5\ point)$

2. Afin d'écouter trois morceaux de musique, Kevin lance trois fois une lecture aléatoire sur son lecteur MP4. Calculer la probabilité qu'il ait écouté au moins un morceau de rumba. $(1 point)$

BACCALAUREAT BLANC ZONAL MAI 2018

Niveau : Terminale
Epreuve : Maths
Série : C
Durée : 4 heures Coefficient : 5

Exercice 1 ($4\ points$)

1. Montrer que $\forall\ a \in \mathbb{N}^*\ a$ et $2a + 1$ sont premiers entre eux. (0,5 pt)
2. Soit l'équation $(E) : ax - (2a + 1)y = 1$, d'inconnues $(x; y)$ où $a \in \mathbb{N}^*$.
   a) Vérifier que le couple $(-2; -1)$ est une solution de (E). (0,5 pt)
   b) Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, L'équation (E). (1 pt)
3. On pose $a = 1$

Résoudre dans $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$, l'équation (E): $x^2 - \dot{3}x = \dot{1}$. (1 pt)

4. On note α le chiffre 10 et γ le chiffre 12 dans la bas 13. Déterminer l'ensemble des entiers naturels t tels que $\overline{1\alpha\gamma}^{(t)}$ soit divisible par 13. (1 pt)

Exercice 2 ($8\ points$)

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A : Le plan est orienté. PQR est un triangle équilatéral de sens direct. I, J et O sont les milieux respectifs des segments $[QR], [PR], [PQ]$. C désigne le symétrie de Q par rapport à J.
On fera la figure que l'on complétera au fur et à mesure.
<u>Nota bene</u> : Prendre $PQ = 4\ cm$ et placer le segment $[PQ]$ horizontalement.

1. On considère l'application $f = t \circ r$, où t est la translation de vecteur $\overrightarrow{JQ}$ et r la rotation de centre P et d'angle de mesure $\frac{\pi}{3}$.
   a. Placer les points P' et R', images respectives des points P et R par f. (0,5pt)
   b. Montrer que le triangle JIR est équilatéral. (0,5pt)
   c. Reconnaitre et caractériser f. (0,5pt)
   d. En déduire la nature du triangle IPP'. (0,5pt)
2. Soit S la similitude plane directe de centre Ω, telle que :
$S(J) = P$ et $S(R) = I$.
   a) Déterminer le rapport k de S. (0,5pt)
   b) Préciser une mesure θ de l'angle de S. (0,5pt)

c) Montrer que $S(I) = P'$. $(0{,}5pt)$
d) Sans placer Ω, montrer que les points Ω, I, R et P d'une part et Ω, P, J et C d'autre part sont cocycliques. $(0{,}5pt)$
e) En déduire la construction du point Ω. $(0{,}5pt)$

3. On désigne par (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que $MP + MQ = 2JQ$.
a) Donner la nature de (Γ) en précisant ses foyers et son centre. $(0{,}5pt)$
b) Construire le point M_0 de (Γ) situé sur $[CP]$. $(0{,}5\ pt)$
c) Placer les sommets A, A', B et B' de (Γ) puis tracer (Γ). $(0{,}5pt)$

Partie B : E et F sont des espaces vectoriels sur $\mathbb{R}$. On considère l'application linéaire f de E vers F.

1. $\overrightarrow{O_E}$ et $\overrightarrow{O_F}$ désignent respectivement les vecteurs nuls de E et F. Montrer que : $f(\overrightarrow{O_E}) = \overrightarrow{O_F}$ $(0{,}5pt)$

2.
a. Définir $Kerf$ $(0{,}5pt)$
b. Montrer que $Kerf$ est un sous espace vectoriel de E. $(1pt)$

Exercice 3 $(5\ points)$

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ d'unité graphique 3 cm, on considère la courbe (C), ensemble de points $M(t)$, dont les coordonnées x et y sont définies par : $\begin{cases} x(t) = sin2t \\ y(t) = cost \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

On admet que la fonction vectorielle F associée à (C) est périodique, de période $T = 2\pi$

1.
a. Par quelle isométrie $M(-t)$ se déduit-il de $M(t)$? $(0{,}5pt)$
b. Par quelle isométrie $M(\pi - t)$ se déduit-il de $M(t)$? $(0{,}5pt)$

2. En déduire que l'ensemble d'étude de F peut se réduire à $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. $(0{,}5pt)$
3. Etudier les variations de x sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. $(1pt)$
4. Etudier les variations de y sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. $(1pt)$
5. En déduire le tableau récapitulatif des variations de x et y sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. $(0{,}5pt)$
6. Tracer C. $(1pt)$

Exercice 4 $(3\ points)$

Un jeu consiste à choisir un joueur, qui à son tour, tire simultanément deux boules d'un sac contenant 3 boules blanches et 2 boules noires indiscernable au toucher. Le joueur gagne s'il obtient des boules de couleurs différentes. On admet que 20% des joueurs sont des tricheurs et la probabilité qu'un tricheur gagne est de $\frac{4}{5}$. On note :

T : l'événement « le joueur est un tricheur »

G : l'événement « le joueur gagne »

1. Montrer que $P_{\bar{T}}(G) = \frac{3}{5}$. $(0{,}5pt)$
2. Représenter par un arbre de probabilité les données de l'énoncé. $(0{,}5pt)$
3. Calculer $P(G \cap T)$ et $P(G \cap \bar{T})$. $(1pt)$
4. En déduire $P(G)$. $(0{,}5pt)$
5. Le joueur a gagné. Quelle est la probabilité que celui-ci soit un tricheur ? $(0{,}5pt)$

Baccalauréat Blanc Zonal

Epreuve : Mathématiques
Série : C
Durée : 4H

Documents autorisés : Néant

Exercice 1 : (4 points)

1) a) Démontrer que $\forall\, n \in \mathbb{N}, 3^{4n} = 1[5]$. (0,5point)
   b) Déterminer le reste de la division euclidienne de 2018^{2017} par 5. (0,5point)
2) Démontrer que $\forall\, n \in \mathbb{N}, 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ est divisible par 7. (1point)
3) Dans le système décimal, un nombre entier s'écrit $N = x00y$
   a) Montrer que $10^3 = -1[7]$. (0,5point)
   b) Montrer que N est divisible par 7 si $x = y[7]$. (0,5point)
   c) Déterminer tous les nombres N qui sont divisible par 7. (1point)

Exercice 2 : (8 points)

Dans le plan orienté P, on considère un carré ABCD direct de centre O.
NB : pour la clarté de la figure, on prendra $AB = 4\ cm$ et $[AB]$ verticalement.
J, F, G, I désignent respectivement les milieux des segments $[OA]$, $[AB]$, $[OB]$ et $[OD]$.

1. Faire la figure. (1point)
2. Soit S la similitude plane directe qui transforme A en O et B en J.
   a) Déterminer son rapport k. (0,5point)
   b) Déterminer une mesure θ de son angle. (0,5point)
   c) Montrer que $S(C) = F$ et $S(D) = G$. (0,5point)+(0,5point)
   d) On désigne par Ω le centre de la similitude S.Montrer les points (Ω, A, O, D) d'une part et (Ω, A, B, J) d'autre part sont cocycliques. (1point)
   e) Expliquer alors comment construire Ω (on ne demande pas de construire Ω). (0,5point)
3. On considère l'ensemble $(\Gamma) = \{M \in P / MB + MD = 2AB\}$
   a) Donner la nature de (Γ) en précisant ses foyers, son centre et son axe non focal. (0,5point)
   b) Montrer que A appartient à (Γ). (0,5point)
   c) Construire les points S_1 et S_2 de (Γ), situé sur la droite (BD). (0,5point)
   d) Sur la demi droite $[BJ)$, on place le point E tel que $BE = 2AB$. La médiatrice du segment $[ED]$ coupe $[BJ)$ en M_0. Montrer que M_0 appartient à (Γ). (0,5point)
   e) Achever la construction de (Γ). (0,5point)
4. Construire (Γ'), image de (Γ) par S. (0,5point)
5. Le plan est rapporté au repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ}\right)$.

Montrer que, dans ce repère, l'équation cartésienne de (Γ) est : $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. (0,5point)

Exercice : 3 (5points)

Soit f la fonction numérique définie sur $]-2;+\infty[$ par : $f(x)=ln(x+2)$

1. Trouver f', la dérivée de f, puis étudier le sens de variation de f. (1point)
2. a) Montrer que $\forall\, x \in\ [1;2], |f'(x)| \leq \frac{1}{3}$. (0,5point)

   b) Montrer que $\forall\, x \in\ [1;2], f(x) \in [1;2]$. (0,5point)
3. Montrer que l'équation $f(x)=x$ admet une solution unique $\alpha \in]1;2[$. (1point)
4. Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = ln(2+U_n) \end{cases}$
   a) Montrer par récurrence que $\forall\, n\ \in\ \mathbb{N}, U_n \in [1;2]$. (0,5point)
   b) Montrer que $\forall\, n\ \in\ \mathbb{N}, |U_{n+1}-\alpha| \leq \frac{1}{3}|U_n-\alpha|$. (0,5point)
   c) Montrer que $\forall\, n\ \in\ \mathbb{N}, |U_n-\alpha| \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$. (0,5point)
   d) On suppose que (U_n) est convergente. Calculer sa limite à $+\infty$. (0,5point)

Exercice : 4 (3 points)

Un pays africain est candidat à l'organisation de la CAN 2025.

A cet effet, on veut construire un stade moderne dans une zone forestière. Un sondage à propos de cette construction donne les résultats suivants :

- 60% des personnes interrogées sont contre la construction de ce stade.
- Parmi les personnes qui sont contre la construction de ce stade, 70% sont des écologistes luttant contre le réchauffement climatique.
- Parmi celles qui sont pour la construction de ce stade, 20% sont des écologistes.
  On considère les événements suivants :
  C : « la personne interrogée est contre la construction de ce stade »
  E : « la personne interrogée est écologiste »
  1) Calculer les probabilités suivantes : $P(C)$; $P_C(E)$; $P_{\bar{C}}(E)$. (1,5point)
     (On pourra utiliser un arbre pondéré pour le calcul de certaines probabilités)
  2) Soit l'événement A : « la personne interrogée est contre la construction du stade et est écologiste ». Calculer $P(A)$. (0,5point)
  3) Soit l'événement B : « la personne interrogée est pour la construction et est écologiste ». Calculer $P(B)$. (0,5point)
  4) Montrer que $P(E)=0{,}5$. (0,5point)

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
Inspct lycées@yahoo.fr

Année scolaire 2019-2020

Baccalauréat Blanc Zonal Session de Juin 2020

Niveau : Terminale

Epreuve : Mathématiques Série : C Durée : 04heures Coef : 05

Exercice 1 : (4 points)

1- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $Z^2 + (2 - 3i\sqrt{2})Z - (4 + 2i\sqrt{2}) = 0$. (1,5pt)

2- Le plan (P) est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$. Soit f la transformation ponctuelle du plan (P) qui à tout point M d'affixe $\bar{Z}$ associe le point M' d'affixe $Z' = i\sqrt{2}.\bar{Z} - 2 + 2i\sqrt{2}$

a) Donner la nature de f. (0,5pt)
b) Déterminer le rapport k de f. (0,5pt)
c) Déterminer l'affixe Z_Ω de son centre Ω. (0,5pt)
d) Sachant que l'axe (D) de f est l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{\Omega M'} = k\overrightarrow{\Omega M}$, montrer que (D) a pour équation cartésienne : $y = x + 2$. (1pt)

Exercice 2 : (8 points)

Dans le plan orienté P, on considère un carré ABCD direct de centre O.

NB : pour la clarté de la figure, on prendra $AB = 4\ cm$ et $[AB]$ verticalement.

J, F, G, I désignent respectivement les milieux des segments $[OA]$, $[AB]$, $[OB]$ et $[OD]$.

1. Faire la figure. (1point)
2. Soit S la similitude plane directe qui transforme A en O et B en J.
   f) Déterminer son rapport k. (0,5point)
   g) Déterminer une mesure θ de son angle. (0,5point)
   h) Montrer que $S(C) = F$ et $S(D) = G$. (0,5point)+(0,5point)
   i) On désigne par Ω le centre de la similitude S.Montrer les points (Ω, A, O, D) d'une part et (Ω, A, B, J) d'autre part sont cocycliques. (1point)
   j) Expliquer alors comment construire Ω (on ne demande pas de construire Ω). (0,5point)
3. On considère l'ensemble $(\Gamma) = \{M \in P / MB + MD = 2AB\}$
   f) Donner la nature de (Γ) en précisant ses foyers, son centre et son axe non focal. (0,5point)
   g) Montrer que A appartient à (Γ). (0,5point)
   h) Construire les points S_1 et S_2 de (Γ), situé sur la droite (BD). (0,5point)
   i) Sur la demi droite $[BJ)$, on place le point E tel que $BE = 2AB$. La médiatrice du segment $[ED]$ coupe $[BJ)$ en M_0. Montrer que M_0 appartient à (Γ). (0,5point)
   j) Achever la construction de (Γ). (0,5point)

4. Construire (Γ'), image de (Γ) par S. (0,5point)

5. Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$.

Montrer que, dans ce repère, l'équation cartésienne de (Γ) est : $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$. (0,5point)

<u>Exercice</u> : 3 (5points)

Soit f la fonction numérique définie sur $]-2; +\infty[$ par : $f(x) = ln(x+2)$

1. Trouver f', la dérivée de f, puis étudier le sens de variation de f. (1point)
2. a) Montrer que $\forall\ x \in\ [1; 2], |f'(x)| \leq \frac{1}{3}$. (0,5point)
   b) Montrer que $\forall\ x \in\ [1; 2], f(x) \in [1; 2]$. (0,5point)
3. Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique $\alpha \in]1; 2[$. (1point)
4. Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = ln(2 + U_n) \end{cases}$
   e) Montrer par récurrence que $\forall\ n\ \in\ \mathbb{N}, U_n \in [1; 2]$. (0,5point)
   f) Montrer que $\forall\ n\ \in\ \mathbb{N}, |U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{3}|U_n - \alpha|$. (0,5point)
   g) Montrer que $\forall\ n\ \in\ \mathbb{N}, |U_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$. (0,5point)
   h) On suppose que (U_n) est convergente. Calculer sa limite à $+\infty$. (0,5point)

<u>Exercice</u> : 4 (3 points)

Un pays africain est candidat à l'organisation de la CAN 2025.

A cet effet, on veut construire un stade moderne dans une zone forestière. Un sondage à propos de cette construction donne les résultats suivants :

- 60% des personnes interrogées sont contre la construction de ce stade.
- Parmi les personnes qui sont contre la construction de ce stade, 70% sont des écologistes luttant contre le réchauffement climatique.
- Parmi celles qui sont pour la construction de ce stade, 20% sont des écologistes.
  On considère les événements suivants :
  C : « la personne interrogée est contre la construction de ce stade »
  E : « la personne interrogée est écologiste »
  5) Calculer les probabilités suivantes : $P(C)$; $P_C(E)$; $P_{\bar{C}}(E)$. (1,5point)
     (On pourra utiliser un arbre pondéré pour le calcul de certaines probabilités)
  6) Soit l'événement A : « la personne interrogée est contre la construction du stade et est écologiste ». Calculer $P(A)$. (0,5point)
  7) Soit l'événement B : « la personne interrogée est pour la construction et est écologiste ». Calculer $P(B)$. (0,5point)
  8) Montrer que $P(E) = 0{,}5$. (0,5point)

INSPECTION DES LYCEES
D'ENSEIGNEMENT GENERALE ZONE 1
(Brazzaville)
Ilegz1bzpoo@gmail.com

Année scolaire 2020-2021

Baccalauréat Blanc Zonal Session de Mai 2021

Niveau : Terminale — Série : C
Epreuve : Mathématiques — Durée : 4 Heures

Exercice 1 : ($4\ points$)

1) Pour tout réel, on considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation d'inconnue Z, (E): $Z^2 - 2i(cos\theta)e^{i\theta}Z - e^{2i\theta} = 0$

a- Déterminer la solution imaginaire pure Z_0 de (E). $(0{,}5pt)$

b- En déduire que l'autre solution de (E) est $Z_1 = ie^{2i\theta}$. $(0{,}5pt)$

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, soit Ω le point d'affixe $1 + i$.

Pour tout point M d'affixe Z, on associe le point M' d'affixe Z' tel que : $Z' = \frac{1}{2}(Z + i\bar{Z})$

a- Montrer que les points M'; O et Ω sont alignés. $(0{,}5pt)$

b- Démontrer que pour tout point M du plan les vecteurs $\overrightarrow{MM'}$ et $\overrightarrow{O\Omega}$ sont orthogonaux. $(0{,}5pt)$

3. On pose $Z = e^{i\theta}$. Soit M_1 le point d'affixe $Z_1 = iZ$, M_2 le point d'affixe $Z_2 = e^{-i\theta}$ et M_3 le point d'affixe Z_3 tel que : $OM_1M_3M_2$ soit un parallélogramme.

a- Exprimer Z_1 et Z_3 en fonction de θ. $(1pt)$

b- Vérifier que $Z' - Z = \frac{1}{2}iZ_3$. Puis en déduire que $MM' = \frac{1}{2}OM_3$. $(1pt)$

Exercice 2 : ($8\ point$)

Dans le plan orienté, on considère un carré direct $ABDC$ centré en G.

On désigne par I le milieu du segment $[AB]$ et par J le symétrie de G par rapport à I. On considère le point E tel que $AE = AB$ et $(\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AB}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$. Soit O le centre du cercle circonscrit au triangle AEB et F le symétrique de O par rapport à la symétrie orthogonale par rapport à (AE).

1. Faire une figure. On prendra $[AB]$ horizontal et $AB = 4cm$. $(0{,}5pt)$

2. Soit T la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et R la rotation de centre A et d'angle de mesure $\frac{\pi}{2}$ et S la symétrie orthogonale d'axe (BD).

   a) Reconnaitre et caractériser l'application $g = T \circ R$. $(1pt)$
   b) Montrer que le point F appartient à la droite (AC). $(0{,}5pt)$

3. On désigne par f l'application telle que : $f = g \circ S_{BD}$

Montrer que f est une symétrie glissée dont on précisera le vecteur $\vec{u}$ et l'axe (Δ). $(1pt)$

4. Soit S la similitude plane directe de centre A qui transforme D en C.
Caractériser S puis déterminer $S(B)$ $(1pt)$
5. Soit (P) la parabole de foyer B et de directrice (CF).
   a) Déterminer son sommet. $(0{,}5pt)$
   b) Montrer que D appartient à (P) et que son symétrique D' par rapport à (AB) appartient aussi à (P). $(1pt)$
6. Montrer que C appartient au cercle de centre D et tangent à (AC). $(0{,}5pt)$
7. Soit (P') l'image de (P) par la similitude S.
   a) Déterminer les éléments caractéristiques de (P') (foyer, sommet, directrice et paramètre). $(1pt)$
   b) Construire la parabole (P) et (P'). $(1pt)$

Exercice 3 : $(5\ points)$
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{ln(1+e^x)}{e^x}$
1. Vérifier que pour tout nombre réel x , $f(x) + f'(x) = \frac{1}{1+e^x}$ (1) $(0{,}5pt)$
2. Soit la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = \int_0^x f(t)dt$, on désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
   a) En utilisant la relation (1), démontrer que :
   $$F(x) = x + 2ln2 - \frac{ln(1+e^x)}{e^x} - ln(1+e^x)$$
   On admet que $\frac{1}{1+e^x} = 1 - \frac{e^x}{1+e^x}$. $(0{,}5pt)$
   b) Déterminer le sens de variation de F. $(0{,}5pt)$
   c) On admet que : $\lim_{x\to-\infty} \frac{ln(1+e^x)}{e^x} = 1$ puis montrer que $\lim_{x\to-\infty} F(x) = -\infty$. $(0{,}5pt)$
   d) Déterminer $\lim_{x\to+\infty} F(x)$. $(0{,}5pt)$
3. Dresser le tableau de variation de F. $(0{,}5pt)$
4. a) Démontrer que les droites (D_1) et (D_2) d'équation respectives $y = 2ln2$ et $y = x - 1 + 2ln2$ sont des asymptotes à (C). $(1pt)$
   b) Tracer la courbe (C) et ces deux asymptotes, (C) est en dessous de (D_2). $(1pt)$

Exercice 4 : $(3\ points)$
En prévision d'un grand marché, une entreprise décide de soumettre à un groupe d'expert l'évolution de son chiffre d'affaires à l'exportation. Les données sont les suivantes :

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i	100	102	113	125	133	141	147	152

x_i désigne le rang de l'année et y_i l'indice du chiffre d'affaire à l'exportation rapporté à la base 100 en 2023.

1. Représenter graphiquement le nuage de points $M(x_i; y_i)$ dans un plan muni d'un repère orthogonal ; on prendra pour origine le point $M_0(0; 100)$, pour unité sur l'axe des abscisses 2cm et 2cm en ordonnées pour 10 points d'indice. $(0,5pt)$
2. Calculer les coordonnées du point moyen $G(\bar{x}; \bar{y})$. $(0,5pt)$
3. Calculer la variance de x. $(0,5pt)$
4. a) Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x. $(1pt)$
   b) Déterminer la prévision pour l'année 2025. $(0,5pt)$

INSPECTION DES LYCEES
D'ENSEIGNEMENT GENERALE ZONE 1
(Brazzaville)
Ilegz1bzpoo@gmail.com

Année scolaire 2021-2022

Baccalauréat Blanc Zonal
Session de Mai 2022

Epreuve : Mathématiques　　Série : C　　Durée : 4 Heures

Exercice 1 : (4 points)

Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$. Soient A et B les points de (P) d'affixes respectives $z_A = 1$ et $z_B = 6 + i$.

On désigne par f un antidéplacement tel que : $f(A) = A$ et $f(B) = B$ qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = a\bar{z} + b$ où a et b sont des nombres complexes non nuls.

1. a) Montrer que : $\begin{cases} a + b = 1 \\ a(6 - i) + b = 6 + i \end{cases}$ **(0,5 pt)**

   b) Déterminer alors les complexes a et b. **(1 pt)**

2. On pose : $a = \frac{1}{13}(12 + 5i)$　et $b = \frac{1}{13}(1 - 5i)$ telle que :

$$z' = \frac{1}{13}(12 + 5i)\bar{z} + \frac{1}{13}(1 - 5i)$$

   a) Calculer $a\bar{b} + b$ puis déduire la nature exacte de f. **(1 pt)**

   b) Montrer que l'axe $(\mathcal{D})$ de f est : $x - 5y = 1$. **(0,5 pt)**

3. On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $(E) : x - 5y = 1$

   a) Montrer que $x \equiv 1[5]$ **(0,5 pt)**

   b) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E). **(0,5 pt)**

Exercice 2 : (8 points)

Les parties **I** et **II** sont indépendantes.

Partie I : (6 points)

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que $(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$, $AB = 3\ cm$ et $BC = 4\ cm$.

1. Soit f la similitude directe telle que $f(A) = B$ et $f(B) = C$.

   a) Déterminer l'angle θ et le rapport λ de f. **(1 pt)**

   b) Soit H le projeté orthogonal de B sur la droite (AC).
   Montrer que H est le centre de f. **(0,5 pt)**

2. Soit $D = f(C)$.

   a) Montrer que D appartient à la droite (BH). **(0,5 pt)**

   b) Construire le point D. **(0,5 pt)**

3. Soit g la similitude indirecte qui transforme A en B et B en C. On désigne par Ω le centre de g.

   a) Montrer que $f \circ g^{-1} = S_{(BC)}$ **(0,5 pt)**

b) Soit $E = g(C)$. Déterminer $S_{(BC)}(E)$. Construire alors le point E. **(1 pt)**

c) Préciser la nature de $g \circ g$. Montrer que Ω appartient à la droite (AC) ainsi qu'à la droite (BE). **(1 pt)**

d) Construire Ω et l'axe (Δ) de la similitude g. **(1 pt)**

Partie II : (2 points)

Soit E un espace vectoriel de dimension 3 muni de la base canonique $B = (\vec{\imath}; \vec{\jmath}; \vec{k})$.
On désigne par φ l'endomorphisme de E défini par :

$$\begin{cases} \varphi(\vec{\imath}) = 3\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 2\vec{k} \\ \varphi(\vec{\jmath}) = -\vec{\jmath} \\ \varphi(\vec{k}) = -4\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} - 3\vec{k} \end{cases}$$

1. Déterminer la matrice M_φ de φ **(0,5 pt)**
2. Calculer $M_\varphi \times M_\varphi$ puis donner la nature de φ **(1 pt)**
3. Donner l'expression analytique de l'endomorphisme φ **(0,5 pt)**

Exercice 3 : (5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique : 2cm. Soit (E) la courbe paramétrée définie par : $\begin{cases} x(t) = -t^3 + 3t \\ y(t) = t\ln\left(\frac{3+t}{3-t}\right) \end{cases}, t \in [-2; 2]$

1. Comparer $M(t)$ et $M(-t)$ pour $t \in [-2; 2]$ et on déduire que l'on peut restreindre le domaine d'étude de (E) à $[0; 2]$. **(1 pt)**
2. Etudier le sens de variation de x puis dresser son tableau de variation sur $[0; 2]$ **(1 pt)**
3. a) Montrer que pour tout $t \in [-2; 2]$, $\ln\left(\frac{3+t}{3-t}\right) \geq 0$ **(0,5 pt)**

   b) Etudier le sens de variation de y puis dresser son tableau de variation sur $[0; 2]$. **(1pt)**
4. Dresser le tableau de variation conjoint de x et y sur $[0\,;2]$ **(0,5 pt)**
5. Tracer (E) sur $[-2; 2]$; sachant que (E) passe par le point $A\left(0; \sqrt{3}\ln(2+\sqrt{3})\right)$ **(1 pt)**

Exercice 4 : (3 points)

$(E, \mathcal{P}(E), p)$ désigne un espace probabilisé fini et X désigne une variable aléatoire sur E dont la fonction de répartition F est la suivante :

$$\begin{cases} F(x) = 0, si\ x < -1 \\ F(x) = \dfrac{5}{15}, si - 1 \leq x < 0 \\ F(x) = \dfrac{6}{15}, si\ 0 \leq x < 2 \\ F(x) = 1, si\ x \geq 2 \end{cases}$$

1. a) Déterminer les valeurs prises par X **(0,5 pt)**

   b) Donner la loi de probabilité de X **(0,5 pt)**

   c) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X. **(1 pt)**
2. Représenter graphiquement la fonction F. **(1 pt)**

INSPECTION DES LYCEES
D'ENSEIGNEMENT GENERALE ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
Ilegz1bzpoo@gmail.com

Année scolaire 2022-2023

Baccalauréat Blanc Zonal Session de mai 2023

Niveau : Terminale **Série : C**
Epreuve : Mathématiques **Durée : 4Heures**

EXERCICE 1 : (04 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$. Soit A le point d'affixe $2i$.
On considère l'application ponctuelle du plan qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = \frac{z+i}{z-2i}$; avec M différent de A.

1. Montrer que f admet deux points invariants doubles que l'on ne déterminera pas. **(0,5pt)**
2. On pose $z = 2i + re^{i\theta}$, avec $r > 0$ et $\theta \in]-\pi;\pi]$.
   a) Ecrire $z' - 1$ sous la forme exponentielle en fonction de r et θ. **(1pt)**
   b) On donne $r = 3$.
   Déterminer la valeur de θ pour laquelle z' est nul. **(0,5pt)**
3. a) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}_1$ des points M tels que $|z' - 1| = 3$. **(0,5pt)**
   b) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}_2$ des points M tels que $arg(z' - 1) = \frac{\pi}{4}[2\pi]$ **(0,5pt)**
   c) Construire les ensembles $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_2$ dans le plan. **(1pt)**

EXERCICE 2 : (08 points)

Soit $ABCD$ un carré de centre O tel que $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et I le milieu du segment $[AB]$. La bissectrice intérieure de l'angle $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ coupe $[BC]$ en J. $\mathcal{C}$ est le cercle de centre A et de rayon AC.

1. Faire la figure. On prendra $AB = 4\ cm$ et (AB) horizontale. **(0,5pt)**
2. Soit f la similitude plane directe qui transforme I en O et B en C.
   a) Déterminer le rapport et l'angle de f. **(0,5pt+0,5pt)**
   b) Montrer que A est le centre de f. **(0,5pt)**
3. Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{4}$.
   a) Montrer que : $R = S_{(AC)}oS_{(AJ)}$. **(0,5pt)**
   b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de $h = foS_{(AJ)}$. **(0,5pt+0,5pt)**
4. On pose $E = S_B(A)$ et on désigne par g la similitude plane indirecte qui transforme I en D et D en E.
   a) Montrer que 2 est le rapport de g. **(0,5pt)**
   b) Déterminer $gog(I)$. **(0,5pt)**
   c) En déduire le centre et l'axe de g **(0,5pt+0,5pt)**
5. Soit $\mathcal{H}$ l'hyperbole de directrice (BC) dont $\mathcal{C}$ est le cercle principal.
   a) Construire les asymptotes de $\mathcal{H}$. **(0,5pt)**
   b) Placer le sommet S de $\mathcal{H}$ situé sur la demi-droite $[BE)$. **(0,5pt)**
   c) Calculer l'excentricité e de $\mathcal{H}$. On précisera le foyer F de $\mathcal{H}$ situé sur la demi-droite $[BE)$. **(0,5pt)**
   d) Construire la branche $\mathcal{H}_1$, de l'hyperbole $\mathcal{H}$ de sommet S. **(0,5pt)**

e) Construire l'image $\mathcal{H}_1'$, de la branche $\mathcal{H}_1$, par g^{-1}, où g^{-1} désigne la réciproque de la similitude g. **(0,5pt)**

EXERCICE 3 : (05 points)

On considère la fonction f définie sur $]1;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{x}{lnx}$

1. Calculer la dérivée f' de f **(0,5pt)**
2. Dresser le tableau de variation de f.
   On admet que $\lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ **(0,5pt)**
3. On définit la suite (u_n) par $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$.
   a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > e$. **(0,5pt)**
   b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante. **(0,5pt)**
   c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite l. **(0,5pt)**
4. Montrer que pour tout $x \geq e$, $f'(x) = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\left(1 - \frac{2}{lnx}\right)^2$ **(0,5pt)**
5. En déduire que pour tout $x \geq e$, $|f'(x)| \leq \frac{1}{4}$. **(0,5pt)**
6. a) Montrer, que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_{n+1} - e| \leq \frac{1}{4}|u_n - e|$ **(0,5pt)**
   b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}, |u_n - e| \leq \frac{1}{4^n}$ **(0,5pt)**
   c) Retrouver ainsi la limite l. **(0,5pt)**

EXERCICE 4 : (03 points)

Un artiste propose le jeu suivant :

Une urne contient une boule blanche et une boule noire, indiscernable au toucher. Le joueur tire au hasard une boule de l'urne. Si elle est noire, il remet dans l'urne et l'artiste ajoute une boule noire identique. Le joueur recommence de la même façon jusqu'à ce qu'il tire la boule blanche.

Lorsqu'il obtient une boule blanche, le jeu s'arrête et le joueur gagne un lot.

Pour tout entier n non nul, on note les événements suivants :

B_n « le joueur a tiré la boule blanche au n-ième tirage »,

N_n « le joueur a tiré la boule noire au n-ième tirage ».

1. On donne $P(N_1) = \frac{1}{2}$. Déterminer la probabilité $P(B_1)$. **(0,5pt)**
2. Sachant qu'au premier tirage le joueur a tiré une boule noire, montrer que
   $P_{N_1}(N_2) = \frac{2}{3}$ **(0,5pt)**
3. La probabilité que le joueur tire une boule blanche au deuxième tirage est
   $P_{N_1}(B_2) = \frac{1}{3}$.
   a) Montrer que $P(N_1 \cap B_2) = \frac{1}{6}$. **(0,5pt)**
   b) Déterminer la probabilité $P(N_1 \cap N_2)$. **(0,5pt)**
4. a) La probabilité que le joueur tire trois fois de suite une boule noire est
   $P(N_1 \cap N_2 \cap N_3) = \frac{1}{4}$. Montrer alors que $P_{N_1 \cap N_2}(N_3) = \frac{3}{4}$. **(0,5pt)**
   b) Déterminer la probabilité p que le joueur gagne un lot au troisième tirage. **(0,5pt)**

INSPECTION DES LYCEES
D'ENSEIGNEMENT GENERALE ZONE 1
(Brazzaville)
Ilegz1bzpoo@gmail.com

Année scolaire 2023-2024

Baccalauréat Blanc Zonal Session de mai 2024

Epreuve : Mathématiques **Série : C** **Durée : 4H**

EXERCICE 1 : (4 points)

On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation (E) suivante : $(E) : 2x^2 - 2x + 1 = 0[5]$.

1. a) Vérifier que -1 , 2 et 4 sont solutions de (E). (1 pt)
   b) Montrer que (E) est équivalente à l'équation $2x^2 - 2x - 4 = 0[5]$ (0,5 pt)
   c) En déduire dans $\mathbb{Z}$ les solution de l'équation (E). (0,5 pt)
2. On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation $(E') : 7x = 4[5]$
   a) Montrer que 7 est inverse modulo 5 puis déterminer son inverse. (1 pt)
   b) Montrer que x est solution de $(E') \Leftrightarrow x = 2[5]$. (0,5 pt)
   c) En déduire les solutions dans $\mathbb{Z}$ de l'équation (E'). (0,5 pt)

EXERCICE 2 : (8 points)

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Partie A : (2 points)

Dans l'espace euclidien $(\mathcal{E})$ de dimension 3 rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, on considère la transformation f qui à tout point $M(x, y, z)$ de $(\mathcal{E})$ associe le point $M'(x', y', z')$ de $(\mathcal{E})$ défini par : $\begin{cases} x' = -y + 1 \\ y' = z - 2 \\ z' = -x \end{cases}$

1. Justifier que f est un vissage. (0,5 pt)
2. Soit t la translation de vecteur $\vec{u} = \vec{\imath} - \vec{\jmath} - \vec{k}$. On pose $f = t_{\vec{u}} \circ g$.
   a) Montrer que g est une rotation. (0,5 pt)
   b) Déterminer l'expression analytique de g. (0,5 pt)
   c) Déterminer l'axe $(\mathcal{D})$ de la rotation g. (0,5 pt)

Partie B : (6 points)

Dans le plan orienté, on considère un triangle équilatéral direct ABC de centre O et de côté $4cm$. On désigne par K le milieu du segment $[BC]$, H le symétrique de A par rapport à O et $(\mathcal{C})$ le cercle de centre O passant par A. Soit I un point du plan tel que $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$.

1. Faire une figure, on prendra $[AB]$ horizontal. (0,5 pt)
2. Soit S la similitude directe telle que $S(A) = B$ et $S(C) = K$.
   a) Déterminer le rapport k de S et une mesure θ de son angle. (1 pt)
   b) Déterminer les images des droites (OA) et (CH) puis en déduire que H est le centre de S. (1 pt)

3. On désigne par S_1 la similitude directe de centre B qui envoie A en O et par S_2 la similitude directe de centre C qui envoie O en A. On pose $f = S_2 \circ S_1$

   a) On admet que la similitude S_2 admet pour rapport $k_2 = \sqrt{3}$ et une mesure d'angle $\theta_2 = -\frac{\pi}{6}$.

   Déterminer le rapport k_1 et une mesure θ_1 de l'angle de S_1. (1 pt)

   b) Déterminer $f(A)$. (0,5 pt)

4. On pose $g = S \circ f \circ S_{(AB)}$ où $S_{(AB)}$ est la réflexion d'axe (AB).

   a) Vérifier que $S \circ f(A) = B$ et montrer que $S \circ f$ est une homothétie dont on précisera le rapport. (0,5 pt)

   b) Déterminer le centre de $S \circ f$. (0,5 pt)

   c) Caractériser alors g. (0,5 pt)

5. Soit J le symétrique de O par rapport à (AB) et E le milieu du segment $[JI]$.

   Construire $(\mathcal{C}')$ image de $(\mathcal{C})$ par g. (0,5 pt)

EXERCICE 3 : (05 points)

Sur $I = [0; +\infty[$, on définit la fonction F par : $F(x) = \int_0^{2x} e^{-\frac{1}{t+1}} dt$

1. a) Prouver que la fonction : $h : x \longmapsto e^{-\frac{1}{x+1}}$ admet sur I une primitive notée G que l'on ne déterminera pas. (0,5 pt)

   b) En déduire que : $\forall\, x \in I,\ F'(x) = [G(2x)]'$ (0,5 pt)

   c) Montrer que $\forall\, x \in I,\ F'(x) = 2e^{-\frac{1}{2x+1}}$ (0,5 pt)

2. Ecrire l'équation cartésienne de la tangente T à la courbe $(\mathcal{C})$ de la fonction F au point d'abscisse 0. (1 pt)

3. a) Montrer que : $\forall t \geq 0\,, e^{-\frac{1}{t+1}} \geq e^{-1}$ (0,5 pt)

   b) Montrer que $\forall x \in I\,, F(x) \geq 2xe^{-1}$ (0,5 pt)

   c) En déduire le calcul de $\lim_{x \to +\infty} F(x)$. (0,5 pt)

4. a) Dresser le tableau de variation de F. (0,5 pt)

   b) On admet que la courbe $(\mathcal{C})$ a une branche parabolique de direction l'axe des abscisses du repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan.

   Tracer la courbe $(\mathcal{C})$. (0,5 pt)

EXERCICE 4 : (3 points)

Un éleveur a dans son enclos 3 moutons et 5 chèvres. Pour célébrer le retour de sa deuxième épouse du pèlerinage, il décide d'abattre au hasard quatre de ses bêtes.

Soit A l'événement « on a tué au moins 2 moutons » et on note par $p(A)$ la probabilité de l'événement A.

1. Calculer la probabilité $p(A)$ de l'événement A. (0,5 pt)
2. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de moutons tués.

   a) Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X. (0,5 pt)

   b) Déterminer la loi de probabilité de X. (1 pt)

   c) Calculer l'espérance mathématique de X notée $E(X)$. (0,5 pt)
3. Déterminer la fonction de répartition $F(x)$. (0,5 pt)

Zone 4

INSPECTION DES LYCEES ZONE 4
KOUILOU ET POINTE-NOIRE
Département de MATHEMATIQUES

BAC BLANC INTERDEPARTEMENTAL
(Session de Mai 2017)
Epreuve : MATHEMATIQUES
Série : C
Durée : 4h Coefficient : 5

EXERCICE 1 (4pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soit C la courbe plane définie par : $\begin{cases} x(t) = e^t + e^{-t} = f(t) \\ y(t) = e^t - e^{-t} = g(t) \end{cases}$ **Où t est un réel.**

On note $M(t)$ le point de coordonnées $(x(t); y(t))$

1. Comparer d'une part $x(t)$ et $x(-t)$ et d'autre part $y(t)$ et $y(-t)$.

2. Par quelle transformation peut-on passer de $M(t)$ à $M(-t)$? En déduire que C admet un axe de symétrie que l'on précisera.

3. Etudier les variations des fonctions f et g sur $[0;+\infty[$

4. Dresser le tableau de variations conjointes des fonctions f et g sur $[0;+\infty[$

5. Pour quelle valeur de t l'ordonnée de $M(t)$ est nulle ? Préciser alors les coordonnées du point correspondant de C

6. Déterminer l'équation cartésienne de la tangente à C au point de paramètre 0.

7. Tracer C sur $[0;+\infty[$. En supposant que C est symétrique par rapport à l'axe des abscisses, achever la construction de C sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE 2 (8pts)

Vrai ou Faux ?

Pour chaque question, une affirmation est proposée. Indiquer si elle est vraie (V) ou fausse (F), en justifiant la réponse. On fera une figure qui sera complétée au fur et à mesure, afin de bien comprendre l'exercice.

Dans le plan orienté, ABC désigne un triangle rectangle isocèle en A et la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ est $\frac{\pi}{2}$. Soit I, le point de concours des bissectrices intérieures du triangle ABC. On note A' le point de la droite (CB) tel que $\overrightarrow{CA'} = \frac{1}{\sqrt{2}}\overrightarrow{CB}$. La droite (CI) coupe (AB) en E ; les droites $(A'E)$ et (BI) se coupent en K. On désigne par :

r_A La rotation de centre A et d'angle de mesure $\frac{\pi}{2}$

r_C La rotation de centre C et d'angle de mesure $\frac{\pi}{4}$

h_C L'homothétie de centre C et de rapport $\frac{1}{\sqrt{2}}$

h_K L'homothétie de centre K et de rapport $-\sqrt{2}$

Alors, on a :

1. A' **est l'image de A par** r_C

2. $r_C \circ r_A$ **est la rotation de centre I et d'angle de mesure principale** $\frac{3\pi}{4}$

3. $IA' = IA$

4. $h_C(B) = A'$ **et** $h_C(E) = I$

5. $\overrightarrow{BE} = -\overrightarrow{IA'}\sqrt{2}$

6. L'image de B par $h_K \circ h_C$ **est E.**

<u>EXERCICE 3</u> (4pts)

Une urne contient des boules indiscernables au toucher. 20% des boules portent le numéro 1 et sont rouges. Les autres portent le numéro 2 et parmi elles, 10% sont rouges et les autres sont vertes.

1. On tire une boule au hasard. Quelle est la probabilité qu'elle soit rouge ?

2. On a tiré une boule au hasard. Elle est rouge. Montrer que la probabilité qu'elle porte le numéro 2 est égale à $\frac{2}{7}$

3. Soit n **un entier naturel supérieur ou égal à 2. On effectue** n **tirages successifs d'une boule avec remise (après chaque tirage, la boule est remise dans l'urne)**

- **a) Exprimer en fonction de** n **la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge portant le numéro 1 au cours des** n **tirages**
- **b) Déterminer l'entier** n **à partir duquel la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge portant le numéro 1 au cours des** n **tirages est supérieure ou égale à 0,99**

<u>EXERCICE 4</u> (4pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$**.**
Soient A, B et C trois points du plan d'affixes respectives a, b, c. On admet que A et B sont distincts, ainsi que A et C.

1. i) Qu'appelle-t-on argument du nombre complexe $\frac{c-a}{b-a}$ **?**

ii) Montrer que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right)[2\pi]$

2. On suppose que : $a = 1 + i$ **et** $b = i$**.**
On associe, à tout point M du plan d'affixe z non nulle, le point M' **d'affixe :** $z' = \frac{1}{z}(z - 1 - i)$

- **a) Déterminer, sous forme algébrique, l'affixe du point** B'**, image du point B.**
- **b) Etablir la relation entre l'argument de** z' **et l'angle orienté** $\left(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AM}\right)$**.**
- **c) Montrer que, pour tout point M du plan d'affixe** z **non nulle, l'affixe** z' **du point** M' **est telle que** z' **soit différent de 1.**

3. Déterminer l'ensemble des points M du plan d'affixe z **non nulle pour lesquels l'affixe du point** M' **est telle que** $|z'| = 1$

4. Quel est l'ensemble des point M du plan d'affixe z **non nulle pour lesquels l'affixe du point** M' **est un nombre réel ?**

INSPECTION DES LYCEES ZONE 4
KOUILOU-POINTE-NOIRE
Département de MATHEMATIQUES

BAC BLANC INTERDEPARTEMENTAL
(Session de Mai 2018)
Epreuve : MATHEMATIQUES   Série : C

Durée : 4h   Coefficient : 5

EXERCICE 1 (4pts) : Résolution de Problème

Soit $P(z) = z^4 - 3z^3 + \frac{9}{2}z^2 - 3z + 1$

On se propose de déterminer toutes les racines de P.

1. **Calculer** $P(1+i)$. **(0,5pt)**
2. **Comparer** $P(\overline{z})$ **et** $\overline{P(z)}$ **(0,75pt)**
3. **Montrer que si** z_0 **est racine de** P **alors** $\overline{z_0}$ **est aussi racine de .** **(0,75pt)**
4. **Montrer que si** z_0 **est racine de** P **alors** $\frac{1}{z_0}$ **est aussi racine de** P **(1pt)**
5. **Déterminer alors toutes les racines de P. (1pt)**

EXERCICE 2 (8pts)

Partie A : Maitrise des concepts

1. **Quelles sont les courbes qui te sont familières et qui impactent le quotidien de l'homme actuel ? (0,5pt)**
2. **Donner la définition d'une conique définie par foyer et directrice. (0,75pt)**

Partie B : Résolution d'un problème

Dans le plan orienté, on considère un triangle AFB tel que : $(\overrightarrow{AF};\overrightarrow{AB}) = \frac{\pi}{2}$ **et** $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BF}) = \theta$ **avec** $\theta \in \left]0;\frac{\pi}{2}\right[$. **Soit M un point quelconque du plan. On trace par M les parallèles aux droites (AF) et (FB) qui rencontrent la droite (AB) respectivement en H et M'.**

On se propose de déterminer et construire l'ensemble Γ des points M du plan tels que : MM' = MF.

1. **Que peut-on dire des angles** $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BF})$ **et** $(\overrightarrow{M'H};\overrightarrow{M'M})$ **? (0,5pt)**
2. **Montrer que M appartient à Γ si, et seulement si** $\frac{MF}{MH} = \frac{1}{\sin\theta}$ **(2pts).**
3. **En déduire que Γ est une conique dont on précisera la nature (1pt)**
4. **Le centimètre étant choisi comme unité de longueur, on pose FA = 6 et** $\theta = \frac{\pi}{6}$

   a) Représenter les sommets, les foyers et le centre O de la conique Γ (1,5pt)

   b) Comment appelle-t-on la droite (AB) ? (0,5pt)

c) Utiliser le programme ci-dessous pour construire deux points N et Q de la conique Γ.

<u>Programme</u> : (i) Choisir un point K sur la droite (AB) (2i) Tracer la droite (D) passant par K et parallèle à (FB) (3i) Tracer la médiatrice (D') du segment [KF] (4i) Le point d'intersection des droites (D) et (D') est un point de la conique Γ

d) Construire la droite Δ passant par O et parallèle à la droite (BF). La droite Δ est l'une des asymptote de la conique Γ. (0,5pt)

<u>EXERCICE 3</u> (4pts)

Partie A : Maîtrise des Concepts et des Applications

Une urne U contient 2 jetons numérotés 1 et 2.

Une urne V contient 4 jetons numérotés 1, 2,3 et 4.

On choisit au hasard une urne, puis un jeton dans cette urne. (Les choix sont supposés équiprobables)

1. **Quelle est la probabilité de tirer un jeton portant le numéro 1 ? (0,5pt)**
2. **On a tiré un jeton portant le numéro 1. Quelle est la probabilité qu'il provienne de l'urne U ? (1pt)**

<u>Partie B</u> : Maîtrise des Concepts et des Applications

On rassemble maintenant les deux urnes en une seule, qui contient donc les 6 jetons précédents. On tire simultanément et au hasard 2 jetons de cette urne. Les tirages sont supposés équiprobables.

1. **Calculer la probabilité de tirer 2 jetons identiques (1pt).**
2. **Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage associe la somme des numéros des deux jetons tirés. Déterminer :**
   a) La loi de probabilité de X (1pt)
   b) L'espérance mathématique de X (0,5pt)

<u>EXERCICE 4</u> (4pts) : Maîtrise des Concepts et des Applications

Soit f la fonction définie sur R par : $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

1. **Justifier l'existence et l'unicité d'une primitive F de f sur R telle que F(0)=0 (On ne demande pas de la calculer) (0,5pt)**
2. **En dérivant la fonction k définie par : k(x)= F(x)+F(-x), montrer que F est impaire. (0,5pt)**
3. **Soit G la fonction définie sur R^* par : $G(x) = F(x) + F\left(\frac{1}{x}\right)$. Calculer la dérivée de G et montrer que F possède une limite en $+\infty$ qui vaut 2F(1) (1pt)**
4. **a) On considère la fonction H définie sur $\left]\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ par : $H(x) = F(tanx)$**
   Montrer que H est dérivable et calculer H'. (1pt)
   b) En déduire une expression simple de H. (0,5pt)
5. **En déduire F(1) et donc la limite de F en $+\infty$. (0,5pt)**

INSPECTION DES LYCEES ZONE 4 Année scolaire 2018-2019

KOUILOU ET POINTE-NOIRE

BACCALAUREAT BLANC SESSION DE MAI 2019

EPREUVE : MATHEMATIQUES

SERIE C :

DUREE : 4 heures, COEFFICIENT 5

Exercice 1 : 4 points

1. On considère l'ensemble $A_7 = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

a) Pour tout élément a de A_7 écrire dans un tableau l'unique élément y de A_7 tel que $ay \equiv 1[7]$. 1pt

b) Pour x nombre entier relatif, démontrer que l'équation $3x \equiv 5[7]$ équivaut à $x \equiv 4[7]$. 0,5pt

c) Si a élément de A_7, montrer que les seuls nombres entiers relatifs x solutions de l'équation $ax \equiv 0[7]$ sont les multiples de 7. 0,5pt

2. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $x^2 - 3x + 4 \equiv 0[7]$. 0,5pt

3. a) Déterminer les diviseurs positifs de 45. 0,5pt

b) Déterminer les couples d'entiers naturels (p, q) tels que $p \times q = 45$ 0,5pt

c) En déduire les solutions dans $\mathbb{N}^2$ du système $\begin{cases} x^2 - y^2 = 405 \\ 3PPCM(x, y) = xy \end{cases}$. 0,5pt

Exercice 2 : 8 points

Dans le plan orienté, on considère un triangle équilatéral ABC tel que $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$. On désigne par R_A; R_B et R_C les rotations de centres respectifs A, B et C, d'angle $\frac{\pi}{3}$ et par D et E les points tels que : $R_B(A) = D$ et $R_C(D) = E$.

1- Démontrer que $R_C \circ R_B \circ R_A$ est la symétrie centrale de centre B. Préciser alors la position du point E. 0,5pt + 0,5pt

2- Déterminer le rapport et l'angle de la similitude plane directe S qui transforme A en B et E en D. 0,5pt + 0,5pt

3. Soit Ω le centre de la similitude plane directe S.

a) Montrer que Ω appartient aux cercles circonscrits aux triangles ABC et DBE. 1pt

b) Construire Ω. 0,5pt

4. a) Démontrer que S transforme la droite (AC) en (CD). 0,5pt

b) Déterminer l'image par S du cercle circonscrit au triangle ACE. En déduire que l'image de C par la similitude S est le point I, milieu du segment $[DE]$. 1pt

5. Soit (ξ) l'ellipse de centre B, d'excentricité $e = \frac{1}{2}$ et dont un sommet principal est A.

a) Tracer la droite (Δ) passant par B et perpendiculaire à (AB). 0,5pt

b) Que représente la droite (Δ) pour l'ellipse (ξ). Justifier la réponse. 0,5pt

c) Construire le point M de (ξ) situé sur la droite (CD). 0,5pt

d) Achever la construction de l'ellipse (ξ). 1pt

6) Soit (ξ') l'image de (ξ) par S. Construire (ξ'). 0,5pt

<u>Exercice 3</u> : 5 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (1+x)e^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

1- a) Etudier les variations de f 1pt

b) Faire l'étude des branches infinies à la courbe (C) 0,5pt

c) Tracer la courbe (C). 0,5pt

2- Soit $V_n = \int_0^n f(x)dx$ où n est un entier naturel non nul.

a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $V_n = 2 - (2+n)e^{-n}$ 0,5pt

b) Etudier la convergence de la suite (V_n). 0,5pt

3- Pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, on pose $U_n = \int_{k-1}^{k} f(x)dx$. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

$V_n = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$. 0,5pt

4-a) Montrer que pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, $U_n = (e-1)ke^{-k} + (e-2)e^{-k}$ 0,5pt

b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $V_n = (e-1)\sum_{k=1}^{n} ke^{-k} + \frac{e-2}{e-1}(1-e^{-n})$ 0,5pt

5- Soit $S_n = \sum_{k=1}^{n} ke^{-k}$. Montrer que $lim_{n\to+\infty} S_n = \frac{e}{(e-1)^2}$ 0,5pt

<u>Exercice 4</u> : 3 points

Une entreprise lance sur le marché, des jeux électroniques.

Le tableau suivant donne sa production annuelle x (en centaine de milliers) et son résultat net y (en milliard de francs CFA).

Production x_i	2	4	16	20	38
Résultats y_i	0,03	0,14	1,98	3	11

Un ajustement affine ne semblant pas le mieux approprié, on pose $U_i = lnx_i$ et $V_i = lny_i$ et on donne le tableau suivant :

U_i	0,69	1,39	2,77	3	3,64
V_i	$-3{,}5$	$-1{,}97$	$0{,}68$	$1{,}10$	$2{,}40$

1. a) Définir le point moyen G d'un nuage de points d'une série statistique. 0,5pt

b) Calculer les coordonnées du point moyen $G(\overline{U};\overline{V})$. 0,5pt

2. a) Déterminer une équation de la droite de régression de V en U par méthode des moindres carrés. 1pt

b) En déduire une équation de y en fonction de x. 0,5p

c) Déterminer une prévision du résultat net pour une production de 40 centaines de milliers de jeux. 0,5pt

INSPECTION DES LYCEES ZONE 4 **Année scolaire 2019-2020**

KOUILOU ET POINTE-NOIRE

BACCALAUREAT BLANC SESSION DE JUIN 2020

EPREUVE : MATHEMATIQUES

SERIE C :

DUREE : 4 heures, COEFFICIENT 5

Exercice 1 : 4 points

1-a) Déterminer le reste de la division euclidienne de l'entier 2^{1973} par 9. 1pt

b) Pour quelles valeurs de l'entier naturel n le nombre entier relatif $2^n - 77$ est-il divisible par 9 ? 1pt

2- On rappelle que si a, b, q et r sont des nombres entiers naturels non nuls tels que $a = bq + r$ alors $PGCD(a;b) = PGCD(b;r)$.

On considère $A = 5n + 3$ et $B = n - 2$ avec n un nombre entier naturel, $n \geq 2$.

a) Démontrer que $PGCD(A;B)$ est un diviseur de 13. 1pt

b) Déterminer n tel que $PGCD(A;B) = 13$ et $AB \leq 200$. 1pt

Exercice 2 : 8 points (Les parties A et B sont indépendantes)

Partie A : Le plan est orienté

Soit ABC un triangle équilatéral de centre de gravité O, tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3} [2\pi]$.

On considère l'ellipse (E) de foyers B et C passant par A.

1) Construire les points M_1 et M_2 de (E) situés respectivement sur les droites (CO) et (BO). 0,5pt+0,5pt

2) Construire les sommets $S_1,\ S_2,\ S_3,\ S_4$ de (E). 1pt

3) Soit S la similitude plane directe de centre C, qui transforme le point A en le point O.

a) Déterminer les éléments géométriques de S. 1pt

b) Construire l'image (E') de (E) par S. 1pt

Partie B : Le plan est muni du repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

On considère la courbe (Γ) d'équation $2x^2 + y^2 + \sqrt{3}xy - 1 = 0$ et R la rotation de centre $O(0,0)$ et d'angle de mesure $\theta = \frac{\pi}{3}$.

1) Ecrire l'expression analytique de la rotation R. 1pt

2) Déterminer l'équation de (Γ'), image de (Γ) par la rotation R. 1pt

3) Donner la nature de (Γ') puis celle de (Γ). 0,5pt+0,5pt

4) En déduire une procédure de construction de (Γ). 1pt

<u>Exercice 3</u> : 4 points

Soit l'équation différentielle (E): $y'' + 2y' + y = cosx$

1) Déterminer les réels a et b tels que la fonction g définie par : $g(x) = asinx + bcosx$ soit solution de (E) sur $\mathbb{R}$.

2) On pose $h = f - g$

a) Démontrer que si f est solution de l'équation (E) alors h est solution de l'équation différentielle (E') : $y'' + 2y' + y = 0$

b) Résoudre l'équation (E')

c) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation (E).

3) En déduire la solution particulière f de (E) telle que $f(0) = 1$ et $f'(0) = -1$.

<u>Exercice 4</u> : 4 points

Une entreprise achète, utilise et vend des machines après un certain nombres x_i d'années. Après six années, l'évolution y_i en milliers de $FCFA$ du prix de vente d'une machine en fonction du nombre d'années d'utilisation, se représente comme suite :

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	150	125	90	75	50	45

1- Déterminer les coordonnées du point moyen G. 0,5pt

2- Déterminer les variances de X et Y puis la covariance de (X, Y). 0,5pt+0,5pt+0,5pt

3- Calculer l'inertie par rapport au point moyen G, puis déduire l'inertie par rapport au point $A(0, -1)$. 1pt

4- Déterminer une équation de la droite de régression de y en x. 0,5pt

5- En déduire une estimation du prix de vente d'une machine après 7 ans d'utilisation. 0,5pt

INSPECTION DES LYCEES ZONE 4 — Année scolaire 2020-2021

KOUILOU ET POINTE-NOIRE

DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

BACCALAUREAT BLANC INTERDEPARTEMENTAL

SESSION : 01 JUIN 2021

EPREUVE : MATHEMATIQUES,

SERIE C :

DUREE : 4 heures, COEF : 5

Exercice 1 : (4points)

On se propose de déterminer l'ensemble S des entiers relatifs x vérifiant le système :

$$\begin{cases} x \equiv 9[17] \\ x \equiv 3[5] \end{cases}$$

1. On désigne par $(u;v)$ un couple d'entiers relatifs tel que $17u + 5v = 1$. (E)

a) Justifier l'existence d'un tel couple $(u;v)$. 1pt

b) On pose $x_0 = 3 \times 17u + 9 \times 5v$

Démontrer que x_0 appartient à S. 1pt

c) Montrer que le couple $(-2;7)$ vérifie (E). 0,5pt

d) Donner un entier x_0 appartient à S. 0,5pt

2. a) Soit x un entier relatif appartenant à S.

Démontrer que $x - x_0 \equiv 0[85]$. 0,5pt

b) En déduire qu'un entier relatif x appartient à S si, seulement si, il peut s'écrire sous la forme $x = 43 + 85k$, où k est un entier relatif. 0,5pt

Exercice 2 : (8 points)

Partie A :

Dans le plan orienté, on considère le carré $ABCD$ direct de centre O. Les points I, J et L sont les milieux respectifs des côtés $[CD], [DA]$ et $[BC]$.

1. Caractériser la similitude plane directe S_1 de centre B qui associe L à O. 0,5pt+0,5pt

2. Caractériser l'application $S_2 = T_{\overrightarrow{BC}} \circ R\left(O;\frac{\pi}{2}\right) \circ H(D;\sqrt{2})$ (on pourra déterminer $S_2(D)$). 1pt

3. Préciser l'axe (Δ) et le rapport k_3 de la similitude S_3 de centre D qui associe C à J. 0,5pt+0,5pt

4. Caractériser $S = S_3 \circ S_2$. 1pt

Partie B

On choisit dans le plan le repère $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ orthonormé.

5. Donner l'expression analytique de la similitude plane directe S_1. 0,5pt

6. Soit (P) la parabole de foyer $F\left(0;\frac{1}{3}\right)$, de directrice (BC), passant par le point E d'abscisse $x_E = 1$ et qui admet pour tangente en G la médiatrice (Δ) du segment $[FB]$.

a) Placer les points E et G de la parabole (P) sur la figure, puis construire (P). 1,5pt

b) Déterminer le pas ou le paramètre de la parabole (P). 0,5pt

c) Montrer que l'équation cartésienne de (P) dans le repère $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ est :
$9x^2 - 24y - 8 = 0$. 0,5pt

d) Déterminer l'équation cartésienne de la directrice $(\mathcal{D}')$ et les coordonnées du foyer F' de l'image (P') de (P) par la similitude plane directe S_1. 0,5pt+0,5pt

<u>Exercice 3</u> : (5 points)

Soit f la fonction définie sur $[1;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{x}{e^x-1}$ et soit F la fonction définie sur $[1;+\infty[$ par : $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.

1- Justifier que f et F sont bien définies sur $[1;+\infty[$. 1pt

2- Que représente F pour f ? 0,5pt

3- Soit (C) la courbe représentative de f dans le un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Donner une interprétation graphique du nombre $F(3)$. 0,5pt

4- On se propose dans cette question, de donner un encadrement du nombre $F(3)$.

a) Montrer que pour tout réel $x > 0$, $\frac{x}{e^x-1} = x \times \frac{e^{-x}}{1-e^{-x}}$ 0,5pt

b) En déduire que $F(3) = 3ln\left(1 - \frac{1}{e^3}\right) - ln\left(1 - \frac{1}{e}\right) - \int_1^3 ln(1 - e^{-x})\,dx$. 1pt

c) Montrer que si $1 \leq x \leq 3$, alors $ln\left(1 - \frac{1}{e}\right) \leq ln(1 - e^{-x}) \leq ln\left(1 - \frac{1}{e^3}\right)$ 1pt

d) En déduire un encadrement de $\int_1^3 ln(1 - e^x)\,dx$ puis de $F(3)$. 0,5pt

<u>Exercice 4</u> : (3 points)

On considère deux droite de régression (D) et (D') d'une série statistique à double variable définies par : $(D)\colon y = \frac{1}{25}x + \frac{1}{5}\ et\ (D')\colon x = \frac{1}{50}y + \frac{1}{5}$

1- Déterminer les coordonnées du point moyen $G(\bar{X};\bar{Y})$. 1pt

2- Calculer le coefficient de corrélation linéaire ρ de cette série statistique. 1pt

3- sachant que la variance de X est égale à 0,96.

Calculer la variance de Y. 1pt

INSPECTION DES LYCEES ZONE 4 Année scolaire 2021-2022

KOUILOU ET POINTE-NOIRE

BACCALAUREAT BLANC SESSION DE MAI 2022

EPREUVE : MATHEMATIQUES

SERIE C :

DUREE : 4 heures, COEFFICIENT : 5

Exercice 1 : 4points

A/ On note $\mathbb{Z}[i]$ l'ensemble des entiers de Gauss, c'est-à-dire des nombres complexes $a+ib$ où $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}$.

La norme de $z = a+ib$ $(a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z})$ est l'entier $N(z) = a^2 + b^2$.

Dire que w divise z dans $\mathbb{Z}[i]$ signifie qu'il existe un élément v dans $\mathbb{Z}[i]$ tel que $z = vw$

1- Montrer que $4+5i$ divise $14-3i$ mais ne divise pas $14+3i$. 0,5pt

2- Vérifier que $N(4+5i)$ divise $N(14-3i)$ dans $\mathbb{Z}$. 0,5pt

B/ 1- a) Enoncer le théorème de Gauss. 0,5pt

b) p et q sont deux nombres entiers naturels premiers entre eux.

Déduire du théorème de Gauss que, si a est un entier relatif tel que $a \equiv 0[p]$ et $a \equiv 0[q]$, alors $a \equiv 0[pq]$ 0,5pt

2. n désigne un nombre entier relatif.

On considère le système (S) suivant : $\begin{cases} n \equiv 1[7] \\ n \equiv 5[11] \end{cases}$

a) Vérifier que 71 est une solution de (S). 0,5pt

b) On suppose que n est un entier relatif solution de (S). Montrer que $n \equiv 71[77]$ 0,5pt

c) Démontrer que pour tout entier relatif, $n \equiv 71[77]$ équivaut à : $\begin{cases} n \equiv 1[7] \\ n \equiv 5[11] \end{cases}$ 0,5pt

d) Déterminer toutes les solutions de (S) comprises entre 1300 et 1500. 0,5pt

Exercice 2 : 8 points

Les parties I et II sont indépendantes.

Partie I :

Soit un carré $OABC$ de centre I tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}}\right) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$. Soit J le milieu de $[OI]$, K le projeté orthogonal de J sur (OA) et I' le symétrique de I par rapport à l'axe (OA).

1. Soit R et R_1 les rotations de centres respectifs O et A, d'angle $\frac{\pi}{2}$. On note H et H_1 les homothéties de centres respectifs O et A et de rapports respectifs 2 et $\frac{1}{2}$.

a) Quelle est la nature exacte de la transformation f telle que $f = R_1 \circ H_1 \circ R \circ H$ 0,5pt

b) Caractériser f. 0,5pt

2. Soit S la similitude plane directe qui transforme O en I et A en J.

a) Déterminer l'angle et le rapport de S. 1pt

b) Construire $C' = S(C)$ et déterminer $S(B)$. 1pt

3. On désigne par (Γ) la parabole d'axe focal la droite (OA) admettant pour tangente au point I, la droite (OB).

a) Construire le foyer F de (Γ). Justifier que K est sont sommet. 0,5pt

b) Que représente la droite (OC) pour (Γ) ? 0,5pt

c) Montrer que le point I' appartient à (Γ). 0,5pt

Partie II :

E et F sont des espaces vectoriels sur $\mathbb{R}$. On désigne par f l'application linéaire de E vers F.

1- a) Qu'appelle-t-on noyau de f ? 0,5pt

b) Montrer que $Kerf$ est un sous espace vectoriel de E. 1pt

2. L'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$ est muni de sa base canonique $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère l'endomorphisme f de $\mathbb{R}^3$ défini par : $f(x, y, z) = (-z, -x + y - z, z)$.

Montrer que f est une projection vectorielle. 0,5pt

Exercice 3 : 5 points

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{ln(x+e)}{x+e}$

1- a) Etudier le sens de variation de la fonction f. 0,5pt

b) Soit n un entier naturel et x un nombre réel tels que : $n \leq x \leq n + 1$.

Montrer que $f(n + 1) \leq f(x) \leq f(n)$. 0,5pt

2- Soit (U_n) la suite définie pour tout entier naturel n par : $U_n = \int_n^{n+1} f(x)dx$

a) Démontrer que, en utilisant le résultat de la question 1 que pour tout entier naturel n, $f(n + 1) \leq U_n \leq f(n)$. 0,5pt

b) En déduire la limite de la suite U_n. 0,5pt

3. a) Calculer la dérivée F' de la fonction F définie sur $[0; +\infty[$ par :

$F(x) = [ln(x + e)]^2$ 0,5pt

b) Calculer en fonction de n l'intégrale $I_n = \int_0^n f(x)dx$ 0,5pt

4. Soit (S_n) la suite définie pour tout entier naturel n par : $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$

a) Calculer S_n en fonction de n 0,5pt

b) Calculer $lim_{n\to+\infty} S_n$ 0,5pt

Exercice 4 : 3 points

Une urne contient une boule rouge, une boule blanche et deux noires. Toutes les boules sont indiscernables au toucher. On extrait successivement deux boules de l'urne selon les modalités suivantes :

-Si la première boule tirée est rouge, on la remet dans l'urne avant d'effectuer le second tirage,

-Si la première boule tirée est blanche ou noire, on ne la remet pas dans l'urne avant d'effectuer le second tirage.

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de boules rouges extraites à l'issue des deux tirages.

1. Construire un arbre pondéré traduisant la situation. 1pt

2. Calculer :

a) La probabilité d'obtenir 2 boules de même couleur. 0,5pt

b) La probabilité d'obtenir au moins une boule rouge. 0,5pt

3. Sachant que $(X \geq 1)$, quelle est la probabilité qu'une boule rouge ait été obtenue au premier tirage ? 1pt

BACCALAUREAT BLANC SESSION DE MAI 2023
EPREUVE : MATHEMATIQUES
SERIE C :
DUREE : 4 heures, COEFFICIENT 5

Exercice 1 : 4 points

Les questions 1, 2, 3 et 4 sont indépendantes.

1. $a = 5n^2 + 7$ et $b = n^2 + 2$ avec $n \in \mathbb{N}$
   a) Démontrer que tout diviseur commun à a et b est un diviseur de 3. 0,5pt
   b) Montrer que si le reste de la division euclidienne de n par 3 est 2, alors $PGCD(a;b) = 3$. 0,5pt
2. Dans le système de numération de base 12, on note les chiffres $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \alpha, \beta$
   a) Ecrire $N = 20112$ dans le système de base 12. 0,5pt
   b) Un nombre M s'écrit $M = \overline{85\beta1}$ dans le système de base 12. Quel est ce nombre entier ? 0,5pt
3. x désigne un nombre entier relatif. On pose $n = x^2 + x - 2$

Déterminer l'ensemble S des nombres entiers relatifs x tels $n \equiv 0[7]$. 1pt

4. Trouver tous les couples $(a;b)$ d'entiers naturels tels que :

$\begin{cases} 8a + b \equiv 51[100] \\ b \equiv 27[100] \end{cases}$ avec $0 \leq a \leq 99$ et $0 \leq b \leq 99$ 1pt

Exercice 2 : (8 points)

I/ Dans le plan orienté, on considère les carrés $ABCD$ et $DIEG$ de sens direct, tels que I soit le milieu de $[CD]$. Pour la clarté de la figure, on prendra $AB = 5\,cm$ et le segment $[AB]$ vertical.

1. Faire une figure. 1pt
2. Soit S_1 la similitude plane directe de centre D qui transforme A en B.
   a) Préciser son rapport k_1 et une mesure θ_1 de son angle. 0,75pt
   b) Montrer que, pour tout point M distinct de D, d'image M' par S_1, le triangle DMM' est rectangle isocèle en M. 0,5pt
   c) Trouver $S_1(I)$ puis déterminer une mesure de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{AI};\overrightarrow{BE}}\right)$. 0,5pt+0,5pt
3. Soit S_2 la similitude plane indirecte de centre D transformant A en I. Déterminer son rapport k_2 et son axe $(\mathcal{D})$. 0,75pt
4. Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$; O étant le centre du carré $ABCD$. On considère les points $F(0;\sqrt{3})$ et $F'(0;-\sqrt{3})$
   a) Déterminer une équation cartésienne de l'ellipse (E) de foyers F et F' d'excentricité $\frac{\sqrt{3}}{2}$. 0,5pt
   b) Donner la définition bifocale de l'ellipse (E). 0,5pt

c) Représenter (E). 0,5pt

d) Déterminer l'expression analytique de la similitude plane indirecte S_2 ; puis donner les coordonnées des foyers de l'ellipse (E'), image de (E) par S_2. Quelle est son excentricité ? 1,5pt

II/ Dans l'espace vectoriel de base $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$, on considère les droites vectorielles (d) et (Δ) d'équations respectives $x-2y=0$ et $x+y=0$

Déterminer la matrice dans la base $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$, puis l'expression analytique de la symétrie vectorielle f de base (d) et de direction (Δ). 1pt

Exercice 3 : 4points

On se propose de résoudre l'équation différentielle

$(E) : y'' + 4y = 3cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

1. Résoudre l'équation différentielle $(E') : y'' + 4y = 0$. 1pt
2. Déterminer les réels a et b tels que la fonction G définie par : $G(x) = axcos\left(2x + \frac{\pi}{4} + b\right)$ soit solution de (E), avec $a > 0$ et $b < 0$. 1pt
3. H désignant une solution quelconque de (E'), montrer que la fonction f telle que : $f(x) = G(x) + H(x)$ est une solution de l'équation (E). 1pt
4. Déterminer alors parmi les solutions f de (E), celle qui vérifie : $f(0) = 2023$ et $f'(0) = 1973$. 1pt

Exercice 4 : 4 points

I/ Une mutuelle de 15 hommes et 10 femmes désire mettre en place un bureau de 4 membres : un président, vice-président, secrétaire et un trésorier. Le cumul de mandat n'est pas autorisé et tous les mutualistes ont autant de chance d'être éligible.

1. Déterminer :
   a) Le nombre total de bureaux possibles. 0,5pt
   b) Le nombre de bureaux composés uniquement des hommes. 0,5pt
2. Quelle est la probabilité d'élire au moins une femme parmi les 4 membres du bureau ? 0,5pt

II/ 1. Définir les expressions suivantes : a) épreuve de Bernoulli ; b) loi binomiale. 1pt

2. X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale. Voici le tableau qui résume cette loi.

k	0	1	2	3
$p(X=k)$	$\frac{27}{125}$			$\frac{8}{125}$

a) Retrouver les paramètres n et p de la loi. 1pt

b) Recopier et compléter le tableau. 0,5pt

BACCALAUREAT BLANC INTERDEPARTEMENTAL

SESSION DE MAI 2024

Epreuve : MATHEMATIQUES

Série : C   Durée : 4h00   Coef : 5

Exercice 1 : 4points

On rappelle la propriété suivante : $a,\ b\ ,\ q$ et r désignent des nombres entiers relatifs non nuls. Si $a = bq + r$, alors $PGCD(a,b) = PGCD(b,r)$.

1) n désigne un nombre entier naturel non nul.

a) Vérifier que : $2n^2 + 12n + 13 = (2n+2)(n+5) + 3$ 0.5pt

b) On pose $d = PGCD(2n^2 + 12n + 13; n+5)$.

Pourquoi a-t-on $d = PGCD(n+5;3)$? 0.5pt

c) Justifier que $d = 3$ ou $d = 1$. 0,5pt

d) Pour quels entiers naturels $n \geq 1$, $2n^2 + 12n + 13$ et $n+5$ sont-ils des nombres entiers premiers entre eux ? 1pt

2) b désigne un nombre entier naturel non nul.

x désigne un nombre entier naturel non nul et on considère l'équation $(E): 12x \equiv b[18]$

a) Démontrer que (E) a des solutions si et seulement si, 6 divise b 0.5pt

b) Lorsque 6 divise b, montrer que l'équation (E) a six solutions comprises entre 0 et 17 0.5pt

c) Résoudre dans $\mathbb{N}$, l'équation $12x \equiv 6[18]$ 0.5pt

Exercice 2 : 8points

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que $(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$. La bissectrice de l'angle $(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA})$ coupe la droite $[AC]$ en un point O. On désigne par H le projeté orthogonal de O sur (AB) et par H' le milieu de $[OA]$.

1) Montrer que le triangle OAB est isocèle et que H est le milieu de $[AB]$. 1pt

2) Soit f la similitude directe telle que : $f(B) = O$ et $f(H) = H'$

a) Montrer que le rapport de f est $\frac{1}{\sqrt{3}}$ et que son angle a pour mesure $\frac{\pi}{6}$ 1pt

b) Montrer que A est le centre de f. 0.5pt

3) Les cercles (Γ) et (Γ') de diamètres respectifs $[AB]$ et $[AO]$ se recoupent en un point D.

Soit $g = S_{(DH)} \circ f$, où $S_{(DH)}$ est la symétrie orthogonale d'axe (DH).

a) Déterminer $g(A)$ et $g(C)$.

b) Montrer que g est une similitude indirecte dont on précisera le rapport. 0.5pt

c) Soit Ω le centre de g. Montrer que : $\overrightarrow{\Omega D} = \frac{1}{3}\overrightarrow{\Omega A}$. 0.5pt

d) Construire alors le centre Ω et l'axe (Δ) de g. 1pt

4) Soit (E) l'ensemble des points M du plan tels que $MA + MB = 2OA$.

a) Montrer que (E) est une ellipse dont on précisera l'excentricité. 0.5pt

b) Construire les points M_1 et M_2 de (E) situés respectivement sur les droites (BC) et (AD). 1pt

c) Achever la construction de (E). 0.5pt

d) Construire l'image (E') de (E) par f. Quelle est l'excentricité de (E') ? 0.5pt

Exercice 3 : 4points

A/ Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie par $g(x) = e^{-x} + 1 + xe^{-x}$

1) Donner le sens de variation de g. 0.5pt
2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]-1{,}28; -1[$ 0.5pt
3) En déduire le signe de g sur son ensemble de définition. 0.5pt
4) En déduire le tableau de variation de la fonction h définie par :

$$h(x) = ln(e^{-x} + 1 + xe^{-x})$$ 0.5pt

B/ (V_n) est une suite définie par :$V_0 = 0{,}5$ et pour tout entier naturel $n, V_{n+1} = \frac{2V_n}{\sqrt{V_n^2+1}}$

1) Démontrer que la fonction f définie pour tout $x \in [0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ est strictement croissante sur $[0; +\infty[$. 0.5pt

2) a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n, 0 \leq V_n \leq V_{n+1} \leq 2$ 0.5pt

b) Justifier que la suite (V_n) est convergente. 0.5pt

3) On admet que pour tout entier naturel $n, 0 \leq 2 - V_n \leq 4\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^n$.

En déduire la limite de la suite (V_n). 0.5pt

Exercice 4 : 4points

A/ Un examinateur doit interroger dans un certain ordre, quatre candidats : Aicha, Béni, Cardy et Divin. Il doit donc établir une liste ordonnée de quatre noms.

1. Déterminer le nombre de listes possibles. 0.5pt
2. On suppose que l'examinateur tire une liste ordonnée des quatre noms au hasard, chaque liste possible ayant la même probabilité.

Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :

E : « Béni est interrogé en premier » 0.5pt

F : « Cardy est interrogé en dernier » 0.5pt

B/ Le nombre de clients se présentant en cinq minutes dans une station-service est une variable aléatoire X dont on donne la loi de probabilité :

i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,1	0,5	0,4

1) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X 1pt

2) Dans cette station-service, la probabilité qu'un client achète de l'essence est 0,7 et celle qu'il achète le gas-oil est 0,3. Son choix est indépendant de celui des autres clients. On considère des évènements suivants :

C_1 : « En cinq minutes, un seul client se présente »

C_2 : « En cinq minutes, deux clients se présentent »

E : « En cinq minutes, un seul client achète l'essence »

a) Montrer que $P(E/C_2) = 0{,}42$ et calculer $P(C_2 \cap E)$. 1pt

b) Déterminer la probabilité qu'en cinq minutes un seul client achète l'essence. 0.5pt

Autres zones

INSPECTION DES LYCEES D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 2-NIARI

Année scolaire 2022-2023

Baccalauréat blanc Zonal

Session de Mai 2023

Epreuve de : Mathématiques

Série : C

Durée : 4 heures

Coefficient : 5

Exercice 1 : ($4pts$)

Les parties I et II sont indépendantes.

Partie I : On considère dans $\mathbb{Z}x\mathbb{Z}$ l'équation (E): $3x + 4y = -15$.

1) Vérifier que (E) admet des solutions dans $\mathbb{Z}x\mathbb{Z}$. (0,5pt)
2) Résoudre alors (E) dans $\mathbb{Z}x\mathbb{Z}$. (0,5pt)

Partie II : On considère la suite (U_n) d'entiers naturels, définie par : $\begin{cases} U_0 = 14 \\ U_{n+1} = 5U_n - 6 \end{cases}$; $n \in \mathbb{N}$

1) Calculer U_1; U_2; U_3 et U_4. Quelle conjecture peut-on émettre sur les deux derniers chiffres de U_n ? (0,5pt)
2) a- Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$; $U_{n+2} \equiv U_n[4]$. (0,5pt)
   b- En déduire que pour tout $k \in \mathbb{N}$; $U_{2k} \equiv 2[4]$ et $U_{2k+1} \equiv 0[4]$ (utiliser un raisonnement par récurrence) (1pt)
3) a- Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}; 2U_n = 5^{n+2} + 3$ (0,5pt)
   b- En déduire que $2U_n \equiv 28[100]$. (0,5pt)

Exercice 2 : (8 points)

ABCD est un losange direct de centre O tel que $(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$. On désigne par I, J et K les milieux respectifs des segments $[AB], [DC]$ et $[AD]$. La droite (IK) coupe les droites (AC) et (AJ) respectivement en T et R.

1. Faire une figure. On prendra AC=6cm et on disposera $[AC]$ horizontalement. (0,5pt)
2. Donner la nature et les éléments caractéristiques de la transformation $g = S_{(AD)}oR_{\left(A;-\frac{\pi}{3}\right)}$; où $S_{(AD)}$ est la réflexion d'axe (AD) et $R_{\left(A;-\frac{\pi}{3}\right)}$ la rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{3}$. (0,5pt)
3. On considère la similitude plane indirecte f telle que $f = goh_{(D;2)}$ où $h_{(D;2)}$ est l'homothétie de centre D et de rapport 2.
   a) Construire les points T', O' et J' images respectives des points T, O et J par f. (0,75pt)
   b) Soit Ω le centre de f. Montrer que Ω vérifie la relation $\overrightarrow{\Omega D} + 2\overrightarrow{\Omega J} = \vec{O}$. Placer Ω. (0,75pt)
   c) Soit (Δ) l'axe de f. Montrer que les droites (Δ) et (AJ) sont parallèles. Construire (Δ). (0,5pt)
4. Soit (P) la parabole dont une tangente est la droite (AJ), la normale associée est la droite (DC) et l'axe focal est la droite (AC).
   a) Montrer que JK=JO (0,5pt)
   b) Justifier que J est un point de la parabole (P). (0,5pt)
   c) Déterminer le foyer et la directrice de (P). (1pt)
   d) Construire le point M_0 de (P) tel que le segment $[JM_0]$ soit une corde focale. (0,5pt)
   e) Construire la corde focale $[LN]$ de (P), où L est un point de la demi-droite $[OD)$. (0,5pt)
5. Soit (d) la perpendiculaire à l'axe focal en C.

a) Construire les points M_1 et M_2 de (P) situés sur (d) sachant que le point M_1 est plus proche de J. (0,5pt)
b) Construire l'arc (P_0) de (P) d'extrémités M_1 et M_2. (0,5pt)

6. Soit (P'_0) l'image de (P_0) par f.
a) Déterminer le pas α de (P'_0). (0,5pt)
b) Construire (P'_0). (0,5pt)

Exercice 3 : (5 points)

I. Soit u la fonction définie sur ℝ par $u(x) = (1 - x)e^x - 1$.
1. Etudier les variations de u puis dresser son tableau de variation. (0,75pt)
2. En déduire le signe de u sur ℝ. (0,25pt)

II. On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x}{e^x-1} + 2, si\ x \neq 0 \\ f(0) = 3 \end{cases}$ On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Unité graphique 2cm. On admet que f est dérivable en 0 et que $f'(0) = -\frac{1}{2}$.
1. Déterminer l'ensemble de définition de f. (0,25pt)
2. Montrer que pour tout réel x de ℝ*, $f'(x) = \frac{u(x)}{(e^x-1)^2}$, en déduire les variations de f et dresser son tableau de variations. (0,25pt+0,25pt+0,25pt)
3. Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est une asymptote oblique à la courbe (C) en $-\infty$ et étudier la position de (C) par rapport (D). (0,75pt)
4. Tracer la courbe (C), la droite (D) et la tangent (T) au point d'abscisse 0. (0,75pt)
5. Soit g la fonction définie sur ℝ par $g(x) = f(x) - x$.
   a) Montrer que pour tout x de ℝ , $g'(x) < 0$. (0,25pt)
   b) En déduire que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique α dans l'intervalle $I = \left[2; \frac{5}{2}\right]$ (0,25pt)

III. On considère la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n). \end{cases}$
1. On admet que $\forall x \in I, f''(x) \geq 0$, démontrer que $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$
2. Démontrer que $\forall x \in I, f(x) \in I$. (0,25pt)
3. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \in I$. (0,25pt)
4. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, |U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_n - \alpha|$. (0,25pt)
5. En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}, |U_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. (0,25pt)
6. La suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est-elle convergente ? Justifier la réponse. (0,25pt)

Exercice 4 : (3 points)

On considère la série statistique suivante :

x	1	a	5	8
y	4	7	b	15

Où a et b sont deux entiers naturels non nuls.

1. Déterminer les valeurs de a et b sachant que :
   - a est l'inverse modulo 32 de 11.
   - La moyenne de la variable y est 8. (1pt)
2. On donne $a = 3\ et\ b = 6$.
   a) Déterminer le coefficient de corrélation entre x et y puis l'interpréter. (1,5pt)
   b) Déterminer l'inertie du nuage par rapport au point $A(-2; 3)$. (0,5pt)

Baccalauréat blanc Zonal

Session de Mai 2024

Epreuve de : Mathématiques

Série : C

Durée : 4 heures

Coefficient : 5

Exercice 1 : (4points)

NB : les questions 1. 2. et 3. sont indépendantes.

1. On considère l'anneau $(\mathbb{Z}/7\mathbb{Z};+;.)$
   a) Citer les éléments de cet anneau. (0,25pt)
   b) Etablir les tables d'addition et de multiplication de l'anneau $(\mathbb{Z}/7\mathbb{Z};+;.)$. L'anneau $(\mathbb{Z}/7\mathbb{Z};+;.)$ est-il intègre ? Justifier votre réponse. (1pt)
   c) Résoudre dans $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ les équations $\dot{4}x+\dot{5}=\dot{0}$ et $x^2+\dot{2}x=\dot{0}$. (0,75pt)
2. On considère l'entier naturel N représenté en base b par $N=\overline{342x}^b$
   a) Déterminer le chiffre x pour que N soit divisible par 5 pour $b=6$. (0,25pt)
   b) On donne $x=1$; trouver la plus petite valeur de b sachant que N est divisible par 3. (0,25pt)
3. On considère dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E) : $13x-8y=1$.
   a) Vérifier que le couple $(-3;-5)$ est une solution de (E). (0,25pt)
   b) Résoudre alors (E). (0,5pt)
   c) On considère le triplet (x,y,z) de $\mathbb{Z}^3$ vérifiant le système :
   (S) : $\begin{cases} 5x+y-2z=1 \\ 8x-9y+2z=0 \end{cases}$

Montrer que si (x,y,z) est solution de (S) alors (x,y) est solution de (E). (0,25pt)
Résoudre alors (S) dans $\mathbb{Z}^3$. (0,5pt)

Exercice 2 : (8 points)

Soit ABCD un carré direct de centre O. On désigne par E, F, G, H, I, J et K les milieux respectifs des segments $[AB], [BC], [DC], [AD], [EH], [OB]$ et $[OE]$.

1) Construire le centre Ω de la rotation r d'angle de mesure $\frac{\pi}{4}$ et qui transforme A en D (0,5pt)
2) Soit f la transformation plane telle que $f=r_{\left(\Omega;\frac{\pi}{4}\right)}or_{\left(A;\frac{3\pi}{4}\right)}$.
   a) Déterminer $f(A)$. (0,25pt)
   b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f. (0,5pt)
3) On donne $g=r_{\left(H;-\frac{\pi}{2}\right)}oS_{(AC)}$.
   a) Donner la nature de g. (0,5pt)
   b) Déterminer $(gog)(B)$. (0,5pt)

c) En déduire les éléments caractéristiques de g.

4) On considère la similitude plane directe S de centre H et qui transforme la droite (AE) en la droite (AC).

a) Préciser l'angle θ de S. (0,5pt)

b) Quelle est l'image de A par S ? (0,5pt)

c) Déterminer le rapport k de S. (0,5pt)

5) On considère la similitude plane indirecte h d'axe (OD) qui transforme G en K.

a) Préciser le centre de h. (0,5pt)

b) Déterminer le rapport k' de h. (0,5pt)

6) On considère l'hyperbole $(\mathcal{H})$ dont un sommet est E ; d'asymptotes (AC) et (BD).

a) Préciser l'autre sommet de $(\mathcal{H})$. (0,25pt)

b) Construire les foyers F_1 et F_2 de $(\mathcal{H})$ où F_1 est sur la demi-droite [OE). (0,5pt)

c) Construire les directrices $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ de $(\mathcal{H})$. (0,5pt)

d) Tracer le cercle directeur $(\mathcal{C}_d)$ de centre F_1 et placer les points R et S de $(\mathcal{H})$ situés sur la droite (BF_1). (0,75pt)

e) Calculer l'excentricité e de $(\mathcal{H})$. (0,5pt)

f) Construire $(\mathcal{H})$ et $(\mathcal{H}') = h(\mathcal{H})$. (0,5pt)

g) Donner une équation cartésienne de $(\mathcal{H})$ dans le repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ avec $\vec{\jmath} = \overrightarrow{OG}$. (0,25pt)

Exercice 3 : (5 points)

1. Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = x - 1 + \frac{1}{2}lnx$.

a) Dresser le tableau de variation de g. (0,75pt)

b) Calculer $g(1)$ et en déduire le signe de $g(x)$ sur $]0;+\infty[$. (0,5pt)

2. Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{2x-lnx}{2x\sqrt{x}}$. On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$. Unité graphique : 2cm.

a) Montrer que pour tout réel x de $]0;+\infty[$; $f'(x) = \frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$. (0,5pt)

b) Dresser le tableau de variation de f. (0,5pt)

c) Tracer la courbe $(\mathcal{C})$. (0,5pt)

d) A l'aide d'une intégration par parties, calculer l'intégrale $J = \int_1^2 f(x)dx$. En déduire en cm^2 l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$. (0,5pt+0,25pt)

3. Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $U_n = \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n} f\left(1+\frac{k}{n}\right)$

a) Montrer que pour tout entier k tel que $0 \leq k \leq n-1$, on a :

$\frac{1}{n}f\left(1+\frac{k}{n}\right) \leq \int_{1+\frac{k}{n}}^{1+\frac{k+1}{n}} f(x)\,dx \leq \frac{1}{n}f\left(1+\frac{k+1}{n}\right)$. (0,5pt)

b) Montrer que $J + \frac{f(1)}{n} \leq U_n \leq J + \frac{f(2)}{n}$. (0,5pt)

c) En déduire $\lim_{n\to+\infty} U_n$. (0,5pt)

Exercice 4 : (3 points)

Une étude statistique effectuée sur les jeunes d'un pays a donné les résultats suivants :

- 45% sont des filles et 55% sont des garçons.
- Parmi les filles, 90% ont terminé leurs études supérieures.
- Parmi les garçons, 80% ont terminé leurs études supérieures.

On choisit une personne au hasard. On note les événements suivants :

F : « la personne choisie est une fille »

G : « la personne choisie est un garçon »

S : « la personne choisie a terminé ses études supérieures »

1) Construire un arbre de probabilité modélisant ces résultats. (0,5pt)
2) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « la personne choisie est un garçon qui a terminé ses études supérieures » (0,5pt)

B : « la personne choisie est une fille qui n'a pas terminé ses études supérieures » (0,5pt)

3) Montrer que $P(S) = 0,845$. (0,5pt)
4) Quelle est la probabilité que la personne choisie est un garçon sachant qu'il a terminé ses études supérieures ? (0,5pt)
5) On interroge indépendamment 5 personnes. Quelle est la probabilité :

   a) D'interroger au plus 2 personnes qui ont terminé leurs études supérieures ? (0,25pt)

   b) D'interroger au moins une personne qui a terminé ses études supérieures ? (0,25pt)

INSPECTION DES LYCEES ZONE 5
(BOUENZA-LEKOUMOU)

BACCALAUREAT BLANC ZONAL
SESSION DE MAI 2022

Epreuve de : MATHEMATIQUES
Série : C
Durée : 04 heures
Coefficient : 05

EXERCICE 1 : *(5pts)*

1. Soit n un entier naturel.
   a. Trouver suivant les valeurs de l'entier naturel n, les restes de la division euclidienne de 5^n par 13. (1pt)
   b. En déduire que $1981^{2022} - 12$ est divisible par 13. (1pt)
2. On donne : $A = 3n + 1$ et $B = 5n - 1$; où n un entier naturel non nul.
   a. Montrer que le $\mathrm{pgcd}(\mathrm{A}, \mathrm{B})$ divise 8. (1pt)
   b. Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que : $\mathrm{pgcd}(\mathrm{A}, \mathrm{B}) = 8$. (1pt)

EXERCICE 2 : (8pts)

On considère un cercle (C) de diamètre $[OB]$ de centre F. Soit A un point $[OB]$ distinct de O et de B, tel que $OB = 4OA = 6cm$ et I le milieu de $[AB]$. La médiane du segment $[AB]$ coupe le cercle (C) en D et E tels que $(\overrightarrow{DO}, \overrightarrow{DB}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$. Soit P le projeté orthogonal de A sur la droite (OD).

1. Montrer que le quadrilatère ADBE est un losange. (0,5pt)
2. En déduire que les droites (AE) et (OD) sont perpendiculaires et que P, A et E sont alignés. (0,5pt)
3. Soit S la similitude plane directe de centre P et qui transforme D en A.
   a. Préciser l'angle de S. (0,5pt)
   b. Déterminer les images des droites (DI) et (PA), en déduire que O est l'image du point E par S. (0,75pt)
4. Montrer que l'image par S de I est le point I' milieu de [OA]. (0,5pt)
5. En déduire que (PI) est tangente en P au cercle de diamètre [OA]. (0,5pt)
6. Soit σ la similitude plane indirecte qui transforme E en P et B en A.
   a. Montrer que les points B et D ont pour images respectives A et P par $\sigma o S_{(OB)}$. (0,5pt)
   b. En déduire que $\sigma o S_{(OB)}$ est une homothétie dont on précisera le rapport et le centre. (0,5pt)
   c. Ecrire alors σ sous forme réduite. (0,5pt)
7. On considère la parabole $(\mathcal{P})$ de tangente la droite (OD) en D et d'axe focal (OB).
   a. Préciser la normale en D, le sommet Ω, le foyer de $(\mathcal{P})$. (0,75pt)
   b. Montrer que le paramètre de $(\mathcal{P})$ est $a = IB$ et tracer la directrice $(\mathcal{D})$ de $(\mathcal{P})$. (0,5pt)
   c. Construire le point D' de sorte que $[DD']$ soit la corde focale. (0,5pt)
   d. Construire l'arc $(\mathcal{P}_0)$ de $(\mathcal{P})$ limité par la corde focale $[DD']$ et $(\mathcal{P}_0')$ image de $(\mathcal{P}_0)$ par $h_{\left(O;\frac{1}{4}\right)} o S_{(OB)}$. (1,5pt)

EXRCICE 3 : ***(5pts)***

On considère les équations différentielles suivantes : $(E_1) : y'' + 4y = 0$ et $(E_2) : y'' + y = 0$

1. Déterminer la solution de l'équation (E_1) dont la courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ passe par le point $A(0; -2)$ et admet en ce point une tangente horizontale. (0,75pt)

2. Déterminer la solution g de l'équation (E_2) vérifiant : $g\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$ et $g'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$. (0,75pt)

3. Soit $(\mathcal{C})$ la courbe définie par le système d'équations paramétriques :

$\begin{cases} x(t) = -2cos2t \\ y(t) = cost - sint \end{cases}$; $t \in \mathbb{R}$

a. Montrer que les fonctions x et y ont pour période commune 2π. (0,5pt)
b. Comparer les points $M(t)$ et $M(t + \pi)$. En déduire que l'axe des abscisses est axe de symétrie de $(\mathcal{C})$. (0,5pt)
c. Justifier que l'étude des fonctions x et y peut se faire sur $[0, \pi]$. (0,5pt)
d. Etudier les fonctions x et y sur $[0, \pi]$ et dresser leur tableau de variations conjoint. (1pt)
e. Représenter la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ (unité graphique 2cm) (1pt)

EXERCICE 4 : ***(3pts)***

En prévision d'une élection entre deux candidats A et B, un institut de sondage recueille les intentions de vote des futurs électeurs.

Parmi les personnes qui ont répondu au sondage, 47% affirme vouloir voter pour le candidat A et les autres pour le candidat B.

Compte tenu du profil des candidats, l'institut de sondage estime que 10% des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat A ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat B, tandis que 20% des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat B ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat A.

On choisit au hasard une personne ayant répondu au sondage et on note :

- A l'événement « La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat A ».
- B l'événement « La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat B ».
- V l'événement « La personne interrogée dit la vérité ».

1. Construire un arbre de probabilités traduisant la situation. (1pt)
2. Calculer la probabilité que la personne interrogée dise la vérité. (0,5pt)
3. Sachant que la personne interrogée dit la vérité, calculer la probabilité qu'elle affirme vouloir voter pour le candidat A. (0,75pt)
4. Démontrer que la probabilité que la personne choisie vote effectivement pour le candidat A est 0,529. (0,75pt)

INSPECTION DES LYCEES ZONE 5

****

(BOUENZA-LEKOUMOU)

****

Baccalauréat blanc session de Mai 2023

Epreuve : Mathématiques Série : C

Durée : 4 heures Coefficient : 05

Document autorisé : Calculatrice non programmable

EXERCICE 1 : *(4pts)*

1. Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, on donne les nombres complexes Z et z tels que : $Z = (1+i)\bar{z}$. On note r et θ le module et l'argument de z.

a- Exprimer le module de Z en fonction de r et l'argument de Z en fonction de θ. (0,5pt)

b- Trouver l'ensemble des points M d'affixe z tel que le point N d'affixe Z soit situé sur la droite Δ d'équation : $2x - y + 4 = 0$. (1pt)

2. a. Démontrer que 2003 est un nombre premier. (0,5pt)

b. Déterminer deux entiers relatifs u et v tels que : $123u + 2003v = 1$. (0,5pt)

c. En déduire un entier relatif k_0 tel que : $123k_0 \equiv 1[2003]$. (0,5pt)

d. Montrer que, pour tout entier relatif x : $123x \equiv 456[2003]$ si et seulement si $x \equiv 456k_0[2003]$. (0,5pt)

e. Déterminer l'ensemble des entiers relatifs x tels que : $123x \equiv 456[2003]$. (0,5pt)

EXERCICE 2 : *(8pts)*

On considère dans le plan P orienté un triangle ABC rectangle en A tel que : $AB = 2cm$ et $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$. Soit D le point du plan tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ et soit K le symétrique de B par rapport à A. On désigne par O, I et J les milieux respectifs des segments $[AC]$, $[BC]$ et $[AD]$.

1- Soit S la similitude plane directe telle que : $S(J) = B$ et $S(D) = K$.

a. Montrer qu'une mesure de l'angle de S est $\theta = \frac{\pi}{3}$ et que le rapport est $k = 2$. (0,5pt)

b. Montrer que C est le centre de la similitude S. (0,5pt)

2- Soit A' le symétrique de D par rapport à C et f l'antidéplacement du plan qui transforme D en A et A en A'.

a. Montrer que f est une symétrie glissée dont on déterminera l'axe et le vecteur. (0,5pt)

b. Montrer que $f(K) = C$. (0,5pt)

3- On pose $g = foS$.

a. Montrer que g est une similitude plane indirecte dont on précisera le rapport.

(0,5pt)

b. On désigne par Δ l'axe de la similitude g et par Ω son centre.
Montrer que gog est une homothétie de centre Ω et de rapport 4. (0,5pt)

c. Vérifier que $gog(D) = B$. En déduire que $\overrightarrow{D\Omega} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{DB}$. (0,5pt)

d. Donner une construction de l'axe Δ de g. (0,5pt)

4- On considère l'hyperbole $\mathcal{H}$ de rectangle fondamental DKAC et de cercle principal le cercle de centre J passant par O.

a. Qu'appelle-t-on cercle principal de l'hyperbole ? (0,5pt)

b. Préciser le centre, un sommet, l'axe focal et les asymptotes de $\mathcal{H}$. (1,25pt)

c. Construire le foyer F de $\mathcal{H}$ situé du côté de O ainsi que la directrice correspondante. (0,5pt)

d. Construire la portion $\mathcal{H}_0$ de $\mathcal{H}$ située du côté de O. (0,5pt)

e. Construire l'image $\mathcal{H}_0'$ de $\mathcal{H}_0$ par la similitude S. (0,5pt)

<u>EXERCICE 3</u> : (5pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{-x}ln(1 + e^{x})$.
On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = \int_0^x f(t)dt$. On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

1. Calculer les limite de f en $-\infty$ et $+\infty$. (0,5pt)
2. Trouver la fonction g telle que : $g(x) = \int_0^x \frac{dt}{1+e^t}$; $x \in \mathbb{R}$. (0,75pt)
3. En utilisant une intégration par parties, montrer :
$F(x) = x + 2ln2 - f(x) - ln(1 + e^{x})$. (1pt)
4. Calculer les limites de F en $-\infty$ et en $+\infty$. (0,5pt)
5. Dresser le tableau de variations de F sur $\mathbb{R}$. (0,75pt)
6. Montrer que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = x - 1 + 2ln2$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{C})$ en $-\infty$. (0,5pt)
7. Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère. (1pt)

<u>EXERCICE 4</u> : *(3pts)*

Une variable aléatoire X a pour univers image $X(\Omega) = \{-1; 0; 1; 2; 3\}$

1. Déterminer la loi de probabilité de X sachant que :
$P(0 \leq X \leq 2) = \frac{3}{14}$; $P(X = -1) = P(X > 1)$;
$P(X = 1) = P(X = 2) = \frac{1}{6}P(X = -1) = \frac{1}{5}P(X = 3)$. (1pt)
2. Montrer que l'espérance mathématique de X est $E(X) = \frac{6}{7}$. (0,5pt)
3. Définir la fonction de répartition de X. (0,5pt)
4. Calculer la variance V(X) et l'écart type σ(X) de X. (1pt)

Baccalauréat blanc session de Mai 2024

Epreuve : Mathématiques Série : C

Durée : 4 heures **Coefficient : 05**

Document autorisé : Calculatrice non programmable

EXERCICE 1 : ($4pts$)

1. On considère l'équation $(E) : 25x - 49y = 5$, où x et y sont des entiers relatifs.
   a) Déterminer le $PGCD$ de 49 et 25 à l'aide de l'algorithme d'Euclide et en déduire que l'équation (E) admet des solutions entières. (0,5pt)
   b) Vérifier que $(10; 5)$ est une solution particulière de (E). Résoudre (E). (0,5pt)
   c) Montrer qu'il existe un unique entier p compris entre 2018 et 2024 tel que : $25p = 5[49]$. (0,5pt)
2. a) Justifier que si $(x; y)$ est une solution de (E) alors : $5x = 1[7]$ et $y = 0[5]$. (0,5pt)
   b) Montrer que $5x = 1[7]$ si et seulement si $x = 3[7]$. (0,5pt)
3. a) Soit n un entier relatif. Quels sont les restes de n^2 dans la division euclidienne par 7 ? (0,5pt)
   b) Existe-t-il un couple $(x; y)$ d'entiers tels que $(x^2; y^2)$ soit solution de (E) ? (0,5pt)
4. Déterminer le chiffre des unités du nombre 13^{2024} dans la base 10. (0,5pt)

EXERCICE 2 : ($8pts$)

On considère dans le plan P orienté deux carrés directs $ABCD$ et $ADEF$ de côté 4cm, de centres respectifs O et O'

1. Faire une figure (On prendra $[AB]$ horizontalement et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$) (0,5pt)
2. a. Montrer qu'il existe un unique déplacement R qui transforme B en D et C en E. (0,25pt)
   b. Montrer que R est une rotation dont on précisera le centre et l'angle $\propto$. (0,5pt)
   c. Déterminer $R(D)$. (0,25pt)
3. Caractériser l'antidéplacement h qui envoie B en D et C en E. (0,75pt)
4. On désigne par J le milieu du segment $[AD]$. Soit S la similitude plane directe qui transforme O en J et C en D.
   a. Montrer que S est de rapport $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et d'angle $\theta = \frac{\pi}{4}$. (0,5pt)
   b. Montrer que A est le centre de S. (0,25pt)
   c. Montrer que $S(B) = O$. En déduire $S(D)$. (0,5pt)
5. Soit g la similitude plane indirecte de centre B et qui transforme C en F. Déterminer le rapport k' et l'axe de g. (0,5pt)
6. On pose $f = Sog$.
   a. Montrer que f est une similitude plane indirecte dont on précisera le rapport k''.
   b. Soit Ω le centre de f et Δ son axe. Déterminer $fof(B)$, constuire alors Ω puis Δ. (0,5pt)
7. On considère la conique C de foyers O et O', passant par D et de directrice (BC).
   a. De quelle conique s'agit-il ? (0,25pt)

b. Préciser le centre et l'excentricité e de $\mathcal{C}$. (0,5pt)
c. Placer les points S et S' de $\mathcal{C}$ situés sur la droite (OO'). (0,5pt)
d. Construire le point P de $\mathcal{C}$ situé sur le segment [O'C]. En déduire trois autres points de $\mathcal{C}$. (0,5pt)
e. Construire $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ image de $\mathcal{C}$ par la similitude S. (1,25pt)

EXERCICE 3 : ($5pts$)

Le plan est muni à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ (unité graphique 2cm). Soit $(\mathcal{C})$ la courbe définie par le système d'équations paramétriques : $\begin{cases} x(t) = sin^3t \\ y(t) = cos3t \end{cases}$; $t \in \mathbb{R}$

1. Montrer que les fonctions x et y ont pour période commune 2π. (0,5pt)
2. Comparer les points $M(t)$ et $M(-t)$ ainsi que $M(t)$ et $M(\pi - t)$. En déduire les axes de symétrie de $(\mathcal{C})$. (1pt)
3. Justifier que l'étude des fonctions x et y peut se faire sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. (0,5pt)
4. Calculer les dérivées $x'(t)$ et $y'(t)$. (0,5pt)
5. Vérifier que : $x'(t) \geq 0$ si $t \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ et $y'(t) \geq 0$ si $t \in \left[\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right]$. (0,75pt)
6. Dresser le tableau de variations conjoint de x et y. (0,5pt)
7. Montrer que la tangente au point M_0 de $(\mathcal{C})$ correspondant à $t = 0$ est parallèle à l'axe des ordonnées. (0,25pt)
8. Représenter la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère. (1pt)

EXECICE 4 : ($3pts$)

On dispose de deux dés en apparence identiques dont l'un est parfait et l'autre est truqué. Les faces de chacun sont numérotées de 1 à 6.

Avec le dé truqué, la probabilité d'obtenir la face portant le chiffre 4 lors d'un lancer est égale à $\frac{1}{3}$.

1. a. Qu'est-ce que la loi binomiale ? (0,5pt)
b. On lance le dé parfait trois fois de suite et on désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de fois où la face portant le chiffre 4 apparaît. Quelle est la loi de probabilité de X ? (0,5pt)
c. On lance le dé truqué trois fois de suite. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux fois la face portant le chiffre 4 ? (0,5pt)

2. On choisit au hasard l'un des deux dés ; les choix étant équiprobables, et on lance trois fois de suite. On considère les événements suivants :

A : « Obtenir exactement deux fois la face portant le chiffre 4 »
B : « Choisir le dé truqué et obtenir exactement deux fois la face portant le chiffre 4 »
C : « Choisir le dé parfait et obtenir exactement deux fois la face portant le chiffre 4 »

a. Calculer la probabilité de B. (0,5pt)
b. Calculer la probabilité de C. (0,5pt)
c. En déduire la probabilité de A. (0,5pt)

INSPECTION DES LYCEES D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 6 (Sangha-Likouala)
Ilegz6sanghalikouala@gmail.com

Année scolaire 2022-2023
****

Baccalauréat Blanc Zonal

Session de Mai 2023

Niveau : Terminale Série : C Coefficient : 5

Epreuve de : Mathématiques Durée : 4 heures

Exercice 1 : (04 points)

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 5, on considère les nombres suivants :
$a_n = n^3 - n^2 - 12n$ et $b_n = 2n^2 - 7n - 4$.

1. Montrer, après factorisation que les entiers naturels a_n et b_n sont divisibles par $n-4$. (0,5pt)
2. On pose : $\alpha = 2n+1$ et $\beta = n+3$. On note d le $PGCD$ de α et β.
   a) Etablir une relation entre α et β indépendante de n. (0,5pt)
   b) Démontrer que d est un diviseur de 5 et donner les valeurs possibles de d. (0,5pt)
   c) Démontrer que les nombres α et β sont multiples de 5 si et seulement si $n-2$ est un multiple de 5. (0,5pt)
3. Montrer que $2n+1$ et n sont premiers entre eux. (0,5pt)
4. a) Déterminer le $PGCD$ de a_n et b_n suivant les valeurs de n et en fonction de n.
   Vérifier le résultat pour $n = 7$ et $n = 11$. (0,5pt)
   b) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $a_{11}x + b_{11}y = 35$; avec $a_{11} = 1078$ et $b_{11} = 161$. (1pt)

Exercice 2 : (08 points)

Dans le plan orienté, on considère un losange $AOC\Omega$ de centre I tel que : $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{A\Omega}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$. On désigne par B le symétrie de C par rapport à la droite (AO), K le milieu de $[AB]$. Soit $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle ABC et $(\mathcal{C}')$ le cercle de centre Ω passant par O.
On prendra $[O\Omega]$ horizontalement tel que O est à gauche et $O\Omega = 3cm$.

1. Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure. (0,5pt)
2. Montrer que le triangle ABC est équilatéral et que O est le milieu de $[\Omega B]$. (0,5pt)
3. Soit S la similitude plane directe qui transforme A en I et B en C.
   a) Déterminer le rapport et une mesure de l'angle de S. (0,5pt)
   b) Montrer que le point Ω est le centre de S. (0,5pt)
   c) Soit J le milieu de $[\Omega C]$. Montrer que J est l'image de O par S. (0,5pt)
4. Soit (Δ) la droite perpendiculaire à (OI) en B, (Δ) coupe (ΩC) en H et la droite $(A\Omega)$ coupe (BC) en H'.
   a) Montrer que (BC) est l'image par S de la droite (Δ). (0,5pt)
   b) En déduire que $S(H) = H'$. (0,5pt)

5. On considère la similitude plane indirecte σ telle que : $\sigma(B) = C$ et $\sigma(C) = I$

a) Déterminer le rapport et le centre de σ. (0,5pt)

b) Montrer que l'axe de σ est la médiatrice du segment $[OC]$. (0,5pt)

c) Soit M un point du plan. On pose $M_1 = S(M)$ et $M_2 = \sigma(M)$. Montrer que les points M_1 et M_2 sont symétrique par rapport à une droite fixe que l'on précisera. (On pourra calculer $\sigma \circ S^{-1}(C)$ et $\sigma \circ S^{-1}(\Omega)$) (0,5pt)

6. On appelle $(\mathcal{H})$ l'hyperbole de foyer B, de cercle fondamental $(\mathcal{C})$, dont le segment $[AC]$ est l'un des côtés de son rectangle fondamental direct $AEFC$.

a) Préciser l'autre foyer et le centre de $(\mathcal{H})$. (0,5pt)

b) Préciser les sommets principaux de $(\mathcal{H})$. (0,5pt)

c) Construire les points M_0 et M_0' de $(\mathcal{H})$ situés sur les segments $[\Omega A]$ et $[\Omega C]$, sachant que $(\mathcal{C}')$ est le cercle directeur de $(\mathcal{H})$. (0,5pt)

d) Achever la construction de $(\mathcal{H})$. (0,5pt)

7. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{O\Omega}, \overrightarrow{OG}\right)$ où $G \in (\mathcal{C})$. On donne les points O, B, Ω, I et C d'affixes respectives : $Z_0 = 0,\ Z_B = -1,\ Z_\Omega = 1,\ Z_\Omega = \frac{1}{2}$ et $Z_C = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

a) Déterminer l'équation cartésienne de $(\mathcal{H})$ dans ce repère. (0,5pt)

b) Montrer que la similitude plane indirecte σ a pour écriture complexe :

$Z' = \left(\frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\bar{Z} + \frac{3}{4} - i\frac{\sqrt{3}}{4}$. (0,5pt)

<u>Exercice 3</u> : (05 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = xe^x$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Unité graphique : 2 cm.

1. a) Dresser le tableau de variation de f. (1,5pt)

b) Tracer la courbe $(\mathcal{C})$. (0,5pt)

c) Calculer l'aire en cm^2, du domaine du plan limité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$. (0,5pt)

2. On considère la suite numérique (I_n) définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par :

$I_n = (-1)^n \int_0^1 x^n e^x dx$

a) Montrer que $I_1 = -1$. (0,5pt)

b) Montrer que pour tout entier naturel $n \geq 1$, $\frac{1}{n+1} \leq |I_n| \leq \frac{e}{n+1}$. En déduire la limite de la suite (I_n). (0,5pt)

c) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que pour tout entier naturel $n \geq 1$;
$I_{n+1} = (-1)^{n+1}.e + (n+1)I_n$. (1pt)

d) En déduire le calcul de l'intégrale $J = \int_0^1 \frac{(x^3+4x^2-3x-6)e^x}{x+1} dx$. En déduire la valeur de J sous la forme $ae + b$, où a et b sont des entiers relatifs. (0,5pt)

<u>Exercice 4</u> : (03 points)

On dispose de deux urnes U et V :

U contient quatre boules portant les numéros : 0 ; 0 ;1 et 3 ;

V contient cinq boules portant les numéros : 8 ; 0 ; 5 ; 4 et 1.

1. On tire au hasard une boule de l'urne U et une boule de l'urne V. On considère les événements suivants :

M : « Les deux boules tirées portent les numéros pairs »

N : « Le produit des numéros portés par les deux boules tirées est égal à 0 »

Calculer les probabilités des événements M et N. (0,5pt)

2. Dans cette question, on tire au hasard une boule de l'urne U :

- Si la boule tirée porte le numéro 0, alors on tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne V.
- Si la boule tirée ne porte pas le numéro 0, alors on tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne V.

On considère les événements suivants :

A : « La boule tirée de l'urne U porte le numéro 0 »

S : « La somme des numéros portés par les boules tirées de l'urne V est paire »

a) Calculer les probabilités $P(S/A)$ et $P(S \cap A)$. (1pt)

b) Montrer que $P(S \cap \bar{A}) = \frac{1}{5}$ et en déduire $P(S)$. (1pt)

c) La somme des numéros portés par les boules tirées de l'urne V est paire. Calculer la probabilité que la boule tirée de l'urne ne porte pas le numéro 0. (0,5pt)

INSPECTION DES LYCEES D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 7 (PLATEAUX)

Année scolaire 2023-2024

BACCALAUREAT BLANC SESSION DE MAI 2024

Niveau : Terminale **Série : C**

Epreuve : Mathématiques **Durée : 4 heures**

Coefficient : 5

Exercice 1 : (04 Points)

On considère la suite définie par $V_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ V_{n+1} - 2V_n - 5 = 0$

1. Calculer V_1 ; V_2 ; V_3 et V_4. **(1 point)**

2. On considère la suite (U_n) définie par : $U_n = V_n + 5.$
   a) Démontrer que la suite (U_n) est une suite géométrique. **(0,5 point)**
   b) Exprimer U_n puis V_n en fonction de n. **(0,5 point)**
   c) Exprimer $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$ et $S'_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ en fonction de n. **(0,5 point)**

3. a) Déterminer les restes dans la division Euclidienne de 2^n par 5 suivant les valeurs de n. **(0,5 point)**
   b) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N},\ V_n \equiv 2^n[5]$. **(0,25 point)**
   c) En déduire le reste dans la division Euclidienne du terme V_{2024} par 5. **(0,25 point)**
   d) Démontrer que $S_n \equiv S'_n[5]$. **(0,25 point)**
   e) En déduire le reste dans la division Euclidienne de S_{2024} par 5. **(0,25 point)**

Exercice 2 : (08 Points)

Dans le plan orienté $(\mathcal{P})$, on considère un segment $[DC]$ tel que $DC = 5cm$.

1. Construire le point Ω centre de la rotation r d'angle $\frac{\pi}{4}$ qui transforme D en C. **(0,5 point)**
2. Soit A et B deux points du plan $(\mathcal{P})$ tels que $DABC$ soit un carré direct de centre O.
   On désigne par I, J, K et L les milieux respectifs des segments $[AB], [BC], [CD]$ et $[DA]$.
   Reconnaitre et caractériser les applications suivantes :
   $f_1 = r\left(\Omega, \frac{\pi}{4}\right) \circ r\left(O, \frac{\pi}{2}\right)$ et $f_2 = t_{\overrightarrow{BC}} \circ S_{(BD)}$. **(2 points)**
3. On considère l'application composée g définie par : $g = r\left(A; \frac{\pi}{2}\right) \circ t_{\overrightarrow{CA}} \circ r\left(C; \frac{\pi}{2}\right)$.
   a) Calculer $g(C)$. **(0,5 point)**
   b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de g. **(0,5 point)**
4. Le point G est le milieu du segment $[OC]$. On considère l'ellipse $(\mathcal{E})$ de centre O dont deux de ses sommets sont B sur le grand axe (axe focal) et G sur le petit axe (axe non focal). On rappelle que le cercle de centre O et de rayon OG est secondaire. La parallèle à (BD) en G coupe le cercle principal en H sur l'arc de cercle contenant B. Soit F le projeté orthogonal de H sur (BD).
   a) Que représente le point F pour l'ellipse $(\mathcal{E})$? **(0,5 point)**
   b) Tracer l'ellipse $(\mathcal{E})$ et ses directrices (Δ_1) et (Δ_2). **(1 point)**
5. Le plan est rapporté au repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\right)$.
   a) Déterminer les coordonnées du point F. **(0,5 point)**

b) Déterminer une équation cartésienne réduite de l'ellipse $(\mathcal{E})$ dans ce repère. **(1 point)**

6. Soit $(\mathcal{H})$ une hyperbole de sommets L et J d'asymptotes les droites (OC) et (OD).
   a) Comment appelle-t-on cette hyperbole ? **(0,5 point)**
   b) Tracer l'hyperbole $(\mathcal{H})$. **(0,5 point)**
   c) Placer les foyers F_1 et F_2 de $(\mathcal{H})$, puis tracer les directrices (Δ) et (Δ'). **(0,5 point)**

Exercice 3 : (05 Points)

On considère la suite $(I_n)_{\forall n \in \mathbb{N}^*}$ définie par : $I_n = \int_0^1 x^n e^{x^2} dx$.

On pose $g_n(x) = x^n e^{x^2}$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

1. a) Démontrer que la fonction G_1 définie sur $\mathbb{R}$ par $G_1(x) = \frac{1}{2}e^{x^2}$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction g_1. **(0,5 point)**
   b) En déduire le calcul de I_1. **(0,5 point)**
   c) $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall x \in \mathbb{R}$, on pose $h_n(x) = x^n$.
   Montrer que $(h_{n+1} \times G_1)'(x) = g_{n+2}(x) + \frac{n+1}{2} g_n(x)$. **(0,5 point)**
   d) En déduire que $\forall n \geq 1$, on a : $I_{n+2} = \frac{1}{2}e - \frac{n+1}{2} I_n$. **(0,5 point)**
   e) Calculer I_3 et I_5. **(1 point)**
2. a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $I_n \geq 0$. **(1 point)**
   b) Montrer que la suite I_n est décroissante. **(0,5 point)**
   c) En déduire que la suite I_n est convergente. **(0,5 point)**

Exercice 4 : (03 Points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique $1\ cm$.

On place une puce à l'origine O de ce repère, qui effectue cinq sauts consécutifs d'un centimètre chacun de l'avant sans recul, soit parallèlement à l'axe (Ox) des abscisses de probabilité $\frac{2}{3}$ soit parallèlement à l'axe (Oy) des ordonnées de probabilité $\frac{1}{3}$.

1. Calculer la probabilité pour que cette puce partant de l'origine du repère se retrouve au point A de coordonnées $(3\ ;\ 2)$ au cinquième saut. **(1 point)**
2. On considère la variable aléatoire réelle X égale au nombre de sauts effectués parallèlement à l'axe (Ox) des abscisses pendant cette épreuve.
   a) Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X. **(1 point)**
   b) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X. **(1 point)**

INSPECTION DES LYCEES
D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 8
(Pool Kinkala-Commune de Kintélé)

Année Scolaire 2023-2024

BACCALAUREAT- BLANC ZONAL

(Session de Mai 2024)

Niveau : Terminale — Série : C

Epreuve : Mathématiques — Durée : 4 heures

Coef : 5

Exercice 1 : (04 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives : $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $z_B = \frac{1}{2}z_A^2$.

On note I, le milieu du segment $[AB]$ et z_I l'affixe de I.

1. a) Ecrire sous forme algébrique les nombres complexes z_A et z_B. (01pt)

   b) Vérifier que : $z_I = \frac{(1+\sqrt{3})(1+i)}{2}$. (0,5pt)

2. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 + 2z - 2(1+\sqrt{3})(1+i) = 0$.

On note M et N deux points du plan d'affixes respectives z et $\frac{1}{2}z^2$, où $z \in \mathbb{C}^*$ tel que $z \neq 2$.

   a) Montrer que z est solution de (E) si et seulement si, I est milieu de $[MN]$. (0,5pt)

   b) Justifier que z_A est solution de (E). (0,5pt)

3. On note z_C l'autre solution de (E) et on ne demande pas de calculer z_C.

On désigne par C et K les points d'affixes respectives z_C et $z_K = -2$.

   a) Démontrer que le quadrilatère $OAKC$ est un parallélogramme puis construire C. (0,5pt)

   b) Construire D, le point d'affixe $z_D = \frac{1}{2}z_C^2$. (0,5pt)

   c) Démontrer que : $z_A . z_C = 2(\sqrt{6}+\sqrt{2})e^{i\frac{5\pi}{4}}$. (0,5pt)

   d) Vérifier que : $\frac{z_D}{z_A} = \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\right)^2$. (0,5pt)

   e) En déduire que la droite (AD) passe par le point O. (0,5pt)

Exercice 2 : (08 points)

Dans le plan orienté, ABC est un triangle équilatéral direct.

On désigne I, J et K les milieux respectifs des côtés $[BC], [AC]$ et $[AB]$; D est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{KJ}$.

Les droites (KJ) et (DC) se coupent en L ; la perpendiculaire à la droite (KD) menée par ,
coupe la droite (AB) en P. On note $(\mathcal{C}_1)$ le cercle de centre D et passant par K.

1. Faire une figure. On prendra $[BC]$ horizontal tel que : BC = 5cm. (01pt)
2. Montrer que les points A, K, I, C et D sont situés sur un cercle $(\mathcal{C}_2)$ que l'on tracera. (0,5pt)
3. On note (H_2), l'hyperbole de cercle fondamental $(\mathcal{C}_2)$ et d'axe focal la droite (KJ) ; (H_1) , l'hyperbole de cercle fondamental $(\mathcal{C}_1)$ et d'axe focal la droite (KD).

Soit φ la similitude plane directe qui transforme (H_2) et (H_1).

a) Déterminer une mesure de l'angle de φ. (0,5pt)

b) On admet que le point K est le centre de φ.

Montrer que le rapport de φ est $\sqrt{3}$. (0,5pt)

c) On pose : $E = \varphi(A)$

Montrer que le triangle EKD est équilatéral direct et que E appartient à $(\mathcal{C}_1)$. (0,5pt)

d) Construire E. (0,5pt)

e) Montrer que : $\varphi(I) = C$. (0,5pt)

f) Les droites (ED) et (CD) recoupent respectivement $(\mathcal{C}_1)$ en M et N.

Déterminer le quadrilatère antécédent de $MNEC$ par φ. (0,5pt)

g) En déduire les images des points C et D par φ. (0,5pt)

4. Soit f l'antidéplacement d'axe (KJ) et qui transforme C en A.

a) Montrer f est une symétrie glissante. (0,5pt)

b) Déterminer le vecteur de f. (0,5pt)

5. On pose : $g = fo\varphi$.

a) Montrer que g est une similitude plane indirecte dont on précisera le rapport. (0,5pt)

b) Montrer que : $gog(J) = A$. (0,5pt)

c) En déduire une construction du centre Ω de g. (0,5pt)

d) Déterminer l'axe de g. (0,5pt)

6. On se propose de construire une branche de (H_1).

a) Montrer que K est un foyer de (H_1).

b) Construire le sommet S_1 de (H_1) situé sur le segment $[AJ]$. (0,5pt)

c) Montrer que les droites (ED) et (LP) sont respectivement une asymptote et une directrice de (H_1). (0,5pt)

d) Construire le point M_1 DE (H_1) situé sur la demi-droite $[KE]$. (0,5pt)

e) Construire la branche de (H_1) associée à K. (0,5pt)

<u>Exercice 3</u> : (05 points)

Soit f la fonction définie sur $I = [0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{x^2}{2} - x + ln(x+1)$.

On note $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ du plan. Unité graphique : 2cm.

1. a) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. (0,5pt)

b) Calculer la dérivée f' de f. (0,5pt)

c) Dresser le tableau de variation de f sur I. (0,5pt)

2. On admet que : $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

Tracer $(\mathcal{C}_f)$. (0,5pt)

3. Pour tout réel x de I :

a) En utilisant le théorème des accroissements finis, montrer que : $ln(x+1) \leq x$

b) En déduire que : $x - \frac{x^2}{2} \leq ln(x+1) \leq x$. (0,5pt)

4. Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie par : $U_n = \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) \times \left(1 + \frac{2}{n^2}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{n}{n^2}\right)$

a) Montrer par récurrence que, $\forall n \in \mathbb{N}^*; 1 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. (0,5pt)

b) En déduire que $\lim_{n\to+\infty} U_n = \sqrt{e}$. (01pt)

<u>Exercice 4</u> : (03 points)

Dans une classe de terminale scientifique de 20 élèves, 8 élèves s'intéressent aux Mathématiques, 10 aux SVT et 3 s'intéressent aux deux disciplines.

On choisit un élève au hasard et on note M et S les événements ci-après :

- M : « l'élève s'intéresse aux Mathématiques »
- S : « l'élève s'intéresse aux SVT »

1. Calculer la probabilité qu'il s'intéresse au moins à l'une des deux disciplines. (0,5pt)

2. a) Traduire l'événement : $E = \overline{M} \cup \bar{S}$. (0,5pt)

   b) Calculer la probabilité de l'événement E. (0,5pt)

3. Recopie puis compléter le tableau à double entrée ci-contre : (0,5pt)

	M	$\overline{M}$	Total
S	3		10
$\bar{S}$			
Total	8		20

4. L'élève s'intéresse aux SVT.

Quelle est la probabilité qu'il ne s'intéresse pas aux Mathématiques ? (0,5pt)