Bac Rouge Série C

Année : 2008

Exercice 1 :

Dans un plan orienté, on considère le cercle (C) de centre O ; A et B deux point de (C) tel que $(\overrightarrow{0B}, \overrightarrow{(0A)}) = \pi, E$ le point de (C) tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{(AE)}) = 35°$. La demie droite $[OG]$ où G est le milieu du $[AE]$ coupe le cercle en un point (AE) et (BC) se coupent en point D.

1. Démontrer que les points D, E, F, C sont cocycliques avec $\{F\} = (AC) \cap (BE)$.

2. a) Démontrer que le triangle ABF est un triangle isocèle en B.

   b) En déduire qu'il existe une rotation R de centre B qui transforme F en A.

3. a) Démonter que $S_{BF} \circ S_{OC}$ est une translation T

   b) Déterminer son vecteur est $\overrightarrow{AE}$.

4. a) Déterminer le centre Ω et l'angle θ de la rotation g= R°T.

   b) Déterminer g(C) en utilisant la composée R°T.

   c) Déterminer que la droit (FD) est une hauteur du triangle ABF.

Exercice 2 :

On considère la suite définie par $V_0 = 1$ et $\forall\ n \in \mathbb{N}, V_{n+1} - 4V_n + 6 = 0$.

1. a) Démontrer que $\forall\ n \in \mathbb{N}^*, V_{n+1}[6]$.

   b) En déduire que (V_n) est periodique dans la division euclidienne par 6.

2. a) Détermine les restes dans la division euclidienne de 4^n par 6 suivant les valeurs de n.

   b) Démontrer que $\forall\ n \in \mathbb{N}, V_n = 4^n[6]$.

   c) En déduire le reste dans la division euclidienne du terme V_{1956} par 6.

3. Soit $S_n = V_0 + \cdots + V_n$.

   a) Détermine le reste dans la division euclidienne de S_n par 6 suivant les valeurs de

   b) En déduire le reste dans la division euclidienne de la somme S_{1956} par 6.

<u>Problème :</u>

Le plan (p) est rapport à un repère orthonormé (o, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$).

A. Soit S similitude plane directe de centre A (-2,2) qui transforme la droite (D) d'équation $y = x$ en la droite $(o, \vec{\imath})$ qui est l'axe des abscisses.

1. Détermine l'angle θ et le rapport K de S.

2. Démontrer que l'expression complexe de S est $z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)z - 2$ ou z' est l'affixe du point M' image du point M d'affixe z de S.

B. Soit f la fonction definie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{|x^2-3x|}{x+1} & \text{si } x > -1 \\ f(-1) = -1 & \\ f(x) = x - (x+1)\,ln|x+1| & \text{Si } x < -1 \end{cases}$$

On note (C) la courbe représentative de f dans le repere orthonormé (o, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$). Unité graphique 1cm.

1) Démontrer que l'ensemble définition Ef de $\mathbb{R}$.

2) Etudier la continuité et la de variation de f de $x_0 = -1$; $x_1 = 0$ et $x_2 = 3$

3) Dresser le tableau de variation de$f$.

4) Démontrer que pour $x < -1$, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution un φ avec $-4{,}6 < -4{,}5$. Construire (C)dans le repère orthonormé (o, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$).

5) On désigne par (H) la partie de (C)dont les abscisses appartiennent à $I =]\propto -1[U[0{,}3]$.

a) Construire (H') le symétrique de (C) par rapport à l'axe des abscisses.

b) Soit (E_0) le domaine limité par (H), (H') et les droites d'équations α, $x = -1$ et $x = -3$. On prendra $\alpha \approx -4{,}55$. Calculer l'aire A_0 de (E_0) en centimètre carré.

6) On pose $S^n = S^\circ S^\circ \ldots {}^\circ S$ et $(E_n) = S^n((E_0))$.

a) Calculer l'aire $A_0 + A_1 + \cdots A_n$ en fonction de A_0 *et de* n.

b) Calculer $A_0 + A_1 + \cdots A_n$ en fonction de n.