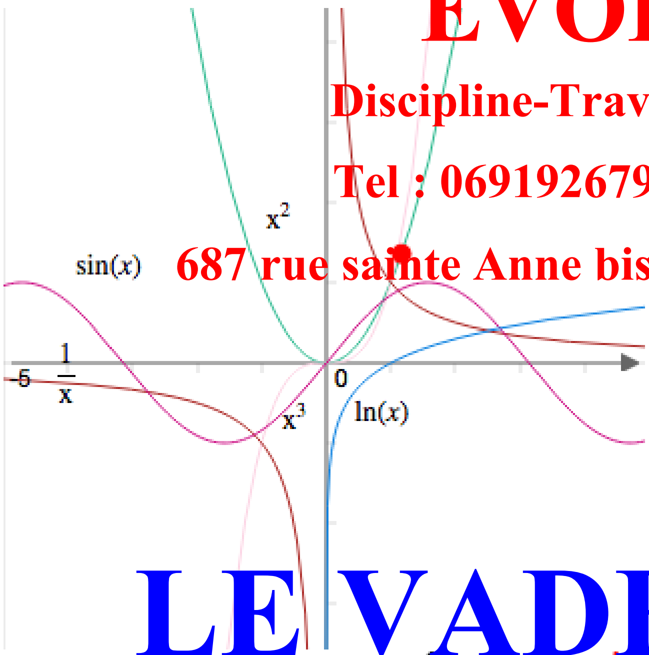
GROUPE D’ENCADREMENT SCOLAIRE

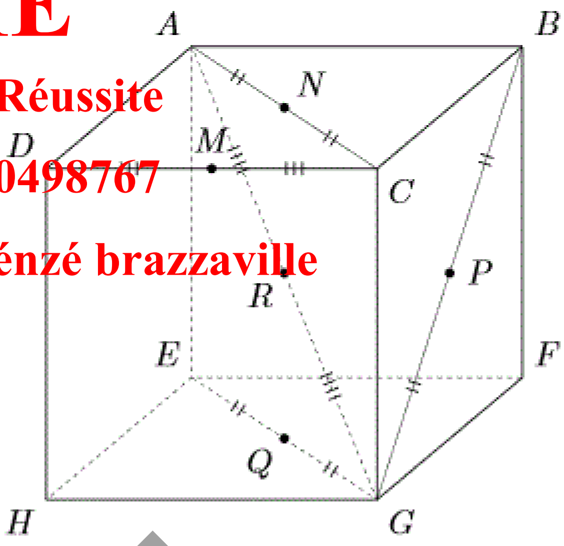
EVODIE

Discipline-Travail-Réussite

Tel : 069192679/050498767

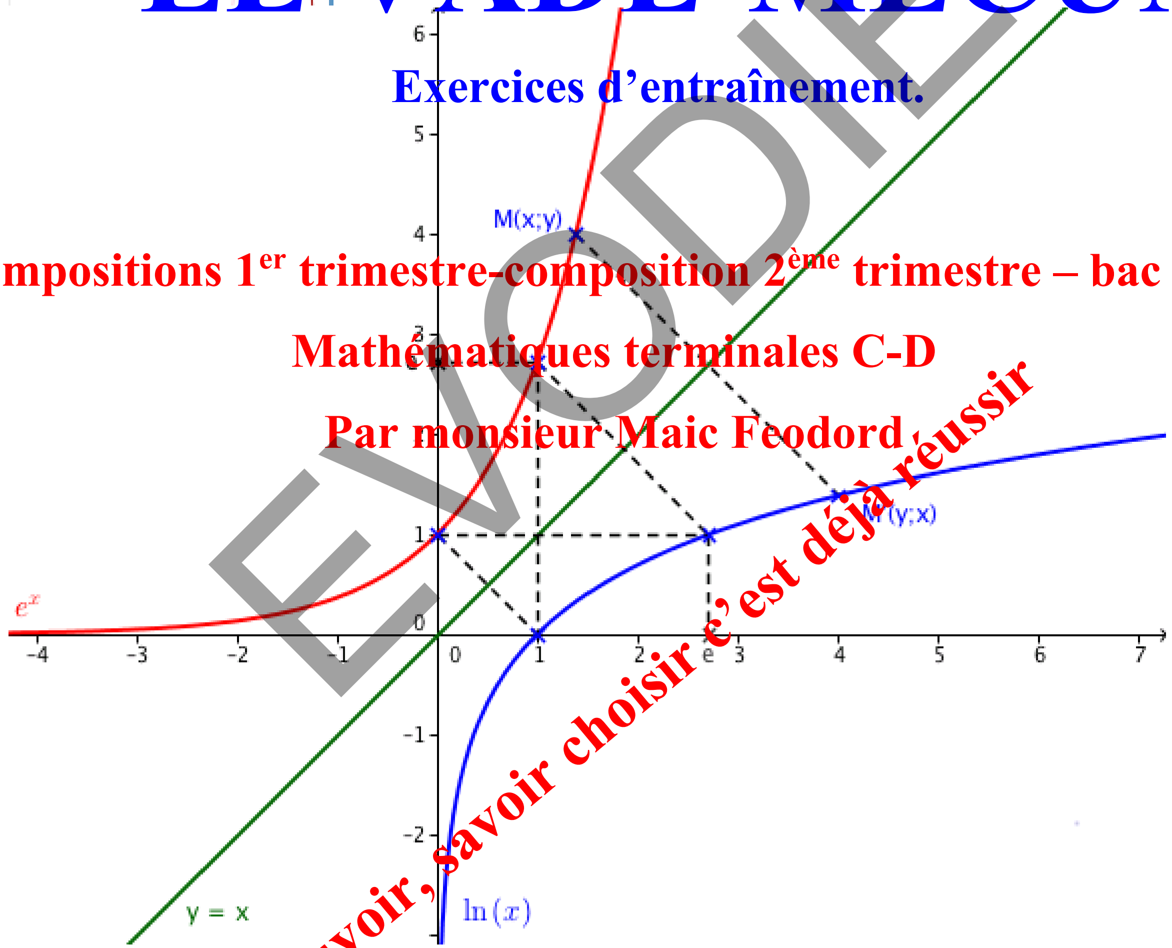
687 rue sainte Anne bis ouénzé brazzaville





LE VADE-MECUM

Exercices d’entraînement.



Compositions 1er trimestre-composition 2ème trimestre – bac blanc

Mathématiques terminales C-D

Par monsieur Maic Feodord

Vouloir c’est pouvoir, savoir choisir c’est déjà réussir

INSPECTION DES LYCEES
D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
llegz1bzpool@gmail.com

Année scolaire 2021-2022

Compositions du 1er Trimestre

Niveau : Seconde — Série : C

Epreuve : Mathématiques — Durée: 4 heures

Exercice 1 : (04 points)

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{F}$ d'affixes 1 et i. On désigne par $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$ sont les cercles de centres respectifs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{F}$ et de même rayon 1. Unité graphique $4\ cm$.

Soit θ un réel de l'intervalle $[0; 2\pi[$, M le point d'affixe $1+e^{i\theta}$ et N le point d'affixe $i(1+e^{i\theta})$.

1. a) Calculer les affixes $z_{\overrightarrow{EM}}$ et $z_{\overrightarrow{FN}}$. **(1 pt)**
   b) Démontrer que, lorsque θ varie dans $[0; 2\pi[$, M varie sur le cercle $(\mathscr{C}_1)$ et N varie sur le cercle $(\mathscr{C}_2)$. **(1 pt)**
   c) Montrer que les droites (EM) et (FN) sont perpendiculaires. **(0,5 pt)**
2. Soit P le point d'affixe z_P telle que $z_P = (1-i)sin\theta.e^{i\theta}$.
   a) Montrer que $\dfrac{z_P - z_E}{z_M - z_E} = sin\theta - cos\theta$. **(0,5 pt)**
   b) Calculer $\dfrac{z_P - z_F}{z_N - z_F}$. **(0,5 pt)**
   c) En déduire que P est le point d'intersection des droites (EM) et (FN). **(0,5 pt)**

Exercice 2 : (08 points)

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC isocèle direct tel que : $BC = BA$ et $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = \dfrac{\pi}{3}[2\pi]$. On désigne par A' et B' les pieds des hauteurs de ce triangle issues de A et B , et O l'orthocentre de ce triangle. Soit $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ deux cercles de centre respectifs B et C, passant par A. (Γ) le cercle de diamètre $[BC]$.

1. Faire la figure. On prendra $BC = 4\ cm$. **(0,5 pt)**
2. Montrer que les points A , B , A' et B' sont cocycliques. **(0,5 pt)**
3. Le cercle (Γ) recoupe la droite (AB) en E et la droite (CE) recoupe $(\mathscr{C})$ en I. Montrer que les droites (AC) et (BI) sont parallèles. **(0,5 pt)**
4. a) Démontrer qu'il existe une rotation r qui laisse invariant le point A et qui transforme $(\mathscr{C})$ en $(\mathscr{C}')$. **(0,5 pt)**
   b) Préciser une mesure de son angle. **(0,5 pt)**
   c) Démontrer que les deux cercles $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ ont un autre point d'intersection que l'on note D. **(0,5 pt)**
   d) Soit M un point quelconque de $(\mathscr{C})$ et M' son image par le rotation de centre A et

d'angle $\frac{\pi}{3}$.
Démontrer que les points M , D et M' sont alignés. **(0,5 pt)**

5. Soit $R = rot_{(O;2\frac{\pi}{3})}$ et $T = t_{\overrightarrow{BD}}$.
   a) Déterminer les droites (D_1) , (D_2) et (Δ) telles que :
   $R = S_{D_1} o S_{D_2}$ et $T = S_{D_2} o S_{\Delta}$. **(1,5 pt)**
   b) En déduire le nature et les éléments caractéristiques de l'application ponctuelle $f = RoT$. **(1 pt)**
6. Donner la nature et les éléments caractéristiques de l'application ponctuelle g définie par : $g = RoS_{\Delta}$. **(1 pt)**
7. Le plan est rapporté au repère orthonormé direct $(E; \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{v})$.
   a) Déterminer les coordonnées de point A. **(0,5 pt)**
   b) Donner l'expression analytique de f. **(0,5 pt)**

Exercice 3 : (05 points)

On considère la fonction f à variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = cox^2x$.

1. Montrer que f peut être étudiée sur l'intervalle $I = \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. **(0,5 pt)**
2. a) Calculer la dérivée f' de f. En déduire le sens de variation de f sur I. **(1 pt)**
   b) Dresser le tableau de variation de f sur I. **(0,5 pt)**
3. a) Montrer que f admet une bijection réciproque notée f^{-1} sur I. **(0,5 pt)**
   b) Sans expliciter f^{-1}, calculer $(f^{-1})'(\frac{3}{4})$. **(0,5 pt)**
   c) Prouver que f^{-1} est dérivable sur un intervalle J à préciser et que l'on a :
   $(f^{-1})'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{-x^2+x}}$. **(1 pt)**
4. Montrer que : $\forall x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$, $-1 \leq f'(x) \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$. **(0,5 pt)**
   b) En déduire, en utilisant le théorème des inégalités des accroissements finis, que :
   $\forall x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$, $|f(x) - \frac{3}{4}| \leq |x - \frac{\pi}{6}|$. **(0,5 pt)**

33,396

Exercice 4 : (03 points)

On considère la série statistique à deux variable donnant le poids en kg et la taille en cm d'enfants de 60 mois de sexe masculin.

Poids x_i	20	18	20	20	17	20	18	21	19	20	23	18	20
Taille y_i	112	106	110	111	106	112	108	112	106	108	114	107	110

1. Déterminer les coordonnée du point moyen G. **(1 pt)**
2. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série. **(1 pt)**
3. Déterminer l'équation de la droite (Δ) de régression de y en x. **(1 pt)**
4. Déterminer la taille en cm pour un enfant de $26\ kg$. **(1 pt)**

INSPECTION DES LYCEES D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
llegz1bzpool@gmail.com

Année scolaire 2021-2022

Compositions du 1er Trimestre

Niveau : Terminale

Série : D

Epreuve : Mathématiques

Durée: 4 heures

Exercice 1 : (5 points)

$\mathbb{C}$ est l'ensemble des nombres complexes.
On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation
$(E) : z^3 + (1+8i)z^2 + (-25+13i)z - 30 - 30i = 0.$

1. Déterminer le complexe imaginaire pur z_0 solution de (E). **(0,5 pt)**
2. Déterminer les complexes a, b et c tels que (E) s'écrive sous la forme $(z+3i)(az^2+bz+c) = 0$. **(1 pt)**
3. a) Déterminer les racines carrées du complexe $Z = 16 - 30i$. **(1 pt)**
   b) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E). **(0,5 pt)**
4. Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{I}, \vec{J})$, on donne les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = -3 - i$, $z_B = 2 + 4i$, $z_C = 3 - i$ et $z_D = -2$.
   a) Construire dans le plan les droites (AD) et (BC). **(0,5 pt)**
   b) Démontrer que les droites (AD) et (BC) sont perpendiculaires. **(0,5 pt)**
5. On désigne par S la similitude plane directe qui laisse invariant le point I d'affixe $z_I = 2$ et qui transforme le points C en D.
   a) Déterminer l'expression complexe de S. **(0,5 pt)**
   b) Déterminer le rapport et l'angle de S. **(0,5 pt)**

Exercice 2 : (5 points)

Soit (U_n) la suite numérique définie par : $U_0 = 0$, $U_1 = 1$ et $U_{n+2} = \frac{1}{3}U_{n+1} + \frac{2}{3}U_n$, $n \in \mathbb{N}$.

On définie les suites (V_n) et (W_n) par : $V_n = U_{n+1} - U_n$ et $W_n = U_{n+1} + \frac{2}{3}U_n$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer V_0 et W_0. **(1 pt)**
2. Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison. **(1 pt)**
3. Démontrer que (W_n) est une suite constante. **(1 pt)**
4. Montrer que : $U_n = \frac{3}{5}(W_n - V_n)$, $\forall n \in \mathbb{N}$. **(1 pt)**

5. a) Calculer la limite de (V_n). **(0,5 pt)**
   b) En déduire la convergence de la suite (U_n). **(0,5 pt)**

Exercice 3 : (7 points)

Dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, $(\mathscr{C})$ désigne la courbe représentative de la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x^3 + 1 & , si \quad x < 0 \\ f(x) = x + \sqrt{x^2+1} & , si \quad x \geq 0 \end{cases}.$$

Unité graphique $2\ cm$.

1. On admet que f est continue en $x_0 = 0$.
   a) Etudier la dérivabilité de f en $x_0 = 0$. **(1 pt)**
   b) En déduire la nature du point A de $(\mathscr{C})$ d'abscisse x_0. **(0,5 pt)**
2. a) Déterminer la dérivée f' de f. **(1 pt)**
   b) Dresser le tableau de signes de f' sur $\mathbb{R}$. **(0,5 pt)**
3. On donne $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.
   Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$. **(0,5 pt)**
4. Déterminer le point d'intersection de la courbe $(\mathscr{C})$ avec l'axe des ordonnées. **(0,5 pt)**
5. La courbe $(\mathscr{C})$ admet une branche parabolique de direction (Oy) au voisinage de $-\infty$ et une asymptote oblique (D) : $y = 2x$ au voisinage de $+\infty$.
   Tracer soigneusement la courbe $(\mathscr{C})$. **(1 pt)**
6. Soit h la restriction de f sur l'intervalle $I = [0; +\infty[$.
   a) Montrer que h est une bijection de I sur un intervalle J à préciser. **(0,5 pt)**
   b) On note h^{-1} la bijection réciproque de h sur I.
   Déterminer l'expression analytique de h^{-1}. **(1 pt)**
   d) Tracer soigneusement la courbe $(\mathscr{C}')$ de h^{-1} dans le même repère que $(\mathscr{C})$. **(0,5 pt)**

Exercice 4 : (3 points)

On donne la série statistique suivante, où α est un réel non nul donné :

x_i	1,2	1,4	1,6	1,8	2
y_i	13	12	α	16	20

Une équation de la droite de régression de y en x est : $y = 9x + 0,6$.

1. Calculer $\overline{x}$. **(0,5 pt)**
2. a) Exprime $\overline{y}$ en fonction de α. **(0,5 pt)**
   b) Déterminer α. **(0,5 pt)**
3. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de x et y. **(1 pt)**
4. Estimer la valeur de y relative à $x = 3,2$. **(0,5 pt)**

969
325

INSPECTION DES LYCEES
D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
llegz1bzpool@gmail.com

Année scolaire 2021-2022

Compositions du 2ème Trimestre

Niveau : Terminale — Série : C

Epreuve : Mathématiques — Durée : 4heures

Exercice 1 : (04 points)

On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $(E_1) : 54x - 25y = 3$.

1. Montrer que l'équation (E_1) admet des solutions dans $\mathbb{Z}^2$. **(0,5 pt)**
2. Montrer que l'équation (E_1) est équivalente à $(E_2) : 4x \equiv 3[25]$. **(0,5 pt)**
3. a) Déterminer l'inverse modulo 25 de 4. **(0,5 pt)**
   b) Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation (E_2). **(1 pt)**
   c) En déduire l'ensemble S_1 des solutions de l'équation (E_1). **(0,5 pt)**
4. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ le système suivant : $\begin{cases} x \equiv -2[54] \\ x \equiv 1[25] \end{cases}$ **(1 pt)**

Exercice 2 : (08 points)

Partie A : (6 points)

On considère dans le plan orienté $(\mathscr{P})$, un rectangle $ABCD$ tel que : $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $AB = 2AD$. On désigne par I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[DC]$.

1. Faire une figure que l'on complètera. **(0,5 pt)**
2. Soit f la similitude directe qui transforme D en C et I en J.
   a) Déterminer le rapport k et l'angle θ de f. **(1 pt)**
   b) Montrer que $f(C) = I$. **(0,5 pt)**
   c) Construire les points $E = f(A)$ et $F = f(B)$. **(0,5 pt)**
   d) Prouver que F est le milieu du segment $[DI]$. **(0,5 pt)**
3. Soit Ω le centre de f.
   a) Montrer que Ω appartient au cercle de diamètre $[DI]$. **(0,5 pt)**
   b) En déduire que Ω est le point d'intersection des droites (AC) et (EI). **(0,5 pt)**
4. Soit $g = S_I \circ f$ où S_I est la symétrie centrale de centre I.
   a) Déterminer la nature puis caractériser g. **(1 pt)**
   b) Soit M un point de $(\mathscr{P})$ distinct de D et soit $N = g(M)$.
   Montrer que le triangle DMN est rectangle et isocèle direct en N. **(0,5 pt)**
5. Soit S' la similitude plane indirecte qui envoie F en L et E en I avec $L = S_J(I)$.
   Caractériser S'. **(0,5 pt)**

Partie B : (2 points)

L'espace vectoriel $E = \mathbb{R}^3$ est muni de sa base canonique $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
On considère l'endomorphisme f de E qui à tout vecteur $\vec{u}(x, y, z)$ de E associe le vecteur $\vec{u}\,'(x', y', z')$ tel que : $\begin{cases} x' = 5x - 8y + 4z \\ y' = 2x - 3y + 2z \\ z' = -2x + 4y - z \end{cases}$.

1. Donner la matrice de f dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. **(0,5 pt)**
2. Montrer que f est une symétrie vectorielle. **(0,5 pt)**
3. Montrer que la base de f est le plan vectoriel d'équation : $x - 2y + z = 0$. **(0,5 pt)**
4. Montrer que la direction de f est la droite vectorielle d'équation : $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-1}$. **(0,5 pt)**

Exercice 3 : (05 points)

Partie I : (1,5 point)

On considère l'intégrale $I_n = \displaystyle\int_1^e \frac{(\ln x)^n}{x^2} dx,\ n \in \mathbb{N}$.

1. Montrer, en intégrant par parties, que : $I_1 = 1 - \dfrac{2}{e}$. **(0,5 pt)**
2. Démontrer en intégrant une seule fois par parties que :
   $\forall\, n \geq 2,\ I_n = -\dfrac{1}{e} + nI_{n-1}$. **(0,5 pt)**
3. En déduire la valeur de I_2. **(0,5 pt)**

Partie II : (3,5 point)

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = \dfrac{8 \ln x}{x^2}$. On désigne par $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique $2cm$.

1. Démontrer que : $\forall\, x \in]0; +\infty[,\quad g'(x) = \dfrac{16(1 - \ln x) \ln x}{x^3}$. **(0,5 pt)**
2. a) Donner le sens de variation de g sur $]0; +\infty[$. **(0,5 pt)**
   b) Dresser le tableau de variation de g. **(0,5 pt)**
   On donne : $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} g(x) = -\infty$ et $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} g(x) = 0$.
   c) Construire la courbe $(\mathscr{C})$ de g. **(0,5 pt)**
3. Soit la fonction h définie sur $]0; +\infty[$ par : $h(x) = -g(x)$.
4. a) Dresser le tableau de variation de h. **(0,5 pt)**
   b) Construire la courbe $(\mathscr{C}')$ de h dans le même repère que $(\mathscr{C})$. **(0,5 pt)**
   b) Calculer en cm^2 l'aire limitée par les courbes $(\mathscr{C})$, $(\mathscr{C}')$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. **(0,5 pt)**

Exercice 4 : (03 points)

Dans une entreprise comportant 45 employés, on a la répartition suivante :

	Célibataire	Marié(e)
Hommes	7	20
Femmes	5	13

On choisit une personne au hasard.

1. Quelle est la probabilité que cette personne soit une femme célibataire ? **(1 pt)**
2. Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme marié ? **(1 pt)**
3. La personne interrogée est un homme, quelle est la probabilité qu'il soit marié ? **(1 pt)**

Exercice 3 : (07 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{2} - x + e^{x-1}, & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \frac{3}{2} - x + \ln(2x-1), & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique $2cm$. On admet que f est continue en $x_0 = 1$.

1. a) Étudier la dérivabilité de f en $x_0 = 1$. **(1 pt)**
   b) Interpréter graphiquement les résultats. **(0,5 pt)**
2. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **(1 pt)**
3. Calculer la dérivée f' de f. **(1 pt)**
4. Dresser le tableau de variation de f. **(0,5 pt)**
5. a) Montrer que la droite $(\mathscr{D})$ d'équation : $y = -x + \frac{1}{2}$ est asymptote oblique à $(\mathscr{C})$ en $-\infty$. **(0,5 pt)**
   b) Achever l'étude des branches infinies de $(\mathscr{C})$. **(0,5 pt)**
6. Montrer que l'équation $f(x) = 0$, admet une solution unique α appartenant à l'intervalle $]3; 3,5[$. **(0,5 pt)**
7. Tracer la droite $(\mathscr{D})$ et la courbe $(\mathscr{C})$. **(1 pt)**
8. Calculer, en cm^2, l'aire $\mathscr{A}$ de la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$. **(0,5 pt)**

Exercice 4 : (03 points)

Soit X la variable aléatoire dont la loi de probabilité est définie par le tableau ci après :

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,25	p_2	0,18	p_4	0,37

1. Déterminer les probabilités p_2 et p_4 sachant que les événement $[X = 2]$ et $[X = 4]$ sont équiprobables. **(1 pt)**
2. Dans la suite de l'exercice, on prendra $p_2 = p_4 = 0,1$.
   a) Déterminer la probabilité $p = p(1 \leq X \leq 3)$. **(1 pt)**
   b) Déterminer l'espérance mathématique $E(X)$ et la variance $V(X)$. **(1 pt)**

INSPECTION DES LYCEES D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
llegz1bzpool@gmail.com

Année scolaire 2021-2022

Compositions du 2ème Trimestre

Niveau : Terminale — Série : D

Epreuve : Mathématiques — Durée : 4heures

Exercice 1 : (05 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$, unité graphique $2cm$.
On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^3 - (7+i)z^2 + 2(8+3i)z - 10(1+i) = 0$.

1. a) Montrer que $z_0 = 1 + i$ est une solution de (E). **(0,5 pt)**

   b) Déterminer les complexes a et b tels que : (E) : $(z-1-i)(z^2+az+b)$. **(1 pt)**

   c) Achever la résolution de l'équation (E). **(1 pt)**

2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $1+i$; $3+i$ et $3-i$.

   a) Construire le triangle ABC. dans ce repère. **(0,5 pt)**

   b) Écrire sous la forme exponentielle $T = \dfrac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$. **(0,5 pt)**

   c) En déduire la nature du triangle ABC. **(0,5 pt)**

3. Soit (Δ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z vérifiant la relation : $|z-1-i| = |z-3+i|$.

   a) Déterminer l'ensemble (Δ). **(0,5 pt)**

   b) Démontrer que le point F d'affixe $4+2i$ appartient (Δ). **(0,5 pt)**

Exercice 2 : (05 points)

1. On donne l'ensemble D défini par : $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x - 2y = 0\}$.
   Montrer que l'ensemble D est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$. **(1 pt)**

2. On considère l'endomorphisme f de $\mathbb{R}^2$ défini par : $\begin{cases} 3f(\vec{i}) = \vec{i} + 2\vec{j} \\ 3f(\vec{j}) = 4\vec{i} - \vec{j} \end{cases}$.

   a) Déterminer la matrice A de l'endomorphisme f dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$. **(0,5 pt)**

   b) Montrer que le produit $A \times A = I$ où I est la matrice identité d'ordre 2. **(0,5 pt)**

   c) En déduire la nature de l'endomorphisme f. **(0,5 pt)**

   d) Déterminer la base B et la direction $\mathscr{D}$ de l'endomorphisme f. **(1 pt)**

3. On considère les vecteurs $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j}$.

   a) Montrer que la famille $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ est une base de $\mathbb{R}^2$. **(0,5 pt)**

   b) Exprimer $f(\vec{u})$ et $f(\vec{v})$ en fonction des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. **(0,5 pt)**

   c) En déduire la matrice M de f dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$. **(0,5 pt)**

INSPECTION DES LYCEES D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
Ilegz1bzpool@gmail.com

Année scolaire 2021-2022

Baccalauréat Blanc Zonal
Session de Mai 2022

Epreuve : Mathématiques **Série : C** **Durée : 4 heures**

Exercice 1 (4 points)

Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.
Soient A et B les points de (P) d'affixes respectives $z_A = 1$ et $z_B = 6+i$.
On désigne par f un antidéplacement tel que : $f(A)=A$ et $f(B)=B$ qui, à tout point M d'affixe z , associe le points M' d'affixe z' telle que : $z' = a\overline{z}+b$ où a et b sont des nombres complexes non nuls.

1. (a) Montrer que : $\begin{cases} a+b=1 \\ a(6-i)+b=6+i \end{cases}$. (0,5 pt)

   (b) Déterminer alors les complexes a et b. (1 pt)

2. On pose : $a=\frac{1}{13}(12+5i)$ et $b=\frac{1}{13}(1-5i)$ telle que
   $z'=\frac{1}{13}(12+5i)\,\overline{z}+\frac{1}{13}(1-5i)$.

   (a) Calculer $a\overline{b}+b$ puis déduire la nature exacte de f. (1 pt)

   (b) Montrer que l'axe $(\mathscr{D})$ de f est : $x-5y=1$. (0,5 pt)

3. On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E) : $x-5y=1$.

   (a) Montrer que $x\equiv 1[5]$. (0 ;5 pt)

   (b) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E). (0,5 pt)

Exercice 2 (8 points)

Les parties **I** et **II** sont indépendantes.

Partie I : (6 points)

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$, $AB=3\ cm$ et $BC=4\ cm$.

1. Soit f la similitude directe telle que $f(A)=B$ et $f(B)=C$.

   a) Déterminer l'angle θ et le rapport λ de f. (1 pt)

   b) Soit H le projeté orthogonal de B sur la droite (AC).
   Montrer que H est le centre de f. (0,5 pt)

2. Soit $D=f(C)$.

   a) Montrer que D appartient à la droite (BH). (0,5 pt)

   b) Construire le point D. (0,5 pt)

3. Soit g la similitude indirecte qui transforme A en B et B en C. On désigne par Ω le centre de g.

   a) Montrer que $f\circ g^{-1}=S_{(BC)}$. (0,5 pt)

b) Soit $E = g(C)$. Déterminer $S_{(BC)}(E)$. Construire alors le point E. **(1 pt)**

c) Préciser la nature de $g \circ g$. Montrer que Ω appartient à la droite (AC) ainsi qu'à la droite (BE). **(1 pt)**

d) Construire Ω et l'axe (Δ) de la similitude g. **(1 pt)**

Partie II : (2 points)

Soit E un espace vectoriel de dimension 3 muni de la base canonique $B = (\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k}\,)$.
On désigne par φ l'endomorphisme de E défini par :

$$\begin{cases} \varphi(\vec{i}\,) = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} \\ \varphi(\vec{j}\,) = -\vec{j} \\ \varphi(\vec{k}\,) = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k} \end{cases}$$

1. Déterminer la matrice M_φ de φ. **(0,5 pt)**
2. Calculer $M_\varphi \times M_\varphi$ puis donner la nature de φ. **(1 pt)**
3. Donner l'expression analytique de l'endomorphisme φ. **(0,5 pt)**

Exercice 3 (5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$ d'unité graphique : $2cm$.

Soit (E) la courbe paramétrée définie par : $\begin{cases} x(t) = -t^3 + 3t \\ y(t) = t\ln\left(\dfrac{3+t}{3-t}\right) \end{cases}$, $t \in [-2;2]$.

1. Comparer $M(t)$ et $M(-t)$ pour $t \in [-2;2]$ et en déduire que l'on peut restreindre le domaine d'étude de (E) à $[0;2]$. **(1 pt)**
2. Étudier le sens de variation de x puis dresser son tableau de variation sur $[0;2]$. **(1 pt)**
3. a) Montrer que pour tout $t \in [0;2]$, $\ln\left(\dfrac{3+t}{3-t}\right) \geq 0$. **(0,5 pt)**

   b) Étudier le sens de variation de y puis dresser son tableau de variation sur $[0;2]$. **(1 pt)**
4. Dresser le tableau de variation conjoint de x et y sur $[0;2]$. **(0,5 pt)**
5. Tracer la courbe (E) sur $[-2;2]$, sachant que (E) passe par le point $A(0;\sqrt{3}\ln(2+\sqrt{3}))$. **(1 pt)**

Exercice 4 (3 points)

$(E, \mathscr{P}(E), p)$ désigne un espace probabilisé fini et X désigne une variable aléatoire sur E dont la fonction de répartition F est la suivante :

$$\begin{cases} F(x) = 0, & \text{si } x < -1 \\ F(x) = \dfrac{5}{15}, & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ F(x) = \dfrac{6}{15}, & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ F(x) = 1, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

1. a) Déterminer les valeurs prises par X. **(0,5 pt)**

   b) Donner la loi de probabilité de X. **(0,5 pt)**

   c) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X. **(1 pt)**
2. Représenter graphiquement la fonction F. **(1 pt)**

INSPECTION DES LYCEES D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
llegz1bzpool@gmail.com

Année scolaire 2021-2022

Baccalauréat Blanc Zonal
Session de Mai 2022

Epreuve : Mathématiques **Série : D** **Durée : 4 heures**

Exercice 1 (5 points)

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes le polynôme :
$P(z) = z^3 + (-3+5i)z^2 - 2(4+5i)z + 10 - 10i$.

1. Déterminer les racines carrées du nombre complexe $u = -8i$. **(1 pt)**
2. a) Démontrer que P peut s'écrire : $P(z) = [z-(3-i)][z^2+4iz-4+2i]$. **(0,5 pt)**
   b) En déduire les solutions de l'équation $P(z) = 0$. **(1 pt)**
3. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 3-i$, $z_B = 1-3i$ et $z_C = -1-i$.
   a) Calculer le rapport : $\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$. **(0,5 pt)**
   b) En déduire la nature du triangle ABC. **(0,5 pt)**
   c) Déterminer l'affixe du point D, centre de la rotation R d'angle de mesure $\dfrac{\pi}{2}$ qui transforme C en A. **(0,5 pt)**
4. Soit S la similitude plane directe qui transforme A en B et B en C.
   a) Donner l'écriture complexe de S. **(0,5 pt)**
   b) Déterminer les éléments caractéristiques de S. **(0,5 pt)**

Exercice 2 (5 points)

Soit E est un espace vectoriel de dimension 2 muni de sa base canonique $B = (\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.
Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs de E tels que : $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{i} + 6\overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{v} = -\overrightarrow{i} + 6\overrightarrow{j}$.

On désigne par f l'endomorphisme de E dont l'expression analytique est : $\begin{cases} x' = \dfrac{1}{2}x + 3y \\ y' = \dfrac{1}{12}x + \dfrac{1}{2}y \end{cases}$

1. Déterminer $f(\overrightarrow{i})$ et $f(\overrightarrow{j})$ dans la base B. **(1 pt)**
2. Donner la matrice M de f dans la base B. **(0,5 pt)**
3. a) Calculer $f \circ f(\overrightarrow{i})$. En déduire la nature de f. **(1 pt)**
   b) Donner les éléments caractéristique de f (base et direction). **(0,5 pt)**
4. a) Montrer que $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ est une base de E. **(0,5 pt)**
   b) Exprimer $f(\overrightarrow{u})$ et $f(\overrightarrow{v})$ dans la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$. **(1 pt)**
   c) Donner la matrice N de f dans la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$. **(0,5 pt)**

$f[f(\overrightarrow{i})]$

Partie A : **(3 points)**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2e^{-x-1} + 2x$.

1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **(1 pt)**
   a) Déterminer la fonction dérivée f' de f. **(0,5 pt)**
   b) Dresser le tableau de variation de f. **(0,5 pt)**
2. a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$, admet une solution unique $\alpha \in]0; 1[$. **(0,5 pt)**
   b) En déduire le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$. **(0,5 pt)**

Partie B : **(4 points)**

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2e^{-x-1} + x^2 - 3$.

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique $2cm$.

1. Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$. **(1 pt)**
2. a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$; $g'(x) = f(x)$. **(0,5 pt)**
   b) En déduire le tableau de variation de variation de g. **(0,5 pt)**
3. a) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{g(x)}{x} = +\infty$. **(0,5 pt)**
   b) Construire la courbe $(\mathscr{C})$, sachant qu'elle admet une branche parabolique de direction (Oy) en $-\infty$ et donne $g(\alpha) = -2,56$. **(1 pt)**
4. Calculer l'aire $\mathscr{A}$ en cm^2 du domaine plan délimité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$. **(0,5 pt)**

Exercice 4 **(3 points)**

Un sac contient 10 jetons, indiscernables au toucher dont 6 jetons numérotés 1 et 4 jetons numérotés 3. On tire simultanément 3 jetons du sac.

On désigne par X la variable aléatoire égale à la somme des numéros sortis.

1. Donner les différentes valeurs prises par X. **(0,5 pt)**
2. Donner la loi de probabilité de X. **(1 pt)**
3. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$. **(1 pt)**
4. Déterminer la fonction de répartition F de X. **(0,5 pt)**

INSPECTION DES LYCEES
D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
Ilegz1@gmail.com

Année scolaire 2020-2021

Composition Zonale du 1er Trimestre 2020 -2021

Niveau : Terminale D
Epreuve : Mathématiques
Durée: 04 heures

Exercice 1 :(5points)

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3} \text{ Un+4} \end{cases}$

1) Calculer u_1 , u_2 etu_3. (0,75point)
2) On définit la suite (v_n) , pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - 6$.
   a- Pour tout entier, calculer v_{n+1} en fonction de v_n . Quelle est la nature de la suite (v_n)? (1point)
   b- Exprimer v_n en fonction de n.(0,25point)
   c- Démontrer que pour tout entier naturel n : $u_n = -5\left(\frac{1}{3}\right)^n + 6$.(1point)
   d- Calculer $\lim_{n\to+\infty} v_n$ et $\lim_{n\to+\infty} u_n$. (1point)
   e- On sait que :$S_n = \sum_{i=1}^{n+1} v_i$. Montrer que :$S_n = -\frac{5}{2}\left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$. (1point)

Exercice 2 : (11points)

PARTIE : A

On considère la fonction numérique f définie par : $\begin{cases} f(x) = x\sqrt{x^2 - 4} \; ; x \leq -2 \\ f(x) = \frac{x^2+x-2}{x-2} \; ; x > -2 \end{cases}$

(C_f) Sa courbe représentative. Unité 2cm.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f. (1point)
2)
   a- Etudier la continuité de f en $x_0 = -2$. (1point)
   b- Etudier la dérivabilité de $x_0 = -2$. (1point)
   c- Donner une interprétation géométrie du résultat obtenu. (0,5point)
3) Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de f. (1point)

4) Montrer que : $\begin{cases} f'(x) = \frac{2x^2-4}{\sqrt{x^2-4}} \; si \; x \leq -2 \\ f'(x) = \frac{x^2-4x}{(x-2)^2} \; si \; > -2 \end{cases}$ (1points)

5) a- Donner le sens de variations de f. (0,5point)
   b- Etablir le tableau der variations de f. (0,5point)

6) a- Déterminer les réels $a, b \; et \; c$ tels que $\forall x > -2, f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$. (1point)
   d- Montrer que la droite $(D): y = x + 3$ est asymptote a (C_f) . (1point)
   e- Etudier la position de (C_f) par rapport a(D). (0,5point)
   f- Achever l'étude des branches infinies de(C_f). (1point)
   g- Construire la (C_f) ainsi que ses asymptotes. (1point)

Exercice 3 : (4point)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 3cosx - \sqrt{3cosx}$.

1) Déterminer les réels A,w et θ tels que $f(x) = Acos(wx - \theta)$. (1point)
2) Résoudre l'équation $2\sqrt{3}cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{6}$:
   a- Dans $\mathbb{R}$; (1point)
   b- Dans$[-\pi; \pi]$. (1point)
3) Représenter les solutions de la question 2.b) sur le cercle trigonométrique. (1point)

INSPECTION DES LYCEES
D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
llegz1@gmail.com

Année scolaire 2020-2021

Composition Zonale du 1er Trimestre 2020 -2021

Niveau : Terminale C
Epreuve : Mathématiques
Durée: 04 heures

Exercice 1(4points)

On considère l'équation (E) : $sin3x = -sin2x$.

1) Résoudre dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ l'équation (E) . (1point)
2) a- Démontrer que $sin3x = sinx(4cos^2x - 1)$. (0,5point)
   b- En déduire que l'équation (E) est équivalente à l'équation $sinx(4cos^2x + 2cosx - 1) = 0$. (0,5point)
   c- Vérifier que $\frac{2\pi}{5}$ et $\frac{4\pi}{5}$ sont solutions de l'équation $4cos^2x + 2cosx - 1 = 0$. (0,5point)
3) On pose $X = cosx$.
   a- Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation(E'): $4X^2 + 2X - 1 = 0$. (0,5point)
   b- En déduire les valeurs exactes de $cos\frac{2\pi}{5}$ et $cos\frac{4\pi}{5}$. (1point)

Exercice 2 (8 points)

ABC est un triangle rectangle en A tels que : $AB = 4\ cm$ et $AC = 6\ cm$
Soient P le milieu de $[BC]$ et H est le projeté orthogonale de A sur (BC).
I et J sont les projetés orthogonaux de H respectivement sur (AB) et (AC).

1- a) Faire une figure. On tracera $[AB]$ horizontalement (1 pt)

b) Montrer que $\left(\overrightarrow{AH},\overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{2} + \left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA}\right)[2\pi]$ et que $\left(\overrightarrow{AJ},\overrightarrow{IJ}\right) = \left(\overrightarrow{AH},\overrightarrow{AC}\right)[2\pi]$ (1 pt)

c) Justifier que $\left(\overrightarrow{AP},\overrightarrow{AI}\right) = \left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)[2\pi]$ (0, 5 pt)

d) En fixant $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AJ}$ dans $\left(\overrightarrow{AP},\overrightarrow{IJ}\right)$. Montrer que $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont orthogonaux (0,5pt)

2- Déterminer et construire l'ensemble (E) des points du plan tels que :

$$\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MC}\right) = \frac{\pi}{3}[2\pi] \quad \text{(1 pts)}$$

3- Soit R_D la rotation de centre D d'angle $\frac{\pi}{3}$ qui transforme A en C

a) Montrer que le centre D de R_D appartient à (E) (0, 5 pt)

b) Construire le point D centre de R_D (0, 5 pt)

4- On note O le centre du triangle ACD et K le milieu de $[AD]$.

Montrer que les points A, H, C, K sont cocycliques. Tracer leur cercle. (0, 5 pt)

5- R_A et R_C désignent les rotations de centre respectifs A et C d'angles respectifs $\frac{\pi}{3}$ et $-\frac{\pi}{3}$.

On pose $f = R_C \circ R_D$ et $g = R_D \circ R_A$

a) Calculer $f(A)$ puis caractériser f. (1pt)

b) Déterminer les droites (Δ) et (Δ') telles que :

$$R_A = S_{(AD)} \circ S_{(\Delta)} \text{ et } R_D = S_{(\Delta')} \circ S_{(AD)}$$ (1 pt)

c) Caractériser g (0, 5 pt)

Exercice : 3(5points)

On considère la fonction numérique f definie sur $\mathbb{R}$

par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-1}}\ si < 0 \\ f(x) = \sin(2\pi x) - 2\sin(\pi x)\ si\ x \geq 0 \end{cases}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé$(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1- Etudier la dérivabilité de f en $x_0 = 0$. (1point)
2- Montrer pour$x \geq 0$, f est périodique de période 2. (0,5point)
3- Justifier que f peut-être étudier sur l'intervalle$]-\infty; 2]$. (0,5point)
4- Calculer la dérivée f' de f puis étudier son signe. (0,5point)
5- Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle$]-\infty; 2]$. (0,5point)
6-
a- Etudier la branche infinie de(C). (0,5point)
b- Construire la courbe (C) sur l'intervalle$]-\infty; 2]$. (1point)

Exercice : 4(3points)

1- Démonter par récurrence que$\forall n \in \mathbb{N}^*$; $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
(0,5point)
2- On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$u_0 = \frac{1}{3}$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 3u_n + n^2 - n - \frac{1}{2}$. Soit (v_n) la suite numérique telle que $\forall n \in \mathbb{N};\ v_n = 2u_n + n^2$.

a- Montrer que : (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0. (1point)

b- Exprimer v_n puis u_n en fonction de n. (1point)

3- On pose $s_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.
Exprimer s_n en fonction de n. (0,5point)

INSPECTION DES LYCEES
D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
ilegz1@gmail.com

Année scolaire 2020-2021

Composition Zonale du 2èm Trimestre 2020 -2021

Niveau : Terminale
Epreuve : Mathématiques

Série : D
Durée: 4 heures

EXERCICE : 1$(5points)$

Dans l'ensemble$\mathbb{C}$, des nombres complexes, on considère le polynôme $P(z)$ tel que :

$P(z) = z^3 + (3 + 5i)z^2 + (-2 + 2i)z + 16 + 32i$.

1) Déterminer les nombres complexes a et b tels que$P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$. $(1point)$
2) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$, l'équation$P(z) = 0$). $(1point)$
3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé directe$(O, \vec{u}, \vec{v})$,on considère les points A, Bet C d'affixes respectives : $z_A = -4 - 4i, z_B = 1 - 3i$et $z_C = 2i$.
   a- Ecrire le nombre complexe $Z = \frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ sous sa forme algébrique, puis en déduire la nature du triangle$AB\ C$.$(1point)$
   b- Déterminer l'affixe du point D telle que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.(0,5 $point$)
4) Soit S, la similitude plane directe de centre A de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle$\frac{\pi}{4}$.
   a- Donner l'écriture complexe de S.(0,5 $point$)
   b- Déterminer l'affixe de l'image du point B par S. (0,5 $point$)
   c- Déterminer l'ensemble (C) de points M d'affixe z tel que : $|z + 4 + 4i| = \sqrt{2}$.(0,5 $point$)

EXERCICE : 2 (5 $points$)

E est un plan vectoriel de base canonique$(\vec{i}, \vec{j})$, f est un endomorphisme de E défini par :

$$\begin{cases} f(\vec{i}) = -3\vec{i} + 2\vec{j} \\ f(\vec{j}) = 6\vec{i} - 4\vec{j} \end{cases}.$$

1) Donner la matrice de f dans la base$(\vec{i}, \vec{j})$.(0,5 $point$)
2) Démontrer que l'expression analytique de f s'écrit :$\begin{cases} x' = -3x + 6y \\ y' = 2x - 4y \end{cases}$.(1 $pont$)
3) Déterminer le noyau de$f$, noté $Kerf$ et en donner un vecteur de base,noté$\vec{e}_1$.(1 $point$)
4) Déterminer l'image de$f$, notée Imf et en donner un vecteur de base,noté $\vec{e}_2$.(1 $point$)
5) On donne $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j}$et $\vec{v} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$.
   a- Montrer que le couple $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de$E$. (0,5 $point$)
   b- Ecrire la matrice de f dans la base$(\vec{u}, \vec{v})$.(1 $point$)

EXERCICE : 3 (7 $points$)

PARTIE : A (2,5$points$)

On considère la fonction h , définie par :$h(x) = -2e^{-x-1} + 2x;\ \forall x \in [-1; +\infty[$.

1) Calculer h', dérivée de h , puis donner son signe.$(1point)$
2)
   a- Etablir le tableau de variation de h sur $[-1; +\infty[$ sachant que $$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty\ (1point)$$
   b- Déduire le signe de $h$sur $[-1; +\infty[$.$(0{,}5point)$

PARTIE :B$(4{,}5points)$

On considère la fonction numérique f à variable réelle x définie par :
$\begin{cases} f(x) = 2ln(-x) - x - 1\ ; si\ x < -1 \\ f(x) = 2e^{-x-1} + x^2 - 3\ ; si\ x \geq -1 \end{cases}$.$(C)$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) En notant E_f , l'ensemble de définition de f , montrer que $E_f =]+\infty; -\infty[$.$(0{,}5point)$
2) La fonction f étant continue en $x_0 = -1$, étudier la dérivabilité en $x_0 = -1$.$(1point)$
3)
   a- calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.$(0{,}5point)$
   b- Pour $x < -1$, calculer $f'(x)$ puis donner son signe.$(0{,}5point)$
   c- Pour $x > -1$, montrer que $f'(x) = h(x)$.$(0{,}5point)$
   d- Etablir le tableau de variations de f.$(0{,}5point)$
4) Sachant que $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$, que peut-on dire de ce résultat pour la courbe de (C) de f.$(0{,}5point)$
5) Montrer que $\lim_{x \to -\infty} f(x) + x = +\infty$, que peut-on dire de ce résultat pour la courbe de (C) de f.$(0{,}5pont)$
6) Construire la courbe (C) de f.$(0{,}5point)$

EXERCICE : 4$(3points)$

Le tableau suivant donne le poids y en Kg d'un porcelet de x jours après sa mise bas.

x_i	4	7	10	12	16	18	22
y_i	2,51	2,70	2,75	2,85	2,90	3,10	3,17

1) Déterminer les coordonnées $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ du point moyen G.$(0{,}5point)$
2) Déterminer la variance de X et la covariance du couple (x, y).$(1point)$
3) Déterminer l'équation de la droite de régression de $y$en x.$(1point)$
4) Donner une estimation du poids du porcelet de 35 jours après sa mise bas.$(0{,}5point)$

INSPECTION DES LYCEES D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
llegz1@gmail.com

Année scolaire 2020-2021

Composition Zonale du 2èm Trimestre 2020 -2021

Niveau : Terminale
Epreuve :Mathématiques

Série : C
Durée: 4 heures

EXERCICE : 1$(4points)$

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$, des nombres complexes , on considère l'équation suivante :

$(E): Z^2 - (1 + 2i)e^{i\theta}Z - (1 - i)e^{i2\theta} = 0$.

1)
a- Montrer que $Z_1 = ie^{i\theta}$ est une solution de (E).$(0{,}5pont)$.
b- En déduire l'autre solution notée Z_2de (E).$(0{,}5pont)$

2) On donne les nombres $U' = (1 + i)e^{i\theta}$et $U'' = ie^{i\theta}$.
   a- Ecrire U' et U'' sous la forme exponentielle.$(0{,}5pont)$
   b- Pour $= \frac{\pi}{3}$, écrire U' sous sa forme trigonométrique puis sous forme algébrique.$(1pont)$
   c- En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{17\pi}{12}\right)$.$(0{,}5point)$
3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé directe $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A ,B et C d'affixes respectives : $z_A = 2, z_B = 2 - e^{i\theta}, z_C = ie^{i\theta}$et $z_D = (1 + i)e^{i\theta}$.
   a- Déterminer puis construire l'ensemble (Γ) de points B du plan lorsque$\theta \in [0; \pi]$.$(0; 5point)$
   b- Montrer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.$(0{,}5point)$

EXERCICE : 2$(8points)$

$ABCD$ est un carré de sens directe et de centre O tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$ On note I le milieu de segment $[CD]$, K le symétrique de O par rapport à D et J le symétrique de O par rapport à la droite (BC).

1)
   a- Faire une figure.(on prendra $AB = 5cm$ et horizontal) .$(0{,}5point)$
   b- Déterminer le centre et l'angle de la rotation f telle que :$f(B) = D$ et $f(J) = K$.$(1pont)$
   c- En déduire la nature du triangleAKJ.$(0{,}5point)$
2) Montrer que les points A, O, I et K sont situés sur un meme cercle (C) que l'on tracera.$(0{,}5point)$
3) Soit g l'application définie par : $g = S_{BC} o S_D$.
   a- Déterminer $g(K)$. $(0{,}5point)$

b- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de g.($1point$)

4) Soit R l'application définie par : $R = goS_{BD}$;

a- Montrer que $R(K) = J$.($0{,}5pont$)

b- Démontrer que R est une rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$ puis construire son centre Ω($1point$).

5) Soit E le milieu de $[AB]$ et H celui de $[AD]$. On désigne par S la similitude plane directe qui transforme D en O et Cen E.

a- Déterminer le rapport et l'angle de S.($1point$)

b- Soit Ω_1 le centre de S. Déterminer une construction géométrique de Ω_1.($0{,}5point$)

6) On considère la similitude plane indirecte h d'axe (AO) qui transforme Hen B.

Déterminer le centre et le rapport $k$de h.($1point$)

EXERCICE : 3($5points$)

PARTIE :A

On considère la fonction numérique g définie sur $]0;+\infty[$par : $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 lnx$.

1) Calculer la dérivée g'de g.($0{,}5point$)
2) Dresser le tableau de variation de g, on admet que $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$.($0{,}5point$)
3)
   a- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]1{,}8;2[$.($0{,}5point$)
   b- En déduire le signe de $g(x)$sur $]0;+\infty[$.($0{,}5point$)

PARTIE :B

Soit f la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$par : $f(x) = \frac{lnx}{1+x^2}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. (unité graphique 2cm)

1) Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$ . .($1point$)
2) Montrer que la dérivée f' de f est telle que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$.($0{,}5point$)
3)
   a- Dresser le tableau de variation de f. .($0{,}5point$)
   b- Montrer que f admet un maximum en $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$. .($0{,}5point$)
4) Tracer la courbe (C). On prendra $\alpha = 1{,}9$et $(\alpha) = 0{,}2$.($0{,}5point$)

EXERCICE : 4($3points$)

Les modalités $x_i = \{2,3,5\}$et $y_j = \{5,10,20\}$d'une série à double entées ont pour effectifs partiels correspondant : $n_{23} = 0$; $n_{11} = n_{32} = 1$; $n_{31} = n_{22} = 2$; $n_{13} = n_{33} = 3$.

1) Dresser le tableau statistique de cette série.($0{,}5point$)
2) Déterminer les séries marginales de X et de Y.($1point$)
3)
   a- calculer les coordonnées du point moyen G.($0{,}5point$)
   b- calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.($1point$)

INSPECTION DES LYCEES
D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
llegz1bzpool@gmail.com

Année scolaire 2020-2021

Baccalauréat Blanc Zonal Session de Mai 2021

Niveau : Terminale
Epreuve : Mathématiques

Série : D
Durée: 4 heures

Exercice1 : (5pts)

On considère l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes.

1) soit Q un polynôme du deuxième degré d'inconnue z a coefficient complexes.

Déterminer Q pour que $3 + i$ et $1 + 2i$ soient ses racines. $(0{,}5pt)$

2) On considère le polynôme $P(z) = z^3 - 2(2+i)z^2 + (4+3i)z - 7 + i$, ou z est un complexe.

a- Déterminer les complexes a , b et c tels que : $P(z) = (z+i)(az^2 + bz + c)(1{,}5pt)$

b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. $(0{,}5pt)$

3) Le plan complexes est rapporté a un repère orthonormé$(O; \vec{u}; \vec{v})$. On donne les points A et B d'affixes respectives $z_A = 3 + i$ et $z_B = 1 + 2i$.

Déterminer la nature du triangle BOA. $(0{,}5pt)$

4) Soit f la transformation du plan qui a tout point M d'affixe z associe le point M' telle que : $\overrightarrow{OM'} = -3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}$.

a- Montrer que $z' = -2z + 8 + i$. $(0{,}5pt)$

b- Donner la nature et les éléments caractéristiques de f. $(1{,}5pt)$

$-2(8+6i-4+3i^2)$
$-7+i$

$i^2 = -1$

Exercice 2 : (5pts)

Soit f l'endomorphisme d'un espace vectoriel E de base canonique $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$défini par :

$f(\overrightarrow{e_1}) = -\overrightarrow{e_1}$ et $f(\overrightarrow{e_2}) = \overrightarrow{e_2}$ avec $\overrightarrow{e_1} = -2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{e_2} = -\vec{\imath} + \vec{\jmath}$.

1)
   a- Montrer que le couple $(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$ est une base de E. $(0{,}5pt)$
   b- Ecrire la matrice de f dans la base $(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$.$(0{,}5pt)$
2) Montrer que : $f(\vec{\imath}) = 5\vec{\imath} - 6\vec{\jmath}$ et $f(\vec{\jmath}) = 4\vec{\imath} - 5\vec{\jmath}$.$(1pt)$
3)
   a- Déterminer $fof(\vec{\imath})$ et $fof(\vec{\jmath})$, puis déduire la nature de f.$(1pt)$
   b- Déterminer les éléments caractéristiques de f .$(1pt)$
4) On définit le vecteur $\vec{w} = \vec{\imath} - 3\vec{\jmath}$.
   a- Ecrire $\vec{w}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{e_1}$ et $\overrightarrow{e_2}$.$(0{,}5pt)$
   b- Donner l'expression du vecteur $f(\vec{w})$ dans la base $(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$.$(0{,}5pt)$

Exercice 3 : (7pts)

PARIE A

1) On donne l'équation différentielle(E): y' $\quad y' + 4y = 0$, où y est la fonction inconnue.
   a- Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation (E) .$(1pt)$
   b- Déterminer la solution particulière h dont la courbe passe par le point $A(0; 1)$ et dont la courbe admet en ce point une tangente de pente -1.$(1pt)$

PARIE B

On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = (x+1)e^{-2x} \; si \; x \leq 0 \\ f(x) = 1 + x - xlnx \;\; si \; x > 0 \end{cases}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) On admet que f est continue en $x_0 = 0$. Etudier la dérivabilité de $f$en $x_0 = 0$. $(1pt)$
2)
   a- On admet que f est définie sur $\mathbb{R}$, calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. $(0{,}5pt)$
   b- Calculer la dérivée de f dans chaque intervalle où elle est dérivable. $(1pt)$
   c- Préciser le sens de variations de $f$sur $\mathbb{R}$.$(0{,}5pt)$
   d- Etablir le tableau de variations de f.$(0{,}5pt)$
3)
   a- Etudier les branches infinies de la courbe (C).$(0{,}5pt)$
   b- Sachant que l'équation $f(x) = 0$, amet une solution unique $\alpha \in]3; 4[$, tracer la courbe (C).(1pt)

233

Exercice 4 : (3pts)

Un pays est attaqué par une nouvelle pandémie : le CORONAVIRUS. On a relevé les différents cas constatés durant les semaines. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Rang des semaines	x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de cas confirmés	y_i	65	70	63	68	76	81

1) Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique double (x_i, y_i) $(1\ point)$
2) Calculer $V(X)$ la variance de X. $(0{,}5\ point)$
3) On suppose que cette tendance reste uniforme (la pandémie évolue de la même façon) :
   Déterminer par la méthode des moindres carrées la droite de régression de Y en X. $(1\ point)$.
4) Combien de cas de CORONAVIRUS seront enregistrés à la dixième semaine. (0,5pt)

INSPECTION DES LYCEES D'ENSEIGNEMENT GENERAL ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
llegz1bzpool@gmail.com

Année scolaire 2020-2021

Baccalauréat Blanc Zonal Session de Mai 2021

Niveau : Terminale — Série : C

Epreuve : Mathématiques — Durée: 4 heures

Exercice 1 : (4*points*)

1) pour tout réel, on considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation d'inconnue$Z$, (E): $Z^2 - 2i(cos\theta)e^{i\theta}Z - e^{2i\theta} = 0$.

a- Déterminer la solution imaginaire pure Z_0 de (E).$(0{,}5pt)$

b- En déduire que l'autre solution de (E) est $Z_1 = ie^{2i\theta}$. $(0{,}5pt)$

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, soit Ω le point d'affixe $1 + i$.

Pour tout point M d'affixe Z, on associe le point M' d'affixe Z' tel que :$Z' = \frac{1}{2}(Z + i\bar{Z})$.

a- Montrer que les points M', O et Ω sont alignes. $(0{,}5pt)$

b- Démontrer que pour tout point M du plan les vecteurs $\overrightarrow{MM'}$ et $\overrightarrow{O\Omega}$ sont orthogonaux. $(0{,}5pt)$

3) On pose $Z = e^{i\theta}$. Soit M_1 le point d'affixe $Z_1 = iZ$, M_2 le point d'affixe $Z_2 = e^{-i\theta}$et M_3 le point d'affixe Z_3 tel que : $OM_1M_2M_3$ soit un parallélogramme.

a- Exprimer Z_1 et Z_3 en fonction de θ . $(1pt)$

b- Verifier $Z' - Z = \frac{1}{2}iZ_3$. Puis en déduire que $MM' = \frac{1}{2}OM_3$ $(1pt)$

Exercice 2 : (8*points*)

Dans le plan orienté, on considère un carré direct ABDC centré en G.

On désigne par I le milieu du segment $[AB]$ et par J le symétrique de G par rapport à I. On considère le point E tel que $AE = AB$ et $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$. Soit O le centre du cercle circonscrit au triangle AEB et F le symétrique de O par rapport à la symétrie orthogonale par rapport à (AE).

1- Faire une figure. On prendra $[AB]$horizontal et AB=4cm.$(0{,}5pt)$

2- Soit T la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et R la rotation de centre A et d'angle de mesure $\frac{\pi}{2}$ et S la symétrie orthogonale d'axe (BD).

   a- Reconnaitre et caractériser l'application $g = ToR$. $(1pt)$

   b- Montrer que le point F appartient à la droite (AC). $(0{,}5pt)$

3- On désigne par f l'application telle que : $f = goS_{BD}$.

Montrer que f est une symétrie glissée dont on précisera le vecteur $\vec{u}$ et l'axe (Δ). $(1pt)$

4- Soit S la similitude plane directe de centre A qui transforme D en C. Caractériser S puis déterminer S(B). $(1pt)$

5- Soit (P) la parabole de foyer B et de directrice (CF).

   a- Déterminer son sommet. $(0{,}5pt)$

   b- Montrer que D appartient à (P) et que son symétrique D' par rapport à (AB) appartient aussi à (P). $(1pt)$

6- Montrer que C appartient au cercle de centre D et tangent à (AC). $(0{,}5pt)$

7- Soit (P') l'image de (P) par la similitude S.

   a- Déterminer les éléments caractéristiques de (P')(foyer, sommet, directrice et paramètre). $(1pt)$

   b- Construire la parabole(P) et (P'). $(1pt)$

Exercice 3 : $(5pts)$

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{ln(1+e^x)}{e^x}$.

1) Vérifier que pour tout nombre réel x: $f(x) + f'(x) = \frac{1}{1+e^x}$.$(1)(0{,}5pt)$

2) Soit la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = \int_0^x f(t)dt$, on désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'u repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

   a- En utilisant la relation(1), démontrer que :

   $F(x) = x + 2ln2 - \frac{ln(1+e^x)}{e^x} - ln(1 + e^x)$.

   On admet que $\frac{1}{1+e^x} = 1 - \frac{e^x}{1+e^x}$. $(0{,}5pt)$

   b- Déterminer le sens de variation de F. $(0{,}5pt)$

   c- On admet que : $\lim_{x\to-\infty} \frac{ln(1+e^x)}{e^x} = 1$ puis montrer que $\lim_{x\to-\infty} F(x) = -\infty$.$(0{,}5pt)$

   d- Déterminer $\lim_{x\to+\infty} F(x)$. $(0{,}5pt)$

3- Dresse tableau de variation de F. $(0{,}5pt)$

4-

a- Démontrer que les droites $(D_1) et (D_2)$ d'équations respectives $y = 2ln2$ et $y = x - 1 + 2ln2$ sont des asymptotes à (C). $(1pt)$

b- Tracer la courbe(C) et ces deux asymptotes,(C) est en dessous de(D_2) . $(1pt)$

Exercice 4 : (3pts)

En prévision d'un grand marché, une entreprise décide de soumettre à un groupe d'expert l'évolution de son chiffre d'affaires à l'exportation. Les données sont les suivantes :

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i	100	102	113	125	133	141	147	152

x_i désigne le rang de l'année et y_i l'indice du chiffre d'affaire à l'exportation rapporté à la base 100 en 2013.

1) Représenter graphiquement le nuage de points $M(x_i, y_i)$ dans un plan muni d'un repère orthogonal ; on prendra pour origine le point $M_0(0; 100)$, pour unité sur l'axe des abscisses 2cm et 2cm en ordonnées pour 10 points d'indice. $(0,5pt)$
2) Calculer les coordonnées du point moyen$G(\bar{x}, \bar{y})$. $(0,5pt)$
3) Calculer la variance de x. $(0,5pt)$
4)
   a- Déterminer l'équation de la droite de régression de $y$en x. $(1pt)$
   b- Déterminer la prévision pour l'année 2025. $(0,5pt)$

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville-Pool)

Inspect_lycées@yahoo.fr

Année scolaire 2019-2020

Composition Zonale du 1er Trimestre 2019 -2020

Niveau : Terminale

Épreuve : Mathématiques Série : C Durée : 4 heures

Exercice 1 :

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$, des nombres complexes , on considère l'équation
$(E) : Z^2 - (2 + i\sqrt{3})Z - 2 + i\sqrt{3} = 0$.

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). $(1pt)$
2) Le plan complexe (P) est rapporté au repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$.
   Soit f la transformation ponctuelle du plan (P) qui à tout point M d'affixe, associe le point M' d'affixe Z' tel que : $Z' = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\overline{Z} + \frac{5}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.
   - a- Montrer que f est un antidéplacement. $(0{,}5pt)$
   - b- f est -elle une symétrie orthogonale ou une symétrie glissée ?justifier votre réponse. $(0{,}5pt)$
   - c- Caractériser f. $(1pt)$
3) Ω est le point d'affixe $Z_\Omega = -i\sqrt{3}$ et (C), l'ensemble de point Z tels que : $|Z + i\sqrt{3}| = 1$.
   - a- Déterminer (C). $(0{,}5pt)$
   - b- Montrer que (C') l'image de (C) par f est l'ensemble des points M d'affixe Z tels que : $|Z - 1| = 1$

Exercice : 2

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC rectangle isocèle en A, de sens direct, G et H sont les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[GB]$. On désigne par K et D les projetés orthogonaux de H respectivement sur les droites (AC)et (AB). On prendra $[AB]$ horizontalement, avec $AB = 6cm$.

1)
   - a- Faire la figure que l'on complètera.
   - b- Montrer que le triangle DBH est rectangle isocèle en D. $(0{,}5pt)$
   - c- Montrer que AK=BD. $(0{,}5pt)$
   - d- En déduire qu'il existe une rotation R qui transforme A en B et K en D (on précisera une mesure θ de l'angle de cette rotation). $(1pt)$
   - e- Construire Ω, le centre de R. $(0{,}5pt)$

f- Montrer que les points K,A,D,H et G appartiennent à un même cercle (C) que l'on tracera . $(1pt)$
(On montrera l'appartenance des points K,A,D,H au cercle (C) puis on prouvera l'appartenance du point G au cercle (C))

2) E est le point du plan tel que $EB = EA$ et $\left(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB}\right) = \frac{\pi}{6}[2\pi]$, on désigne par O le milieu du segment $[AB]$. Les droites (EB)et (AC) se coupent en T.
   a- Quelle est la nature du tringle AEB ? $(0{,}5pt)$
   b- Montrer que le triangle ATE est équilatéral. $(0{,}5pt)$
   c- Montrer que E est le milieu du segment $[TB]$ $(0{,}5pt)$

3) Soit S la transformation ponctuelle définie par : $S = R_{\left(G;\frac{\pi}{2}\right)} o S_{(AG)}$ où $R_{\left(G;\frac{\pi}{2}\right)}$ et $S_{(AG)}$ désigne respectivement la rotation de centre G et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et la symétrie orthogonale d'axe (AG).
   a- Donner la nature de S (on justifiera la réponse) $(0{,}5pt)$
   b- Caractériser S. $(1pt)$
   NB : figure $(1{,}5pt)$

Exercice 3 :

Soit f la fonction numérique définie sur $[-2;+\infty[$

par : $\begin{cases} f(x) = -\cos\frac{\pi}{2}x \text{ , } si\ x \in [-2;2] \\ f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} + x - 1 \text{ , } si\ x \in]2;+\infty[\end{cases}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé$\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1) Etudier la continuité de f en $x = 2$ $(0{,}5pt)$
2) a- Etudier la dérivabilité de f en $x = 2$ $(1pt)$
   b-En donner une interprétation graphique $(0{,}5pt)$
3) Trouver f', la dérivée de f. $(0{,}5pt)$
4) a- Déterminer le signe de $f'(x)$. $(0{,}5pt)$
   b-On donne $f(-2) = 1$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Dresser le tableau de variation de f. $(0{,}5pt)$
5) on admet que la droite d'équation $y = 2x - 2$ est asymptote à la courbe (C).
   a) Trouver les points d'intersection de (C) avec l'axe (Ox). $(0{,}5pt)$
   b) Tracer (C) . $(1pt)$

$u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$.

1) Montrer que la suite (u_n) est strictement croissante. $(0{,}5pt)$
2) On admet que $\forall k \geq 2, \frac{1}{k^2} \leq \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$, k étant un entier naturel non nul.
   a) En faisant varier k de 2 à n, puis en additionnant membre à membre , montrer que $u_n \leq 2 - \frac{1}{n}(1pt)$
   b) En déduire que (u_n)est majorée. $(0{,}5pt)$
   c) Montrer que (u_n) est convergente. $(0{,}5pt)$

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville-Pool)

Inspect_lycées@yahoo.fr

Année scolaire 2019-2020

Composition Zonale du 1er Trimestre 2019 -2020

Niveau : Terminale

Épreuve : Mathématiques Série : D Durée : 4 heures

EXERCICE : 1($5points$)

Soit P le polynôme défini sur $\mathbb{C}$ par : $P(Z) = Z^3 - 4(1+i)Z^2 + 12iZ + 8 - 8i$.

1) Trouver la racine imaginaire pure Z_0 de (Z) . **(0,5pt)**
2) Déterminer les nombres complexes a, b et c tels que :

   $P(Z) = (Z - 2i)(aZ^2 + bZ + c)$. **(1pt)**

   Déterminer dans sur $\mathbb{C}$, les solutions de l'équation $P(Z) = 0$. **(1pt)**

   Dans le plan (P), muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$, on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives : $Z_A = 2i$; $Z_B = 2$ et $Z_C = 2 + 2i$.

   a) Donner la forme algébrique du nombre complexe $= \frac{Z_B - Z_C}{Z_A - Z_C}$. **(0,5pt)**
   b) En déduire la nature du triangle ABC.**(0,5 pt)**
3) Soit S la similitude plane directe qui laisse le point A invariant et qui transforme B en C..

   a) Montrer que l'écriture complexe de S est S : $Z' = \frac{1}{2}(1+i)Z + 1 + i$. **(0,5pt)**
   b) Déterminer le rapport et l'angle de S. **(1pt)**

EXERCICE : 2 (5points)

1) Déterminer les nombres complexes Z_1 et Z_2 solutions du système d'équations : $\begin{cases} Z_1 + Z_2 = -2\sqrt{2} \\ Z_1 . Z_2 = 4 \end{cases}$ **(1pt)**
2) le plan (P), muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$, on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives : $Z_A = 2$; $Z_B = -\sqrt{2}$ +i$\sqrt{2}$ et $Z_C = -\sqrt{2}$ -i$\sqrt{2}$.

   a- Calculer les distances AB et AC. **(1pt)**
   b- En déduire la nature du triangle ABC. **(0,5pt)**
   c- Trouver l'affixe du point D pour que le quadrilatère BCDA soit un parallélogramme. **(0,5pt)**
3) On donne le nombre complexe $T = \frac{Z_C}{Z_B}$.

   a- Ecrire Z_C et $Z_B$sous la forme trigonométrique. **(1pt)** b- En déduire la forme trigonométrique de T. **(0,5pt)**

c- Montrer que $T = i$. **(0,5pt)**

EXERCICE : 3 (10 points)

On considère la fonction f à variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$

par : $\begin{cases} f(x) = x - 2 + \sqrt{x^2+1}\, si \ \geq 0 \\ f(x) = \frac{x^2+x-2}{2-x}\, si\ x < 0 \end{cases}$ On note (C) la courbe de f dans le plan rapporté à repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. Unité graphique 1cm.

1) Etudier la continuité de f en $x = 0$. **(0,5pt).**
2) a- Etudier la dérivabilité de f en $x = 0$. **(1pt)**
3) b-Donner une interprétation graphique. **(1pt)**
4) a- Montrer que la fonction dérivée f' de la fonction

   est : $\begin{cases} f'(x) = \frac{x+\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}\ si\ x > 0 \\ f'(x) = \frac{-x(x-4)}{(2-x)^2}\ si\ x > 0 \end{cases}$ **(1pt)**

   b- Donner le sens de variations de f. **(1pt)**

   NB : on admet que

   $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty\ et \qquad \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

   c-Dresser le tableau de variations de f. **(1pt)**
5) a- Montrer que pour tout $x < 0$, la droite (D) d'équation $y = -x - 3$ est une asymptote oblique à la courbe (C). **(0,5pt)**

   b- on admet que la droite $\Delta: y = 2x - 1$ est une asymptote oblique à la courbe de f $+\infty$.**(0,5pt)**

   d- Calculer$f(-2)etf(\frac{3}{4})$. **(0.5 pt)**
6) Construire la courbe $(C)\ de\ f$. **(1pt)**
7) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

   a- Montrer que g admet une bijection réciproque notéeg^{-1}. **(0,5pt)**

   b- Dresser le tableau de variations de la fonction g^{-1}. **(0,5pt)**

   c- Calculer $g^{-1}(0)$ et $(g^{-1})'(O)$. **(1pt)**

   d- Construire la courbe (C') de g^{-1} dans le même repère que (C). **(0,5pt)**

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville-Pool)
Inspect_lycées@yahoo.fr

Année scolaire 2019-2020

mposition Zonale du 2ème Trimestre 2019 -2020

Niveau : Terminale D
Epreuve : Mathématiques
Durée : 4 heures

Exercice 1 (5 points)

1) Soit $U = -2i$ un nombre complexe
2) Chercher les racines carrées du nombre complexe U
3) Résoudre dans l'ensemble C des nombres complexe l'équation (E_1)

   (E_1) : $Z^2 - (3+3i)Z + 5i = 0$
4) Développer, réduire puis ordonner suivant les puissances décroissantes de z le polynôme

   $P(Z) = [\,Z^2 - (3+3i)Z + 5i]\,[Z - (3+2i)]$

   En déduire dans C, l'ensemble des solutions de l'équation (E_2)

   (E_2) : $Z^3 - (6+5i)Z^2 + (3+20i)Z + 10 - 15i = 0$
5) Dans le plan complexe $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on donne les points A, B et C d'affixes respectives

   $Z_A = 1 + 2i$ $\quad Z_B = 2 + i$ et $Z_C = 3 + 2i$

   a- Placer les points A, B et C dans le plan

   b- Montrer que le triangle ABC est rectangle isocèle
6) Soit r la rotation de centre B, qui transforme A en C

   Donner l'écriture complexe de r.

Exercice 2 (5 points)

Le plan vectoriel $E = R^2$ est rapporté à sa base canonique $(\vec{i}, \vec{j})$. On considère l'endomorphisme f de E et les vecteurs $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ et $\vec{u'} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$

Soit $\vec{u'} = f(\vec{u})$ tel que $\begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = -\frac{2}{3}x - y \end{cases}$

1) Exprimer $f(\vec{i})$ et $f(\vec{j})$ dans la base $\overrightarrow{(i, j)}$ puis donner la matrice de f dans la base $\overrightarrow{(i, j)}$
2) On donne $\vec{e_1} = 3\vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{e_2} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$

   a- Montrer que $(\vec{e_1}, \vec{e_2})$ est une base de E

   b- On donne $f(\vec{i}) = 2\vec{i} - \frac{2}{3}\vec{j}$ et $f(\vec{j}) = 3\vec{i} - \vec{j}$. Exprimer $f(\vec{e_1})$ et $f(\vec{e_2})$ dans la base $(\vec{e_1}, \vec{e_2})$ puis donner la matrice de f dans la base $(\vec{e_1}, \vec{e_2})$
3) Sachant que $f(\vec{e_1}) = \vec{e_1}$ et $f(\vec{e_2}) = \vec{0}$

   a- *Donner la nature de f.*

   b- En déduire les éléments caractéristiques de f.

Exercice 3 (7 points)

Partie A (3 points)

On considère la fonction numérique g, définie sur $]\,0, +\infty[$ par $g(x) = \frac{x-1+x\ln x}{x}$

1) Montrer que la dérivée de g est $g'(x) = \frac{x+1}{x^2}$, puis déduire son signe
2) Dresser le tableau de variation de g, on admettra que les limites de g en 0 et en $+\infty$ sont respectivement $-\infty$ et $+\infty$.
3) Calculer $g(1)$ puis en déduire le signe de $g(x)$

Partie B (4 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $]\,0\,, +\infty[$ par $f(x) = (x-1)\ln x$

1) Montrer que la dérivée de f est $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$
2) Dresser le tableau de variations de f.
3) Etudier la branche infinie de la courbe de f en $+\infty$
4) Tracer (c) courbe de f, dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique $2cm$.
5) Montrer que la fonction H définie sur $]0, +\infty[$ telle que :
   $H(x) = \frac{1}{2}x(x-2)\ln x - \frac{x^2}{4} + x$ est une primitive de f sur $]\,0\,, +\infty\,[$
6) Calculer en cm^2 l'aire du domaine délimité par la courbe (c), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

Exercice 4 (3 points)

On considère la série statistique double déterminée par le tableau ci-après

xi \ yi	-1	0	1
1	1	1	5
2	2	1	a

a est un entier naturel

1) Donner les lois marginales x et de y
2) Trouver la valeur de a sachant que le point moyen est $G(\frac{1}{5}; \frac{13}{10})$.
   Dans la suite, on donne $a = 0$
3) Calculer la covariance du couple (x, y)
4) Déterminer la droite de régression de y en fonction de x par la méthode des moindres carres.
5) Calculer l'inertie du nuage par rapport au point moyen G.

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville-Pool)

Inspect_lycées@yahoo.fr

Année scolaire 2019-2020

Composition Zonale du 2ᵉ Trimestre 2019 -2020

Niveau : Terminale C

Epreuve : **Mathématiques**

Durée : **4 heures**

EXERCICE 1 : (4points)

On considère dans l'ensemble$\mathbb{C}$, l'équation (E); $2z^2(1-cos2\theta)-2zsin2\theta+1=0$ où Z est l'inconnue et θ un paramètre réel tel que : $-\frac{\pi}{2}\leq\theta\leq\frac{\pi}{2}$.

1) Exprimer $1-cos2\theta$ en fonction de $sin\theta$ puis exprimer $sin2\theta$ en fonction de $sin\theta$et $cos\theta$.(1pt)
2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)avec $I_m(z_1)>0$. (1pt)
3) Déterminer suivant les valeurs de θ le module et un argument de chacune des racines z_1 et $z_2$de (E). (1pt)
4) On désigne par M_1 et M_2 les images des racines r z_1 et z_2 dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Déterminer θ pour que le triangle $(O\ M_1M_2)$soit isocèle rectangle en O.(1pt)

EXERCICE 2 : (5points)

On considère la fonction numérique f définie sur $]-1;+\infty[$ par : $f(x)=x-2+\ln(x+1)$.

1)
   a- calculer les limites de f en -1^+ et en $+\infty$. (0,5pt)
   b- Calculer la dérivée f' de f et étudier son signe.(0,5pt)
   c- Dresser le tableau de variations de f.(0,5pt)
   d- Montrer que l'équation $f(x)=0$, admet une solution unique $\alpha\in\left]1;\frac{3}{2}\right[$.(0,5pt)
2) On admet que la courbe admet une branche parabolique de direction $y=x$. Construire la courbe (C)de f.(0,5pt)
3) Soit, la fonction définie par : $g(x)=2-ln(x+1)$.

Montrer que le réel α est solution de l'équation $g(x)=x$.(0,5pt)

4) Pour : $1\leq x\leq\frac{3}{2}$,on admet que $|g'(x)|\leq\frac{1}{2}$ et définit la suite (u_n) sur $\mathbb{N}$ par :$\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=g(u_n)\end{cases}$

a- Montrer par récurrenceque : $1 \leq u_n \leq \frac{3}{2}$.(0,5pt)

b- Montrer que $\forall\, n \in \mathbb{N}, |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$.(0,5pt)

c- En déduire que : $\forall\, n \in \mathbb{N}, |u_n - \alpha| \leq \frac{1}{2^{n+1}}$.(0,5pt)

d- Déterminer la limite de la suite de (u_n).(0,5pt)

EXERCICE 2:

Dans le plan orienté P ,on considère un rectangle ABCD de centre O et tel que les triangles ODA et OBC soit équilatéraux de sens direct. J et Lsont les milieux respectifs de $[DC]$et $[CB]$ et I le symétrique de O par rapport à J.

1) Faire la figure. On prendra le segment $[AB]$ de manière horizontale.(1pt)
2) On considère la rotation f telle que :$f(D) = O$ et$f(O) = C$.
   a- Déterminer une mesure θ de l'angle de la rotation f.(0,5pt)
   b- On admet que I est le centre de f , démontrer que $f(A) = B$.(0,5pt)
3) Soit $= S_{(OL)}oS_{OI}oS_{AD}$. Déterminer $S_{OI}oS_{AD}$ puis endéduire les éléments caractéristiques de g.(1,5pt)
4) Soit h, l'homothétie de centre C et de rapport $\frac{1}{2}$et on pose $\varphi = fohog^{-1} et\ g(A) = C$.
   a- Vérifier que $\varphi(C) = C$.(0,5pt)
   b- Montrer que φ est une similitude plane indirecte de centre C.
   c- Soit K le milieux du segment $[IC]$. Montre que $\varphi(B) = K$.(0,5pt)
5) On admet que $\varphi = hoS_{AC}$.
   Déterminer l'image par φ du rectangle ABCD ..(0,5pt)
6) Soit (P) la parabole de foyer D ,passant par le point B et admettant comme tangente en B la droite (AB) .
   a- Placer le point H tel que : $H = S_{(AB)}(D)$.(0,5pt)
   b- Tracer la directrice (Δ)dela parabole (P) .(0,5pt)
   c- En déduire l'axe focal de la parabole (P).(0,5pt)
   d- Construire la parabole (P).(0,5pt)
   e- Construire l'image de la parabole (P)par$f$.(0,5pt)

NB : le symétrique orthogonal du foyer par rapport à la tangente en un point de la parabole est le projeté orthogonal de ce point sur la directrice.

EXERCICE 4 : (3points)

On considère la série statistique double ci-après regroupant les notes de cinq élèves en mathématiques (x_i)et en sciences physiques(y_i) au bac blanc.

x_i	10	12	9	14	10
y_i	9	11	10	12	8

1) Calculer les coordonnées du point moyen $G(\bar{X};\bar{Y})$.(1pt)
2) Calculer la covariance du couple $(X;Y)$. (0,5pt)
3) Sachant que la variance de X est $V(X) = 3{,}2$ et celle de Y est $V(Y) = 2$.
   Calculer le coefficient de corrélation linéaire.(0,5pt)
4) a- Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x.(0,5pt)
   b-En utilisant cette droite, faites une estimation de la note en sciences physiques d'un élève ayant obtenu 17 en mathématiques.(0,5pt)

Ministère de l'Enseignement Primaire, Secondaire et de l'Alphabétisation

République du Congo
Unité * Travail * progrès

....

CABINET

....

Direction des Examens et Concours

....

BACCALAUREAT SESSION DE : juillet 2020
Epreuve de : MATHEMATIQUES
***Série* : D**
Durée : 04 heures
Coefficient : 04
Documents autorisés : néant

Exercice 1. (5points)

1. Trouver dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes les nombres Z_1, Z_2 et Z_3 tels que :
$$\begin{cases} Z_1 + Z_2 = -3+i \\ i\bar{Z}_2 = 1-2i \\ Z_2 \times Z_3 = -1-2i \end{cases}$$ (1,5pt)

2. On considère le polynôme complexe P tel que :
$P(Z) = Z^3+(3-2i)Z^2 + (1-4i)Z-1-2i$
   a. Vérifier que Z=i est une racine de P(Z) (0,5pt)
   b. Trouver le nombre complexe Z_0 tel que : $P(Z) = (Z-i)(Z-Z_0)(Z+2-i)$ (1pt)
   c. Donner l'ensemble des solutions de l'équation $P(Z) = 0$ (0,5pt)

3. Dans le plan complexe, on désigne par A, B et C les points d'affixes respectifs
$Z_A = -1$; $Z_B = -2 + i$ et $Z_C = i$
   a. Donner l'écriture complexe de la rotation R de centre A et qui transforme B en C. (1pt)
   b. En déduire l'angle de la rotation R. (0,5pt)

Exercice 2. (5pts)

Soit $B = (\vec{i}, \vec{j})$ la base canonique de IR^2.
On considère les vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{j}$.
1.a. Prouver que la famille $B' = (\vec{u}, \vec{v})$ est une base de IR^2. (0,5pt)
  b. Ecrire les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ dans la base B'. (1pt)
2. On considère l'endomorphisme f de IR^2 défini par
$$\begin{cases} f(\vec{u}) = \vec{u} \\ f(\vec{v}) = -\vec{v} \end{cases}$$
   a. Calculer $f(\vec{i})$ et $f(\vec{j})$ en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$. (1pt)
   b. Montrer que $fof(\vec{i}) = \vec{i}$ et $fof(\vec{j}) = \vec{j}$. (1pt)
   c. En déduire la nature de f. (0,5pt)
   d. Donner alors la base E et la direction D de f. (1pt)

Exercice 3. (7pts)

Partie A. (2pts)

Soit h la fonction dérivable sur IR et définie par $h(x) = (1-x)e^{2-x} + 1$

1.a. Pour tout réel x de IR, calculer h'(x). (0,5pt)

b. En déduire le signe de h'(x) sur IR. (0,5pt)

c. On admet que $\lim_{x \to +\infty} h(x) = 1$ et $\lim_{x \to -\infty} h(x) = +\infty$

Dresser le tableau de variations de h sur IR. (0,5pt)

2. En utilisant les questions précédentes, déduire le signe de h(x) sur IR. (0,5pt)

Partie B. (5pts)

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = x(1+e^{2-x})$.

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

(Unité graphique : 1cm).

1. Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. (0,5pt)

2.a. Montrer que pour tout x élément de IR

f'(x) = h(x). (0,5pt)

b. Dresser le tableau de variation de f sur IR sachant que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

3.a. Montrer que f admet une bijection réciproque notée f^{-1} définie sur IR. (0,5pt)

b. Dresser le tableau de variation de f^{-1}. (0,5pt)

4.a. Préciser la nature de la branche infinie de f au voisinage de $-\infty$. (0,5pt)

b. Montrer que la droite (Δ) d'équation y = x est asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$. (0,5pt)

c. Etudier la position de (C) par rapport à (Δ). (0,5pt)

5. Construire (Δ), les courbes (C) et (C') où (C') représente la courbe de f^{-1} dans le repère $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. (2pts)

Exercice 4. (3pts)

Une entreprise fabrique des pièces pour un client. Le contrat stipule que le produit fabriqué doit être soumis à deux tests distincts de normes de qualité A et B.

La pièce est acceptée, s'il a satisfait à ces deux tests qui sont indépendants l'un de l'autre.

On note :

A l'évènement « le produit est conforme à la norme de qualité A ».

Et B l'événement « le produit est conforme à la norme de qualité B ».

Une étude a démontré que la probabilité de l'événement A est P(A) = 0,9 et celle de l'événement B est P(B) = 0,95.

1. Calculer P(A ∩ B) avec A ∩ B l'événement « le produit est conforme à la norme A et à la norme B ». (1pt)
2. Soit C, l'événement « le produit n'est pas accepté par le client ; donc il est déclaré non conforme ».
   Montrer que P (C) = 0,145. (1pt)
3. On suppose que le stock du client étant trop bas, il accepte de prendre le produit s'il satisfait soit au test A ou au test B, donc il appartient à AUB.
   Calculer P(AUB). (1pt)

Ministère de l'Enseignement Primaire,
Secondaire et de l'Alphabétisation

....

CABINET

....

Direction des Examens et Concours

....

République du Congo
Unité * Travail * progrès

....

BACCALAUREAT SESSION DE : juillet 2020
Epreuve de : *MATHEMATIQUES*
Série : C
Durée : 04 heures
Coefficient : 05
Documents autorisés : néant

Exercice 1. (4 points)

On se propose de déterminer l'ensemble des couples (x, y) d'entiers relatifs vérifiant l'équation $(E_0) : 2x - 7y = 3$

1. Montrer que l'équation (E_0) est équivalente l'équation $(E_1) : 2x \equiv 3\ [7]$ (0,5pt)
2. Donner l'ensemble des solutions de l'équation (E_1) (1pt)
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation (E_0) (1pt)
4. On désigne par A l'ensemble des diviseurs positifs de 95
   a. Déterminer A (0,5pt)
   b. Trouver le couple (x, y) vérifiant le système $\begin{cases} 2x - 7y = 3 \\ xy = 95 \end{cases}$ (1pt)

Exercice 2. (8 points)

Dans le plan orienté, on considère un carré ABCD de centre O, de sens direct. On désigne par I, J, K, L les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD], [DA]. (C) est le cercle de diamètre [AJ], de centre O'. P et Q sont les milieux respectifs des segments [BJ] et [AL].

1. Faire une figure avec AB = 6 cm (1pt)
2. Soit f la symétrie glissée d'axe (OL)
   a. Déterminer le vecteur $\vec{u}$ de f, sachant que f(D) = I (0,5pt)
   b. Déterminer f(K) (0,5pt)
3. Soit (H) l'hyperbole de rectangle fondamental ABJL et d'axe focal (PQ)
   a. Déterminer les asymptotes de (H). (0,5pt)
   b. Placer les foyers F et F' de (H). (On notera F le foyer le plus proche du point P) (0,5pt)
   c. Déterminer les sommets de (H) (0,5pt)
   d. Construire les directives (D_1) et (D_2) de (H) (0,5pt)
   e. Construire le point M_0 de (H) situé sur le segment [FJ] (on justifiera la construction du point M_0) (1pt)
   f. Prouver que l'excentricité de (H) est $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$ (1pt)
   g. Achever la construction de l'hyperpole (H) (1pt)
4. Le plan est rapporté au repère orthonormé $(o', \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ avec $\vec{\imath} = \overrightarrow{O'O}$
   a. Montrer que l'équation cartésienne de (H) dans ce repère est : $x^2 - \frac{y^2}{4} = -1$ (0,5pt)
   b. Vérifier l'exactitude du résultat obtenu dans la question 3.f (0,5pt)

EXERCICE 3 : (05 points)

On considère la fonction numérique f sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{x^2-1}{4} - 2\ln x$.

1. a.) Calculer la dérivée f' de f.........(0.5 pt)
   b.) Etudier le sens de variation de f.........(0.5 pt)
   c.) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]3;4[$.........(0.5 pt)

2. Soit g la fonction définie sur $]3;+\infty[$ par : $g(x) = \sqrt{1+8\ln x}$.
   a.) Montrer que les équations $f(x) = 0$ et $g(x) = x$ sont équivalentes sur l'intervalle $]3;4[$ ....(0.5 pt)
   b. on suppose que $\forall x \in [3;4]$, $g(x) \in [3;4]$ et $|g'(x)| \leq \frac{4}{9}$.
   Montrer que $\forall x \in [3;4]$, $|g(x)-\alpha| \leq \frac{4}{9}|x-\alpha|$.......(0.5 pt).

2. On considère la suite numérique (u_n) définie par $u_0=3$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = g(u_n)$.
   a. Montrer que $\forall n \in [3;4]$, $u_n \in [3;4]$...........(0.5 pt).
   b. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $|u_{n+1}-\alpha| \leq \frac{4}{9}|u_n-\alpha|$.......(0.5 pt).
   c. En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}$, $|u_n-\alpha| \leq (\frac{4}{9})^n$.......(0.5 pt).
   d. Montrer que la suite (u_n) converge vers le réel α........(0.5 pt)
   e. Déterminer le plus petit entier naturel n_0 tel que (u_{n_0}) soit une valeur approchée de α à 10^{-2} près.......(0.5 pt)

Exercice 4. (3 points)

Une classe d'un lycée est constituée de 26 garçons et 14 filles. 13 garçons et n filles de cette classe sont inscrits dans un centre d'apprentissage de langues. On choisit au hasard une personne parmi les élèves de cette classe. On note les événements suivants :

G : « la personne choisie est un garçon »

F : « la personne choisie est une fille »

L : « la personne choisie est inscrite dans un centre d'apprentissage de langues »

1. Calculer les probabilités P(G) et P(F) (0,5pt) + (0,5pt)
2. Construire un arbre de probabilités correspondant aux données de l'énoncé, sachant que $P_G(L) = \frac{1}{2}$ et $P_F(L) = \frac{n}{14}$ (1pt)
3. Montrer que $P(L) = \frac{13+n}{40}$ (0,5pt)
4. Déterminer n pour que les événements L et G soient indépendants. (0,5pt)

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)
Inspect_lycées@yahoo.fr

Année scolaire 2018-2019

Composition Zonale du 1er Trimestre

Niveau : Terminale

Epreuve : Mathématiques Série : D Durée : 04 heures

EXERCICE 1 : (4 points)

On donne trois nombres complexes $Z_1 = 1 + i\sqrt{3}$, $Z_2 = 1 + i$ et $Z = Z_1 . Z_2$.

1) Ecrire Z_1 et Z_2 sous la forme trigonométrique **(1point)**
2) a-Ecrire Zsous la forme trigonométrique **(0,5point)**
   b- Ecrire Z sous la forme algébrique **(1point)**
3) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$**(1point)**
4) Montrer que Z^{12} est un réel **(0,5point)**

EXERCICE 2 : (5 points)

On considère un polynôme P tel que : pour tout Z élément de $\mathbb{C}$,

$P(Z) = Z^3 - (5 - i)Z^2 + 2(5 - 3i)Z - 8(1 - 2i)$.

1) Démontrer que $-2i$ est une racine de $P(Z)$.**(0,5point)**
2) Déterminer deux nombres complexes a et b tels que : $P(Z) = (Z + 2i)(Z^2 + aZ + b)$.**(0,5point)**
3) En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(Z) = 0$.**(1point)**
4) On considère les points A, B et C d'affixes respectives $-2i; 2 + 2i$et $3 - i$.
   Soit U le nombre complexe défini par $U = \frac{Z_A - Z_C}{Z_B - Z_C}$.
   a- Déterminer le module et un argument de U.**(0,5point)**
   b- En déduire la nature du triangle ABC.**(0,5point)**
5) Soit g la similitude plane directe qui transforme A en B et Ben C.
   a- Déterminer l'écriture complexe de g. **(1point)**
   b- Donner les élémentscaractéristiquesde g.**(0,5point)**
   c- Donner l'expression analytique de g,**(0,5point)**

EXERCICE 3 :(08,5points)

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$.

1) Calculer $g(1)$ et la dérivée g' de g.**(1 point)**
2) a- calculer les limites de g en 0^+ et en $+\infty$.**(1point)**

   b-Etablir le tableau de variations de g**(0,5point)**
3) En déduire le signe de ~~le signe~~ de g sur son ensemble de définition.**(0,5point)**

   On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = 2 - x + \frac{\ln x}{x}$, (C) désigne la courbe représentative f dans le repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$du plan.
4) Montrer que la dérivée f' de f s'écrit $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$, puis en déduire le signe de f'.**(1point)**
5) a- calculer les limites de f en 0^+ et en $+\infty$.**(1point)**

   b-Etablir le tableau de variations de f. **(0,5point)**

   c- Montrer que l'équation $f(x) = 0$, admet deux solutions $\alpha \in]0,4;0,5[$ et $\beta \in]2;3[$.**(1point)**
6) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x+2$ est asymptote à la courbe (C), puis étudier la position de (C)par rapport à (D) .**(1point)**
7) Tracer (C)et (D) dans un même repère.**(1point)**

EXERCICE4 :(2,5points)

On considère la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n \end{cases}$.

Soit (V_n) la suite définie par :$V_n = U_n + 2$.

1) Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.**(1point)**
2) Donner l'expression de (V_n) puis celle de(U_n)en fonction de n.**(1point)**
3) Déterminer $S_n = V_2 + V_3 + V_4 + \dots\dots\dots + V_{n-5}$ en fonction de n.**(0,5 point)**

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)
Inspect_lycées@yahoo.fr

Année scolaire 2018-2019

Composition Zonale du 1^er Trimestre

Niveau : Terminale

Épreuve : Mathématiques Série : C Durée : 04 heures

EXERCICE 1 :(8 points)

Le plan (P) étant orienté,on considère un triangle équilatéral direct ABC ,inscrit dans un cercle (C).I et J sont les milieux respectifs des segments $[BC]$et $[AB]$.Het$K$ sont les projetés orthogonaux de I respectivement sur les droites (AC) et (AB).La droite (IK) coupe le cercle (C) en deux points D et E de telle sorte que le triangle BKD soit direct.

1) Faire une figure .On prendra de préférence $[AB]$horizontal.**(2 point)**
2) Montrer que le quadrilatère $AKIH$ est inscriptible.**(0,5 point)**
3) Montrer que $\overline{(BK, CH)} = \frac{\pi}{3}[\pi]$.**(0,5 point)**
4) On désigne par F le milieu du segment$[AE]$.
   a- Montrer que le triangle KFA est isocèle en F.**(0,5 point)**
   b- En déduire que $\overline{(KF, KA)} = \overline{(AB, AE)}[\pi]$. **(0,5 point)**
   c- Montrer que les droites (KF) et (BD)sont perpendiculaires.**(1point)**
5) a- Montrer qu'il existe une rotation $r_1$qui transforme B en C et Ken H.**(0,5 point)**
   b- Déterminer son angle α et son centre Ω_1 .**(1 point)**
6) On désigne par $r_2$la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et $t$la translation de vecteur$\overrightarrow{CA}$. Soit f la transformation définie par : $f = r_2 o t$.
   a- Donner la nature de f.**(0,5 point)**
   b- Trouver $f(C)$.**(0,5 point)**
   c- Caractériser f .**(0,5 point)**

EXERCICE 2 :(6points)

On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E): $Z^2 - (2 + 2cos\theta)Z + 2 + 2cos\theta = 0$. $\theta \in]0; \pi[$

1) Résoudre l'équation (E).on notera Z_1etZ_2les solutions de (E)avec $I_m(Z_1) < 0$.**(1point)**
2) Déterminer le module et un argument du complexe, défini par :

   $U = 1 + cos\theta + isin\theta$, $\theta \in]0; \pi[$.**(1point)**

3) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

   On appelle A, M, et N les points d'affixes respectives $Z_A = 1; Z_M = e^{i\theta} et\ Z_N = 1 + e^{i\theta}$;

   $\theta \in]0; \pi[$.

3

On désigne par (C) le cercle de centre O et de rayon 1 et par (C')le cercle de centre A et de rayon 1.

a- Tracer (C) et (C') et placer A, M, N dans le cas où $\theta = \frac{\pi}{6}$.**(2points)**

b- Montrer que N appartient à (C') .**(1point)**

c- Montrer que $OANM$est un parallélogramme.**(1point)**

EXERCICE 3 :(6points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{lnx}{x} + \frac{x}{2}$ et (C)est sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

1) On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ telle que : $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1 - lnx$.

a- Pour tout x élément de $]0;+\infty[$, calculer $'(x)$, dérivée de g.**(0,5point)**

b- En déduire le sens de variation de $g$sur $]0;+\infty[$. **(0,5 point)**

c-On donne : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x) = +\infty$, dresser le tableau de variations de g sur $]0;+\infty[$. **(0,5 point)**

d- En déduire le signe de (x) sur $]0;+\infty[$.**(0,5 point)**

2) a- Pour tout élément de $]0;+\infty[$,démontrer que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.**(0,5point)**

a- b- En déduire le tableau de variations de f.**(1 point)**

3) On admet l'existence d'un réel αunique , appartenant à $\left]\frac{1}{2};1\right[$ tel que : $f(\alpha) = 0$.

a- Que représente α pour la courbe (C)? **(0,5 point)**

b-Démontrer que : $f'(\alpha) = \frac{1+\alpha^2}{\alpha^2}$.**(1 point)**

4) On admet que (C)admet comme asymptote ,les droites d'équations $x = 0$ et $y = \frac{x}{2}$.
Construire (C) . **(1 point)**

4

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville Pool-Sangha-Likouala)
Département de Mathématiques

Année scolaire 2017-2018

Composition du Premier Trimestre

Niveau : Terminale
Epreuve de: Mathématiques
Série : D
Durée : 4 heures

Exercice 1 (6 *points*)

Dans l'ensemble des nombres complexes, on considère l'équation

$(E)\quad z^3+(3-2i)z^2+(1-4i)z-1-2i=0$

1.
   a. Montrer que l'équation (E) admet une solution réelle z_0. (1 *pt*)
   b. Résoudre l'équation (E). (1 *pt*)
2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives :
   $z_A=-1$; $z_B=-2+i$; $z_C=i$
   a. Déterminer le module et un argument du nombre complexe $U=\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$. (1 *pt*)
   b. Placer les points A, B et C. (0,5 *pt*)
   c. En déduire la nature du triangle ABC. (0,5 *pt*)
3. On considère l'application f de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ qui a tout complexe Z associe Z' tel que : $Z'=Z_CZ+Z_B$
   a. Donner la nature et les éléments caractéristiques de f. (1 *pt*)
   b. En posant $Z'=x'+iy'$ et $Z=x+iy$, exprimer x' et y' en fonction de x et y. (1 *pt*)

Exercice 2 (8 *points*)

Soit f la fonction numérique d'une variable réelle x définie par :

$f(x)=\frac{x}{2}+1+\frac{\ln x}{x}$

Composition ILZ1 2017-2018 1er Trimestre

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique 2 cm.

1. a) Déterminer l'ensemble de définition de f. (0,5 pt)

   b) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$. (0,5 pt)

2. On pose $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x$.

   a) Dresser le tableau de variation de g. (1 pt)

   b) En déduire le signe de $g(x)$ sur $]0; +\infty[$ (0,5 pt)

3. a) Montrer que pour tout $x > 0, f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$ (0,5 pt)

   b) En déduire le signe de $f'(x)$ sur$]0; +\infty[$. (0,5 pt)

4. Dresser le tableau de variation de la fonction f. (0,5pt)

5. a) Montrer que la droite (D), d'équation $y = \frac{x}{2} + 1$ est une asymptote à (C). (0,5 pt)

   b) Etudier la position de (C) par rapport à l'asymptote (D). (0,5 pt)

   c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $x \in \left]\frac{1}{2}; 1\right[$. (1 pt)

6. Construire la courbe (C) et la droite (D). (2 pt)

Exercice 3 (6 $points$)

1. Résoudre dans $\mathbb{C}^2$, le système d'équations suivant :

   $$\begin{cases} (2-3i)z_1 + 2z_2 = -1 - i \\ (-3+2i)\bar{z}_1 - 3i\bar{z}_2 = -11 - i \end{cases} \quad (2\ pts)$$

   On rappelle que : $\bar{\bar{z}} = z$.

2. On donne les nombres complexes : $z_1 = 1 + i\sqrt{3}, z_2 = 1 - i$ et $Z = \frac{z_1}{z_2}$

   a. Déterminer la forme algébrique de Z. (0,5 pt)

   b. Déterminer le module et un argument de z_1, de z_2 puis de Z. (1,5 pt)

   c. Donner la forme trigonométrique de Z. (0,5 pt)

   d. En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{7\pi}{12}$. (0,5 pt)

3. On donne le complexe $U = \frac{x+iy}{2-3i}$ où x et y sont des nombres réels.

   Déterminer x et y sachant que U a pour module $\sqrt{2}$ et a pour argument $\frac{3\pi}{4}$. (1 pt).

ι 2

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville Pool-Sangha-Likouala)
Département de Mathématiques

Année scolaire 2017-2018

Composition du Premier Trimestre

Niveau : Terminale
Epreuve de: Mathématiques
Série : C
Durée : 4 heures **Coefficient : 5**

Exercice 1 ($6\ points$)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\ \vec{u},\vec{v})$.

1. Déterminer les racines carrées du complexe $t = 3 - 4i$. ($1\ pt$)
2. On considère l'équation (E) définie par :
   (E) $z^2 - 2ie^{i\theta}z - 4(1-i)e^{2i\theta} = 0$ avec $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$
   Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). ($1\ pt$)
   a. Déterminer le module et un argument du complexe $Z = -2(1-i)e^{i\theta}$. ($1\ pt$)
   b. En déduire que pour tout $\theta \in \left]0;\ \frac{\pi}{2}\right[$, les points M d'affixe Z appartiennent à un cercle que l'on précisera. ($1\ pt$)
3. On considère les points M' et M'' d'affixes respectives $2e^{i\theta}$ et $-2(1-i)e^{i\theta}$. Soit f la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$, et le point N image de M' par f.
   a. Montrer que pour tout $\theta \in \left]0;\ \frac{\pi}{2}\right[$, M' appartient à un cercle que l'on précisera. ($0{,}5\ pt$)
   b. Déterminer l'affixe du point N. ($0{,}5\ pt$)
   c. Montrer que OM'NM'' est un parallélogramme. ($1\ pt$)

Exercice 2 ($6\ points$)

On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2}e^{-\frac{1}{x}} & si\ x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O;\ \vec{i},\vec{j})$. Unité graphique 5 cm.

1. Montrer que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}_+$. ($0{,}5\ pt$)
2. Calculer la limite de f en $+\infty$. ($0{,}5\ pt$)

Composition ILZ1 2017-2018 du 1er Trimestre

3. En donner une interprétation graphique. (0,5 pt)
4. Etudier la continuité de f en x = 0. (0,5 pt)
5. Etudier la dérivabilité de f en x = 0. En déduire la conséquence graphique au point d'abscisse x = 0.(1 pt)
6. Démontrer que pour tout x ∈]0; +∞[, on a : $f'(x) = \frac{1-x}{x^4}e^{-\frac{1}{x}}$. (1 pt)
7. Dresser le tableau de variation de f. (1 pt)
8. Tracer la courbe de f. (1 pt)

Exercice 3 (8 *points*)

Le plan est orienté. ABC est un triangle rectangle en C tel que $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$

Soit r la rotation de centre A et d'angle de mesure $\frac{\pi}{2}$.

On pose $D = r(C)$ et $E = r^{-1}(B)$. I désigne le milieu du segment $[CD]$.

1. a) Faire une figure. (1 pt)

   b) Montrer qu'il existe une rotation φ telle que :
   $\varphi(A) = D$ et $\varphi(C) = A$. (1 pt)

   c) Préciser les éléments caractéristiques de φ. (0,5 pt)

2. Soit $g = f \circ r$ où f est la rotation de centre I et d'angle de mesure $-\frac{\pi}{2}$.
   a) Montrer que g est une translation dont on précisera le vecteur. (1 pt)
   b) Soit $F = g(E)$. Montrer que $f(B) = F$. (0,5 pt)
   c) En déduire la nature du triangle IBF. (0,5 pt)
   d) Montrer que les points A, C et F sont alignés. (1 pt)

3. Soit $G = t_{\overrightarrow{AD}}(I)$ où $t_{\overrightarrow{AD}}$ désigne la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.
   On note J le symétrique de A par rapport à I
   a) Donner la nature de la transformation ponctuelle h définie par : h=$S_{(DG)} \circ R(J, -\frac{\pi}{2})$,où $S_{(DG)}$ et $R(J, -\frac{\pi}{2})$,désignent respectivement la symétrie orthogonale d'axe (DG) et la rotation de centre J et $d'angle$ de mesure -$\frac{\pi}{2}$ (1pt)
   b Déterminer les éléments caractéristiques de la transformation ponctuelle h(1,5pt)

MATH MSD

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1 Année scolaire 2016 - 2017

Composition Zonale du 1er Trimestre

Niveau: Terminale **Série**: D

Epreuve: Mathématiques **Durée**: 4 heures

Exercice 1 (7 points)

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère le polynôme P défini par : $P(z) = z^4 - 6z^3 + 24z^2 - 18z + 63$

1. Calculer : $P(i\sqrt{3})$ et $P(-i\sqrt{3})$ $(1\,pt)$
2. Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $z \in \mathbb{C}$, on ait :
   $P(z) = (z^2 + 3)(az^2 + bz + c)$. $(1\,pt)$
3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. $(1\,pt)$
4. Placer dans le plan complexe les points A, B, C et D d'affixes respectives :
   $z_A = i\sqrt{3},\ z_B = -i\sqrt{3},\ z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$ et $z_D = \bar{z}_C$ où $\bar{z}$ désigne le conjugué de z $(1\,pt)$
5. On note E le symétrique de D par rapport à O.
   a. Déterminer l'affixe z_E du point E. $(0{,}5\,pt)$
   b. Montrer que $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ $(1\,pt)$
   c. En déduire la nature du triangle BEC. $(0{,}5\,pt)$
6. Donner l'écriture complexe de la transformation R qui laisse le point B invariant et transforme E en C. $(1\,pt)$

9

Exercice 2 (8 points)

On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \sin \pi x & si -5 \leq x \leq 1 \\ f(x) = \frac{x^2+x-2}{x-2} & x > 1 \end{cases}$

(C) désigne la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique 2 cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f. $(0{,}5\ pt)$
2. Etudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 1$. $(1{,}5\ pt)$
3. Déterminer la période de $\sin \pi x$. $(0{,}5\ pt)$
4. Pour $x > 1$
   a. Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$ $(0{,}5\ pt)$
   b. En déduire que la droite $(D) : y = ax + b$ est asymptote à (C). $(0{,}5\ pt)$
   c. Préciser l'autre asymptote à (C). $(0{,}5\ pt)$
5. Etudier les variations de f. $(1{,}5\ pt)$
6. Tracer (C). $(1\ pt)$
7. Soit h la restriction de f à l'intervalle $I = [-5; 2]$ et g la fonction définie sur I par : $g(x) = -h(x)$.
   a. Dresser le tableau de variation de g. $(1\ pt)$
   b. Tracer la courbe (C') de g dans le même repère que (C). $(0{,}5\ pt)$

Exercice 3 (3 points)

On considère la famille des fonctions f_m de la variable réel x défini par $f(x) = \frac{x^2-(m+1)x+3}{x^2-4x-m-2}$ où m est un réel.

1. Donner l'ensemble de définition E_{f_m} selon les valeurs du paramètre m. $(2\ pts)$
2. Calculer la dérivée $f'_m(x)$. $(1\ pt)$

10

Exercice 4 (2 points)

Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes en justifiant la réponse.

1. Soit z un nombre complexe non nul d'argument θ. Un argument de $\frac{-1+i\sqrt{3}}{\bar{z}}$ est $\frac{2\pi}{3}+\theta$.$(0{,}5\,pt)$
2. Un nombre complexe est un réel si et seulement si $\bar{z}=z$. $(0{,}5\,pt)$
3. Toute fonction f dérivable en x_0 est continue en x_0. $(0{,}5\,pt)$
4. Les courbes de deux fonctions réciproques sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses. $(0{,}5\,pt)$

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1 Année scolaire 2016 - 2017

Composition Zonale du 1er Trimestre

Mat4

Niveau: Terminale **Série**: C

Epreuve: Mathématiques **Durée**: 4 heures

Exercice 1 (4 points)

On suppose connues les relations suivantes :

$$e^{i\alpha} + e^{i\beta} = 2\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)e^{i\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)}$$

$$e^{i\alpha} - e^{i\beta} = 2i\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)e^{i\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)}$$

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation d'inconnue z :

$$(E) : z^2 + (1 - i\sqrt{3})z - (1 + i\sqrt{3}) = 0$$

1. Déterminer les solutions z_1 et z_2 de (E). On choisira z_1 de telle sorte que : $Re(z_1) < 0$. $(1\,pt)$
2. On pose $a = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$ et $b = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$.
   a. Vérifier que $z_1 = -a + b$ et $z_2 = a + b$. $(1\,pt)$
   b. Donner la forme exponentielle de a et de b. $(0{,}5\,pt)$
   c. En déduire la forme exponentielle de z_1 et z_2 $(0{,}5\,pt)$
   d. Placer soigneusement dans le plan muni du repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$ les points A, B, puis M_1 et M_2 d'affixes respectives a, b, z_1 et z_2. Unité graphique 1 cm. $(1\,pt)$

Exercice 2 (8 points)

Dans le plan orienté P, on considère un segment $[AB]$ dont le milieu est noté O.

1. Construire le point C du plan tel que : $\begin{cases} CA = CB \\ \overline{(\overrightarrow{CA};\ \overrightarrow{CB})} = \frac{\pi}{4}[2\pi] \end{cases}$ $(1\,pt)$
2. (C_1) et (C_2) désignent respectivement le cercle de diamètre $[AB]$ et le cercle capable d'angle de mesure $\frac{\pi}{4}$ relatif au segment $[AB]$. La droite (CB) recoupe (C_1) en F. on note E le centre de (C_2).
   a. Montrer que le triangle AFC est rectangle isocèle en F. $(0{,}5\,pt)$
   b. Calculer $\overline{(\overrightarrow{EC};\ \overrightarrow{EA})}$ $(1\,pt)$
3. On désigne par D et I les milieux respectifs des segments $[AC]$ et $[AF]$.
   a. Montrer que les droites (OD) et (BC) sont parallèles. $(0{,}5\,pt)$
   b. Montrer que les droites (OI) et (BF) sont parallèles. $(0{,}5\,pt)$
   c. En déduire que les points O, I et D sont alignés. $(0{,}5\,pt)$
4.
   a. Qu'appelle-t-on symétrie glissée ? $(1\,pt)$
   b. Soit $f_1 = t_{\overrightarrow{BA}} \circ S_{BC}$. A-t-on $t_{\overrightarrow{BA}} \circ S_{BC} = S_{BC} \circ t_{\overrightarrow{BA}}$? Justifier la réponse. $(1\,pt)$
   c. Caractériser f_1. $(1\,pt)$
5. On considère la transformation ponctuelle f_2 définie par : $f_2 = R_{\left(A,\frac{\pi}{4}\right)} \circ R_{\left(E,\frac{3\pi}{4}\right)}$.
   a. Déterminer $f_2(C)$. $(0{,}5\,pt)$
   b. Caractériser f_2. $(0{,}5\,pt)$

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par : $\begin{cases} f(x) = x(2\ln x + 1)\ si\ x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormé , unité graphique 5 cm.

1. Etudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$. $(1\,pt)$
2. Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe pour $x > 0$. $(1\,pt)$
3. Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. Puis dresser le tableau de variation de f. $(1\,pt)$
4. Préciser la branche infinie de (C) au voisinage de $+\infty$. Puis tracer (C). $(1\,pt)$
5. Par quelle transformation simple du plan la courbe (G) d'équation : $y = 2(x-1)\ln(x-1) + x - 1$ se déduit-elle de la courbe (C) ?
   Tracer (G) sur la même figure que (C). $(1\,pt)$

13

Gmol4

Exercice 4 (3 points)

Soit $(U_n)_{n\geq 0}$ *et* $(V_n)_{n\geq 0}$ deux suites définies par : $\begin{cases} 0 < U_0 < V_0 \\ \forall\, n \in \mathbb{N},\ U_{n+1} = \sqrt{U_n V_n} \\ \forall\, n \in \mathbb{N}, V_{n+1} = \frac{U_n+V_n}{2} \end{cases}$

On admet que les suites $(U_n)_{n\geq 0}$ *et* $(V_n)_{n\geq 0}$ sont strictement positives.

1. Calculer $V^2{}_{n+1} - U^2{}_{n+1}$. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}, U_n \leq V_n$. $(0{,}5\ pt)$
2. Démontrer que la suite (U_n) est croissante et que la suite (V_n) est décroissante. $(1\ pt)$
3. Démontrer par récurrence que : $\forall\, n \in \mathbb{N}, 0 \leq V_n - U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (V_0 - U_0)$. $(1\ pt)$
4. En déduire que

$$\lim_{n\to+\infty} V_n = \lim_{n\to+\infty} U_n \quad (0{,}5\ pt)$$

On dit que (U_n) et (V_n) sont deux suites adjacentes.

14

INSPECTION DES LYCÉES ZONE 1
(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)
Département des MATHEMATIQUES

Année Scolaire 2015 - 2016

Composition Zonale du 1er trimestre

Niveau : Terminal
Série : D
Épreuve : MATHEMATIQUES
Durée : 4 heures
Coefficient : 4

EXERCICE 1 (5points)

On considère dans l'ensemble C des nombres complexes , l'équation (E) définie par :

(E) : $Z^3 - 4iZ^2 - (6+i)Z - 1 + 3i = 0$

1) Déterminer la racine imaginaire pure Z_0 de l'équation (E).(1pt)
2) Déterminer les nombres a , b et c tels que l'on ait : (E) : $(Z-i)(aZ^2 + bZ + c) = 0$ (1,5pt)
3) Résoudre dans C , l'équation (E). (1,5pt)

On notera Z_0 la solution imaginaire pure ,Z_1 celle dont la partie réelle est négative et Z_2 la troisième racine.

4) Soit le nombre U défini par : $U = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_1 - Z_0}$, calculer le module et un argument du nombre complexe U.(1pt)

EXERCICE 2 (5points)

On rappelle que $\lim \frac{\sin ax}{x} = a$ et $\lim \frac{\cos ax - 1}{x} = 0$; lorsque x tend vers zéro.

Calculer chacune des limites suivantes :

1) $\lim \frac{3x^2 + 5x - 2}{2x+4}$; x tend vers - 2 (1pt)
2) $\lim \frac{\sqrt{x+7}-3}{\sqrt{x+2}-2}$; x tend vers 2 (1pt)
3) $\lim \frac{1-\cos 2\pi x}{x}$; x tend vers 0 (1pt)
4) $\lim \frac{\sin \pi x}{x-1}$; x tend vers 1 (1pt)
5) $\lim \frac{1-x^3}{x-1}$; x tend vers 1 (1pt)

15

EXERCICE 3 (8 points)

On considère la fonction numérique f à variable réelle x, définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 + 1}; & \text{si } x \in]0 ; +\infty[\\ f(x) = \cos \pi x & \text{si } x \in [-2 ; 0] \end{cases}$$

(C) désigne la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan .Unité graphique : 2Cm

1) Vérifiez que la fonction f est définie sur l'intervalle $[-2 ; +\infty[$ (1pt)
2) Etudier la continuité de la fonction f en x = 0(1pt)
3) Etudier la dérivabilité de la fonction f en x = 0 , on précisera les conséquences géométriques à la courbe (C) de f.(1,5 pt)
4) Déterminer la dérivée f' de la fonction f puis préciser le signe de cette dérivée.(1,5pt)
5) Dresser le tableau de variations de la fonction f.(1pt)
6) Etudier la branche infinie à la courbe (C) (1pt)
7) Tracer (C) (1pt)

EXERCICE 4 (2 points)

Répondre par vrai ou faux à chacune des affirmations suivantes :

1) Toute fonction continue est injective. (0,5pt)
2) Toute fonction strictement monotone est surjective. (0,5pt)
3) Toute fonction continue et strictement monotone est bijective. (0,5pt)
4) Toute fonction bijective admet une bijection réciproque. (0,5pt)

16

INSPECTION DES LYCÉES ZONE 1
(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)
Département des MATHEMATIQUES

Année Scolaire 2015 - 2016

Composition Zonale du 1^er^ trimestre

Niveau : Terminal
Série : C
Épreuve : MATHEMATIQUES
Durée : 4 heures
Coefficient : 5

EXERCICE 1 : (4 points)

1/ a) Résoudre dans l'ensemble C des nombres complexes, l'équation (E): $Z^3=1$.(1pt)

b) Représenter les solutions de (E) sur un cercle trigonométrique. (0,5pt)

c) Vérifiez que la somme des racines de l'équation (E) est nulle. (0,5pt

2/Déterminer les solutions de l'équation (E') définie telle que :$Z^3 = -i$ (1 pt)

3/ On considère l'équation (F) définie par : (F) : $(z-1)^3 = -i(2z+i)^3$.avec $z \in C$

Déduire de ce qui précède les solutions de l'équation (F) (1 pt)

EXERCICE 2 : (8 points)

Dans le plan orienté , on considère le triangle ABC rectangle en A tel que :$(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$.

Les points I , J et H sont respectivement milieux des segments [AB] , [BC] et [AJ] .

1) Faire la figure que l'on complètera au fur et à mesure.(1pt)
2) Préciser la nature de chacun des triangles ABJ et AJC . (1pt)
3) Démontrer qu'il existe une rotation R_J de centre J et qui transforme A en C. préciser une mesure θ de son angle.(1pt)
4) Démontrer qu'il existe une rotation R_B de centre B et qui transforme A en J .Préciser une mesure θ' de son angle.(1pt)
5) La bissectrice intérieure de l'angle $(\overrightarrow{JC}, \overrightarrow{JA})$ rencontre la droite (AC) en K .
6) On considère l'application f définie par ; $f = R_J \circ R_B$
   a) Calculer f (A) (0,5pt)
   b) Préciser la nature et les éléments caractéristiques de l'application f. (1pt)
7) On considère le point P du segment [AC] ,défini par AB = AP
   le plan est rapporté au repère orthonormé direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AP})$
   a) Déterminer les coordonnées des points J , K et C dans ce repère.(1,5pt)
   b) Déterminer l'expression complexe de la rotation R_J dans ce repère puis vérifiez que l'on a : $R_J(A) = C$. (1pt)

EXERCICE 3 : (6 points)

On considère la fonction numérique f à variable réelle x , définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{1 - x^3} & ; \text{ si } x \in]-\infty ; 0[\\ f(x) = \sin^2\left(\pi x - \frac{\pi}{2}\right) & ; \text{ si } x \in [0 ; 2] \end{cases}$$

(C) désigne la courbe représentative de la fonction f dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Unité graphique : 2 Cm

1/ Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.(0,5pt)

2/ Etudier la continuité de la fonction f en x = 0 (1pt)

3/ Etudier la dérivabilité de la fonction f en x = 0 , on précisera les conséquences Graphiques à la courbe (C).(1,5pt)

4/ a) Calculer la dérivée f' de la fonction f puis préciser le signe de cette dérivée.(1,5pt)

b) Dresser le tableau de variations de la fonction f.(0,5pt)

5/ Etudier la branche infinie à la courbe (C) puis Tracer (C)(1pt)

EXERCICE 4 : (2 points)

On considère la suite numérique (U_n) , n étant un entier naturel , telle que :

$$U_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

1) Déterminer les réels a et b tels que l'on ait : $U_n = \frac{a}{n+1} + \frac{b}{n+2}$ (1pt)

2) On pose dans la suite de l'exercice a = 1 et b = - 1

a) Calculer en fonction de n , la somme des termes S_n, définie par :

$S_n = U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_{n-1}$ (0,5pt)

b) Calculer la limite de S_n quand n tend vers l'infini. (0,5pt)

18

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)

Année scolaire 2018-2019

Composition Zonale du 2ème Trimestre

Niveau : Terminale

Epreuve : Mathématiques **Série** : D **Durée** : 5 heures

EXERCICE1 :(5points)

On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E): Z^3 + (3-6i)Z^2 + (-9-15i)Z - 22 - 6i = 0$.

1-a. Montrer que -2 est une solution de (E). **(0,5pt)**

b. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E). **(1,5pt)**

2- On considère les points A ,B et C d'affixes respectives :$Z_A = 1 + 3i$;$Z_B = -2 + 3i$ et $Z_C = -2$.

a. Déterminer l'expression complexe de la similitude plane directe S qui laisse le point A invariant et qui transforme B en C. **(1pt)**
b. Déterminer l'expression analytique de S. **(0,5pt)**

3- Soit h l'homothétie de centre A et de rapport -2.

a. Déterminer l'écriture complexe de h. **(1pt)**
b. Déterminer l'affixe du point D, image du point B par h. **(0,5pt)**

EXERCICE2 : (5points)

$\mathbb{R}^2$ est un sous espace vectoriel rapporté à sa base canonique $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

On considère l'endomorphisme f de $\mathbb{R}^2$défini par : $f(\vec{u}_1) = \vec{0}$et$f(\vec{u}_2) = \vec{u}_2$.

1- a. Montrer que $f(\vec{\imath}) = 2\vec{\imath} - 5\vec{\jmath}$ et $f(\vec{\jmath}) = \frac{2}{5}\vec{\imath} - \vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$ dans le cas où

$\vec{u}_1 = -\vec{\imath} + 5\vec{\jmath}et\vec{u}_2 = -2\vec{\imath} + 5\vec{\jmath}$.**(1pt)**

b-En déduire la matrice de f dans la base $(\vec{\imath};\vec{\jmath})$.**(0,5pt)**

2- Ecrire l'expression analytique de$f$.**(0,5pt)**

3 a. Déterminer le noyau de f puis en déduire une base$(\vec{e}_1)$. **(1pt)**

b. Déterminer l'ensemble des vecteurs invariants par f puis en déduire une base $(\vec{e}_2)$. **(1pt)**

4- Soit $\vec{w} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$ un vecteur du plan vectoriel $\mathbb{R}^2$ et $\vec{w'}$ son image par f.

a- Déterminer $fof(\vec{w})$ puis en déduire la nature de f. **(0,5pt)**

b- Donner les éléments caractéristiques de f. **(0,5pt)**

EXERCICE3 : (7points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 1 - 2xe^{1-x}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repére orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.Unité graphique :2cm.

1- Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **(1pt)**
2- Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = 2(x-1)e^{1-x}$.**(0,5pt)**
3- Etudier le signe de f' dans un tableau.**(0,5pt)**
4- Dresser le tableau de variation f sur $\mathbb{R}$.**(0,5pt)**
5- Etudier la branche infinie à (C) au voisinage de $-\infty$.**(0,5pt)**
6- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ deux solutions $\alpha \epsilon]0,2; 0,3[$ et $\beta \epsilon]2,6; 2,7[$.**(1,5pt)**
7- Construire la courbe (C).**(1pt)**
8- Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = x + (2x+2)e^{1-x}$.
   a. Montrer que h est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.**(0,5pt)**
   b. Montrer que l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C),l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0, et\ x = 1$ est $A = 4[2h(\alpha) - 2e - 5]cm^2$.**(1pt)**

EXERCICE4 :(3points)

Le tableau suivant donne le cours du dollar US en FCFA pendant 10 jours consécutifs.

Jours x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cours y_i	6,81	6,78	6,84	6,86	6,89	6,88	6,95	7	7,10	7,08

1- Calculer les coordonnées du point moyen $G(\bar{x}; \bar{y})$.**(0,5pt)**
2- Calculer les variances $V(x)$ et $V(y)$ respectivement de x et y .**(0,5pt)**
3- Calculer la covariance : $Cov(x,y)$ entre x et y.**(0,5pt)**
4- Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y.**(0,5pt)**
5- Déterminer la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrées.**(0,5pt)**
6- Evaluer le cours du $11^{ème}$ jour.**(0,5pt)**

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)

Année scolaire 2018-2019

Composition Zonale du 2ème Trimestre

Niveau : Terminale

Epreuve : **Mathématiques** **Série** : **C** **Durée** : **5 heures**

Exercice 1 (4points)

1- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $Z^2 + (2 - 3i\sqrt{2})Z - (4 + 2i\sqrt{2}) = 0$.**(1 ,5pts)**

2- Le plan (P) est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$.Soit f la transformation ponctuelle du plan (P) qui à tout point M d'affixe Z, associe le pont M' d'affixe $Z' = i\sqrt{2}.\overline{Z} - 2 + 2i\sqrt{2}$.

a) Donner la nature de f.**(0,5pt)**

b) Déterminer le rapport k de f. **(0,5pt)**

c) Déterminer l'affixe Z_Ω de son centre Ω. **(0,5pt)**

d) Sachant que l'axe (D) de f est l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{\Omega M'} = k\overrightarrow{\Omega M}$, montrer que (D) a pour équation cartésienne : $y = x + 2$. **(1pt)**

Exercice 2 :(8points)

Dans le plan orienté, on considère un triangle OAB rectangle isocèle en O, de sens direct. Pour la figure, on prendra $[OA]$horizontalement, OA=3cm, on désigne par :

- I le milieu du segment $[AB]$
- C et D, les symétriques du point I par rapport à O et B respectivement.
- H etK, les symétriques respectifs des points C et D par rapport à I
- J le projeté orthogonal de O sur la droite(AC).
- L le symétrique de D par rapport à C.

1) Faire la figure. **(1pt)**

2)Montrer que les droites (OB) et (DC) sont parallèles.**(0,5pt)**

3) Soit S_1la similitude plane directe qui transforme A en$D$et O en C.

a- Déterminer son rapport k_1 ; **(0,5pt)**

b- Déterminer une mesure θ de son angle ;**(0,5pt)**

c- Déterminer les images des droites (OJ) et (AJ)par S_1.**(0,5pt)**

d- Déterminer le centre Ω_1 de la similitude S_1. **(0,5pt)**

4) Soit S_2 la similitude plane indirecte d'axe (CH)qui transforme A en D et O en$C$.On note k_2 le rapport deS_2 .

a- En remarquant que$k_1 = k_2$, construire le centre Ω_2 de S_2. **(0,5pt)** b- Trouver $S_2(B)$, puis montrer que le quadrilatère $CKHD$ est un carré. **(0,5pt)**

5) Soit l'application $f = S_2 O S_1^{-1}$, où S_1^{-1} désigne la réciproque de S_1 .
 a- Montrer que f est un antidéplacement. **(0,5pt)**
 b- Déterminer $f(C)$ et $f(D)$. **(0,5pt)**
 c- Caractériser f. **(0,5pt)**

6) On considère la parabole (P) d'axe focal (CK), passant par D et tangente en D à la droite (AB).
 a- Déterminer son foyer et sa directrice(on pourra exploiter l'appartenance du point D à la parabole (P).**(1pt)**
 b- Construire (P).On notera S son sommet. **(0,5pt)**

7) Le plan est rapporté au repère orthonormé direct $(S;\overrightarrow{SK};\overrightarrow{SI})$.
Montrer que dans ce repère, l'équation cartésienne de (P) est : $y^2 = -4x$. **(0,5pt)**

Exercice3 5 pts

I) Formuler le théorème des inégalités des accroissements finis **(1pt)**

II) Soit g la fonction numérique définie sur $[1;+\infty[$ par : $g(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

1- Calculer $g(1)$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.**(0,5pt)**

2-a) Déterminer g', fonction dérivée de g **(0,5pt)**

b) Dresser le tableau de variation de .**(0,5pt)**

3- Soit h la fonction définie sur $[1;+\infty[$ par : $h(x) = g(x) - x$

a) Montrer que h est continue sur $[1;2]$.**(0,5pt)**
b) Montrer que h est strictement décroissante sur $[1;2]$.**(0,5pt)**
c) En déduire que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique $\in]1;2[$.**(0,5pt)**

4-a) Montrer que $\forall x \in [1;+\infty[\,|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$. **(0,5pt)**

b) En déduire que : $\forall x \in [1;+\infty[$, $|g(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2}|x - \alpha|$, α étant le réel défini dans la question 3-c). **(0,5pt)**

22

EXERCICE 4 :

Les caractères X et Y d'une série statistique double sont distribués suivant le tableau
ci-dessous.

y_j / x_i	-2	-1	3
-1	2	3	1
A	1	2	1

a étant un entier naturel non nul.

1) Déterminer a pour que le point moyen G ait pour cordonnées$\left(-\frac{1}{5};-\frac{1}{2}\right)$.**(0,5pt)**
2) Dans la suite on prendra a=1.
   a- Calculer la covariance de cette série statistique.**(0,5pt)**
   b- Calculer les variances $V(x)$et $V(y)$.**(1pt)**
   c- Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y. **(0,5pt)**
   d- Calculer I_A l'inertie du nuage par rapport au point $A(1;1)$. **(0,5pt)**

23

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1 Année scolaire 2017-2018
(Brazzaville Pool-Sangha-Likouala)
Département de Mathématiques

COMPOSITION DU DEUXIEME TRIMESTRE

Niveau : Terminale
Epreuve : Mathématiques
Série : D
Durée : 4 heures **Coefficient :** 4

Exercice 1 : (5 *points*)

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $2z - \bar{z} + 1 + 6i = 0$ où $\bar{z}$ désigne le conjugué de z.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). (On pourra poser $z = x + iy$). $(1\,pt)$
2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives
   $z_A = -1 - 2i, z_B = 1 - 4i,\ z_C = -1 - 6i$ et $z_D = 1$
   a. Soit S la similitude plane directe qui laisse invariant le point A et qui transforme B en C. Montrer que son écriture complexe est :
   $z' = (1 - i)z + 2 - i$ $(1\,pt)$
   b. Déterminer le rapport k et une mesure θ de l'angle de S. $(1\,pt)$
   c. Montrer que pour tout point M d'affixe z, distinct de A, on a :
   $z' - z_A = -i(z - z_A)$. $(0{,}5\,pt)$
   d. En déduire la nature du triangle MM'A où $M' = S(M)$. $(0{,}5\,pt)$
3. a) Placer les points A, B, C, D dans le plan. $(0{,}5\,pt)$
1. Montrer que les droites (AD) et (BC) sont parallèles. $(0{,}5\,pt)$

Exercice 2 : (5 *points*)

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$ on considère les vecteurs

$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$; $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$; $\vec{v}_3 = \begin{pmatrix}a\\2\\-a^2\end{pmatrix}$ où a est un réel.

1. Montrer que $(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ est une famille libre. $(1\,pt)$
2. Déterminer les valeurs de a pour que le vecteur $\vec{v}_3$ soit une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$. $(1\,pt)$

Partie B

Soit E un plan vectoriel rapporté à la base $(\vec{i},\vec{j})$. On considère l'endomorphisme f de E défini dans la base $(\vec{i},\vec{j})$ par : $f(\vec{i}) = -\frac{1}{2}\vec{j}$ et $f(\vec{j}) = -2\vec{i}$

1. Ecrire la matrice A de f dans la base $(\vec{i},\vec{j})$. $(0,5\,pt)$
2. Donner l'expression analytique de f. $(0,5\,pt)$
3. a) Montrer que f est une symétrie vectorielle. $(1\,pt)$
   b) Déterminer les éléments caractéristiques de f. $(1\,pt)$

Exercice 3 : $(7\ points)$

1. Pour tout $x \in]-\infty; 0[$, on définit l'intégrale $I = \int_{-x}^{1}\left(1+\frac{1}{t}\right)dt$.
   exprimer I en fonction de x.
2. Soit la fonction g définie sur $]-\infty; 0[$ par : $g(x) = 1 + x - \ln(-x)$
   a. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to 0^-} g(x)$.. $(0,5\,pt)$
   b. Calculer $g'(x)$ puis déterminer son signe. $(1\,pt)$
   c. Dresser le tableau de variation de g. $(0,5\,pt)$
   d. Calculer $g(-1)$. En déduire que le signe de g sur $]-\infty; 0[$. $(1\,pt)$
3. On considère la fonction f définie sur $]-\infty; 0[$ par $f(x) = \ln(-x) + \frac{\ln(-x)}{x}$.
   a. Montrer que $\forall\, x \in]-\infty; 0[, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$. $(1\,pt)$
   b. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$. $(0,5\,pt)$
   c. Dresser le tableau de variation de f. $(0,5\,pt)$
   d. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$. $(0,5\,pt)$
   e. Tracer la courbe (C), représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i},\vec{j})$. $(1\,pt)$

Exercice 4 : $(3\ points)$

Le tableau suivant représente l'évolution du chiffre d'affaire en milliers de francs CFA d'une commerçante congolaise, au cours de 5 mois successifs.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	9	10	12	13	14,5

x_i désigne le mois

y_i est le chiffre d'affaire du mois x_i.

1. Représenter le nuage des points de cette série statistique dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i},\vec{j})$. $(0,5\,pt)$
2. Déterminer l'équation cartésienne de la droite de régression de y en x. $(2\,pts)$
3. Prévoir le chiffre d'affaire de cette commerçante au cours du 6^e mois. $(0,5\,pt)$

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville Pool-Sangha-Likouala)
Département de Mathématiques

Année scolaire 2017-2018

COMPOSITION DU DEUXIEME TRIMESTRE

Niveau : Terminale
Epreuve : Mathématiques
Série : C
Durée : 4 heures **Coefficient :** 5

ILZ-1

Exercice 1 : (4 *points*)

α est un complexe non nul. On définit le polynôme P par : $P(\alpha) = \alpha^2 - 2i\alpha - 1$.

1) Factoriser $P(\alpha)$. (0,5pt)
2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $Z^2 - \alpha(\alpha + i)Z + i\alpha^3 = 0$.(1pt)
3) On désigne par ρ et θle module et un argument de α.
   On considère les nombres complexes Z_1 et Z_2 définis par : $Z_1 = \alpha i$ et $Z_2 = \alpha^2$.
   a. Déterminer en fonction de ρ et θ le module et un argument de Z_1 et Z_2. ($1\,pt$)
   b. Quelle condition faut-il donner à α pour que Z_1 soit un réel. ($0,5\,pt$)
4) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.Soit S_α la transformation ponctuelle qui à tout point M d'affixe z associe le M' d'affixe z' tel que $z' = \alpha iz + \alpha^2$
   a. Existe-t-il une valeur de α pour laquelle S_α est l'identité du plan ? ($0,5\,pt$)
   b. Pour quelle valeur de α, S_α est-elle une rotation d'angle de mesure $\frac{5\pi}{6}$? ($0,5pt$)

Exercice 2 :(8 *points*)

Dans le plan orienté, on considère un carré ABCD de centre O, de sens direct. J, K et I désignent respectivement les milieux des segments $[AB]$, $[BC]$ et $[AD]$. Soit P un point du segment $[KC]$ distinct de K et C. les droites (AP) et (DC) se coupent en Q. la perpendiculaire à (AP) en A coupe respectivement (BC) et (CD) en L et en E.

1. Faire soigneusement la figure que l'on complètera. On prendra BC=3 cm, BP=2 cm et on placera [AB] horizontalement. ($1\,pt$)
2. Construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $\left(\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MD}\right) = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ ($0,5\,pt$)
3. Soit R la rotation d'angle de mesure $\frac{\pi}{2}$, qui transforme B en D.
   a. Montrer que le centre Ω de la rotation R est le point A. ($0,5\,pt$)
   b. Quelle est l'image de la droite (BC) par R ? ($0,5\,pt$)
   c. Quelle est l'image de la droite (AL) par R ? ($0,5\,pt$)

d. On rappelle que si f est une isométrie, (D1) et (D2) deux droites du plan telles que $(D_1) \cap (D_2) = \{M\}$,alors $f(D_1) \cap f(D_2) = \{M'\}$ avec $M' = f(M)$

Montrer que $R(L) = Q$ et $R(P) = E$ $(0,5\ pt)$

4. Soit g la similitude plane directe de centre A, qui transforme B en C.
   a. Déterminer son rapport λ et une mesure θ de son angle. $(0,5\ pt)$
   b. Montrer que pour tout point M distinct de A, d'image M' par g, le triangle AMM' est rectangle isocèle en M. $(0,5\ pt)$
   c. Construire les images des points J, B et C par g.
5. On considère la parabole(P) de foyer B, dont la tangente en C est la droite (AC).
   a. Déterminer la directrice de (P). $(0,5\ pt)$
   b. Construire (P) $(0,5\ pt)$
   c. Construire (P'), l'image de (P) par g. $(0,5\ pt)$
6. Le plan est rapporté au repère orthonormé $\left(O;\ \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ}\right)$.
   a. Donner les coordonnées des points B et A. $(0,5\ pt)$
   b. Montrer que l'équation cartésienne de (P) est : $y^2 - 2y + 4x + 1 = 0$. $(0,5\ pt)$

Exercice 3 : $(5\ points)$

Soit f une fonction numérique, définie, continue et dérivable sur $[0, +\infty[$, telle que $f(x) = \frac{1-e^x}{1+e^x} + x$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique 1 cm.

1. Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}_+$, la dérivée f' de f est : $f'(x) = \frac{1+e^{2x}}{(1+e^x)^2}$. $(1\ pt)$
2. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. $(0{,}5\ pt)$
3. Dresser le tableau de variation de f. $(0{,}5\ pt)$
4. Montrer que $\forall\ x \in \mathbb{R}_+, f(x) = x - 1 + \frac{2}{1+e^x}$. $(0{,}5\ pt)$
5. Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à la courbe (C). $(0{,}5\ pt)$
6. Etudier la position de (C) par rapport à (D). $(0{,}5\ pt)$
7. Tracer (C). $(0{,}5\ pt)$
8. Soit λ un réel strictement positif.
   a. Calculer l'aire du domaine limité par (C), la droite (D), les droites d'équations $x = 0\ et\ x = \lambda$. $(0{,}5\ pt)$
   b. Calculer$\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$. $(0{,}5\ pt)$

Exercice 4 : $(3\ points)$

Lors d'un festival de la chanson, on a relevé les notes de 0 à 20 attribuées à 5 chanteurs par deux jurys. Le résultat a été regroupé dans le tableau suivant :

27

x_i	4	6	12	8	10
y_i	7	10	14	11	14

Où x_i désigne la note attribuée par le premier jury et y_i, celle attribuée par le second jury.

1. Représenter le nuage des points de cette série statistique dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\ \vec{i}, \vec{j})$. $(1\ pt)$
2. Trouver l'équation cartésienne de la droite de régression de y en x. $(1{,}5\ pt)$
3. Un sixième chanteur arrive et chante. Le premier jury lui attribue la note 5. Estimer la note que donnera le second jury. $(0{,}5\ pt)$

28

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville Pool-Sangha-Likouala)
Département de Mathématiques

Année scolaire 2016-2017

Composition zonale du 2ème trimestre

Niveau :	Terminale		
Epreuve :	Mathématiques		
Série :	D		
Durée :	4 heures	**Coefficient :**	4

Exercice 1 (5 *points*)

Soit P, le polynôme à variable complexe z tel que : $P(z) = z^3 + 2z^2 - 16$.

1. a. Vérifier que 2 est une solution de l'équation (E) : $z^3 + 2z^2 - 16 = 0$. (0,5 *point*).
   b. Déterminer le polynôme du second degré Q tel que : $P(z) = (z-2)Q(z)$. (0,5 *point*)
   c. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). (1 *point*)
2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé$(O;\ \vec{u}, \vec{v})$. On désigne par$A$, B et C les points d'affixes respectives $z_A = -2+2i$, $z_B = -2-2i$ et $z_C = 2$.
   a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O;\ \vec{u}, \vec{v})$. (1 *point*)
   b) Calculer l'affixe du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme. (0,5 *point*)
3. Soit R la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
   a) Donner l'écriture complexe de R. (0,5 *point*)
   b) En déduire l'expression analytique de R. (0,5 *point*)
   c) Déterminer l'affixe du point A', image de A par la rotation R. (0,5 *point*)

Exercice 2 (5 *points*)

Dans le plan vectoriel $\mathbb{R}^2$, muni de sa base canonique $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les droites vectorielles E_1 et E_2, engendrées respectivement par les vecteurs :

$$\vec{u} = -2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} \text{ et } \vec{v} = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath}.$$

1. Vérifier que le couple $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de $\mathbb{R}^2$.(0,5 *pt*)
2. Montrer que E_1 et E_2 sont deux sous-espaces vectoriels supplémentaires de $\mathbb{R}^2$. (1 *point*)
3. Soit p, la projection vectorielle de base E_1 et de direction E_2.
   a) Ecrire $p(\vec{u})$ et $p(\vec{v})$ comme combinaison linéaire de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$. (1 *point*)
   b) Exprimer $p(\vec{\imath})$ et $p(\vec{\jmath})$ en fonction de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$. (1 *point*)
   c) En déduire la matrice de p dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$. (0,5 *point*)
4. On pose $\vec{w} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$.
   a) Calculer $p(\vec{w})$. (0,5 *point*)
   b) Montrer que $p \circ p(\vec{w}) = p(\vec{w})$. (0,5 *point*)

Exercice 3 (7 *points*)

On se propose d'étudier la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = xe^{1-x} - x + 2$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Unité graphique 2 cm

1. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (1-x)e^{1-x} - 1$
   a. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = (x-2)e^{1-x}$. (0,5 $point$)
   b. Dresser le tableau de variation de g. (0,5 $point$)
   c. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]0{,}3; 0{,}4[$. (0,5 $point$)
   d. En déduire que :
   $\forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) > 0$
   $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) < 0$ (0,5 $point$)
2. Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = g(x)$. (0,5 $point$)
3. Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$. (0,5 $point$)
4. Justifier que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est une asymptote oblique à (C) en $+\infty$. (0,5 $point$)
5. Etudier la position relative de (C) et (D). (0,5 $point$)
6. Montrer que pour tout réel x, $f(-x+2) = e^{x-1}f(x)$. (0,5 $point$)
7. On admet que l'équation $f(x) = 0$ a exactement deux solutions dont l'une est notée β. Montrer que $-\beta + 2$ est l'autre solution. (0,5 $point$)
8. Tracer la courbe (C) de f. on prendra : $\alpha = 0{,}4$; $\beta = 2{,}5$ et $f(\alpha) = 2{,}3$. ($1 p < int$)
9. Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan délimité par (C), (D) et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = \beta$. On pourrait utiliser une intégration par parties. (0,5 $point$)

Exercice 4 (3 *points*)

Le tableau ci-dessus donne le nombre de client ayant fréquenté le restaurant MALEWA pour la période 2011 – 2016.

Chaque année est remplacée par son rang x_i et le nombre de clients correspondant y_i, est donné en centaines.

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de clients y_i	51,5	50	49	48	47,5	47

1. Calculer les coordonnés du point moyen G. (1 $point$)
2. Calculer la variance de X. (0,5 $point$)
3. Calculer la covariance de X et de Y. (0,5 $point$)
4. Déterminer l'équation de la droite d'ajustement linéaire de Y en X par la méthode des moindres carrés. (0,5 $point$)
5. En utilisant ce modèle, quel nombre de clients peut-on prévoir pour l'année 2017 ? (0,5 $point$)

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1 Année scolaire 2016-2017
(Brazzaville Pool-Sangha-Likouala)
Département de Mathématiques

Composition zonale du 2ème trimestre

Niveau : Terminale
Epreuve : Mathématiques
Série : C
Durée : 4 heures **Coefficient :** 5

Exercice 1 $(4\ points)$

x et y sont deux entiers naturels non nuls vérifiant x<y. S est l'ensemble des couples (x, y) tels que : $PGCD(x; y) = y - x$.

1. Déterminer $PGCD(363; 484)$. $(0{,}5\ point)$
2. Le couple $(363; 484)$ appartient-il à S ? $(0{,}5\ point)$
3. Soit n un entier naturel non nul, le couple $(n; n+1)$ appartient-il à S ? Justifier la réponse. $(0{,}5\ point)$
4. Montrer que $(x; y)$ appartient à S si, et seulement si, il existe un entier k non nul tel que $x = k(y - x)$ et $y = (k+1)(y - x)$. $(0{,}5\ point)$
5. En déduire que pour tout couple $(x; y)$ de S, on a :
   $PPCM(x; y) = k(k+1)(y - x)$. $(0{,}5\ point)$
6. Déterminer l'ensemble des entiers naturels diviseurs de 228. $(0{,}5\ point)$
7. En déduire des couples $(x; y)$ de S tels que : $PGCD(x\ ; y) = 228$. $(1\ point)$

Exercice 2 $(8\ points)$
Dans le plan orienté (P), on considère un triangle DBC rectangle en B tel que $\left(\overrightarrow{DB};\ \overrightarrow{DC}\right) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$. On fera une figure où l'on prendra $BC = 6\ cm$.

1. On désigne par O le milieu du segment $[DC]$. Montrer que le triangle OBD est équilatéral. $(0{,}5\ point)$
2. A est l'image de B par la symétrie orthogonale d'axe (DC). On désigne par A', B', C' les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.
   a. Montrer que les points B, C, B', C' sont situés sur un cercle (C) que l'on tracera. $(0{,}5\ point)$
   b. Montrer que le triangle ABC est équilatéral. $(0{,}5\ point)$
3. Soit S la similitude plane directe qui transforme B en C' et C en A'.
   a. Déterminer son rapport k et une mesure θ de son angle. (1 poi

31

b. Soit Ω le centre de la similitude S. montrer que, pour tout point M distinct de Ω d'image M' par S, le triangle $\Omega MM'$ est rectangle en M' de sens indirect. $(0,5\ point)$

c. En déduire que le centre de S est le point O. $(0,5\ point)$

4. On considère l'ensemble $(\Gamma) = \{M \in (P)/|MB - MC| = A'C\}$

   a. Définir (Γ) en précisant ses foyers et son centre. $(1\ point)$

   b. Que représente le cercle $(\tilde{C})$ pour l'ensemble (Γ)? $(0,5\ point)$

   c. Placer les sommets S_1 et S_2 de (Γ), puis tracer ses asymptotes. $(0,5\ point)$

   d. Soit (C_1) le cercle de centre B et de rayon BA'. (C_1) coupe la droite (BD)en K_0 de telle sorte que BK_0C soit un triangle direct. La médiatrice du segment $[K_0C]$ coupe la droite (BK_0) en M_0. Montrer que M_0 est un point de (Γ). $(0,5\ point)$

   e. Achever la construction de (Γ). $(0,5\ point)$

5. On définit le repère orthonormé $\left(A';\ \vec{i},\vec{j}\right)$ tel que $\vec{i} = \overrightarrow{A'C}$. Ecrire l'équation cartésienne de (Γ) dans ce repère. $(1\ point)$

<u>Exercice 3</u> $(5\ points)$

1. Résoudre dans R l'équation (E) :$y'' + 2y' + y = 0$. $(0,5\ point)$
2. En déduire la solution particulière f de (E) dont la courbe représentative (C) passe par le point $O(0\ ;0)$ et admet en ce point une tangente de pente $2e$. $(0,5\ point)$
3. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2xe^{1-x}$.
   a. Montrer que $\forall x \in R, g'(x) = 2(1-x)e^{1-x}$. $(0,5\ point)$
   b. Dresser le tableau de variation de g sur $\mathbb{R}$ $(1\ point)$
4. Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = g(x) - 2x$
   a. Etudier le signe de h sur $\mathbb{R}$. $(0,5\ point)$
   b. En déduire que $\forall x \in [0;1], g(x) \geq 2x$. $(0,5\ point)$
5. On désigne par (C) la courbe représentative de g dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(O;\ \vec{i},\vec{j}\right)$ unité graphique 2 cm.
   a. Construire (C). $(1\ point)$
   b. Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan, ensemble des points $M(x\ ;\ y)$ dont les coordonnées vérifient $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 2x \leq y \leq g(x) \end{cases}$ $(0,5\ point)$

<u>Exercice 4</u> $(3\ points)$

Les caractères X et Y sont distribués suivant le tableau à double entrées ci-dessous :

X \ Y	0	1	2
-1	2	0	1
0	3	1	5
1	2	2	2

1. Dresser les lois marginales de X et de Y. $(1\ point)$
2. Déterminer l'équation de la droite de régression de Y par rapport à X. $(1,5\ point)$
3. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de (X ; Y). $(0,5\ point)$

32

INSPECTION DES LYCÉES ZONE1
(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)
Département de **Mathématiques**

Année scolaire 2013-2014

Composition Zonale du 2ème trimestre

Epreuve: Mathématiques
Niveau: T^{le} D
Durée: 4 heures
Document autorisé: calculatrice non programmable

EXERCICE 1 : (5 points)

Dans l'ensemble C des nombres complexes, on considère les nombres suivants :

$Z_1 = 1 + i$, $Z_2 = \sqrt{3} + i$ et $Z_3 = (Z_1)^3.Z_2$

1. Ecrire le nombre complexe Z_3 sous la forme algébrique : a + ib.
2. Ecrire les nombres complexes Z_1 , Z_2 , Z_3 sous la forme trigonométrique.
3. En comparant les écritures algébriques et trigonométriques, donner les valeurs réelles de $\cos\frac{11\pi}{12}$ et $\sin\frac{11\pi}{12}$.

EXERCICE 2 : (5 points)

Soit f l'endomorphisme de l'espace vectoriel R^3 muni de sa base canonique $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ tel que :

$$\begin{cases} f(\vec{i}) = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k} \\ f(\vec{j}) = 2\vec{j} + \vec{k} \\ f(\vec{k}) = -2\vec{j} - \vec{k} \end{cases}$$

1. Ecrire la matrice M_f de l'endomorphisme f dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
2. Déterminer le plan vectoriel (P) des vecteurs invariants par f , puis donnez en une base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.
3. Déterminer la droite vectorielle (D) des vecteurs du noyau de l'endomorphisme f , puis en donner une base $\vec{e}_3$.
4. Montrer que f est une projection vectorielle dont on précisera les éléments caractéristiques.
5. Montrer que $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est une base de l'espace vectoriel R^3 puis donner la matrice de l'endomorphisme f dans la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

EXERCICE 3 : (7points)

Partie A :

Soit la fonction numérique f_1 définie telle que : $f_1(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

(C_1) désigne sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. a. Qu'est ce qu'une fonction impaire ?

b. Démontrer que la fonction f_1 est impaire.

2. Calculer la dérivée f_1', et dresser le tableau de variations de f_1.

3. Etudier les branches infinies puis tracer (C_1) et sa tangente (T_1) en $x = 0$.

Partie B :

Soit f_2 la fonction définie par $f_2(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

(C_2) désigne sa courbe représentative.

4. a. Qu'est ce qu'une fonction paire ?

b. Démontrer que la fonction f_2 est paire.

5. Calculer la dérivée f_2' et dresser le tableau de variations de f_2.

6. Etudier les branches infinies puis tracer (C_2) et sa tangente (T_2) en $x = 0$ dans le même repère que (C_1).

Partie C :

7. Donner la position relative des courbes (C_1) et (C_2) sur l'intervalle $I = [0;1]$.

8. Calculer en Cm^2, l'aire comprise entre les courbes (C_1), (C_2) et les droites d'équations $x = 0$, $x = 1$.

EXERCICE 4: (3 points)

1. Qu'est ce qu'une équation différentielle de second ordre ? Donnez un exemple.

2. Résoudre l'équation différentielle (E) : $Y'' + 2Y' + 5Y = 0$.

On notera $Y = f(x)$ sa solution générale.

3. Déterminer la solution particulière de (E) vérifiant les conditions $Y(0) = \pi$ et $Y'(0) = -\pi$.

$34 \; \frac{e^{x}}{2} - \frac{e^{-x}}{2} =$

INSPECTION DES LYCÉES ZONE1 Année scolaire 2013-2014
(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)
Département de **Mathématiques**

Composition Zonale du 2ème trimestre

I.L.Z.1

Épreuve: Mathématiques
Niveau: T^{le} C
Durée: 4 Heures
Document autorisé: calculatrice non programmable

EXERCICE 1 : (4 points)

1) Résoudre dans C l'équation : $Z^4 + 2(3 - i\sqrt{3})Z^2 + 8(1 - i\sqrt{3}) = 0$; on notera Z_1, Z_2, les solutions dont la partie imaginaire est positive et Z_3, Z_4 les deux autres solutions de cette équation.

2) On munit le plan complexe d'un repère orthonormal $(O, \vec{U}, \vec{V})$ et on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives Z_1, Z_2, Z_3, Z_4.

a. Donner la nature du quadrilatère ABCD.

b. Démontrer que les points A, B, C, D sont cocycliques.

EXERCICE 2 : (8 points) CONIQUE

Dans le plan orienté, on considère le triangle direct ABC tel que AB = AC et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}$ $[2\pi]$. Les points I, J, K et R sont milieux respectifs des segments [AC], [AB], [BC] et [JB]. P est le projeté orthogonal de I sur la droite (BC).

N.B. Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure.

1) Déterminer le rapport et une mesure d'angle de la similitude plane directe S telle que : S (J) = K et S (K) = P.

2) Soit Ω le centre de la similitude S, montrer que pour tout point M' image du point M par la similitude directe S, le triangle ΩMM' direct est rectangle et isocèle en M' puis déduire que Ω est le point I.

3) Construire le point F tel que S (F) = A.

4) On considère la suite des points (M_n), $n \in \mathbb{N}$; définie par : $M_0 = F$ et pour tout entier naturel n ; $M_{n+1} = S(M_n)$.

a) Montrer que pour tout entier naturel n, on a : $(\overrightarrow{IM_n}, \overrightarrow{IM_{n+4}}) = \pi$ $[2\pi]$.
On pourra utiliser la relation de chasles sur les angles de vecteurs.

b) Montrer que pour tout entier naturel n, on a: $IM_{n+4} = \frac{1}{4} IM_n$. Placer M_5.

5) On considère l'ensemble (E) des points M du plan tels que : MA + MJ = AB

a) Montrer que (E) est une Ellipse d'axe focal la droite (AB).
b) Montrer que le point R appartient à l'Ellipse (E) et préciser ses sommets.
c) Construire (E).
d) Déduire l'image (E') de (E) par la similitude plane directe S.

EXERCICE 3 : (6 points)

Partie A :

Soit g la fonction définie par : $g(x) = -\frac{1}{x+1} + 2\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$; $x \in]0\,;+\infty[$.

1) Etudier les variations de g sur son ensemble de définition $]0;+\infty[$.

2) Déduire le signe de g (x) sur $]0\,;+\infty[$.

Partie B :

On considère la fonction numérique f à variable réelle x, définie

par : $\begin{cases} f(x) = x^2\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\ ;\ \text{si } x \in]0\,;+\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$

(C) désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
Du plan. Unité graphique : 2 Cm.

3) a. Préciser l'ensemble de définition de f.
b. Etudier la continuité et la dérivabilité de f en x = 0.

4) a. Exprimer la dérivée f' de f en fonction de g (x).
b. Etudier les variations de f (on dressera un tableau de variations de f).
c. On admettra que la droite (D): $y = x - \frac{1}{2}$ est une asymptote à (C).

5) a. Tracer (C).
b. Soit α le réel tel que $0 < \alpha \leq 1$. Calculer l'intégrale $I(\alpha) = \int_\alpha^1 f(x)dx$.
calculer la limite de $I(\alpha)$ lorsque α tend vers 0 puis déduire en Cm^2 l'aire limitée par la courbe (C) de f, l'axe (Ox) et les droites d'équations x=0 ;x=1.

EXERCICE 4 : (2 points)

1) Qu'appelle-t-on équation caractéristique associée à une équation différentielle ? Donnez en un exemple.

2) Résoudre l'équation différentielle (E) suivante : $y'' - y' - 2y = 0$.

3) Déterminer la solution y de (E) admettant en A (0 ; 1) une tangente (T) D'équation $y = -x + 1$.

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)

Année scolaire 2018-2019

Baccalauréat Blanc Zonal

Epreuve : Mathématiques

Série : D

Durée : 4H

Documents autorisés : Néant

Exercice : 5 points

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexe ,on considère l'équation
(E): $Z^3 + (-1+2i)Z - (1+2i)Z - 3 + 4i = 0$.

1) Sachant que $Z_0 = i$ est une solution de l'équation (E), écrire (E) sous la forme :$(Z_0 - i)(aZ^2 + bZ + c) = 0$,où a, b et c sont des nombres complexes à déterminer.(0,5point)
2) Résoudre dans $\mathbb{C}$,l'équation(E).(1point)
3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$,on considère les points A,B,C les points d'affixes respectives $Z_A = i$, $Z_B = -1 - 2i, Z_C = 2 - i$.
   a) Placer les points A,B et C dans le plan.(0,5point)
   b) Montrer que le triangle ABC est isocèle en B.(0,5point)
4) Déterminer (Γ), l'ensemble de points des points M d'affixe Z tels que $|Z - i| = \sqrt{10}$
   (on pourra poser $Z = x + iy$).
5) a . Montrer que B ∈ (Γ).(0,5point)
   b. Construire(Γ). (0,5point)

6) a. Calculer le produit $Z_A . Z_B$(0,5point)

b . En déduire que le point C est l'image du point B par la rotation de centre O, dont on précisera une mesure d'angle.(0,5point)

Exercice : 2 (5points)

E est un plan vectoriel, $(\vec{\imath}; \vec{\jmath})$ une base de E et f l'endomorphisme de E défini par :$\begin{cases} f(\vec{\imath}) = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath} \\ f(\vec{\jmath}) = 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} \end{cases}$.

1). Déterminer la matrice M de f dans la base $(\vec{\imath}; \vec{\jmath})$.(0,5point)
2) Pour tout réel α, on note E_αl'ensemble des vecteurs $\vec{u}$ de E tel que : $f(\vec{u}) = \alpha\vec{u}$.
   a- Montrer que ,si α est différent de 1 et -1, E_α est réduit au vecteur nul.(0,5point)
   b- Déterminer les ensembles E_1 et E_{-1} en donner une base pour chacune, nommée respectivement $\vec{e_1}$ et $\vec{e}_2$.(1point)

3 7

3) a- Démontrer que le couple ,$(\vec{e_1};\vec{e_2})$ est une base de E.(0,5point)
b-Peut-on connaitre $f(\vec{e_1})$ et $f(\vec{e_2})$ sans calcul ? justifier.(0,5point)
c-si oui donner la matrice A de f dans la base $(\vec{e_1};\vec{e_2})$.(0,5point)

4) a- Montrer que f est involutif , c'est-à-dire ,$\begin{cases} fof(\vec{\imath}) = \vec{\imath} \\ fof(\vec{\jmath}) = \vec{\jmath} \end{cases}$

ou$M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.(1point)

b-En déduire la nature de f et donner les éléments caractéristiques.(0,5point)

Exercice : 3 (7ponts)

PARTIE A :

1) Résoudre l'équation différentielle $(E)\colon y'' + 2y' + y = 0$.(0,5point)
2) Déterminer la solution ρ de (E), vérifiant : $\rho(0) = 1$ et $\rho'(0) = 0$.(1point)

PARTIE B:

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$, par$\begin{cases} f(x) = xln(-x) + 1\,;si\,x < 0 \\ f(x) = (x+1)e^{-x}; x \geq 0 \end{cases}$

On admet que f est continue en $x_0 = 0$.

1) Etudier la dérivabilité de $f\ en\, x_0 = 0$. (1point)
2) a- calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. (0,5point)

b-Pour tout réel, calculer $f'(x)$ suivant les intervalles de x .(1point)

c-Donner le sens de sens de variation de f.(1point)
d-Etablir le tableau de variation de f.(0,5point)

3) Pour $x < 0$, on admet que la courbe(C) de f ,admet une branche parabolique de direction (Oy).
Trouver la branche infinie de (C)à $+\infty$.(0,5point)
4) Construire la courbe (C) dans un repère orthonormé. unité 2cm.(1point)

Exercice : 4 (3 points)

Un élève sérieux de la terminale « D » d'un lycée relevant de l'inspection des lycée zone $I(ILZ1)$ à 80% de chance d'avoir son baccalauréat.
Pendant les grandes vacances, il passe un concours pour intégrer une école de formation. Le concours est ouvert à tous les élèves (bachelier ou non), mais le candidat à 60% de chance d'être admis dans cette école s'il est bachelier et 30% si non.
Notons B l'événement « l'élève réussi à son baccalauréat »et A l'événement « l'élève est admis dans cette école ».

1) Construire un arbre de probabilité correspondant à cette expérience aléatoire. (1point)
2) Quelle est la probabilité pour que l'élève réussisse à son baccalauréat et soit admis à cette école. (0,5point)
3) Calculer la probabilité que l'élève ne réussi pas au baccalauréat et est admis dans cette école. (0,5point)
4) Montrer que P(A)=0,54. (1point)

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)

Année scolaire 2018-2019

Baccalauréat Blanc Zonal

Epreuve : Mathématiques

Série : C

Durée : 4H

Documents autorisés : Néant

Exercice 1 : (5 points)

1) a- Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 3^{4n} = 1[5]$. (0,5ponit)
   b- Déterminer le reste de la division euclidienne de 2018^{2017} par 5. (0,5point)
2) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ est divisible par 7. (1ponit)
3) Dans le système décimal , un nombre entier s'écrit N=x00y.
   a- Montrer que $10^3 = -1[7]$.(0,5point)
   b- Montrer que N est divisible par 7 si x=y[7].(0,5point)
   c- Déterminer tous les nombres N qui sont divisible par 7 .(1point)

Exercice 2 : (8 points)

Dans le plan orienté P, on considère un carré ABCD direct de centre O.

NB : pour la clarté de la figure ,on prendra AB=4cm et $[AB]$ verticalement.

J, F, G, I désignent respectivement les milieux les milieux des segments $[OA], [AB], [OB], [OD]$.

1) Faire la figure.(1point)
2) Soit S la similitude plane directe qui transforme A en O et B en J.
   a- Déterminer son rapport k .(0,5point)
   b- Déterminer une mesure θ de son angle.(0,5point)
   c- Montrer que $S(C) = F$ et $S(D) = G$.(0,5point)+(0,5point)
   d- On désigne par Ω le centre de la similitude S. Montrer que les points (Ω, A, O, D) d'une part et (Ω, A, B, J) d'autre part sont cocycliques.(1point)
   e- Expliquer alors comment construire Ω(on ne demande pas de construire Ω).(0,5point)
3) On considère l'ensemble $(\Gamma) = \{M \epsilon P / MB + MD = 2AB\}$.
   a- Donner la nature de (Γ) en précisant ses foyers, son centre et son axe non focal.(0,5point)
   b- Montrer que A appartient à (Γ).(0,5point)
   c- Construire les points S_1 et S_2de (Γ) ,situés sur la droite (BD).(0,5point)
   d- Sur la demi droite $[BJ)$,on place le point E tel que BE=2AB. La médiatrice du segment $[ED]$ coupe $[BJ)$ en M_0 .Montrer que M_0 appartient à (Γ) .(0,5point)
   e- Achever la construction de (Γ).(0,5point)

4) Construire (Γ') ,image de (Γ) par S. (0,5point)

5) Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$.

Montrer que , dans ce repère l'équation cartésienne de (Γ) est :$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$.(0,5point)

Exercice : 3 (5points)

Soit f la fonction numérique définie sur $]-2;+\infty[$par $f(x)=\ln(x+2)$.

1) Trouver f' ,la dérivée de f,puis étudier le sens de variation de f.(1point)
2) a- Montrer que $\forall x\in[1;2],|f'(x)|\leq\frac{1}{3}$.(0,5point)
   b- Montrer que $\forall x\in[1;2], f(x)\in[1;2]$.(0,5point)
3) Montrer que l'équation $f(x)=x$ admet une solution unique $\alpha\in]1;2[$.(1point)
4) Soit (U_n) la suite définie par :$\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}=\ln(2+U_n)\end{cases}$
   a- Montrer par récurrence que $\forall n\in\mathbb{N}, U_n\in[1;2]$.(0,5point)
   b- Montrer que $\forall n\in\mathbb{N}$,$|U_{n+1}-\alpha|\leq\frac{1}{3}|U_n-\alpha|$.(0,5point)
   c- Montrer que $\forall n\in\mathbb{N}, |U_n-\alpha|\leq\left(\frac{1}{3}\right)^n$.(0,5point)
   d- On suppose que (U_n) est convergente. calculer sa limite à $+\infty$ (0,5point)

Exercice 4 : (3 points)

Un pays africain est candidat à l'organisation de la CAN 2025.

A cet effet , on veut construire un stade moderne dans une zone forestière. Un sondage à propos de cette construction donne les résultats suivants :

- 60% des personnes interrogées sont contre la construction de ce stade.
- Parmi les personnes qui sont contre la construction de ce stade ,70% sont des écologiste luttant contre le réchauffement climatique.
- Parmi celles qui sont pour la construction de ce stade ,20%sont des écologistes.

On considère les événements suivants :

C : « la personne interrogée est contre la construction de ce stade »

E : « la personne interrogée est écologiste »

1) Calculer les probabilités suivantes :$P(C); P_C(E); P_{\bar{C}}(E)$.(1,5point) (On pourra utiliser un arbre pondéré pour le calcul de certaines probabilités).
2) Soit l'événement A : « la personne interrogée est contre la construction du stade et est écologiste ».calculer p(A).(0,5point)
3) Soit l'événement B : « la personne interrogée est pour la construction et est écologiste ». calculer P(B).(0,5point)
4) Montrer que P(E)=0,5.(0,5point)

40

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville Pool-Sangha Likouala)
Département de Maths

Année scolaire 2017-2018

BACCALAUREAT BLANC ZONAL MAI 2018

Niveau : Terminale
Epreuve : Maths
Série : D
Durée : 4 heures **Coefficient :** 4

ILZ1 BAC BLANC MAI 2018

Exercice 1 (5 *points*)

On considère dans $\mathbb{C}$, le polynôme p défini par :

$$p(z) = 2z^3 + (5+3i)z^2 + (13-5i)z + 10 + 2i$$

1. L'équation $p(z) = 0$ admet une racine imaginaire pure. Déterminer cette racine. (0,5 *pt*)
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $p(z) = 0$. (1,5 *pt*)
3. Dans le plan complexe, muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives $z_1 = \sqrt{3} + i$ et $z_2 = \sqrt{3} - i$. Soit S la similitude plane directe définie par :
$$\begin{cases} x' = x - y + 2 \\ y' = x + y - 1 \end{cases}$$
   a. Montrer que l'écriture complexe de S est : $z' = (1+i)z + 2 - i$. (1 *pt*)
   b. En déduire les éléments caractéristiques de S. (1 *pt*)
   c. Calculer l'affixe $z_{A'}$ du points A', image de A par S. (0,5 *pt*)
4. On note h l'homothétie de centre O et de rapport $-\frac{3}{2}$. Calculer l'affixe $z_{B'}$ du point B', image de B par h. (0,5 *pt*)

Exercice 2 (5 *points*)

E est un espace vectoriel muni de sa base canonique $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j})$ et f, un endomorphisme de E.

1. Montrer que l'ensemble $E_\lambda = \{\vec{u} \in E \,/\, f(\vec{u}) = \lambda\vec{u},\ \lambda \in \mathbb{R}\}$ est un sous espace vectoriel de E. (1 *pt*)
2. Soit l'endomorphisme f défini par : $\begin{cases} f(\vec{i}) = \frac{1}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} \\ f(\vec{j}) = \frac{4}{3}\vec{i} - \frac{1}{3}\vec{j} \end{cases}$
   a. Déterminer les sous espaces vectoriels E_1 et E_{-1} tels que :
   $E_1 = \{\vec{u} \in E \; f(\vec{u}) = \vec{u}\}$ et $E_{-1} = \{\vec{u} \in E \; f(\vec{u}) = -\vec{u}\}$ (1 *pt*)
   b. Montrer que f est une symétrie vectorielle. (1 *pt*)
3. En déduire les éléments caractéristiques de f. (0,5 *pt*)
4. On donne $\vec{e}_1 = \vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{e}_2 = 2\vec{i} + \vec{j}$.

41

a. Montrer que le couple $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ est une base de E. (0,5 pt)
b. Déterminer la matrice de f dans la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$. (1 pt)

Exercice 3 (7 *points*)

On considère la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$, définie par : $g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}$

1. Démontrer que : $\lim_{x\to-\infty} g(x) = 1$. (0,5 pt)
2. Calculer : $\lim_{x\to+\infty} g(x)$. (0,5 pt)
3. Calculer $g'(x)$ puis donner son signe. (1 pt)
4. Dresser le tableau de variation de g. (0,5 pt)
5. Calculer $g(0)$ et en déduire le signe de g. (0,5 pt)
6. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique 2 cm.

   a. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. (1 pt)
   b. Montrer que $f'(x) = g(x), \forall x \in \mathbb{R}$. (0,5 pt)
   c. Dresser le tableau de variation de f. (0,5 pt)

2. Démontrer que (C_f) admet en $-\infty$ une asymptote (D), d'équation : $y = x + 3$. (0,5 pt)
3. Déterminer suivant les valeurs de x la position relative de (C_f) et (D). (0,5 pt)
4. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution $\alpha \in]-3; -4[$ et une autre solution $\beta \in]0; 1[$. (0,5 pt)
5. Tracer (C_f) et (D). (0,5 pt)

Exercice 4 (3 *points*)

Un pisciculteur dispose de deux étangs identiques B_1 et B_2. Il y a 7 silures et 3 carpes dans B_1 et, 5 silures et 2 carpes dans B_2.

Le pisciculteur a faim. Il veut manger un poisson. Il choisit au hasard un étang et veut en extraire un poisson.

1. Construire l'arbre pondéré traduisant les données. (1 pt)
2. Quelle est la probabilité d'extraire :
   a. Un silure sachant qu'il provient de B_1 ? (0,5 pt)
   b. Une carpe sachant qu'elle provient de B_2 ? (0,5 pt)
3. Il souhaite manger une carpe. Quelle est la probabilité d'en avoir une ? (0,5 pt)
4. Il est chanceux, il vient d'extraire une carpe. Quelle est la probabilité qu'elle provienne de B_1 ? (0,5 pt)

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville Pool-Sangha-Likouala)
Département de Maths

Année scolaire 2017-2018

BACCALAUREAT BLANC ZONAL MAI 2018

Niveau : Terminale
Epreuve : Maths
Série : C
Durée : 4 heures **Coefficient :** 5

IL Z1
BAC BLANC MAI 2018

Exercice 1 (4 *points*)

1. Montrer que $\forall a \in \mathbb{N}^*, a$ et $2a+1$ sont premiers entre eux. (0,5 *pt*)
2. Soit l'équation $(E): ax-(2a+1)y=1$, d'inconnues $(x;y)$ où $a \in \mathbb{N}^*$.
   a. Vérifier que le couple $(-2;-1)$ est une solution de (E). (0,5 *pt*)
   b. Résoudre dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$, l'équation (E). (1 *pt*)
3. On pose $a=1$.
   Résoudre dans $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$, l'équation (E) : $\dot{x}^2-\dot{3}\dot{x}=\dot{1}$. (1 *pt*)
4. On note α le chiffre 10 et γ le chiffre 12 dans la base 13. Déterminer l'ensemble des entiers naturels t tels que $\overline{1\alpha\gamma}^{(t)}$ soit divisible par 13. (1 *pt*)

Exercice 2 (8 *points*)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : Le plan est orienté. PQR est un triangle équilatéral de sens direct. I, J et O sont les milieux respectifs des segments $[QR], [PR], [PQ]$. C désigne le symétrique de Q par rapport à J.

On fera la figure que l'on complétera au fur et à mesure.

Nota bene : Prendre $PQ = 4\,cm$ et placer le segment $[PQ]$ horizontalement.

1. On considère l'application $f = t \circ r$, où t est la translation de vecteur $\overrightarrow{JQ}$ et r la rotation de centre P et d'angle de mesure $\frac{\pi}{3}$.
   a. Placer les points P' et R', images respectives des points P et R par f. (0,5 *pt*)
   b. Montrer que le triangle JIR est équilatéral. (0,5 *pt*)
   c. Reconnaitre et caractériser f. (0,5 *pt*)
   d. En déduire la nature du triangle IPP'. (0,5 *pt*)

2. Soit S la similitude plane directe de centre Ω, telle que : $S(J) = P$ et $S(R) = I$
   a. Déterminer le rapport k de S. $(0,5\ pt)$
   b. Préciser une mesure θ de l'angle de S. $(0,5\ pt)$
   c. Montrer que $S(I) = P'$. $(0,5\ pt)$
   d. Sans placer Ω, montrer que les points Ω, I, R et P d'une part et Ω, P, J et C d'autre part sont cocycliques. $(0,5\ pt)$
   e. En déduire la construction du point Ω. $(0,5\ pt)$
3. On désigne par (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que $MP + MQ = 2JQ$.
   a. Donner la nature de (Γ) en précisant ses foyers et son centre. $(0,5\ pt)$
   b. Construire le point M_0 de (Γ) situé sur [C P]. $(0,5\ pt)$
   c. Placer les sommets A, A', B et B' de (Γ) puis tracer (Γ). $(0,5\ pt)$

Partie B : E et F sont des espaces vectoriels sur R. on considère l'application linéaire f de E vers F.

1. $\vec{0}_E$ *et* $\vec{0}_F$ désignent respectivement les vecteurs nuls de E et F. Montrer que : $f(\vec{0}_E) = \vec{0}_F$. $(0,5\ pt)$
2.
   a. Définir $Kerf$. $(0,5\ pt)$
   b. Montrer que $Kerf$ est sous espace vectoriel de E. $(1\ pt)$

Exercice 3 $(5\ points)$

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 3 cm, on considère la courbe (C), ensemble de points $M(t)$, dont les coordonnes x *et* y sont définies par : $\begin{cases} x(t) = \sin 2t \\ y(t) = \cos t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

On admet que la fonction vectorielle F associée à (C) est périodique, de période $T = 2\pi$

1.
   a. Par quelle isométrie $M(-t)$ se déduit-il de $M(t)$? $(0,5\ pt)$
   b. Par quelle isométrie $M(\pi - t)$ se déduit-il de $M(t)$? $(0,5\ pt)$
2. En déduire que l'ensemble d'étude de F peut se réduire à $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. $(0,5\ pt)$
3. Etudier les variations de x sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. $(1\ pt)$
4. Etudier les variations de y sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. $(1\ pt)$

5. En déduire le tableau récapitulatif des variations de x et y sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. (0,5 pt)
6. Tracer C. (1 pt)

Exercice 4 (3 *points*)

Un jeu consiste à choisir un joueur, qui à son tour, tire simultanément deux boules d'un sac contenant 3 boules blanches et 2 boules noires indiscernables au toucher. Le joueur gagne s'il obtient des boules de couleurs différentes. On admet que 20% des joueurs sont des tricheurs et la probabilité qu'un tricheur gagne est de $\frac{4}{5}$. On note :

T : l'événement « le joueur est un tricheur »

G : l'événement « le joueur gagne »

1. Montrer que $P_{\bar{T}}(G) = \frac{3}{5}$. (0,5 pt)
2. Représenter par un arbre de probabilité les données de l'énoncé. (0,5 pt)
3. Calculer $P(G \cap T)$ et $P(G \cap \bar{T})$. (1 pt)
4. En déduire $P(G)$. (0,5 pt)
5. Le joueur a gagné. Quelle est la probabilité que celui-ci soit un tricheur ? (0,5 pt)

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville Pool-Sangha-Likouala)
Département de Maths

Année scolaire 2016-2017

BACCALAUREAT BLANC ZONAL MAI 2017

Niveau : Terminale
Epreuve : Maths
Série : D
Durée : 4 heures **Coefficient :** 4

Exercice 1 : (5 $points$)

1. On considère l'équation :(E) $z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = 0$, où z est un nombre complexe.
   a) Démontrer que le nombre complexe i est solution de cette équation. (0,5$point$)
   b) Déterminer les nombres réels a, b et c tels que, pour tout nombre complexe z, on ait :
   $$z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = (z-i)(az^2 + bz + c) \quad (1\ point)$$
   c) En déduire les solutions de l'équation (E). (1$point$)
2. Dans le plan complexe, rapporté au repère orthonormal direct $(O;\ \vec{u}, \vec{v})$, on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives i, $2+3i$ et $2-3i$. Soit r la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{4}$.
   a) Donner l'écriture complexe de la rotation r. (0,5 $point$)
   b) Déterminer l'affixe du point A', image du point A par la rotation r. (0,5 $point$)
   c) Démontrer que les points A', B et C sont alignés. (1 $point$)
   d) Déterminer l'écriture complexe de l'homothétie de centre B qui transforme C en A'. (0,5 $point$)

Exercice 2 : (5 $point$)

L'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$ est muni de sa base canonique $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne :
$\vec{u} = (2,1,0)$ et $\vec{v} = (-1,0,1)$. Soit E_1 le sous ensemble de $\mathbb{R}^3$ tel que :
$E_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 /\ x - 2y + z = 0\}$.
et E_2, un sous espace vectoriel $\mathbb{R}^3$ engendré par le vecteur $\vec{w} = 2\vec{i} - \vec{k}$.

1. Démontrer que E_1 est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. (0,5 $point$)
2. Montrer que la famille $(\vec{u}, \vec{v})$ est une famille génératrice de E_1. (0,5 $point$)
3. Montrer que la famille $(\vec{u}, \vec{v})$ est une famille libre de E_1. (0,5 $point$)
4. Montrer que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est une base de $\mathbb{R}^3$. (0,5 $point$)
5. Montrer que E_1 et E_2 sont des sous espaces vectoriels supplémentaires de $\mathbb{R}^3$. (0,5 $point$)

46

6. On considère l'endomorphisme f de $\mathbb{R}^3$ tel que : $f(\vec{u}) = \vec{u},\ f(\vec{v}) = \vec{v}\ et\ f(\vec{w}) = -\vec{w}$.
   a) Déterminer $f(\vec{i}), f(\vec{j})\ et\ f(\vec{k})$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. $(1\ point)$
   b) Donner la matrice de f dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. $(0{,}5\ point)$
   c) Quelle est la nature de l'endomorphisme f. $(1\ point)$

Exercice 3 : $(7\ points)$

Partie A

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = (x^2 + x + 1)e^{-x} - 1$

1. a) Déterminer les limites de h en $-\infty$ et en $+\infty$. $(0{,}5\ point)$
   b) Déterminer la dérivée de h. $(0{,}5\ point)$
   c) Etudier le signe de la dérivée de h sur $\mathbb{R}$. $(0{,}5\ point)$
   d) Dresser le tableau de variation de h. $(0{,}5\ point)$
2. Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$, dont l'une dans l'intervalle $[1; 2]$, qui sera noté α. $(0{,}5\ point)$
3. En déduire le signe de $h(x)$ sur $\mathbb{R}$, le présenté dans un tableau. $(0{,}5\ point)$

Partie B

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2x + 1)e^{-x}$ et $g(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$

Leurs courbes représentatives dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ sont notées Cf et Cg.

1. Démontrer que les deux courbes passent par le point $A(0,1)$. $(0{,}5\ point)$
2. Montrer que les deux courbes admettent en $A(0,1)$ la même tangente. $(1\ point)$
3. a) Démontrer que, pour tout nombre réel x, $f(x) - g(x) = \frac{(2x+1)h(x)}{x^2+x+1}$. $(0{,}5\ point)$
   b) A l'aide d'un tableau, étudier le signe de $f(x) - g(x)$ sur $\mathbb{R}$. $(0{,}5\ point)$
   c) En déduire la position relative des courbes Cf et Cg. $(0{,}5\ point)$
4. a) Montrer que la fonction d définie sur $\mathbb{R}$ par : $d(x) = (-2x - 3)e^{-x} - \ln(x^2 + x + 1)$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $f - g$. $(0{,}5\ point)$
   b) En déduire l'aire $\mathcal{A}$, exprimée en unités d'aire, de la partie du plan délimitée par les deux courbes Cf et Cg et les droites d'équations $x = -\frac{1}{2}$ et $x = 0$. Donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie à 10^{-4} de cette aire. $(0{,}5\ point)$

Exercice 4 : $(3\ points)$

Deux grossistes produisent des bulbes de tulipes :

- Le premier, des bulbes à fleurs rouges dont 90% donnent une fleur ;
- Le second, des bulbes à fleurs jaunes dont 80% donnent une fleur.

Un horticulteur achète 70% des bulbes qu'il cultive au premier grossiste et le reste au second. Un bulbe de tulipe donne au plus une fleur. L'horticulteur plante un bulbe pris au hasard. On notera :

[illegible] l'événement « Le bulbe provient du premier grossiste » ;
[illegible] l'événement « Le bulbe provient du second grossiste » ;
[illegible] l'événement « Le bulbe donne une fleur ».

1. Déterminer les probabilités des événements suivants :
   a) Obtenir une fleur rouge. (0,5 *point*)
   b) Obtenir une fleur jaune. (0,5 *point*)
   c) Ne pas obtenir de fleur. (0,5 *point*)
2. L'horticulteur gagne 800 frs par fleur rouge obtenue et 1000 frs par fleur jaune. Soit X la variable aléatoire égale au gain de l'horticulteur par bulbe planté.
   a) Déterminer la loi de probabilité de X. (0,5 *point*)
   b) Calculer son espérance mathématique. (0,5 *point*)
   c) Quelle est l'espérance de gain de l'horticulteur s'il commande 10000 bulbes ? (0,5 *point*)

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville Pool-Sangha-Likouala)
Département de Maths

Année scolaire 2016-2017

BACCALAUREAT BLANC ZONAL MAI 2017

Niveau : Terminale
Epreuve : Maths
Série : C
Durée : 4 heures   Coefficient : 5

Exercice 1 : (4 *points*)

x et y désignent des entiers relatifs.

1. Montrer que l'équation : (E) $65x - 40y = 1$ n'a pas de solution. (0,5 *point*)
2. Montrer que l'équation : (E') $17x - 40y = 1$ admet au moins une solution. (0,5 *point*)
3. Déterminer, à l'aide de l'algorithme d'Euclide, un couple d'entiers relatifs solution de l'équation (E'). (1 *point*)
4. Résoudre l'équation (E'). (0,5 *point*)
5. En déduire qu'il existe un unique entier naturel x_0 inférieur à 40 tel que $17x_0 \equiv 1\ [40]$. (0,5 *point*)
6. Pour tout entier naturel a, démontrer que, si $a^{17} \equiv b\ [55]$ et si $a^{40} \equiv 1\ [55]$, alors $b^{33} \equiv a[55]$. (1 *point*)

Exercice 2 : (8 *points*)

Dans le plan orienté, on considère un triangle équilatéral ABC, de centre O, tel que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$. On appelle (C) le cercle circonscrit au triangle ABC, I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[OI]$. Les droites (OA) et (OC) recoupent le cercle (C) respectivement en D et en E.

1. Placer ces points sur une figure (On prendra $OA = 4\ cm$). (1 *point*)
2. On note G l'isobarycentre des points A, B, C, D et E.
   a) Exprimer $\overrightarrow{OG}$ en fonction de $\overrightarrow{OB}$. (0,5 *point*)
   b) Exprimer $\overrightarrow{OG}$ en fonction de $\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{OD}$. (0,5 *point*)
   c) En déduire que les droites (OB) et (DJ) se coupent en G. Placer G. (0,5 *point*)
3. A tout point M du plan, on fait correspondre le point $M' = f(M)$ tel que : $4\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME}$.
   a) Montrer que f est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport. (0,5 *point*)
   b) Quelles sont les images par f des points B et D ? (0,5 *point*)
4. Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$, et S l'application définie par : $S = r \circ f$.
   a) Démontrer que S est une similitude plane directe. Préciser son rapport et son angle. (0,5 *point*)
   b) Construire le point H, image de G par S. (0,5 *point*)
   c) Démontrer que le centre Ω de S appartient aux cercles circonscrits respectivement aux triangles OGH et BOD. Construire Ω. (1 *point*)
5. Soit (E) l'ensemble des points M du plan tels que : $MH + MB = AD$.

49

a) Vérifier que (E) est une ellipse. Préciser son axe focal. (0,5 $point$)
b) Construire le point M_0 de (E) situé sur la demi-droite $[BA)$. (0,5 $point$)
c) Placer les sommets de (E). (0,5 $point$)
d) Construire (E) et ses directrices. (1 $point$)

Exercice 3 : (5 $points$)

Partie A

1. Résoudre, dans l'ensemble des fonctions deux fois dérivables, l'équation différentielle $(E): y'' + 9y = 0$. (0,5 $point$)
2. Déterminer la solution particulière f de (E) qui vérifie : $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ et $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 6$. (0,5 $point$)

Partie B

On considère dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, la courbe paramétrée (Γ) dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x(t) = 2\cos 3t \\ y(t) = 3\sin 2t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$.

1. Définir la fonction vectorielle F associée à (Γ). (0,5 $point$)
2. Montrer que F est périodique, de période 2π. (0,5 $point$)
3. Comparer $M(t)$ et $M(-t)$. En déduire que l'on peut restreindre le domaine d'étude à l'intervalle $I = [0;\ \pi]$. (0,5 $point$)
4. Etudier les variations de la fonction x sur I. (0,5 $point$)
5. Etudier les variations de la fonction y sur I. (0,5 $point$)
6. Dresser le tableau conjoint des variations de x et y sur I. (0,5 $point$)
7. Tracer (Γ). (1 $point$)

Exercice 4 : (3 $points$)

Kevin possède un lecteur MP4, dans lequel il a stocké 90 morceaux de rumba et 110 morceaux de couper-décaler. Un tiers des 90 morceaux de rumba est composé par des auteurs congolais. Un dixième des 110 morceaux de couper-décaler est composé par des auteurs congolais.

1. Afin d'écouter un morceau de musique, Kevin lance une lecture aléatoire sur son lecteur MP4. On admet que cela revient à choisir un morceau de musique de manière équiprobable.
   On note :
   R l'événement « le morceau de musique écouté est un morceau de rumba » ;
   D l'événement « le morceau de musique écouté est un morceau de couper-décaler » ;
   C l'événement « l'auteur du morceau de musique écouté est un congolais ».
   a) Quelle est la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit un morceau de rumba ? (0,5 $point$)
   b) Sachant que Kevin a écouté un morceau de rumba, quelle est la probabilité que l'auteur soit congolais ? (0,5 $point$)
   c) Calculer la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit un morceau de rumba composé par un auteur congolais. (0,5 $point$)
   d) Quelle est la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit composé par un auteur congolais ? (0,5 $point$)
2. Afin d'écouter trois morceaux de musique, Kevin lance trois fois une lecture aléatoire sur son lecteur MP4. Calculer la probabilité qu'il ait écouté au moins un morceau de rumba.(1$point$)

2017 BAC BLANC ZONAL

INSPECTION DES LYCÉES ZONE1
(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)
Département des Mathématiques

Année scolaire 2015-2016

Baccalauréat Blanc Zonal

Épreuve: Mathématiques — Série: D
Durée: 4 heures — Coefficient : 4

Session de mai 2016

Documents Autorisés : calculatrice non programmable

Exercice 1(5 points)

Le plan complexe C est muni de repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, soit le point A d'affixe $Z_A = 1 + i$ et f une transformation plane qui, au point M(x ; y) d'affixe $Z_M = x + iy$ associe le point M'(x' ; y') d'affixe $Z_{M'} = x' + iy'$ tel que : $f(Z) = Z'$; avec $Z' = \frac{1}{2}(Z + i\bar{Z})$, où le nombre complexe $\bar{Z}$ désigne le conjugué du nombre complexe Z.

1) Déterminer l'expression analytique de f(on exprimera x' et y' en fonction de x et de y) 0,5p.t
2) En déduire que le point M'(x' ; y') appartient à la droite (Δ) d'équation y = x. 0,5pt
3) Déterminer l'ensemble Inv(f) de points invariant par f. 0,5pt
4) Démontrer que pour tout point M du plan les vecteurs $\overrightarrow{MM'}$ et $\overrightarrow{OA}$ sont orthogonaux. 0,5pt
5) On considère l'application g définie dans C telle que ; g : $Z' = \frac{1}{2}(Z + iZ)$

a) Déterminer les nombres complexes a et b tels que l'application g s'écrive sous la forme $g(Z) = aZ + b$ 1pt

b) Déterminer le module et un argument du nombre complexe a. 1pt

c)En Déduire la nature et les éléments caractéristiques de l'application g. 1pt

Exercice 2(5points)

Soit l'espace vectoriel réel E, rapporté à sa base canonique $(\vec{i}, \vec{j})$. On considère les vecteurs $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} - 3\vec{j}$, soit f l'endomorphisme de l'espace vectoriel E défini dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$ par : $f(\vec{u}) = \vec{i} - \vec{j}$ et $f(\vec{v}) = -\vec{i} + 3\vec{j}$

1) Déterminer les vecteurs $f(\vec{i})$ et $f(\vec{j})$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$. 1pt
2) Soit le vecteur $\overrightarrow{u'} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$ image du vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ par l'endomorphisme f : tel que $f(\vec{u}) = \overrightarrow{u'}$

a) Exprimer les coordonnées x' et y' du vecteur $\overrightarrow{u'}$ en fonction de celles x et y de $\vec{u}$. 1pt

b) Calculer la composée $f \circ f(\vec{u})$. 0,5pt

c) En déduire la nature de l'endomorphisme f. 0,5pt

3) a)Montrer que le sous ensemble B de E défini tel que :
B = (x, y) ∈ E, tel que x + y = 0 est la base de l'endomorphisme f. 0,5pt

b) Montrer que le sous ensemble D de E défini tel que :
D = (x, y) ∈ E, tel que 3x + y = 0 est la direction de l'endomorphisme f. 0,5pt

4) a)Vérifier que $(\vec{u}, \vec{v})$ tels que $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} - 3\vec{j}$, est une base de l'espace E. 0,5pt

b) Ecrire la matrice de l'endomorphisme f dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$. 0,5pt

Exercice 3 (6 points)

Soit la fonction numérique f à variable réelle x , définie par : $f(x) = \frac{e^{-x}}{e^{x}-1}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
Unité graphique : 2 Cm.

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f. 0,5pt
2) Calculer la dérivée f ' de f et préciser le signe de cette dérivée. 1pt
3) Dresser le tableau de variations de f. 0,5pt
4) Montrer que la fonction numérique f admet une asymptote horizontale et une branche parabolique que l'on précisera. 1pt
5) Soit g la restriction de la fonction f à l'intervalle $I =]-\infty ; 0[$, telle que :
   $\forall x \in I ; g(x) = |f(x)|$
   On notera par (C_1) la courbe représentative de g dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$
   a) Dresser le tableau de variations de la fonction g sur l'intervalle $I =]-\infty ; 0[$. 0,5pt
   b) Déduire le signe de la fonction g sur l'intervalle $I =]-\infty ; 0[$. 0,5pt
6) Soit h la restriction de la fonction g à l'intervalle $J =]-\infty ; -\ln 2]$ et (C_2) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$
   a) Montrer que la fonction h admet une bijection réciproque h^{-1} dont on dressera le tableau de variations. 1pt
   b) Tracer les courbes (C_1) de la fonction g et (C_2) de la fonction h dans un même repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. 1pt

Exercice 4 (4 points)

On considère la série statistique à double variables X et Y telle que (x_i, y_j, n_{ij}) définie par le tableau à double entrées suivant :

X \ Y	1	2
-1	2	1
0	3	2
1	1	1

1) Déterminer les deux séries statistiques marginales associées à cette série double. 1pt
2) Déterminer les coordonnées $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ du point moyen G du nuage statistique. 1pt
3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre les caractères X et Y. 1pt
4) Calculer l'inertie du nuage statistique par rapport au point A (-2 ; 2). 1pt

$\frac{\frac{e^{-x}}{e^{x}-1}}{x} = \frac{e^{-x}}{xe^{x}-x} = \frac{e^{-x}}{x} = \frac{e^{-2x}}{x} = +\infty$

$\frac{e^{-x}}{e^{x}-1} = \frac{+\infty}{-1} = -\infty$

$-\infty$	0	$+\infty$
$-$		$+$

INSPECTION DES LYCÉES ZONE1
(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)
Département des Mathématiques

Année scolaire 2015-2016

ILZ-1

Baccalauréat Blanc Zonal

ILZ-1

Épreuve: Mathématiques
Durée: 4heures

Série: C
Coefficient : 5

Documents Autorisés : calculatrice non programmable

Exercice1(4 points)

1) La division euclidienne d'un entier naturel non nul a par un entier naturel non nul b, donne un reste r , quel est l'intervalle des valeurs possibles de r. 0,5pt

2) Déterminer le reste de la division euclidienne de 3^n, $n \in \mathbb{N}$ par 11. 0,5pt

3) Déterminer les entiers naturels n tels que : $3^{2n} + 3^n \equiv 3^2\ [11]$. 1pt

c) En déduire le reste de la division euclidienne par 11 du nombre entier naturel $p = 14.501^{2015} + 132^{2016}$. 0,5pt

4) Soit la suite numérique (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par :
$U_n = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \ldots + 3^{n-1}$

a) Montrer que pour tout entier naturel non nul n , on a : $2\,U_n = 3^n - 1$. 1pt

b) En déduire que U_{2015} est divisible par 11. 0,5pt

Exercice 2(8 points)

Dans le plan orienté (P) , on considère le triangle équilatéral OBA de sens direct et de centre de gravité G. On construit à l'extérieur de ce triangle un autre triangle équilatéral OAC tels que les points A' , C' et B' désignent respectivement les milieux des segments [OC] , [BA] et [OA] . Les droites (BA') et (OA) se coupent en I

1/ Faire la figure que l'on complètera au fur et à mesure. 1pt

2/ a) Déterminer le rapport et une mesure d'angle de la similitude plane directe S_1 transformant B en B' et A en A'. 1pt

b) Déterminer l'image S_1 (O) du point O par la similitude directe S_1 1pt

3/ Montrer qu'il existe une homothétie h qui transforme O en B' et B en A' , on déterminera son centre et son rapport . 1pt

4/ Soit S_2 la similitude plane indirecte de centre O transformant B en B' , déterminer son axe et son rapport. 1pt

5/ Déterminer la composée $S = S_1 \circ S_2$. 1pt

6/ Soit (H) l'hyperbole de rectangle fondamental OC'AA' , de foyers F et F' où F est un point du segment $[AC]$.

a)Construire l'hyperbole (H) 1pt

b)Soit (H_O) , l'arc de l'hyperbole (H) situé à droite du segment [AA'] . Construire l'image (H'_O) de (H_O) par l'application S_2 . 1pt

ILZ-1

Exercice 3 : (5 points)

Soit la fonction numérique f à variable réelle x , définie sur l'intervalle $]0\ ,+\infty[$ par :

$f(x) = 100\left(\frac{\ln x}{x}\right)$[illegible] .

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni de repère orthonormé $(O\ ,\vec{i}\ ,\vec{j}\ )$. Unité graphique : 2Cm.

1) a) Calculer la dérivée f' de la fonction f , puis étudier le signe de cette dérivée. 1pt

b) Dresser le tableau de variations de la fonction f. 1pt

2) Tracer (C) , on admettra que les droites d'équations x = 0 et y = 0 sont asymptotesà la courbe(C) de la fonction f. 0,5pt

3) On se propose de calculer l'aire A du domaine plan délimité par la courbe (C) de f , et les droites d'équations x = 1 ; x = e et y = 0 ,

Pour cela on se propose de calculer l'intégrale $I_n = \int_1^e \frac{(\ln x)^n}{x^4}\,dx$; $n \in \mathbb{N}$

a) Calculer I_1 0,5pt

b) Par une intégration par parties , montrer que l'on a : $I_n = -\frac{1}{3e^3} + \frac{n}{3} I_{n-1}$ 0,5pt

c) En déduire I_2 et I_3 1pt

d) Calculer alors l'aire A. 0,5pt

Exercice 4(3 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O\ ,\vec{i}\ ,\vec{j}\ )$ d'unité graphique : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\|$ = 1Cm. On place une puce à l'origine O de ce repère , elle effectue cinq sauts consécutifs d'un centimètre chacun de l'avant sans recul, soit parallèlement à l'axe (Ox) des abscisses de probabilité $\frac{2}{3}$, soit parallèlement à l'axe (Oy) des ordonnées de probabilité $\frac{1}{3}$.

1) Calculer la probabilité pour que cette puce partant de l'origine O du repère se retrouve au point A de coordonnées A (3 ;2) au cinquième saut. 1pt

2) On considère la variable aléatoire réelle X égale au nombre de sauts effectués parallèlement à l'axe (Ox) des abscisses pendant cette épreuve.

a)Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X. 1,5pt

b)Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X . 0,5pt

ILZ-1

Histoire est-il l'oeuvre des hommes?

INSPECTION DES LYCÉES ZONE1 — Année scolaire 2014-2015

(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)

Département des MATHEMATIQUES

ILZ-1

Baccalauréat Blanc Zonal

Session de mai 2015

Epreuve: MATHEMATIQUES — Série: C

Durée: 4 heures — Coefficient : 5

EXERCICE 1 : (4points)

Le plan complexe C est muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{U}, \vec{V})$, unité graphique 1 Cm. On considère les points A, B, C d'affixes respectives $Z_A = 3 + 5i$; $Z_B = -4 + 2i$; $Z_C = 1 + 4i$, soit S une transformation du plan complexe qui, à tout point M d'affixe Z associe le point M' d'affixe Z', définie par : $Z' = (2 - 2i)Z + 1$

1) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'application S. 1pt

2) a) Déterminer l'affixe du point B' image du point B par l'application S. 0,5pt

b) Montrer que les droites (CB') et (CA) sont orthogonales. 0,5pt

3) Soit M (x; y) le point d'affixe Z=x+iy, où x et y sont deux nombres entiers relatifs et M'(x';y') image du point M(x;y) par l'application S, montrer que les vecteurs $\overrightarrow{CM'}$ et $\overrightarrow{CA}$ sont orthogonaux si et seulement si: $x + 3y = 2$

4) On considère l'équation (E) définie par : $x + 3y = 2$

a) Vérifier que l'équation $x + 3y = 2$ admet au moins une solution dans Z x Z 0,5pt

b) Vérifier que le couple (- 4 ; 2) est solution de l'équation (E) 0,5pt

c) Résoudre l'équation (E) dans l'ensemble Z x Z 0,5pt

c) En déduire l'ensemble des points M(x ; y) dont les coordonnées x et y appartiennent à l'intervalle [-5; 5] et tels que les vecteurs $\overrightarrow{CM'}$ et $\overrightarrow{CA}$ sont orthogonaux. 0,5pt

EXERCICE 2 : (8points)

Dans un plan orienté (P), on considère le carré direct ABCD centré en O, de coté 8 Cm. Les points I, J, K et L sont milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD] et [DA]. On prendra une page entière pour la figure que l'on complètera au fur et à mesure.

Partie A :

R et R' sont les rotations de centres respectifs A et C, d'angles de commune mesure $\frac{\pi}{2}$.
On considère l'application composée f définie telle que : $f = R \circ t_{\overrightarrow{CA}} \circ R'$
où $t_{\overrightarrow{CA}}$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{CA}$.

1) a) Calculer f (C) 0,5pt

b) Reconnaitre et caractériser l'application f. 1pt

2) Le point K est milieu du segment [OC], on considère l'ellipse (E) de centre O dont deux de ses sommets sont B sur le grand axe (axe focal) et K sur le petit axe (axe non focal). On rappelle que le cercle de centre O et de rayon [OB] est principal tandis que

55

063 0686447382

celui de centre O et de rayon [OK] est secondaire, la parallèle à (BD) en K, coupe le cercle principal en H et F est le projeté orthogonal de H sur l'axe focal (BD).

2) a) Que représente le point F pour l'ellipse (E) 0,5pt

b) Tracer l'ellipse (E), on précisera les sommets, les foyers et les directrices. 2pts

Partie B :

Le plan (P) est maintenant rapporté à un repère orthonormé direct (O , $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$)

3) Déterminer les coordonnées du point F et une équation cartésienne réduite de l'ellipse (E) dans ce repère. 1pt

4) Soit T la transformation ponctuelle qui, à tout point M (x ; y) du plan associe le point M' (x' ; y') tel que :

$$T : \begin{cases} x' = \frac{x}{x-1} \\ y' = \frac{y}{x-1} \end{cases} \quad ; \quad x \neq 1$$

a) Vérifier que l'application T est involutive c'est-à-dire que la composée T o T est l'identité du plan ou encore que T = T^{-1}, T^{1} étant la bijection réciproque de T. 0,5pt

b) Démontrer que les points O, M et M' sont alignés 0,5pt

c) Déterminer, caractériser et construire dans le même repère que (E) l'image (E') de l'ellipse (E) par l'application T. 2pts

EXERCICE 3 : (5 points)

Soit f la fonction numérique à variable réelle x, définie par : $f(x) = x^2 e^{1-x}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$) du plan. Unité graphique : 2 Cm

1) Déterminer la dérivée f' de la fonction f 0,5pt

2) Dresser le tableau de variations de la fonction f 1pt

3) Etudier les branches infinies à (C) 1pt

4) Tracer (C) 0,5pt

5) Soit l'entier naturel n, et la variable réelle $x \in [0 ; 1]$, on considère l'intégrale U_n définie telle que : $U_n = \int_0^1 X^n e^{1-X} dx$ avec $U_0 = e - 1$

a) Montrer que pour tout entier naturel n, $U_n > 0$ 0,5pt

b) Trouver une relation liant U_{n+1} et U_n (on pourra utiliser une intégration par parties de U_{n+1}) puis Calculer U_1 et U_2 1pt

c) En déduire l'aire A du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe (Ox) des abscisses et les droites d'équations x = 0 ; x = 1 0,5pt

EXERCICE 4 : (3 points)

Le tableau ci-dessous indique, de l'année 2010 à l'année 2015, les frais de publicité et de fabrication de savons d'une moyenne entreprise. X désigne l'année d'exercice et Y le Chiffre d'affaires exprimé en millions de francs C.F.A de l'année correspondante.

X	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Y	128	102	138	116	118	142

1°) Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage statistique considéré. 1pt

2°) Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression de Y en X 1pt

3°) Déterminer le chiffre d'affaires de cette entreprise en 2016. 1pt

ILZ-1 ILZ-1

03263 EA

INSPECTION DES LYCÉES ZONE1
(Brazzaville-Pool-Sangha-Likouala)
Département des Mathématiques

Année scolaire 2013-2014

Baccalauréat Blanc Zonal

Session de mai 2014

ILZ-1 ILZ-1

Epreuve: MATHEMATIQUES
série: D
Durée: 4 heures

ILZ-1 ILZ-1

EXERCICE 1 : (5 points)

On définit la suite des nombres complexes (Z_n) suivante :

$Z_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$; $Z_{n+1} = \frac{1}{3} Z_n + \frac{2}{3} i$

1) Pour tout entier naturel n , on considère la suite numérique (U_n) telle que : $U_n = Z_n - i$.

a) Démontrer que la suite (U_n) est géométrique 1pt

b) En déduire que l'on a : $U_n = (1 - i)\left(\frac{1}{3}\right)^n$ 0,5pt

c) Exprimer en fonction de n la partie réelle X_n et la partie imaginaire Y_n du nombre complexe U_n. 1pt

d) Déterminer les limites des suites numériques (X_n) et (Y_n) 1pt

e) En déduire la convergence de la suite (Z_n) 0,5pt

2) On considère le nombre complexe $Z_k = (U_0)^k$, k est un entier naturel

a) Déterminer le module et un argument de Z_k 0,5pt

b) En déduire le module et un argument de Z_4 0,5pt

EXERCICE 2 : (5 points)

On considère les vecteurs $\overrightarrow{U_1}(1, 1, 0, 0)$, $\overrightarrow{U_2}(0, 1, 1, 0)$ et $\overrightarrow{U_3}(0, 0, 1, 1)$ de l'espace vectoriel R^4

1) Montrer que la famille $F = \{\vec{U}_1, \vec{U}_2, \vec{U}_3\}$ des trois vecteurs de l'espace R^4 est libre. (1 pt)

2) Soit le vecteur $\vec{U}(1, 2, 3, 2)$ de l'espace R^4, déterminer les réels a , b et c tels que l'on ait : $\vec{U}(1, 2, 3, 2) = a\overrightarrow{U_1} + b\overrightarrow{U_2} + c\overrightarrow{U_3}$, c'est-à-dire que $\vec{U}$ soit une combinaison linéaire des vecteurs de la famille F. (1,5pt)

3) Soit le vecteur $\vec{V}(x, y, z, t)$ du sous espace vectoriel E de R^4, trouver une relation entre les coordonnées x , y , z , et t du vecteur $\vec{V}$ de E sachant que l'on a : $\vec{V} = \alpha\overrightarrow{U_1} + \beta\overrightarrow{U_2} + \gamma\overrightarrow{U_3}$; où α , β et γ sont des réels. (1,5pt)

4) Vérifiez que le vecteur $\vec{W}(20 ; 20 ; -15 ; -15)$ appartient à E. (1pt)

EXERCICE 3 : (7 points)

Partie A :

Soit la fonction numérique g à variable réelle x , définie telle que :

$$g(x) = -x^2 - 4 + 4\ln x \quad ; \text{ avec } x \in]0, +\infty[$$

1) a. Calculer la dérivée g ' de la fonction g puis préciser le signe de g'. (1pt)

   b. Calculer les limites de g puis dresser le tableau de variations de la fonction g. (1pt)

2) a. Calculer $g(\sqrt{2})$ (0,5pt)

   b. préciser le signe de la fonction g sur son ensemble de définition. (0,5pt)

Partie B :

On considère la fonction numérique f à variable réelle x, telle que :

$$f(x) = -x + 2 - 4\left(\frac{\ln x}{x}\right) ; \text{ avec } x \in]0, +\infty[$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Unité graphique : 1 Cm

3) Déterminer la dérivée f ' de f en fonction de g (x) et préciser son signe. (1pt)

4) 4) Dresser le tableau de variations de la fonction f. (0,5pt)

5) On admet que la droite (d) d'équation y = - x + 2 est asymptote à la courbe.

6) (C) et qu'il existe un réel unique $x_0 \in]1 ; 2[$ solution unique de l'équation .

7) f (x) = 0. Etudier la position relative de (C) par rapport à la droite (d). (0,5pt)

8) Tracer (C) et (d) dans un même repère. (1pt)

9) Calculer l'aire A(D) du domaine plan (D) limité par la courbe (C), la droite (d) et les droites d'équations x = 1 ; x = e ; Unité graphique 1Cm (1pt)

EXERCICE 4 : (3 points)

Une urne contient 1 boule blanche et deux boules noires, toutes les boules sont indiscernables au toucher. On tire successivement avec remise trois boules de l'urne.

1) Qu'appelle t - on tirage successif avec remise ? (1pt)

2) Calculer la probabilité P_1 de tirer trois boules blanches. (0,5pt)

3) Calculer la probabilité P_2 de tirer trois boules noires. (0,5pt)

4) Quelle est alors la probabilité P_3 de tirer trois boules ayant une même couleur. (0,5pt)

5) Déduire la probabilité P_4 de tirer trois boules n'ayant pas une même couleur. (0,5pt)

INSPECTION DES LYCEES ZONE 1
(Brazzaville-Pool-Sangha- Likouala)

Année scolaire 2012 - 2013

ASSAMON
TC1

BACCALAUREAT BLANC ZONAL

Session de Juin 2013

Epreuve :	**Mathématiques**
Série :	**C**
Durée :	**4 heures**
Coefficient:	**5**
Document autorisé :	**Calculatrice non programmable**

EXERCICE 1 : (5 points)

Dans le plan orienté, on considère le triangle ABC tel que AB = 2 , AC = $1+\sqrt{5}$, $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.

Soit S la similitude plane directe transformant B en A et A en C.

1/ Déterminer le rapport k et une mesure d'angle θ de la similitude S.

2/ Soit Ω le centre de la similitude plane directe S.

a. Montrer que le point Ω appartient au cercle de diamètre [AB] et que le point Ω appartient à la droite (BC).

b. Déduire une construction du point Ω.

3/ Soit D l'image du point C par la similitude plane directe S .

a. Démontrer que les points A, Ω et D sont alignés et que les droites (CD) , (AB) sont parallèles.

b. Déduire une construction du point D et montrer que l'on a: CD = $3+\sqrt{5}$.

4/ Soit E le projeté orthogonal du point B sur la droite (CD).

a. Déterminer et construire le point F, image du point E par la similitude S.

b. Donner la nature du quadrilatère BFDE.

EXERCICE 2 : (4 points)

Le plan complexe C est muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{U}, \vec{V})$. A est le point d'affixe $Z_A = i$ et B le point d'affixe $Z_B = e^{-i\frac{5\pi}{6}}$.

1/ Soit R la rotation de centre O et d'angle de mesure $\frac{2\pi}{3}$, le point C est image du point B par cette rotation R.

a. Déterminer une écriture complexe de la rotation R, puis montrer que l'affixe du point C est $Z_C = e^{-i\frac{\pi}{6}}$.

b. Ecrire les nombres complexes Z_B et Z_C sous forme algébrique puis Placer les points A , B et C dans le repère du plan.

2/ Soit D le barycentre des points A , B et C affectés respectivement des coefficients 2 ; - 1

a. Montrer que l'affixe du point D est $Z_D = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$.

b. Montrer que les points A , B , C et D sont cocycliques puis construire le point D.

3/ Soit h l'homothétie de centre A et de rapport 2. On appelle E l'image du point D par l'homothétie h.

a. Déterminer une écriture complexe de l'homothétie h.

b. Montrer que l'affixe du point E est $Z_E = \sqrt{3}$, puis construire le point E.

4/ On considère le nombre complexe $N = \frac{z_D - z_C}{z_E - z_C}$.

a. Calculer le module et un argument de N.

b. En déduire la nature du triangle CDE.

PROBLEME : (11 points)

On considère la fonction numérique f à variable réelle x , définie pour tout réel x par :

$f(x) = (3 + x)\, e^{-\frac{x}{2}}$; on désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Unité 2 Cm.

PARTIE A :

1 / a. Etudier la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

b. Etudier les variations de f (on dressera un tableau de variations de f).

c. Etudier les branches infinies puis tracer (C).

2 / a. Calculer l'intégrale $J = \int_{-3}^{0} f(x)dx$, puis en déduire l'aire A en Cm^2 , du domaine plan (D) limité par la courbe (C) de f , l'axe (Ox) des abscisses et les droites d'équations $x = -3$; $x = 0$.

b. Démontrer que l'équation $f(x) = 3$, admet deux solutions ; l'une notée $\alpha \in]-2 ; -\frac{3}{2}[$ et l'autre $x_0 > -1$ que l'on précisera.

3 / Soit g la fonction définie sur R par : $g(x) = 3\, e^{x/2} - 3$.

a. Montrer que les équations $f(x) = 3$ et $g(x) = x$, sont équivalentes.

b. Etudier le signe de g' et les variations de g puis dresser le tableau de variations de g.

PARTIE B :

Soit h , la restriction de g à l'intervalle $I = [-2 ; -\frac{3}{2}]$ de R.

1 / a. Montrer que $\forall x \in I$; on a : $-2 \leq h(x) \leq -\frac{3}{2}$

b. Montrer que $\forall x \in I$; on a : $|h'(x)| \leq \frac{3}{4}$

2 / On considère la suite numérique $(U_n)\, n \in N$, définie par : $U_0 = -2$ et $\forall n \in N$; $U_{n+1} = h(U_n)$.

a. Démontrer par récurrence que $\forall n \in N$, on a : $-2 \leq U_n \leq -\frac{3}{2}$.

b. Démontrer que $\forall n \in N$, on a : $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{3}{4} |U_n - \alpha|$.

c. Démontrer que $\forall n \in N$, on a : $|U_n - \alpha| \leq (\frac{3}{4})^{n+1}$

d. En déduire que la suite (U_n) est convergente , préciser sa limite.

60