"L'imagination est le mode de déplacement le plus rapide"

Jean Morel

Déplacements et antidéplacements

EXERCICE 1

On donne un carré ABC D de centre O tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}}\right)=\frac{\pi}{2}[2\pi]$. On note I, J et K les milieux respectifs de [AB], [BC] et [AD]. On désigne par f la symétrie glissante de vecteur $\overrightarrow{OC}$ et qui envoie A en B.

1. a. Montrer que (I J) est la médiatrice de [OB]. Déduire l'axe de f.

b. Déterminer f (B) puis montrer que f (I) = J.

2. On considère l'isométrie g = $S_{(O\,I\,)}$of.

a. Déterminer les images de A et I par g.

b. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de g .

3. On pose h = $S_{(AD)}$o $S_{(C\,D)}$o$S_{(BC)}$o $S_{(\,AB\,)}$ et ϕ = $S_{(AC\,)}$o$S_{(BC)}$o $S_{(\,AB\,)}$.

a. Montrer que h est une translation dont on précisera le vecteur.

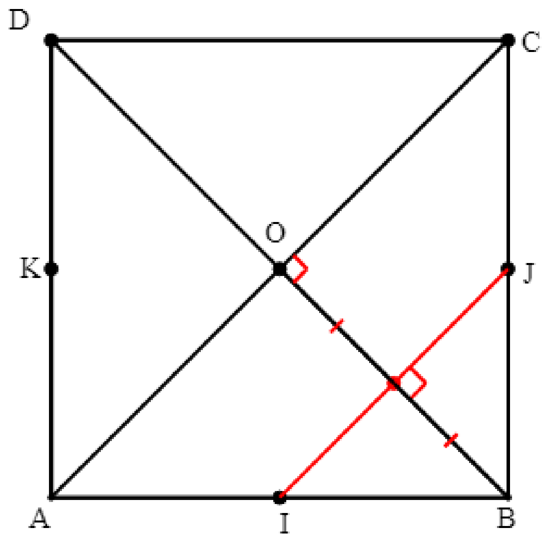
b. Montrer que ϕ est une symétrie glissante. Donner sa forme réduite

CORRIGER

EXERCICE 1

On donne un carré ABC D de centre O tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}}\right)=\frac{\pi}{2}[2\pi]$. On note I , J et K les milieux respectifs de

[AB], [BC] et [AD].



On désigne par f la symétrie glissante de vecteur OC et qui envoie A en B.

1. a. Montrons que (I J) est la médiatrice de [OB].

ABC est un triangle, I, J les milieux respectifs de [AB], [BC], ainsi d'après la propriété directe de droites de milieux, (I J)// (AC) or (OB)⊥ (AC).

MES REPONSES SONT-ELLES JUSTES ?

02/12/2023

BOC est un triangle , J est milieux [BC],(I J)// (AC)

Alors d'apres la propriété réciproque de droites de milieux (I J) coupe [OB] en leur milieux.

Donc (I J) est la médiatrice de [OB].

Déduction l'axe de f.

l'axe de f est parallèle à (OC) et passe par I=A*B

d'où l'axe est (I J)

b. Déterminons f (B) puis montrons que f (I) = J .

f (B)= C

montrons que f (I) = J

I=A*B alors f (I) = f (A) * f (B) (car la symétrie glissante conserve le milieux)

ainsi f (I) = B*C or J est milieux [BC] D'où f (I) = J

2. On considère l'isométrie g = $S_{(O\,I\,)}$of .

a. Déterminer les images de A et I par g .

g(A)=A et g(I)=K

b. Déterminons la nature et les éléments caractéristiques de g .

la nature g est une déplacement et $\begin{cases} \mathrm{g(A)} = \mathrm{A} \\ AI = AK \end{cases}$

d'où g est une rotation

Les éléments caractéristiques de g : g est une rotation de centre A et d'angle $\left(\overrightarrow{AI};\overrightarrow{AK}\right) = \frac{\pi}{2}$

3. On pose h = $S_{(AD)}$o $S_{(C\,D)}$o$S_{(BC)}$o $S_{(\,AB\,)}$ et ϕ = $S_{(AC\,)}$o$S_{(BC)}$o $S_{(\,AB\,)}$.

a. Montrons que h est une translation dont on précisera le vecteur.

h = $r_{(D;\pi)}$o$r_{(A;-\pi)}$
D'où h est une translation
h est une translation de vecteur $2\overrightarrow{AD}$
b. Montrons que ϕ est une symétrie glissante. Donnons sa forme réduite

ϕ est un antidéplacement car **ϕ est la composé d'un nombre impaire**

donc ϕ est soit une symétrie axiale soit une glissante.

Il suffit de montrer qu'elle n'est pas une symétrie axiale d'axe (Δ) ;

$S_{(AC\,)}$o$S_{(BC)}$o $S_{(\,AB\,)}$ $= S_{(\Delta)}$

On remarque que B appartient aux deux axes (BC) et (AB)

''L'imagination est le mode de déplacement le plus rapide''
Jean Morel

D'où l'idée d'utilisé $S_{(\Delta)}\ (B)$

$S_{(\Delta)}\ (B) = S_{(AC\ )}oS_{(BC)}o\ S_{(\ AB\ )}\ (B)$

On pose $S_{(\Delta)}\ (B) = D$ **,** $(\Delta) = méd[BD]$

Par conséquent $(\Delta) = (AC\ )$**et ceci entraine** $S_{(AC\ )}oS_{(BC)}o\ S_{(\ AB\ )}\ = S_{(AC\ )}$ **donc** $S_{(BC)}o\ S_{(\ AB\ )}\ = I_{dp}$ **or** $(BC) \perp\ (\ AB\ )enB$ **donc** $S_{(BC)}o\ S_{(\ AB\ )}\ = S_B$ **où** S_B **est la symétrie centrale de centre B.**

$S_B \neq I_{dp}$

Donc la supposition nous amené à un résultat absurde, la supposition$S_{(AC\ )}oS_{(BC)}o\ S_{(\ AB\ )}\ = S_{(\Delta)}$ **est fausse**

Donc ϕ n'est pas une symétrie axiale
Donc ϕ est une symétrie glissante.
$\phi = S_{(AC\ )}oS_{(BC)}o\ S_{(\ AB\ )}$
$\phi = S_{(AC\ )}oS_{B}$ **où** S_B **est la symétrie centrale de centre B. car** $(BC) \perp\ (\ AB\ )enB$
$\phi = S_{(AC\ )}oS_{(D)}o\ S_{(\ D')}$**ou** $(D) \perp\ (\ D')$ **et** $\{B\} = (D) \cap (\ D'\ )$

il faut choisir $(D)\ //(AC\ )$ **et passant par B , ainsi** $\{B\} = (D) \cap (\ D')et\ \left((D);(\ D')\right) = -\frac{\pi}{2}$**.**
Ainsi $(\ D') = (DB)$

$\phi = S_{(AC\ )}oS_{(D)}o\ S_{(DB)}$ **on a** $(AC\ ) = t_{\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}}(D)$

D'où sa forme réduite $\phi = t_{\overrightarrow{BD}}o\ S_{(DB)}$

MES REPONSES SONT-ELLES JUSTES ?

02/12/2023

”*L'imagination est le mode de déplacement le plus rapide*”

Jean Morel

Le plan est orienté dans le sens directe soit ABC est un triangle rectangle en B tel que $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}$.On donne O le milieu de $[AC]$ et J le milieu de $[BC]$.

1)a) Montrer qu'il existe un unique déplacement r tel que r(A)=O et r(B)=C.

b) Montrer que r est une rotation puis construis son centre D.

c) donner la nature du quadrilatère ABOD.

2-Soit r_C la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$ etr_B la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$ t la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

On pose f= $r_C o t o r_B$

a-Déterminer f(B)

b-Donner la nature de f et les éléments caractéristique de f .

3-a) Soit g=$t_{\overrightarrow{AB}} o S_O$où S_O symétrie de centre O.

Donner nature et éléments caractéristique de g.

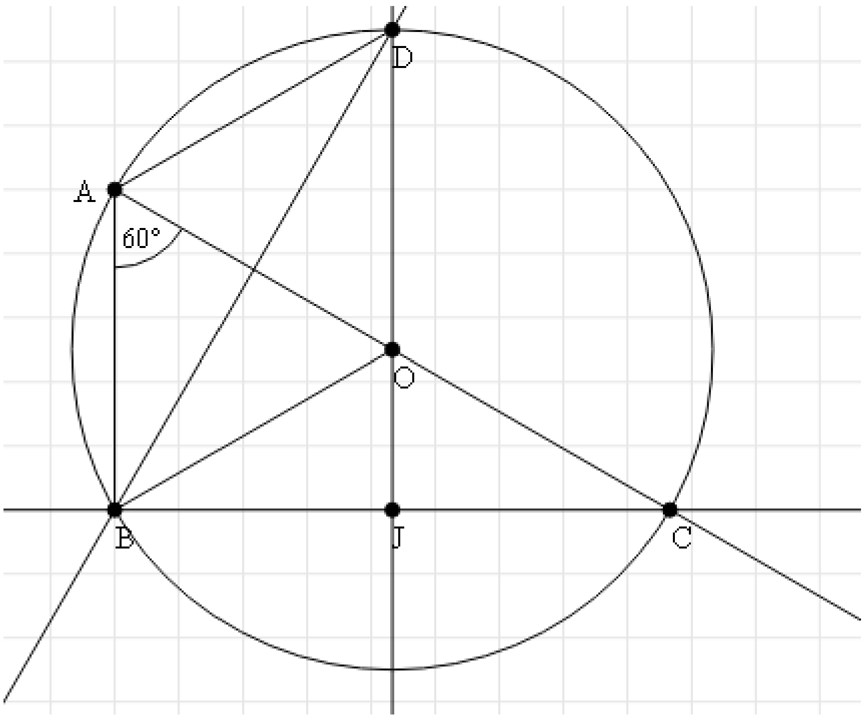
b- On pose E=$t_{\overrightarrow{AB}}(M)$ et F $= S_O(M)$ ou M un point quelconques du plan.

Monter que J est le milieu de $[EF]$

4-Soit φ l'antidéplacement qui transforme B en A et A en O.

a) Donner la nature de φ et les éléments caractéristique de φ .
b) Montrer que $\varphi(O) = D$
c) Soir $H = \varphi(D)$ montrer que H et B sont symétrique par rapport en O.

Réponse



Le plan est orienté dans le sens directe soit ABC est un triangle rectangle en B tel que $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}$. On donne O le milieu de $[AC]$ et J le milieu de $[BC]$.

''L'imagination est le mode de déplacement le plus rapide''

Jean Morel

1)a) Montrons qu'il existe un unique déplacement r tel que r(A)=O et r(B)=C.

O le milieu de $[AC]$ alors $OC = \frac{AC}{2}$

ABC est un triangle rectangle en B ainsi $cos(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \frac{AB}{AC}$ alors $AB = \frac{AC}{2}$

$AB = OC$ D'où il existe un unique déplacement r tel que r(A)=O et r(B)=C.

b) Montrons que r est une rotation puis construis son centre D

$AB = OC \neq 0$ et $A = \{(AB) \cap (OC)\}$ d'où r est une rotation.

r est une rotation de centre D où est l'intersection du médiatrice du segment $[AO]$ et $[BC]$.(Voir la figure)

c)

ABO est un triangle équilatéral alors AB=AO=BO.

$\widehat{BAO}$ et $\widehat{AOD}$ sont des angles alterne interne ainsi $mes\widehat{BAO}$ =mes $\widehat{AOD}$ et DO=DA

ADO est un triangle équilatéral alors AD=AO=DO.

Ainsi AB=BO=AD=DO

Or si Un quadrilatère ayant 4 coté de même longueur c'est un losange.

D'où la nature du quadrilatère ABOD est un losange.

2-Soit r_C la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$ etr_B la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$ t la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$. On pose f= $r_C o t o r_B$

a-Déterminons f(B)

$f(B) = r_C o t o r_B(B)$

$f(B) = r_C o t(B)$

$f(B) = r_C(C)$

$f(B) = C$

b-Donner la nature de f et les éléments caractéristique de f .

f est une composé des rotations de même angle avec une translation donc c'est une rotation .

$f(B) = C$ ainsi Ω appartient au médiatrice de $[BC]$ et déplus $(\overrightarrow{\Omega B};\overrightarrow{\Omega C}) = \frac{2\pi}{3}$

O appartient au médiatrice de $[BC]$ et déplus $(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}) = 2(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ car $(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC})et$ $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ sont des angle associé.

d'où $\Omega = O$

f est une rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ car $\frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$.

3-a) Soit g=$t_{\overrightarrow{AB}} o S_O$où S_O symétrie de centre O.

Nature et éléments caractéristique de g.

g(C)=$t_{\overrightarrow{AB}} o S_O(C)$

g(C)=$t_{\overrightarrow{AB}}(A)$

g(C)=B

g est une symétrie de centre J.

b- On pose E=$t_{\overrightarrow{AB}}(M)$ et $F = S_O(M)$ ou M un point quelconques du plan.

Montrons que J est le milieu de $[EF]$

$F = S_O(M)$ ainsi $M = S_O(F)$

g(F)=$t_{\overrightarrow{AB}} o S_O(F)$

g(F)=$t_{\overrightarrow{AB}}(M)$

g(F)=E d'où J est le milieu de $[EF]$.

4-Soit φ l'antidéplacement qui transforme B en A et A en O.

a) Donner la nature de φ et les éléments caractéristiques de φ .

$\varphi o \varphi(B) = O \neq B$ d'où φ est un symétrie glissée de vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{BO}$ et d'axe passant par les milieu du segment $[BA]et$ $[BO]$.

b) Montrons que $\varphi(O) = D$

$\varphi(O) = \varphi(\varphi(A))$ or $\varphi o \varphi = t_{2(\frac{1}{2}\overrightarrow{BO})} = t_{\overrightarrow{BO}}$ et ABOD est un losange ainsi $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AD}$

MES REPONSES SONT-ELLES JUSTES ?

02/12/2023

''L'imagination est le mode de déplacement le plus rapide''
Jean Morel

D'où $\varphi o \varphi(A) = D$

c) Soir $H = \varphi(D)$ montrons que H et B sont symétrique par rapport en O.

$H = \varphi o \varphi(O)$ Signifie $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OH}$ alors O milieu du segment $[BH]$ c'est-à-dire H et B sont symétrique par rapport en O

La perfection n'étant pas de ce monde, toutes vos remarques et suggestions pouvant contribuer à l'amélioration de ce travail seront accueillies avec une grande reconnaissance.

A cet égard, veuillez bien accepter d'avance, nos sincère remerciements

WhatsApp : +261349321440

”L'imagination est le mode de déplacement le plus rapide”

Jean Morel

EXERCICE 3

ABC est un triangle direct ; à l'extérieur de celui-ci, on construis les carrés directs BAHI, BDEC, CFGA et les parallélogrammes BIJD et CEKF. Le but de l'exercice est de montrer que le triangle AJK est isocèle et rectangle en A.

Soit r la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et t la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$.

1°/Faire une figure et placer les points ci-dessus.

2°/ Montrer que $t \circ r$ est la rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centre O , le centre O du carré BDCE.

Quel est l'image de A par $t \circ r$?

3°/ On note r' la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et t' la translation de vecteur $\overrightarrow{KF}$

a) Quel est l'image de A par $t' \circ r$?

b) Montrer que $t' \circ r'$ est la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

4°/ En déduire la nature du triangle AJK est isocèle et rectangle en A. et que O est le milieu de son hypoténuse.

EXERCICE 4

ABC est un triangle équilatéral tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}$. I est la centre de gravité du triangle ABC. D un point de $[BC]$ distinct de Bet C. On construit les triangle équilatéraux BED et DFC tel que : $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{ED}) = -\frac{\pi}{3}\, et (\overrightarrow{FC}, \overrightarrow{FD}) = \frac{\pi}{3}$.

On note par J et K est la centre de gravité respectif de BED et DFC. Le but de l'exercice est de montrer que le triangle AJK est équilatéral direct .

Soit r_1 la rotation de centre K et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ et r_2 la rotation de centre J et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

1)-Placer tous les points cités précédemment en prenant

2-Déterminer $r_2 \circ r_1(C)$. En déduire que $r_2 \circ r_1$ est la rotation de centre I et d'angle $-\frac{2\pi}{3}$.

3- Montrer que le triangle AJK est équilatéral direct

MES REPONSES SONT-ELLES JUSTES ?

02/12/2023

"L'imagination est le mode de déplacement le plus rapide"

Jean Morel

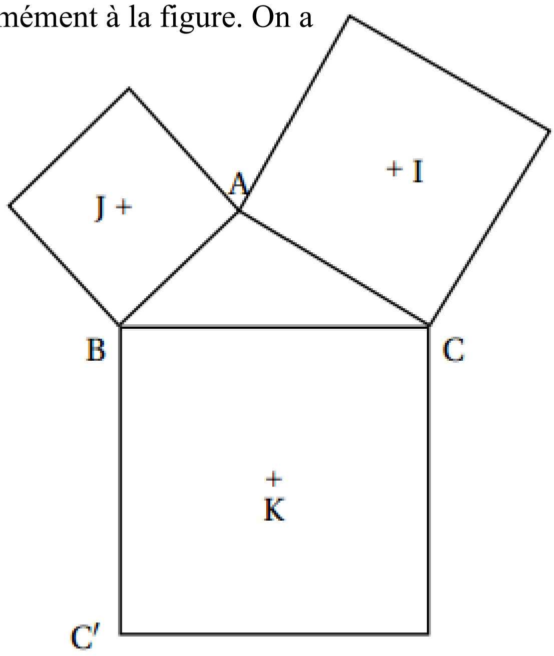
EXERCICE 5

Le plan est orienté. On considère un triangle ABC tel que l'angle

AB ,AC est un nombre compris entre 0 et π.

On construit à l'extérieur de ce triangle trois carrés de côtés respectifs CA, AB et BC et on désigne par I, J et K leurs centres, conformément à la figure. On a

$(\overrightarrow{IC},\overrightarrow{IA}) = (\overrightarrow{JA},\overrightarrow{JB}) = (\overrightarrow{KB},\overrightarrow{KC}) = -\frac{\pi}{2}$.



On veut démontrer que les segments IB et JK sont orthogonaux et ont même longueur. On considère

la similitude directe S1de centre C qui transforme I en A et la similitude directe S2 de centre B qui transforme A en J.

1. Donner les rapports et les angles de S1et de S2

. Quelle est la nature de la transformation S2∘S1 ?

2. Préciser les images de I et de B par S2∘ S1 .

3. Conclure.

MES REPONSES SONT-ELLES JUSTES ?

02/12/2023

EXERCICE 6

OAB est un triangle direct ; à l'extérieur de celui-ci, on construis les carrés directs OBEF, OACD et le parallélogrammes ODGF . Le but de l'exercice est de montrer que le triangle EGC est isocèle et rectangle en G.

Soit r la rotation de centre F et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et t la translation de vecteur $\overrightarrow{CO}$. On pose f'= $t \circ r$

Partie A : Méthode géométrique

1°/Faire une figure et placer les points ci-dessus.

2°/ Préciser la nature de f'.

3°/a) Trouver l'image de C par f' et celle de G par f'

b) Montrer que f' est la rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centre G ,

4°/ En déduire la nature du triangle EGC est isocèle et rectangle en G

5°/ Retrouver la nature et les éléments géométrique de f', en décomposant t et r convenablement chacune en deux réflexions.

Partie B : Utilisation des nombres complexes

Le plan est rapporté au repère orthonormal directe $(O, \vec{u}, \vec{v})$ avec $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$ et et B d'affixe

b ou b est un nombre complexe dont la partie imaginaire est positive.

1) Déterminer les affixes c et d des points C et D.
2) On note r_1 la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$
   a. Déterminer l'écriture complexe de r.
   b. En déduire l'affixes de f du point F est ib.
   c. Déterminer l'affixe e du points E.
   d. Démontrer que l'affixes de g du point G est i$(b-1)$
3) Démontrer que $\frac{e-g}{c-g} = i$ et en déduire la nature exacte du triangle EGC.
4) a. Déterminer l'expression complexe de r et t.

   b. En déduire l'expression complexe de f' puis Retrouver la nature et les éléments géométrique de f'.