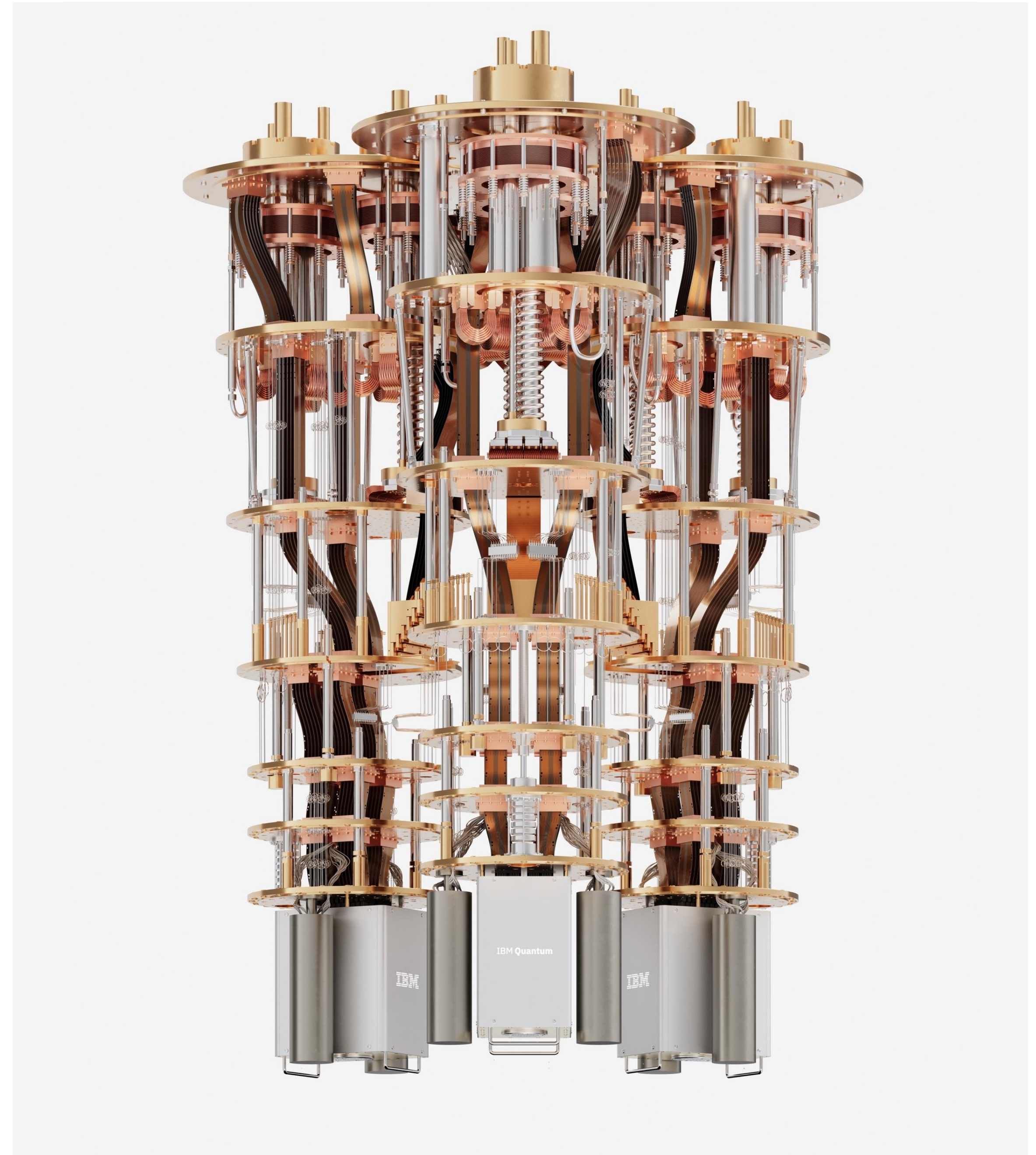


量子機械学習

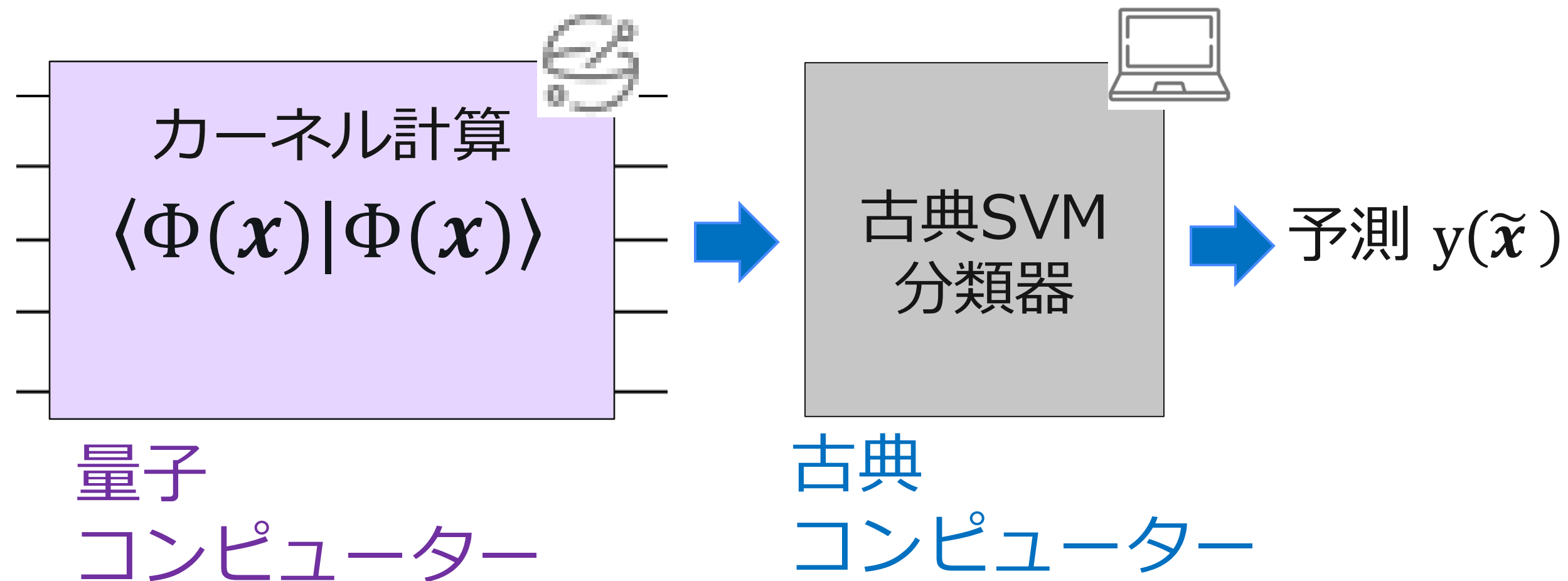
Jan 20, 2025

沼田 祈史
Kifumi Numata
IBM Quantum

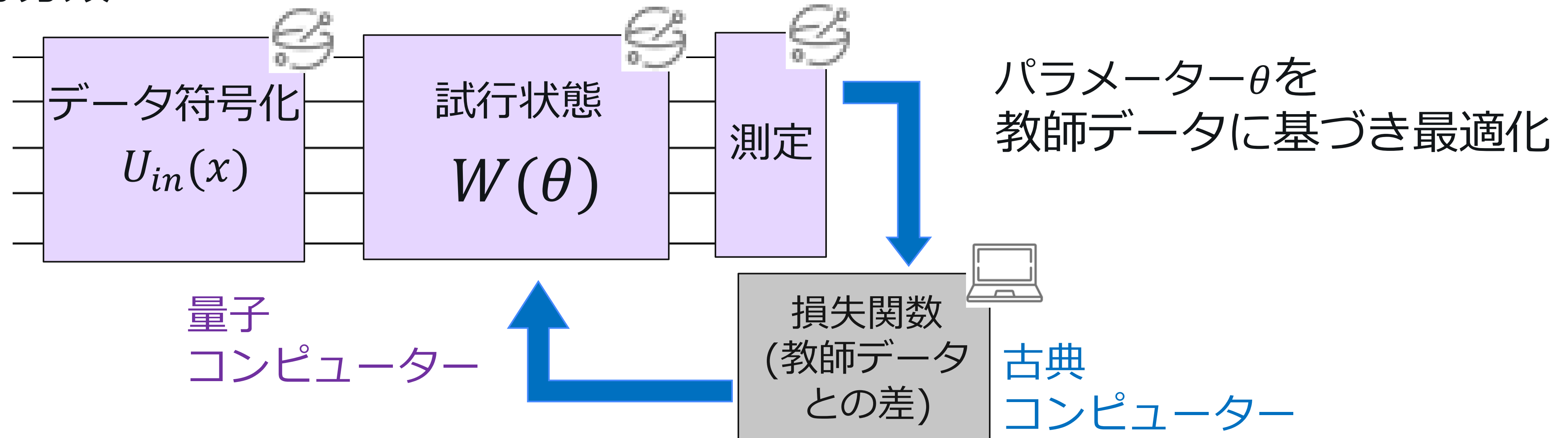


量子機械学習による分類で有名な手法は主に2種

量子カーネル分類：

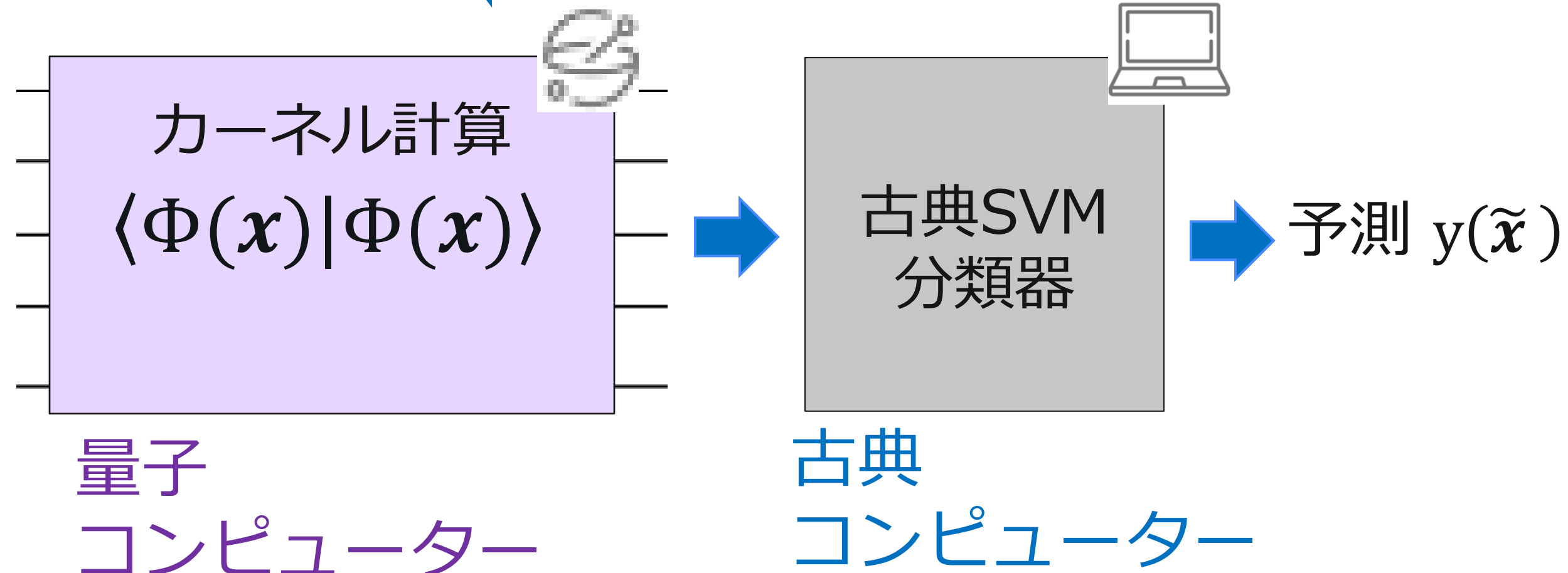


量子変分分類：

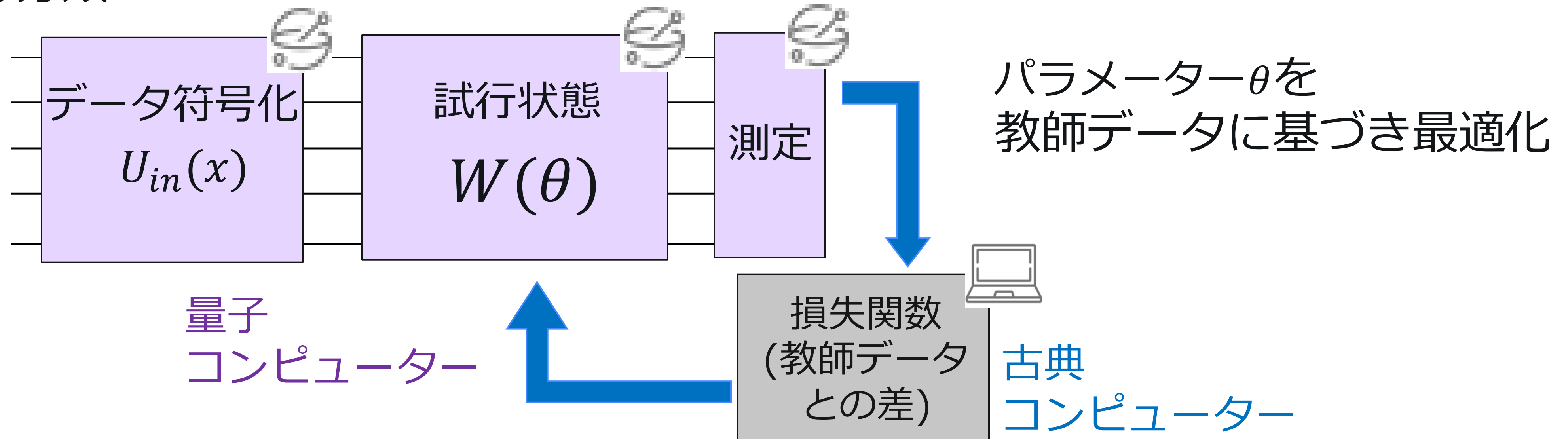


量子機械学習による分類で有名な手法は主に2種

量子カーネル分類：



量子変分分類：



最初に、皆さんの期待値を調整させてください！

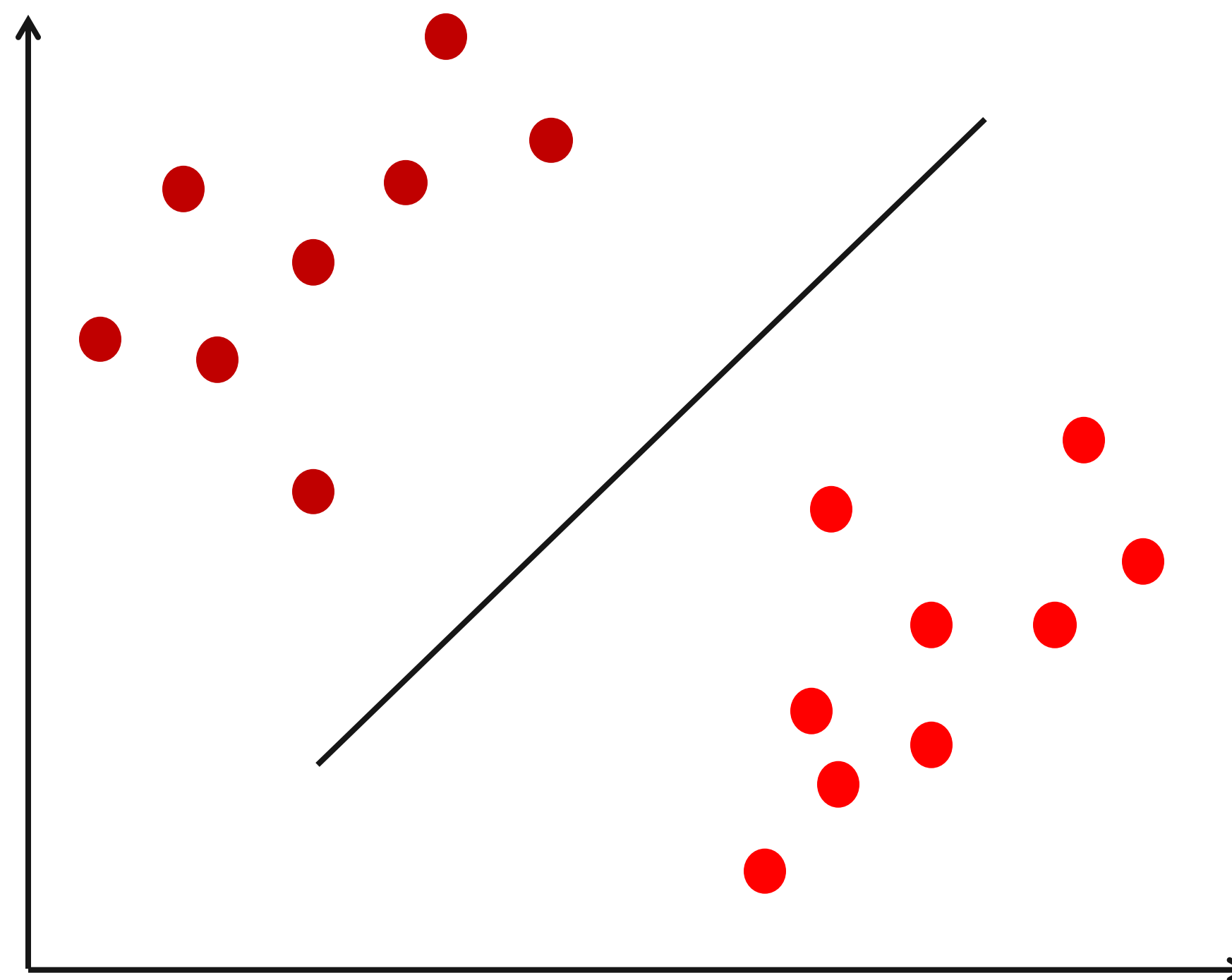
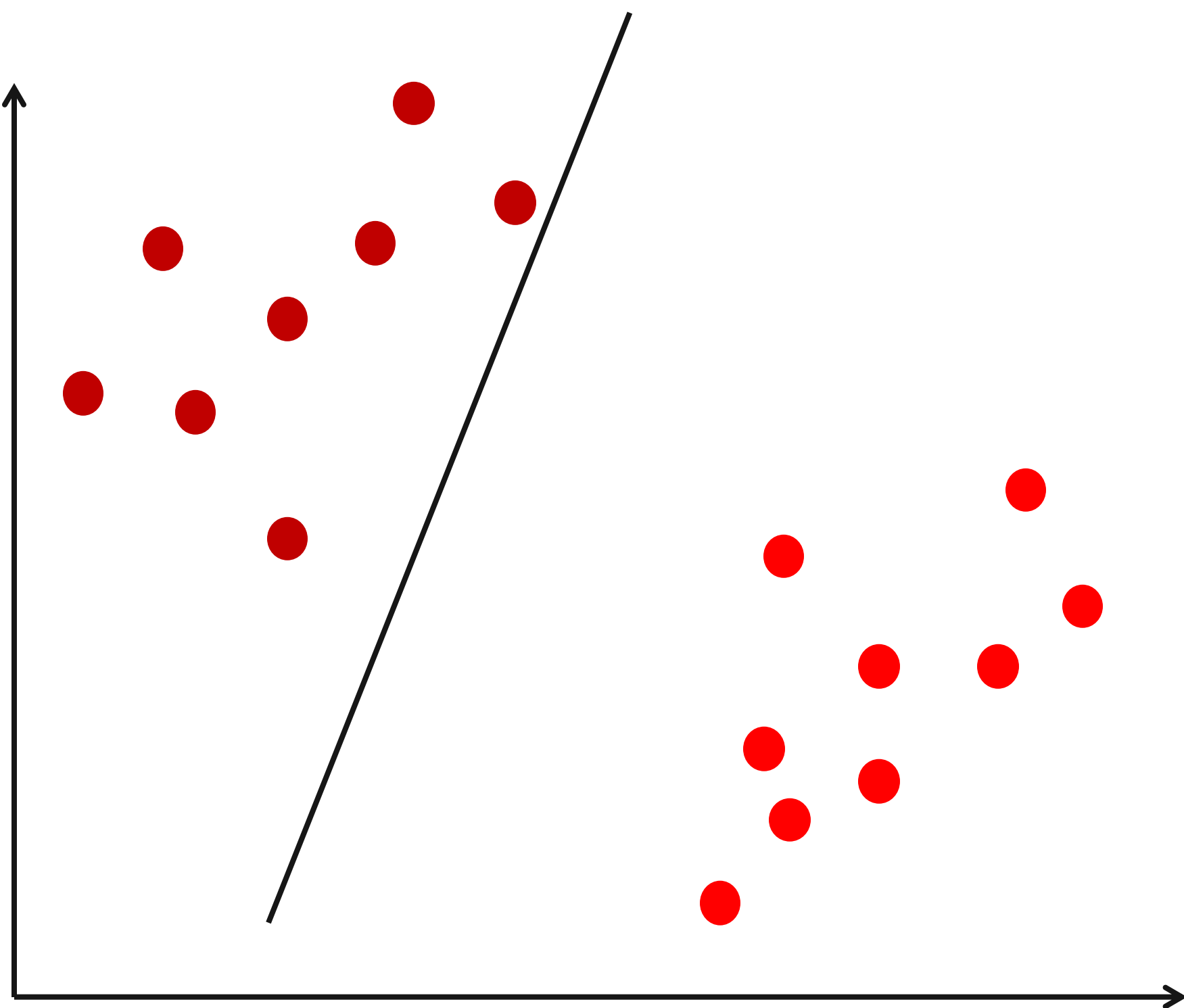
量子機械学習アルゴリズムが、従来の機械学習アルゴリズムよりも効率的かつスケーラブルにすべての分類タスクを解決できるというのは
真実ではありません。

よって、ここでは、量子機械学習について以下の内容を考えることを目的とします。

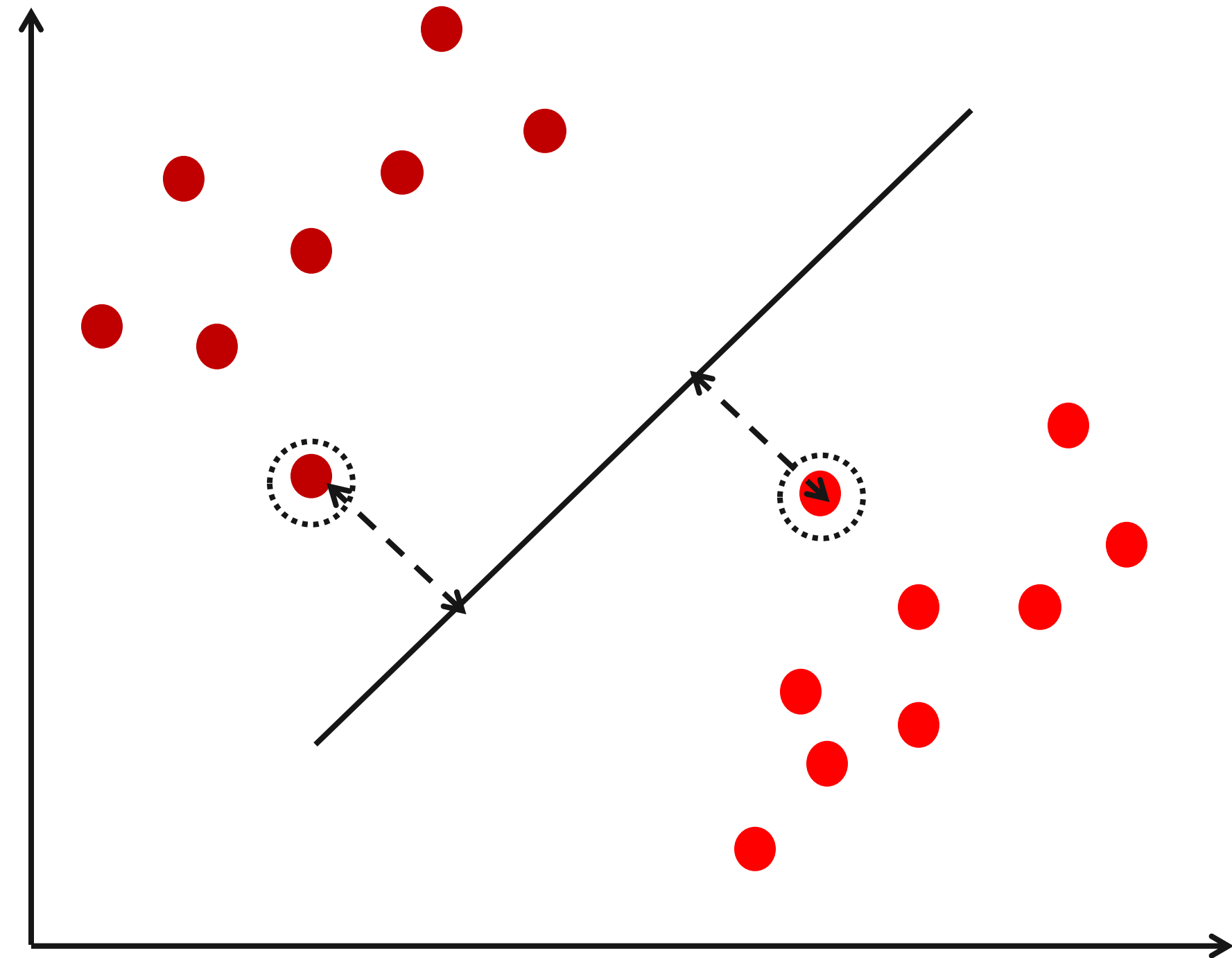
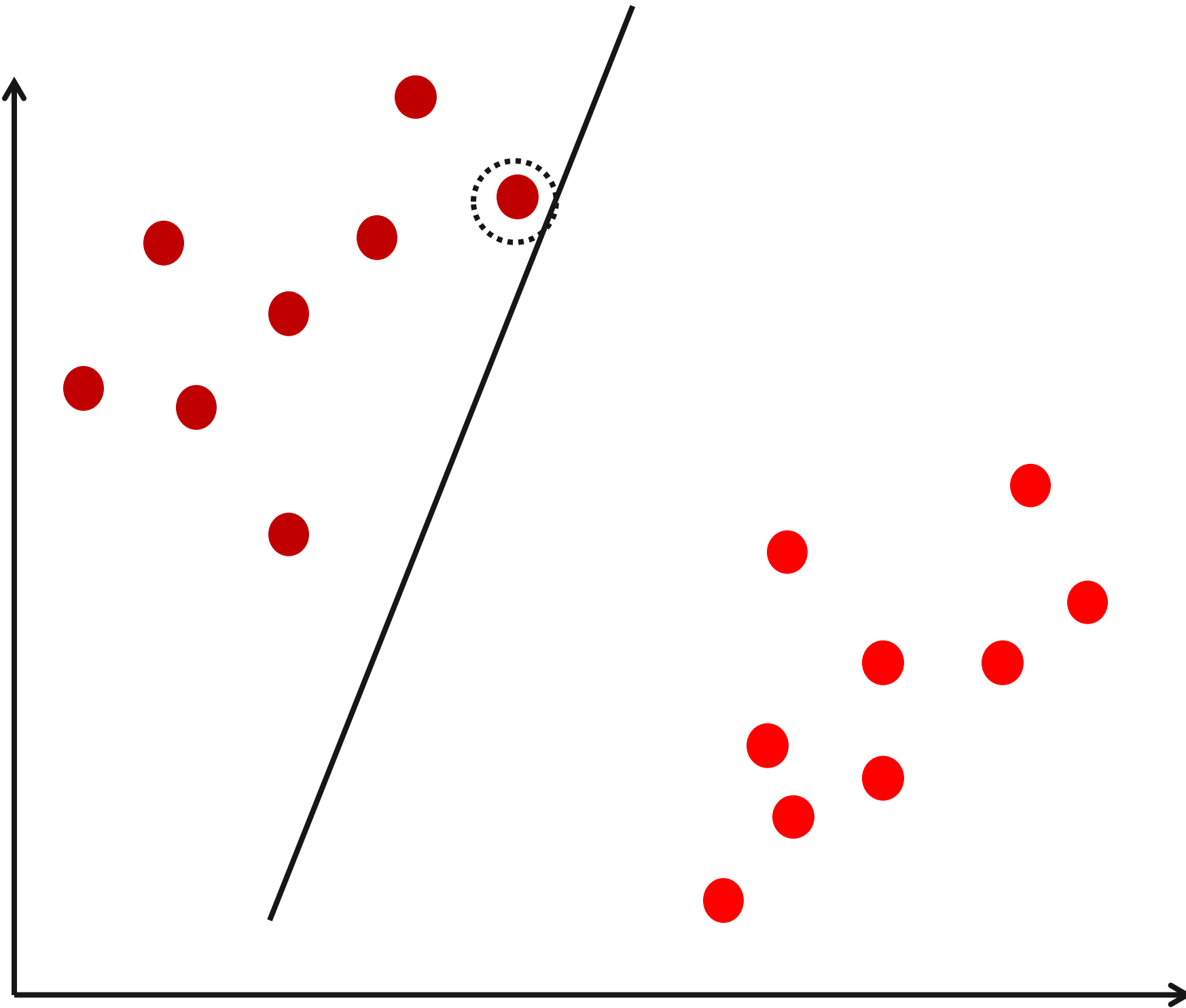


1. 古典と比較して、どのような量子回路が**斬新な振る舞い**をする可能性が高いのか？
2. この斬新な量子回路を使うのに最も適した性質を持つ**実世界のデータ**は存在するか？
3. このような量子回路は、**近い将来の量子コンピューター**で実現できるか？

どちらの方がよく分類できているでしょうか？



右図の方が境界線と最も近いデータ点との距離が長い

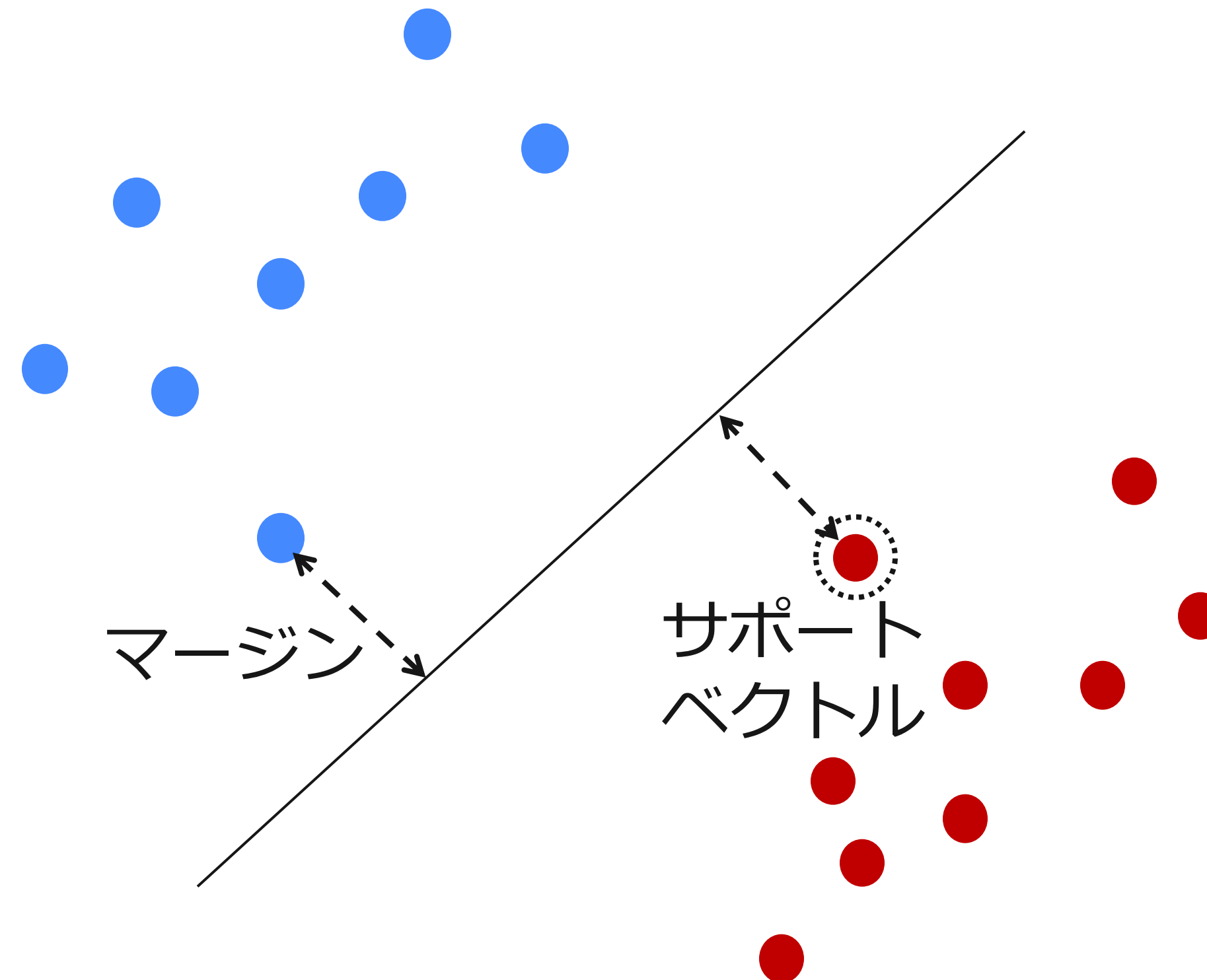


より安定した分け方

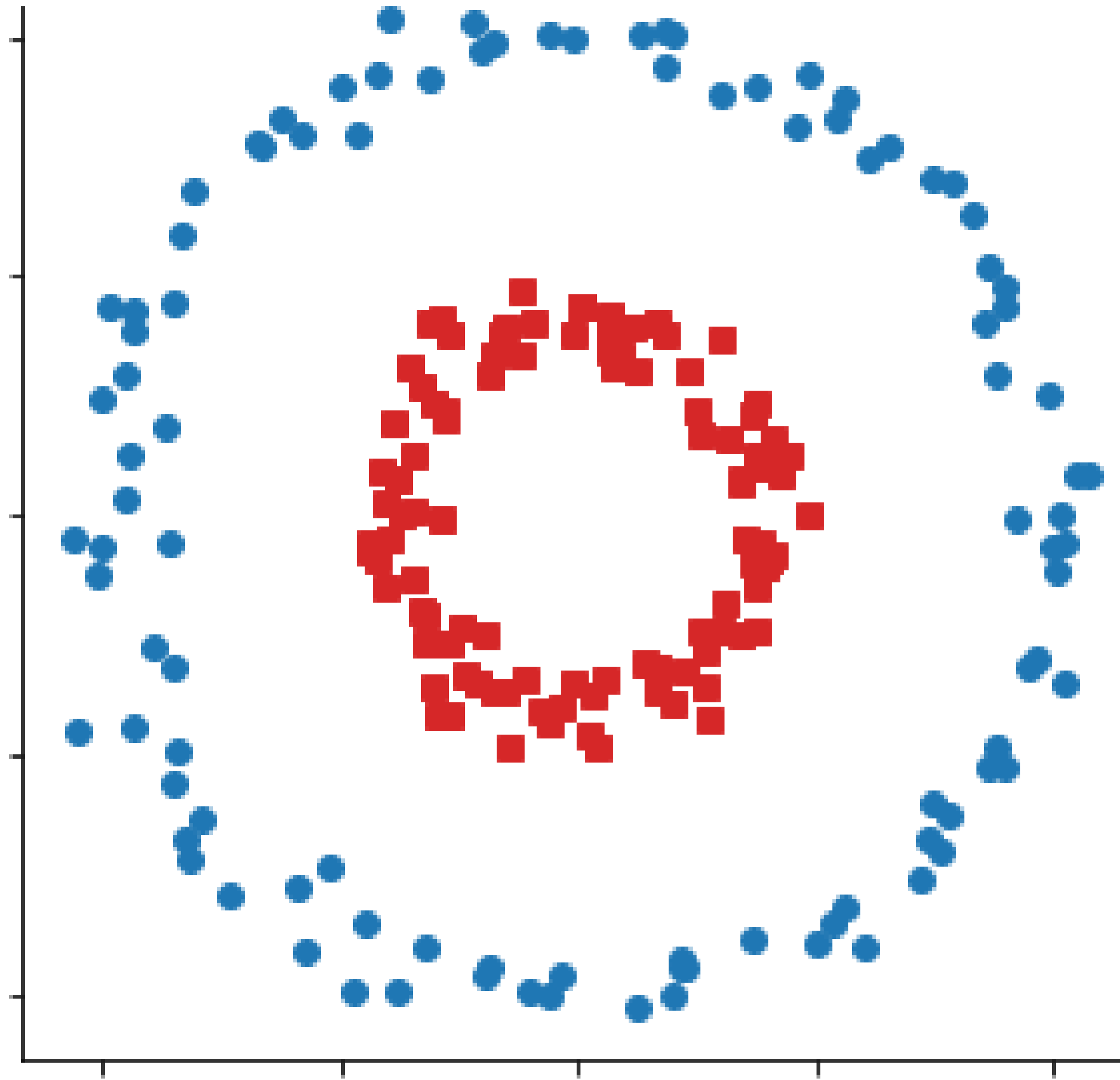
SVM(サポートベクターマシン) とは

データを2つのグループに分ける手法(2値分類)

- グループ間の境界面を定める分析手法
- マージン（境界線と最近接データ点との距離）をできるだけ大きく取るように最適化

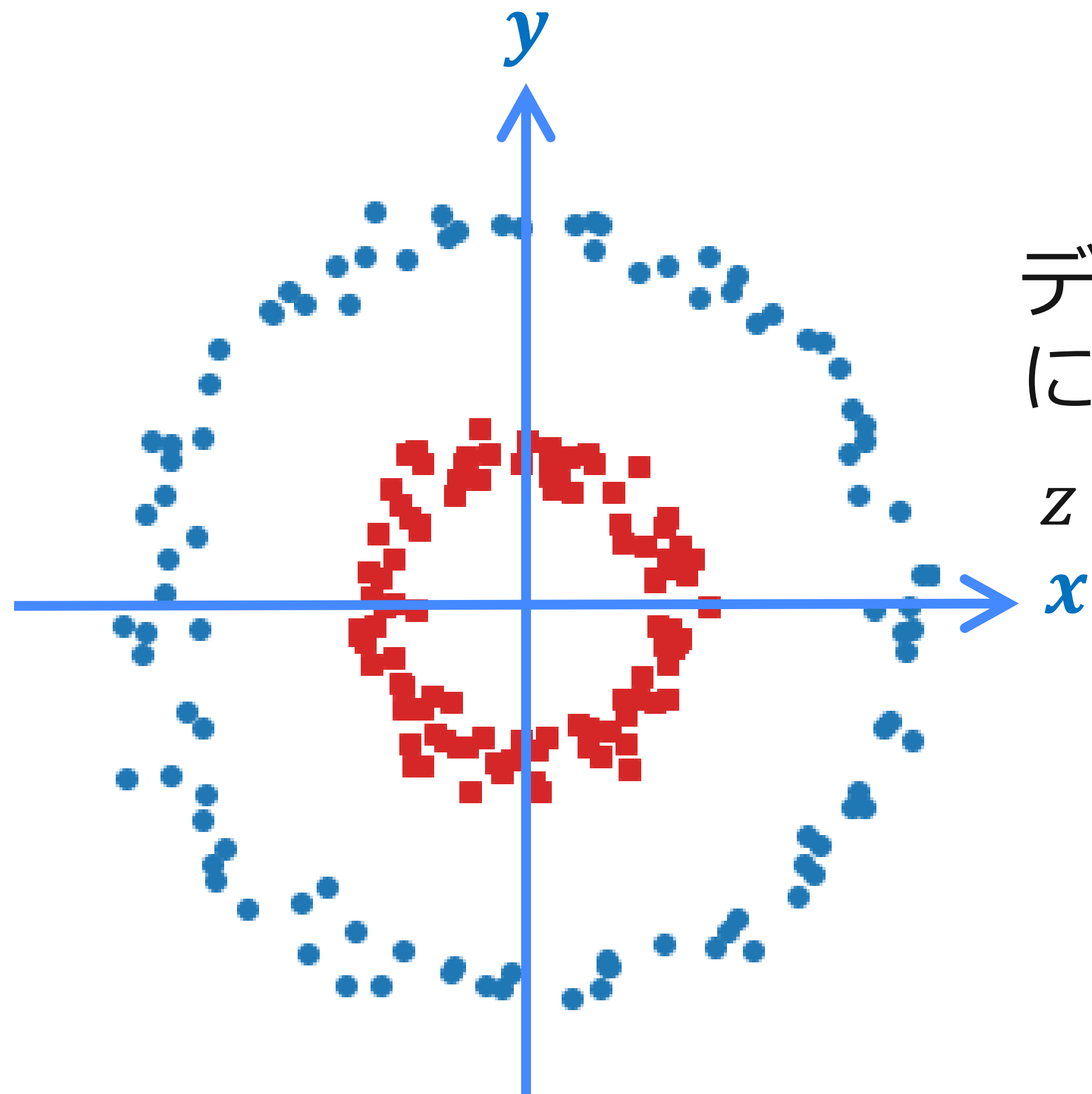


直線で分けられないデータの場合



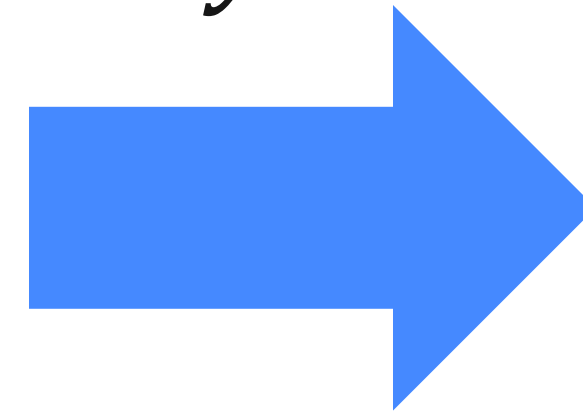
このようなデータセットは、
2グループに分けられることは
明らかですが、
境界線が直線にはなりません。
(線形に分離できないといいます)

データマッピングで分類

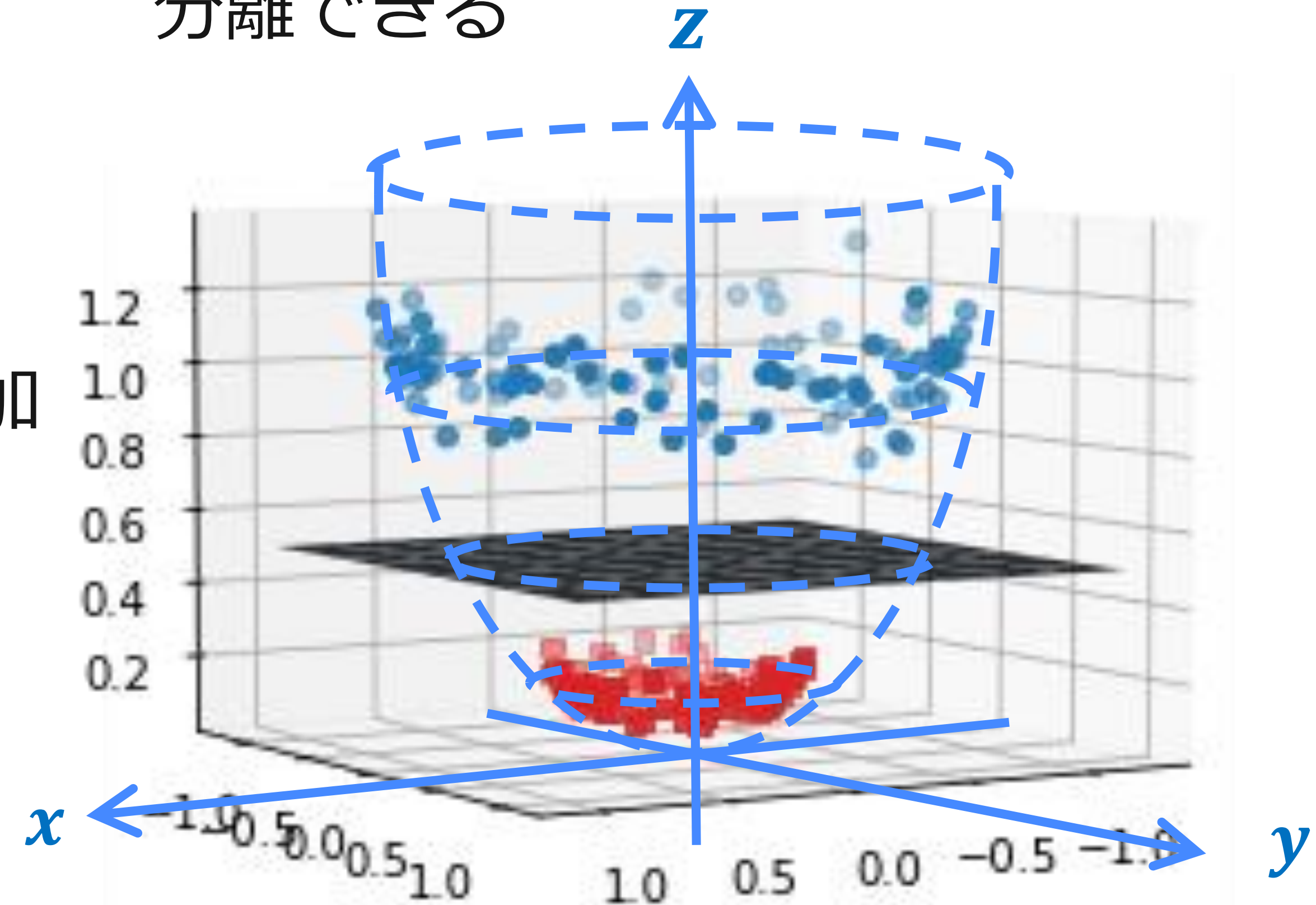


データを3次元
に変換

$$z = x^2 + y^2 \text{を追加}$$



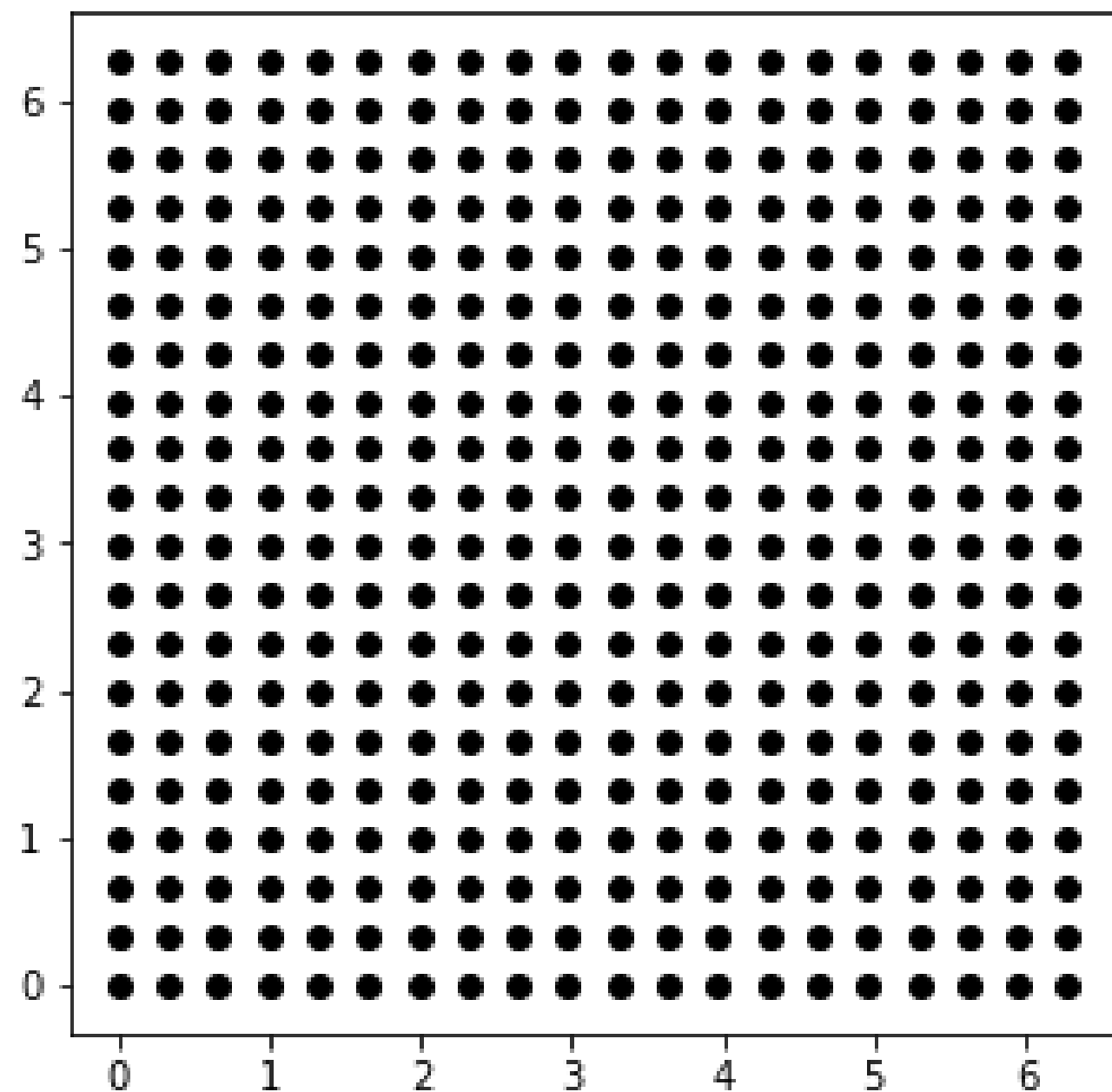
3次元では、データは平面で
分離できる



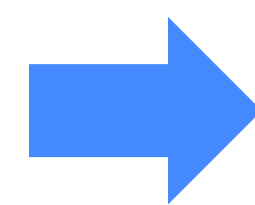
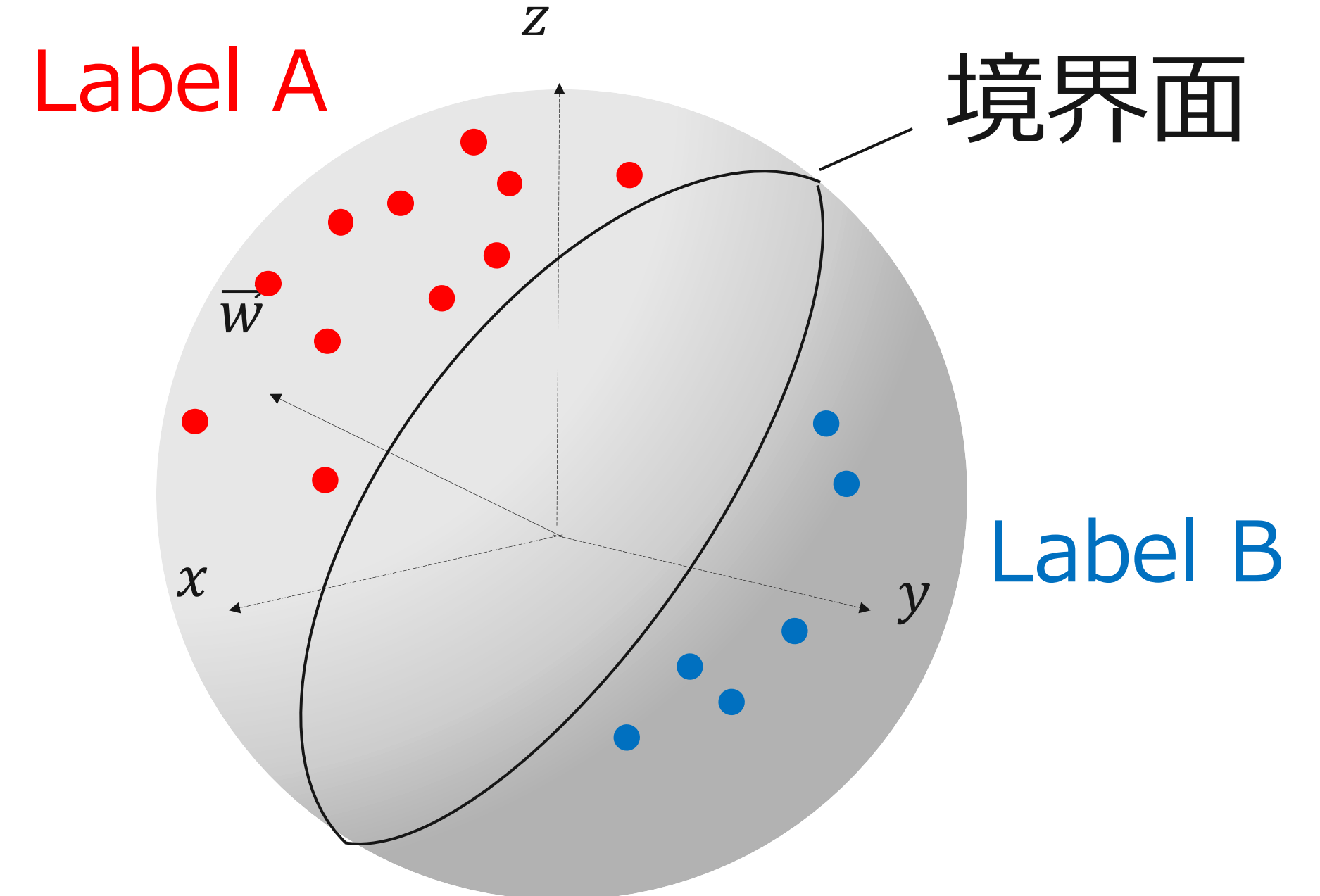
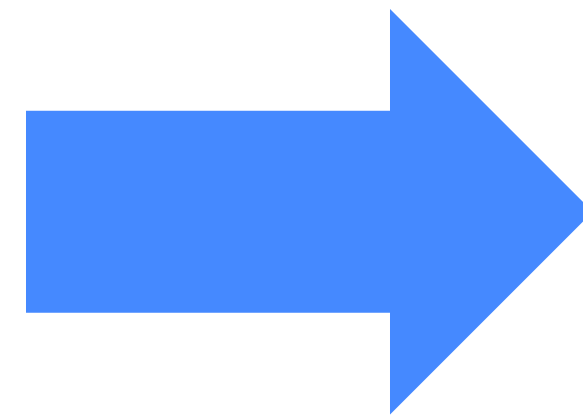
特徴量を高次元化(特徴量マッピング)することで、
平な(線形な)境界面で切り分けることができます。

量子SVM(サポートベクターマシン)

特徴量を量子空間に特徴量マッピングすることで、線形な境界面で切り分けます。



量子状態の球に
マッピング

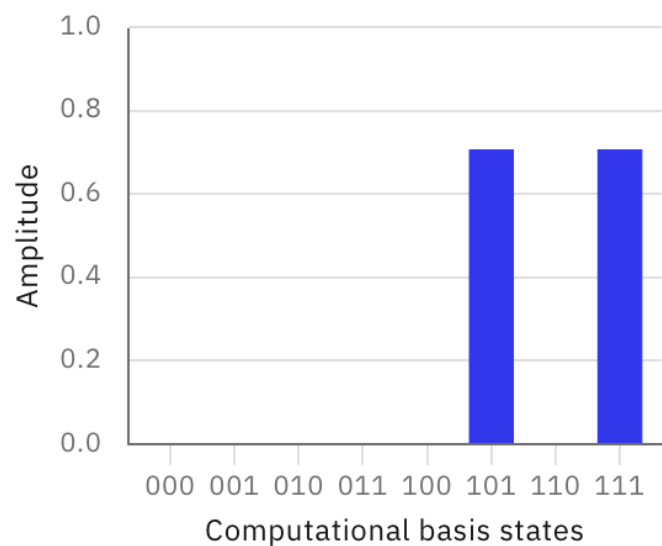


SVMを使って、データを境界平面で
2つのグループに分ける。

データを量子機械学習のために符号化する手法（代表的なもの）

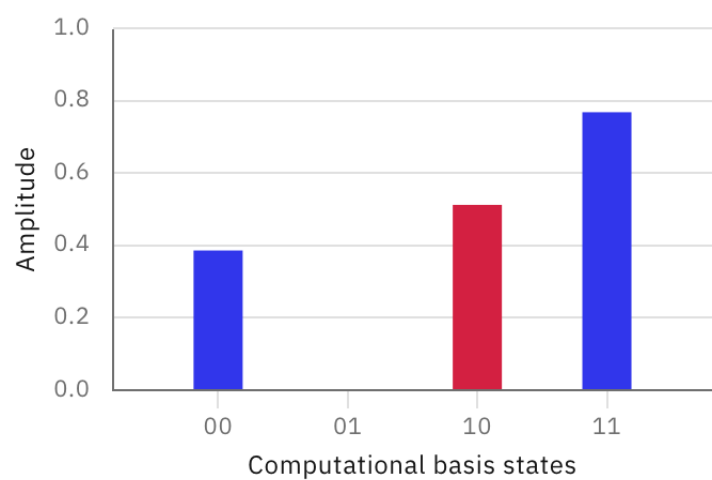
1. 計算基底符号化

例) $X = \{x_1 = 101, x_2 = 111\}$ \rightarrow $|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|101\rangle + |111\rangle)$ 量子状態



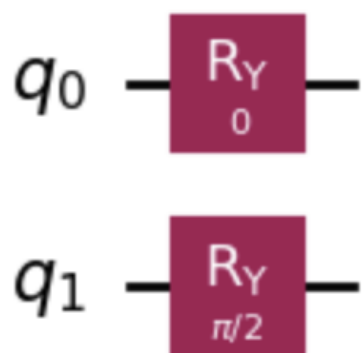
2. 振幅符号化

例) $X = \{x_1 = (1.5, 0), x_2 = (-2, 3)\}$ \rightarrow $|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{15.25}}(1.5|00\rangle - 2|10\rangle + 3|11\rangle)$



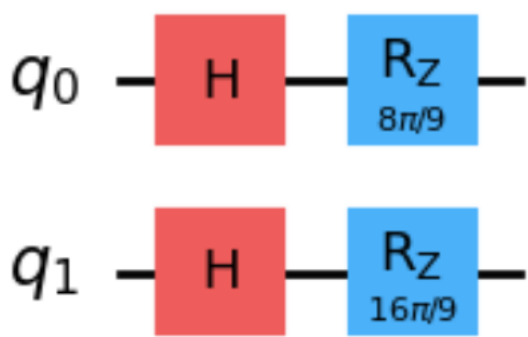
3. 角度符号化

例) $x = (x_1, x_2)$ \rightarrow $S_x = RY(x_1) \otimes RY(x_2)$



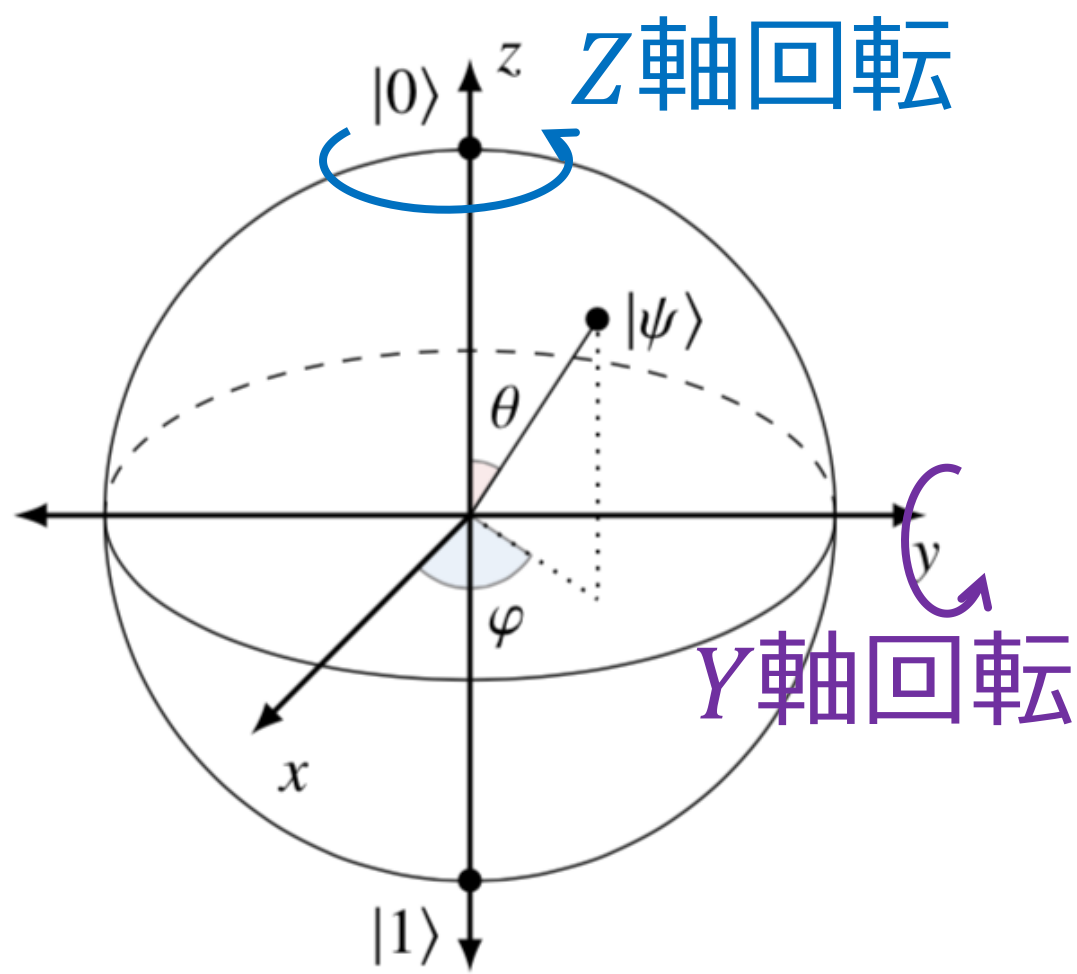
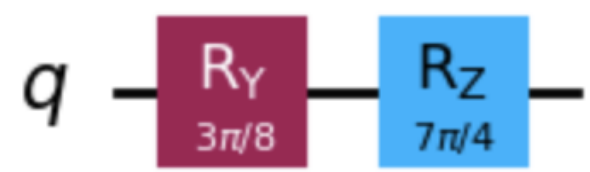
4. 位相符号化

例) $x = (x_1, x_2)$ \rightarrow $S_x = P(x_1)H \otimes P(x_2)H$



5. 密な度符号化

例) $x = (x_1, x_2)$ \rightarrow $S_x = P(x_2)RY(x_1)$



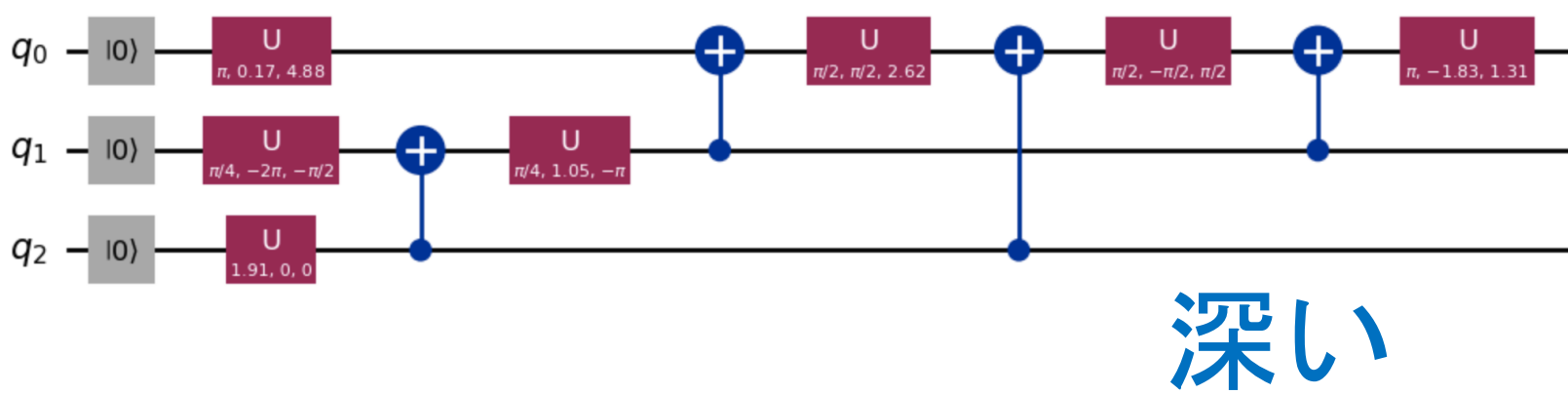
データを量子機械学習のために符号化する手回路の深さに注意！

1. 計算基底符号化

例) $X = \{x_1 = 101, x_2 = 111\}$

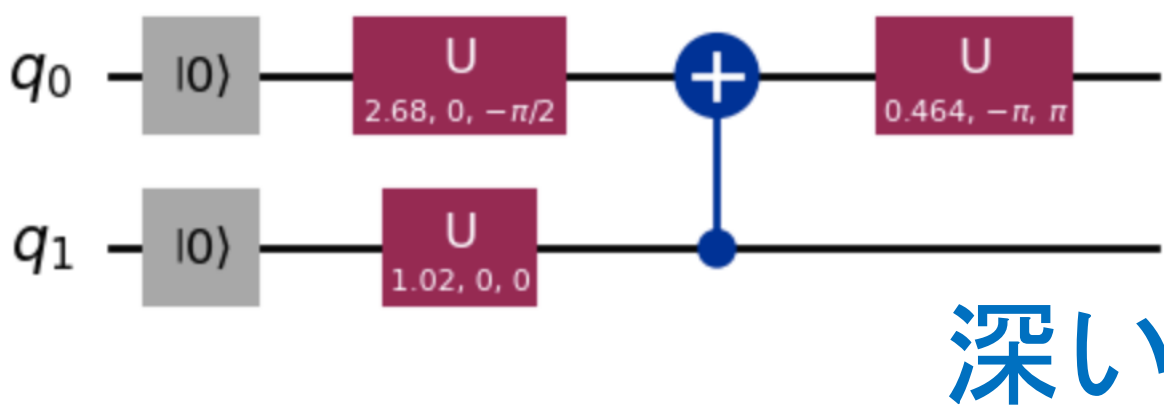
量子状態

$$\rightarrow |x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|101\rangle + |111\rangle)$$



2. 振幅符号化

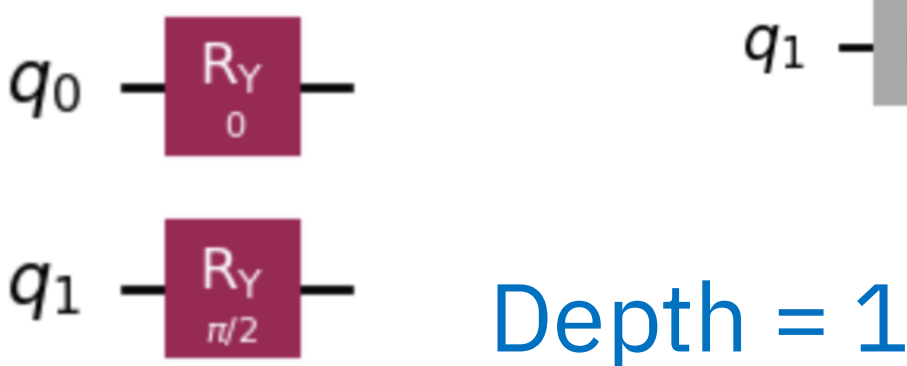
例) $X = \{x_1 = (1.5, 0), x_2 = (-2, 3)\}$

$$\rightarrow |x\rangle = \frac{1}{\sqrt{15.25}}(1.5|00\rangle - 2|10\rangle + 3|11\rangle)$$


3. 角度符号化

例) $x = (x_1, x_2)$

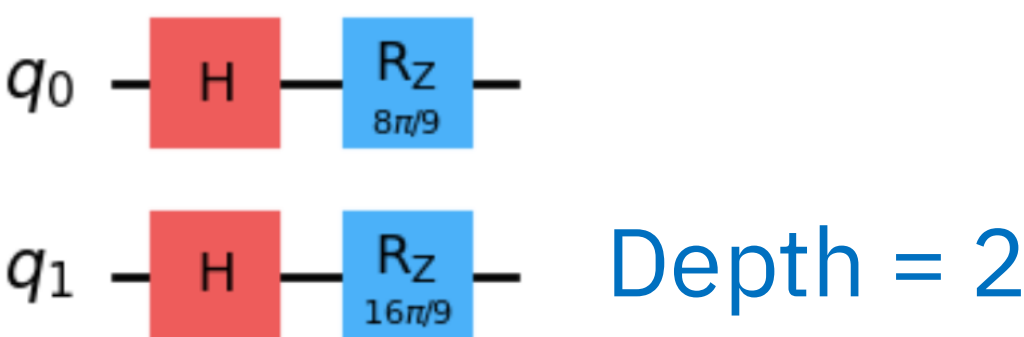
$\rightarrow S_x = RY(x_1) \otimes RY(x_2)$



4. 位相符号化

例) $x = (x_1, x_2)$

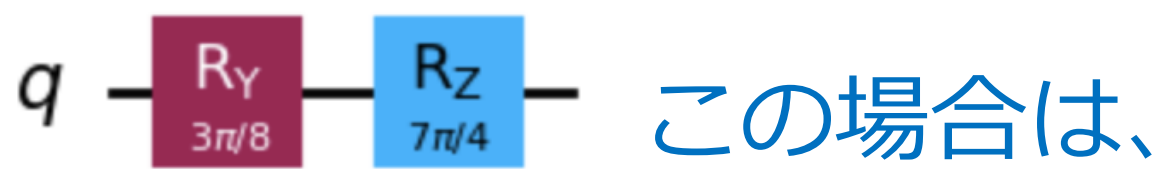
$\rightarrow S_x = P(x_1)H \otimes P(x_2)H$



5. 密な度符号化

例) $x = (x_1, x_2)$

$\rightarrow S_x = P(x_2)RY(x_1)$

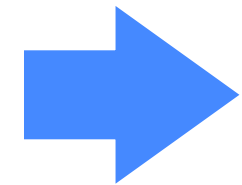
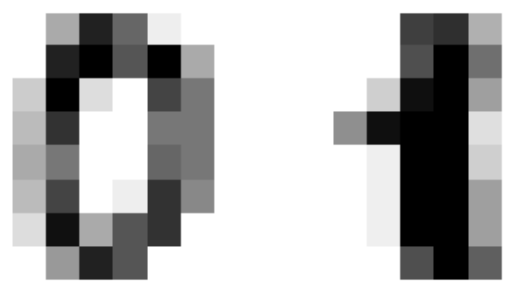


6. 密な角度符号化の拡張版

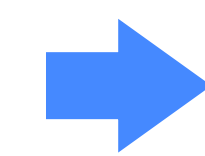
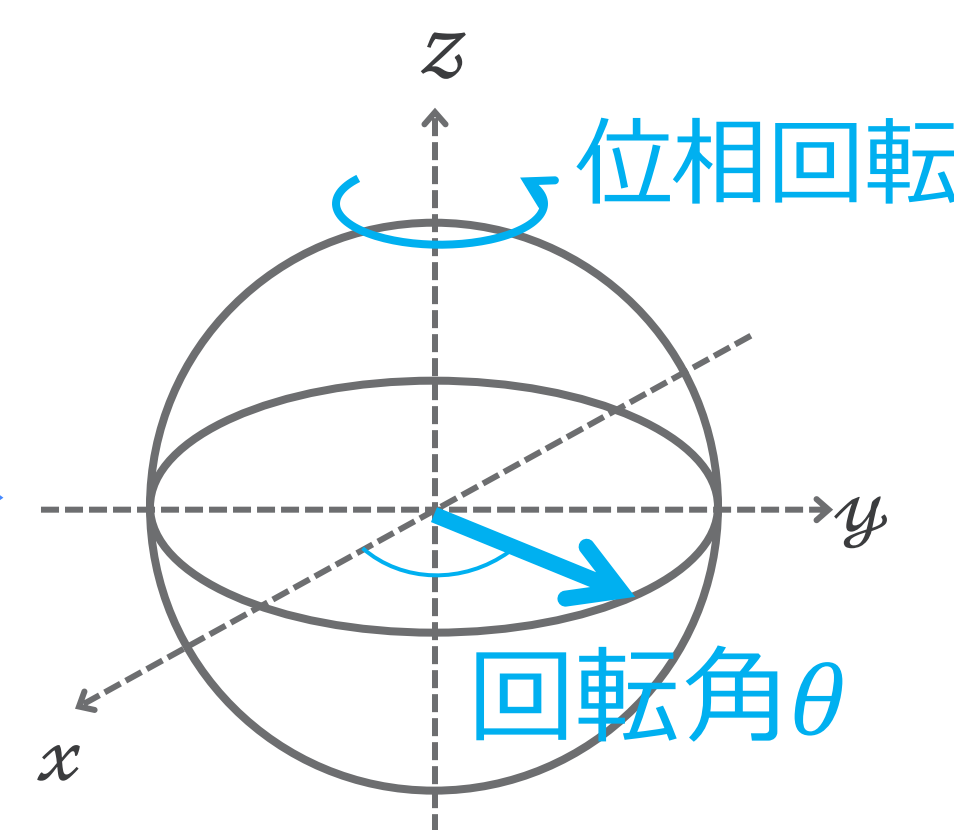
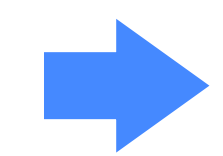
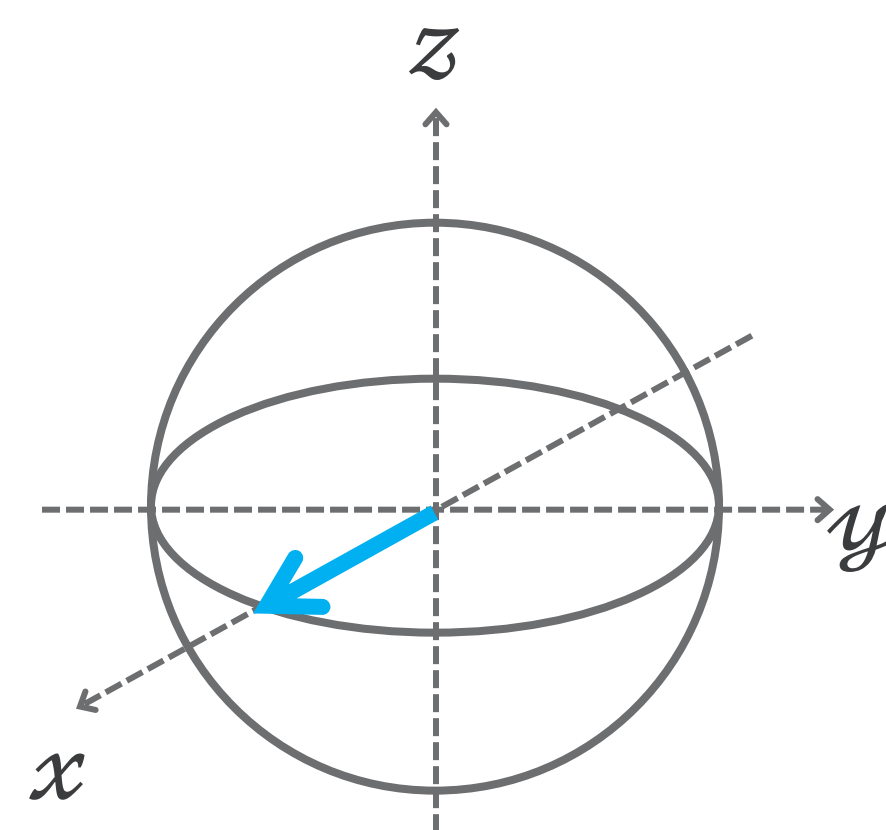
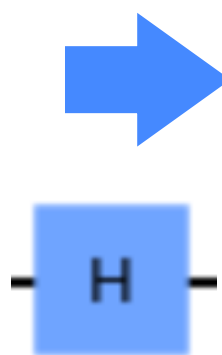
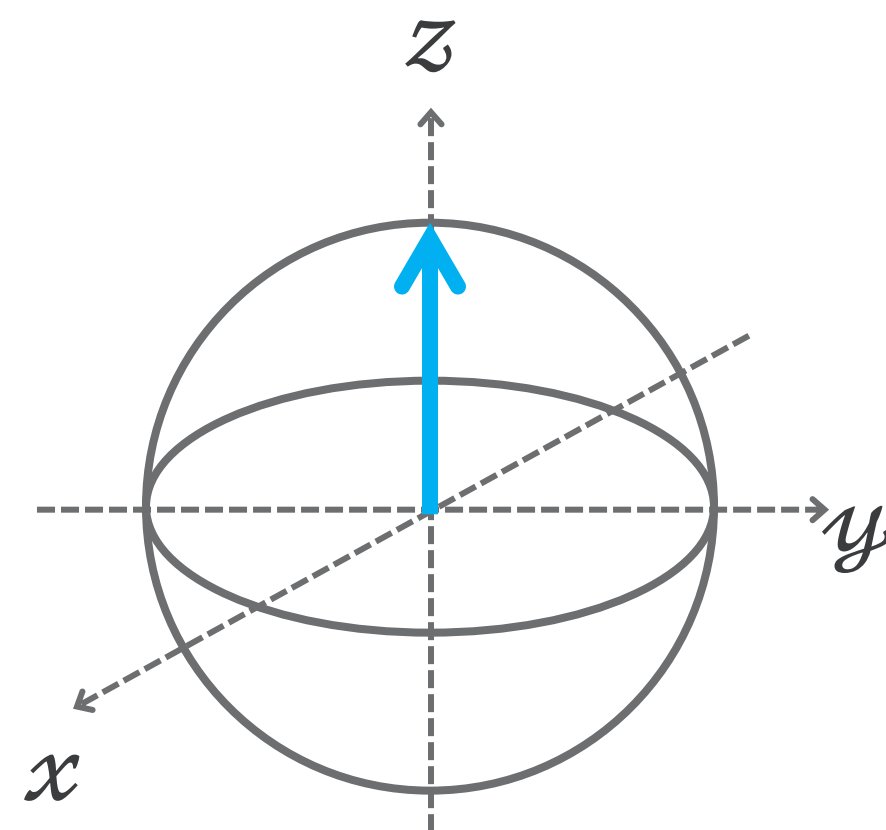
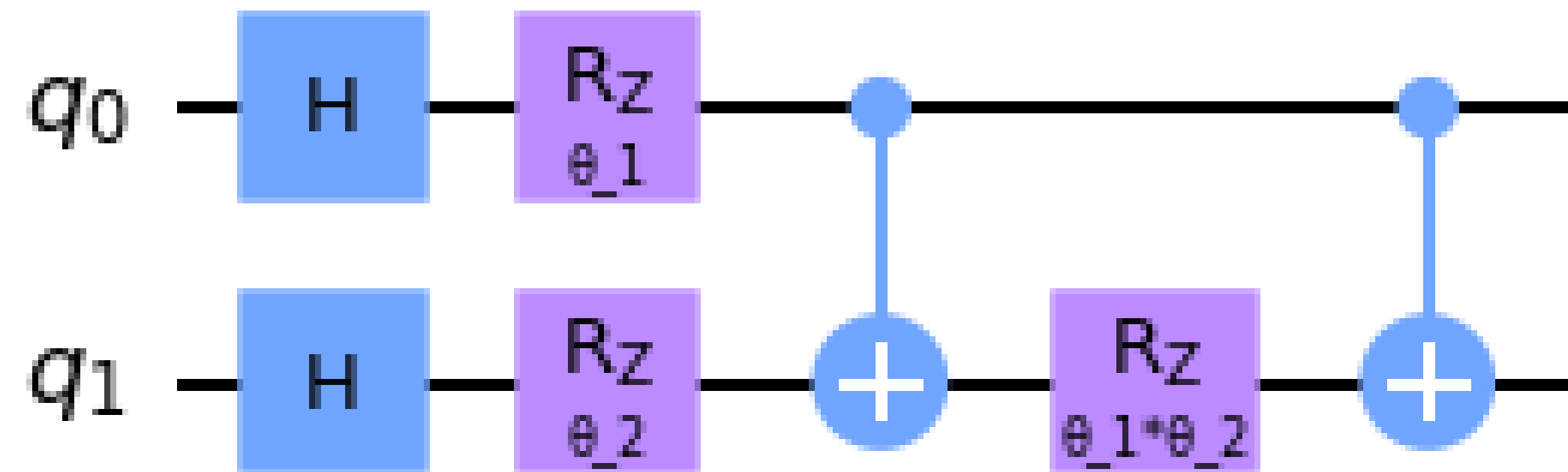
Qiskitの組み込み符号化スキーム

量子特徴量マップ(Feature Map) が
密な角度符号化の拡張版として組み込まれています。

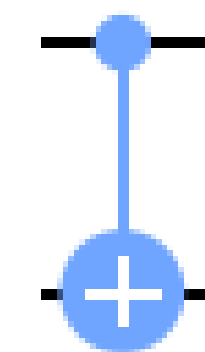
入力データ



量子特徴量マップ



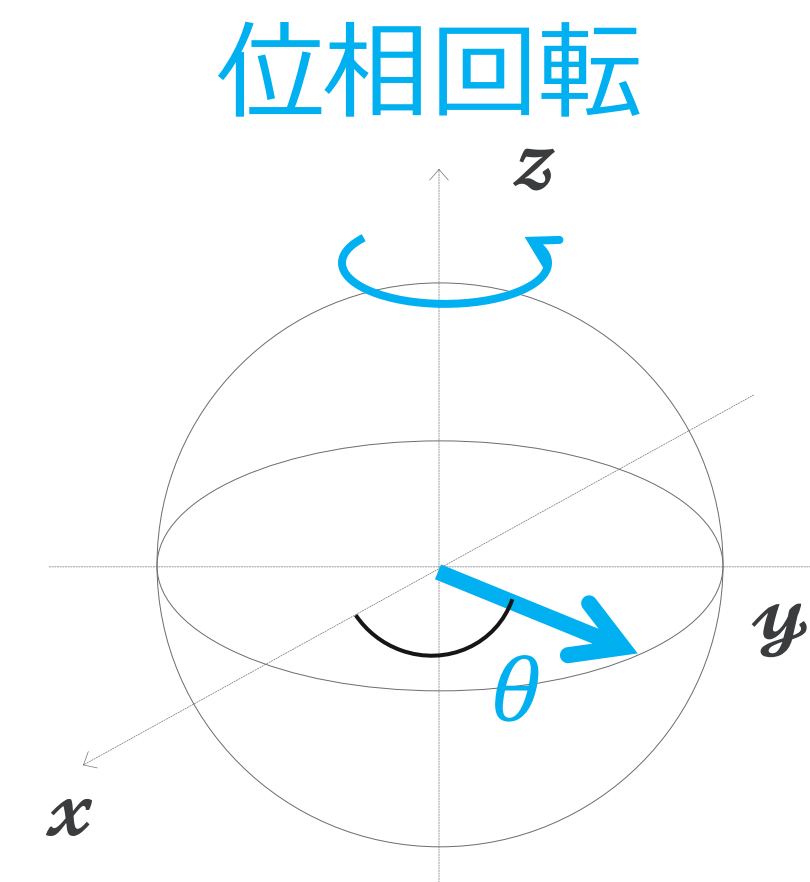
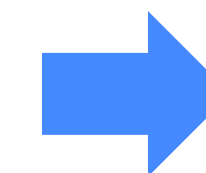
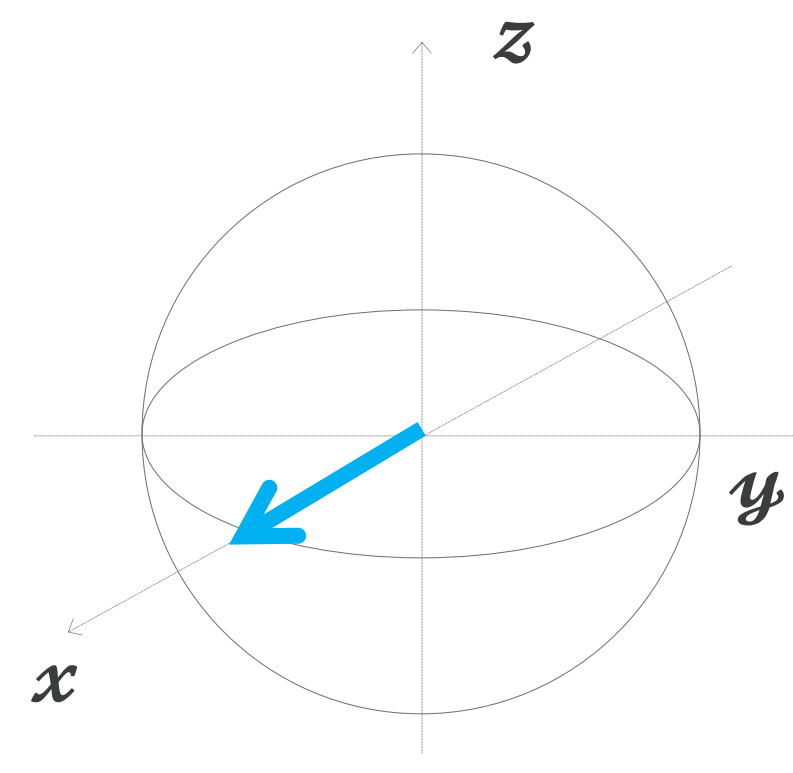
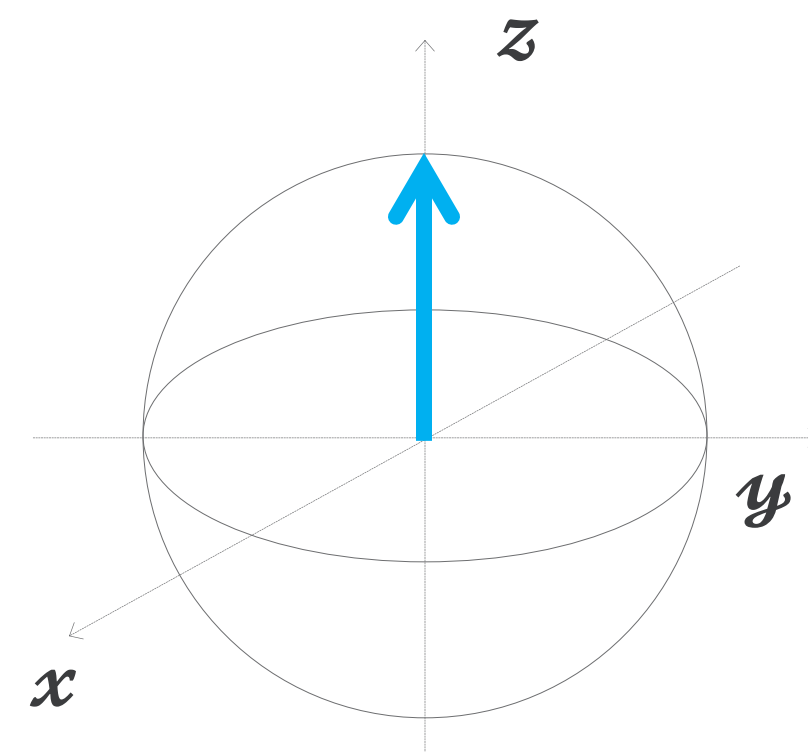
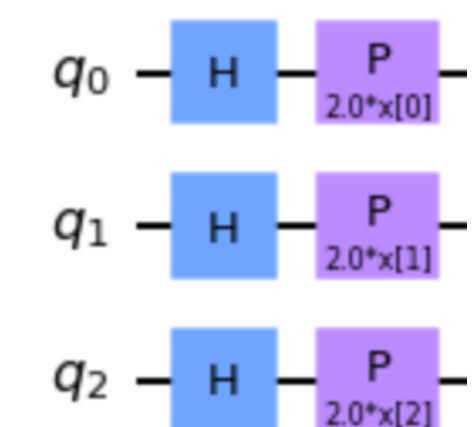
エンタングルメント



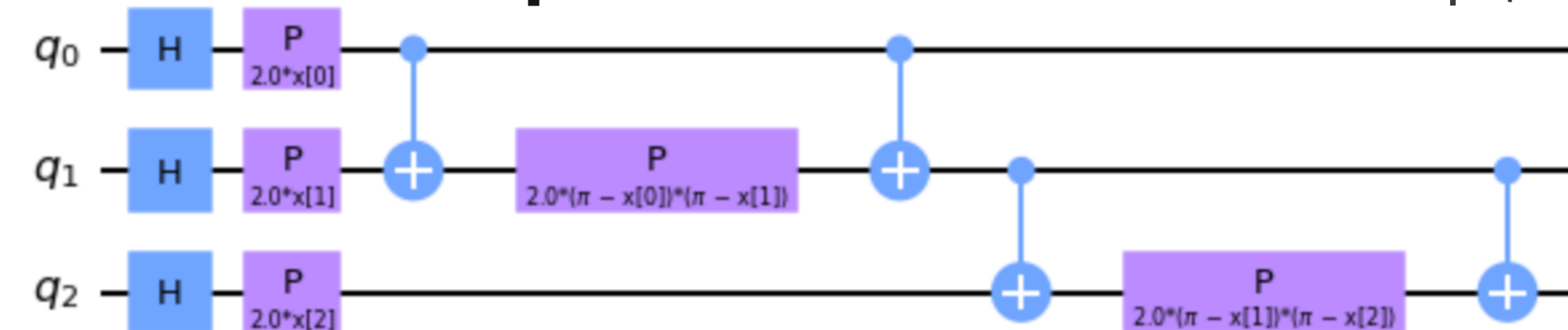
Quantum feature map

量子ゲートの回転角にデータをエンコードします。

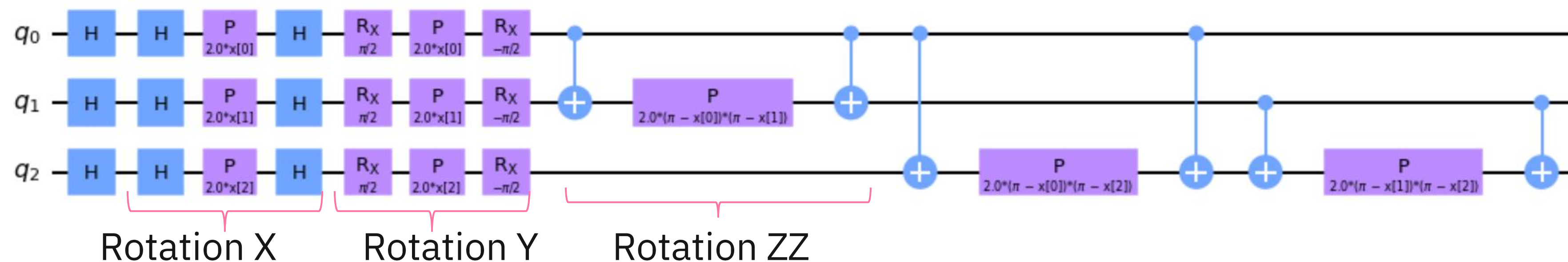
Z feature map



ZZ feature map



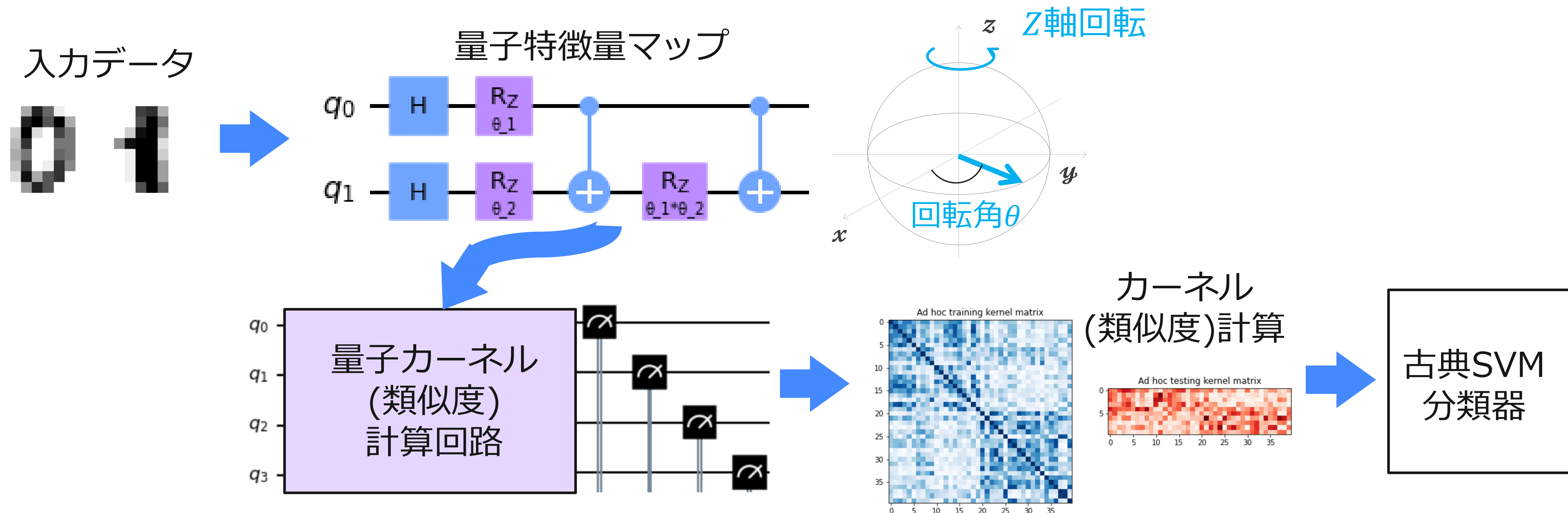
Pauli feature map



Qiskit組み込みのFeature mapを使わずに、より良いFeature map回路を自作してもよいです。

量子カーネルSVM

1. 量子特徴量マップを使ってデータを量子状態にエンコードする。
2. 量子コンピューターを用いて量子カーネルを計算する。
3. 古典コンピューターの古典SVMで学習・分類する。



量子カーネルは内積計算で求める

カーネル関数は、特徴量空間のベクトルを引数として受け取り、その内積 $\langle \Phi(x) | \Phi(y) \rangle$ を返します。

- データベクトル： \vec{x}_i
- \vec{x}_i のエンコードとマッピングを行う回路： $\Phi(\vec{x}_i)$

マップされた状態は：

$$|\psi(\vec{x}_i)\rangle = \Phi(\vec{x}_i)|0\rangle^{\otimes N}$$

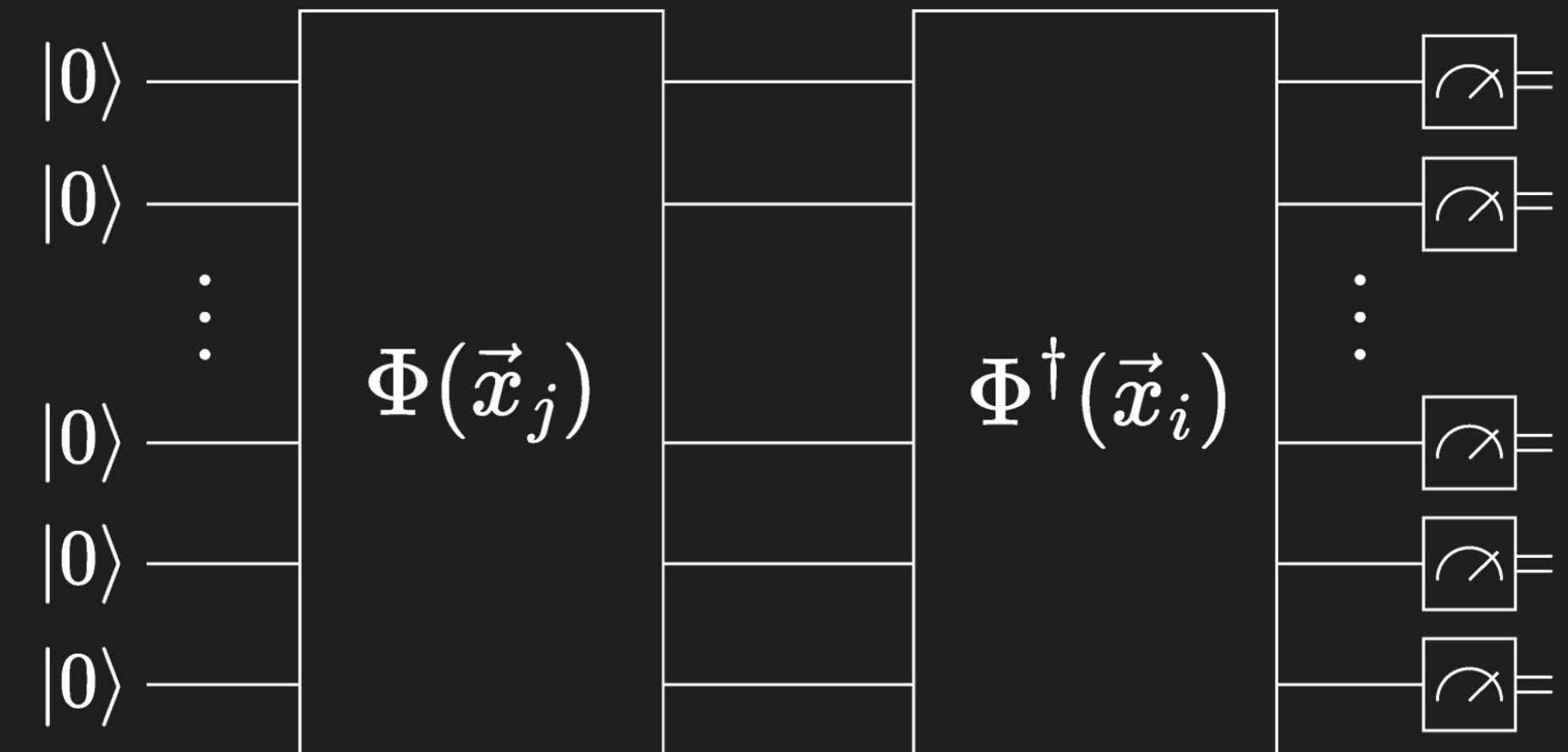
$$|\psi(\vec{x}_j)\rangle = \Phi(\vec{x}_j)|0\rangle^{\otimes N}$$

その内積は：

$$\langle \psi(\vec{x}_j) | \psi(\vec{x}_i) \rangle = \langle 0 |^{\otimes N} \Phi^\dagger(\vec{x}_j) \Phi(\vec{x}_i) | 0 \rangle^{\otimes N}$$

カーネル行列の要素は、状態 $|0\rangle^{\otimes N}$ を観測する確率：

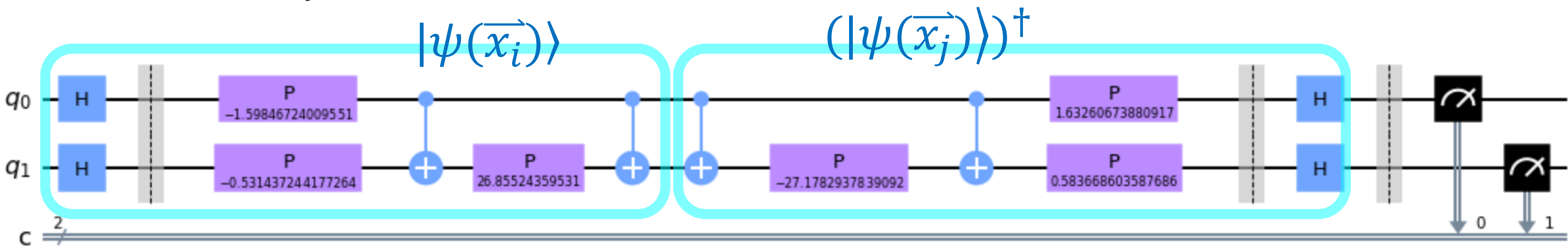
$$P_0 = |\langle 0 |^{\otimes N} \Phi^\dagger(\vec{x}_j) \Phi(\vec{x}_i) | 0 \rangle^{\otimes N}|^2$$



$$P_{|0\rangle} = |\langle 0 | \Phi^\dagger(\vec{x}_i) \Phi(\vec{x}_j) | 0 \rangle|^2$$

量子カーネル回路

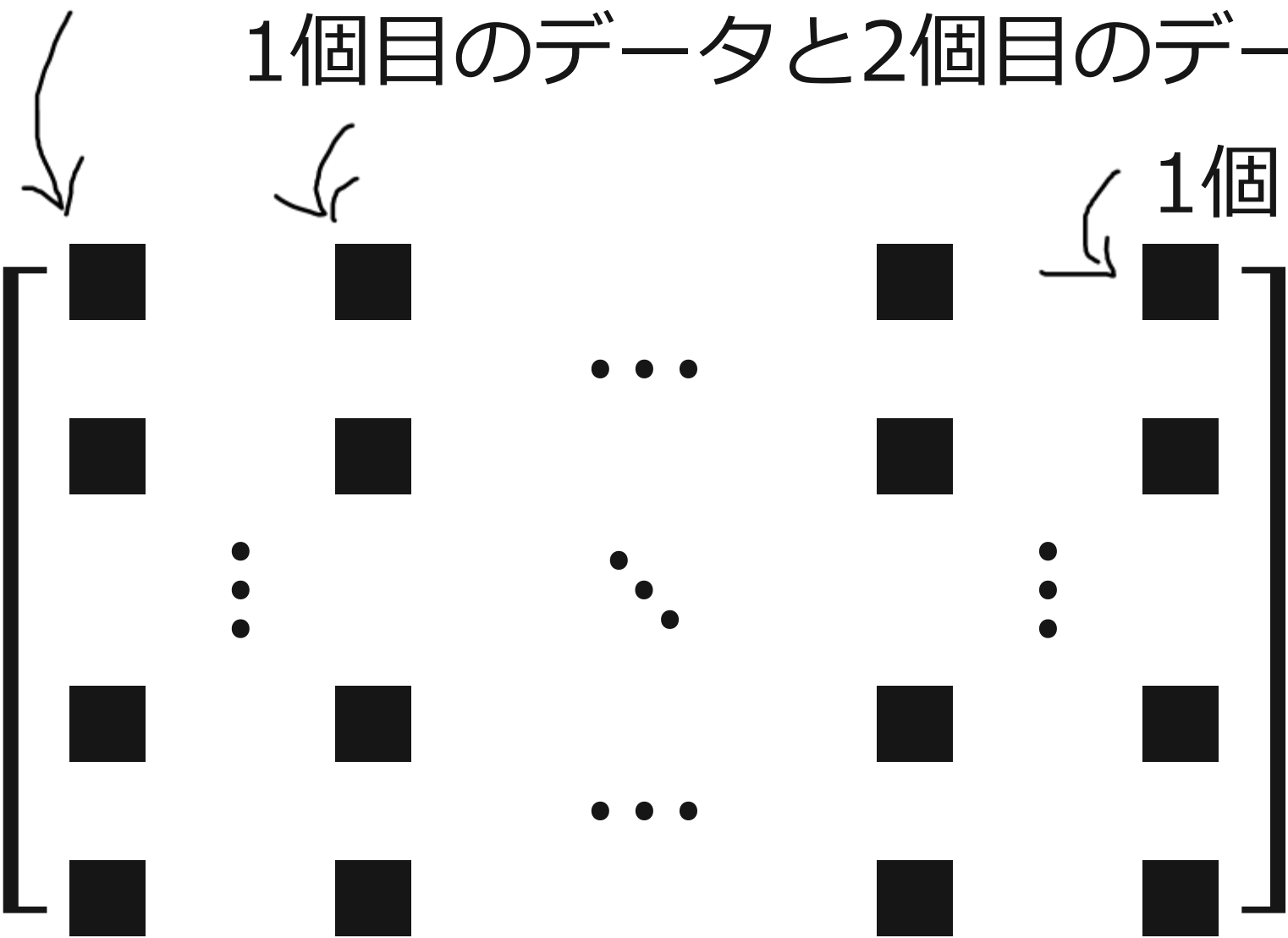
各データ対に対して内積（量子カーネル） $\langle \psi(\vec{x}_j) | \psi(\vec{x}_i) \rangle$ を計算、測定して、カーネル行列 $K(x_i, x_k) = |\langle \psi(\vec{x}_j) | \psi(\vec{x}_i) \rangle|^2$ を作っていきます。



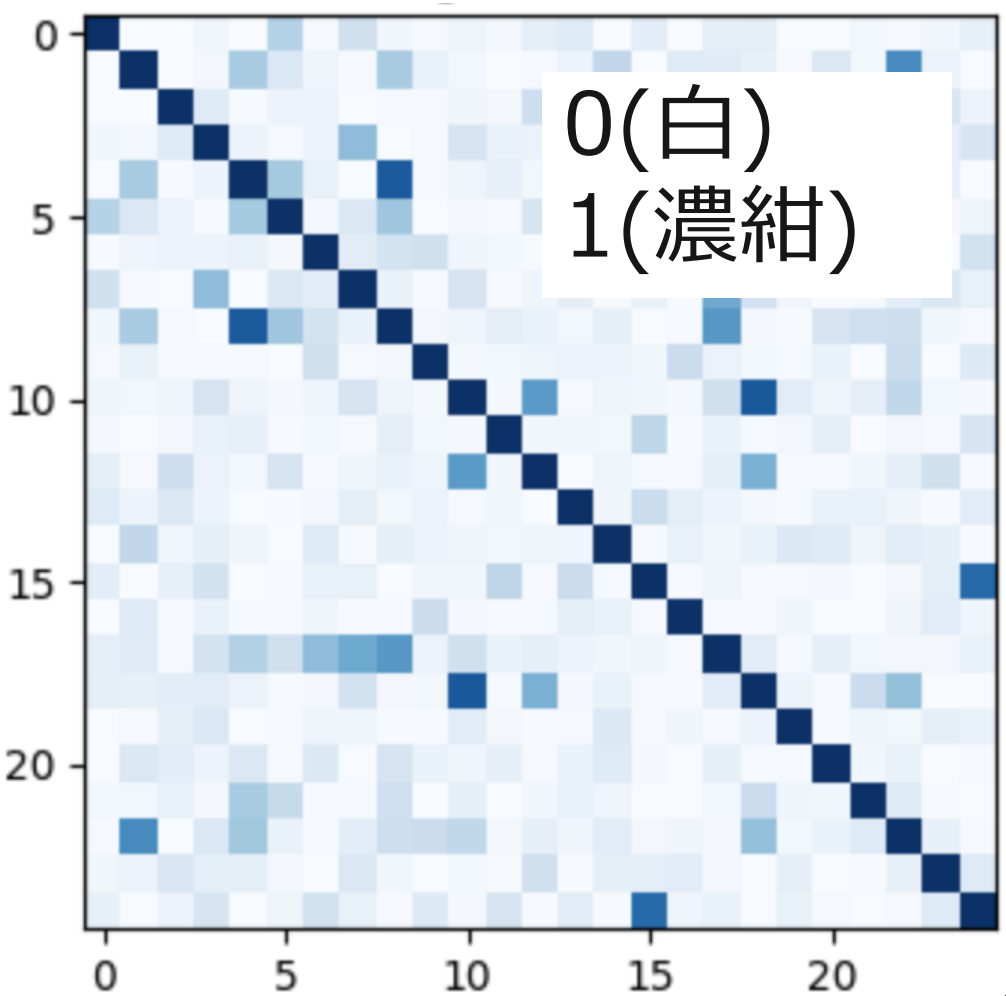
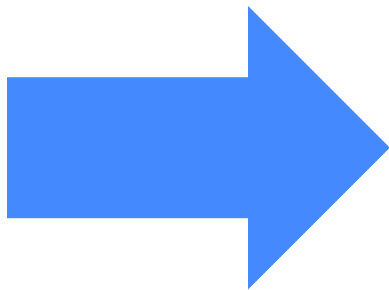
1個目のデータと1個目のデータの内積

1個目のデータと2個目のデータの内積

1個目のデータとn個目のデータの内積



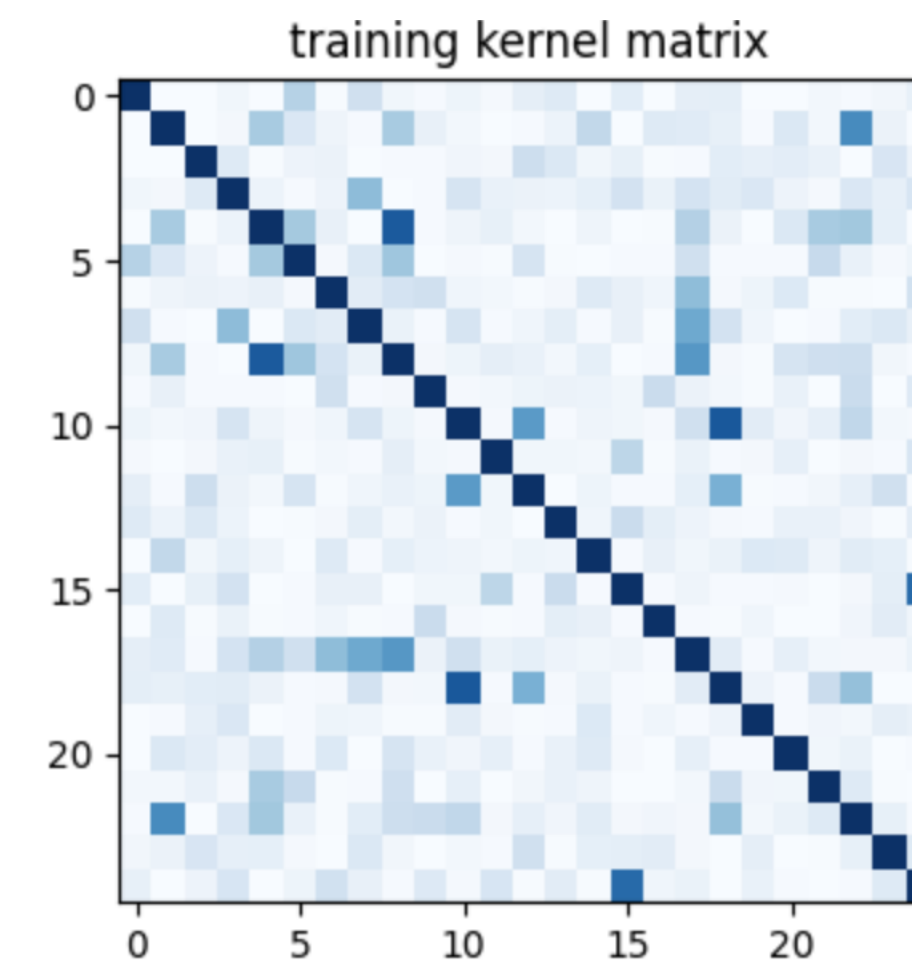
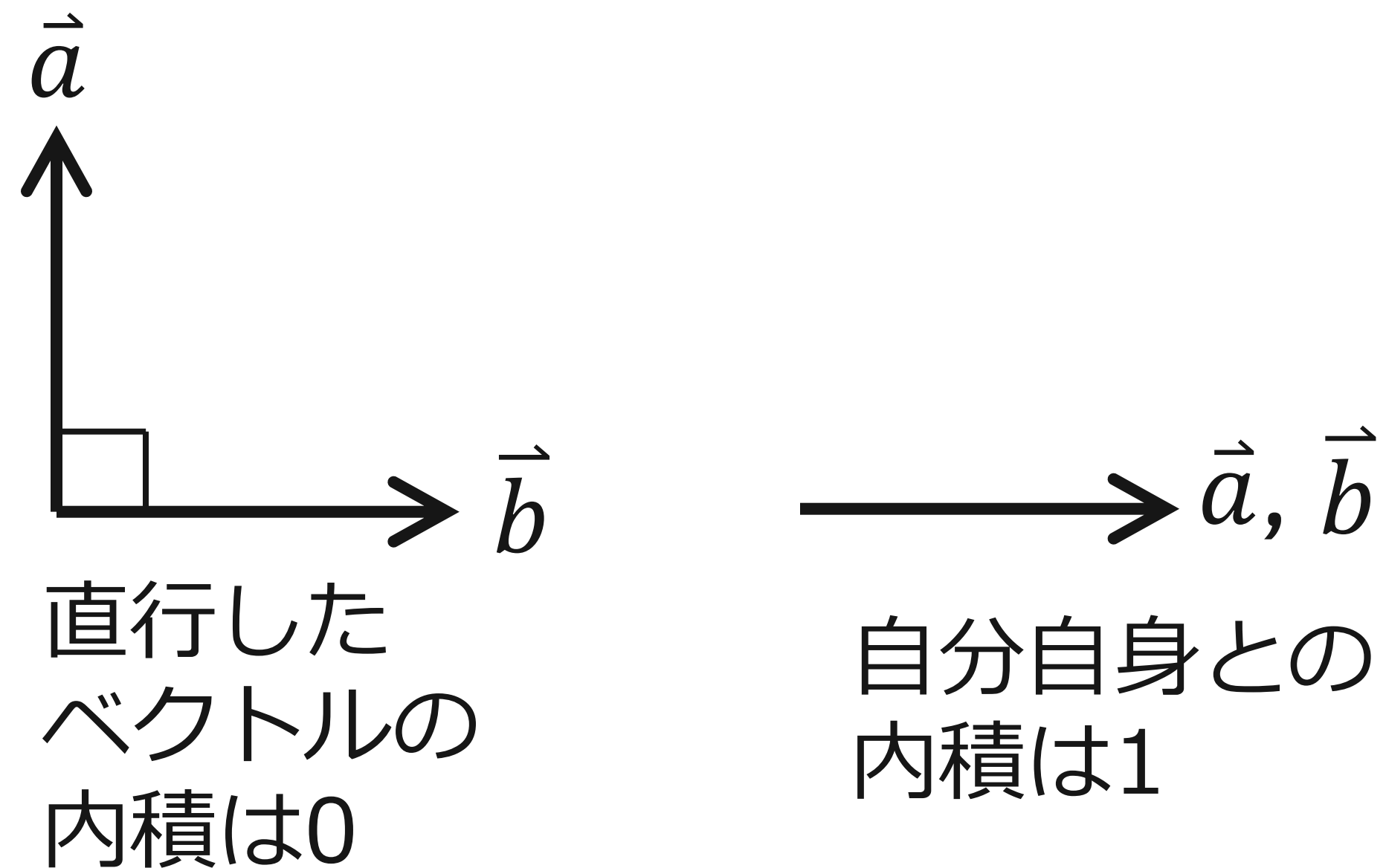
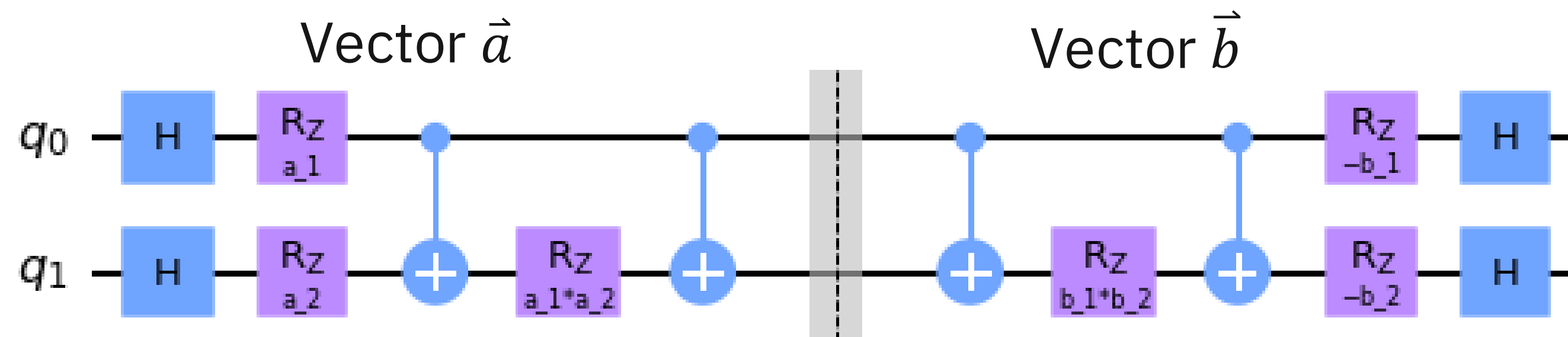
学習データが 25 個ある場合、
25 x 25 の量子カーネル行列
を作成します。



↑ n個目のデータとn個目のデータの内積

カーネル計算は類似度の計算

カーネル要素 $\langle b|a\rangle$ は、 $|a\rangle$ と $|b\rangle$ のフィデリティ計算と同じ。



全く違う特徴：0(白)
同じ特徴：1(濃紺)

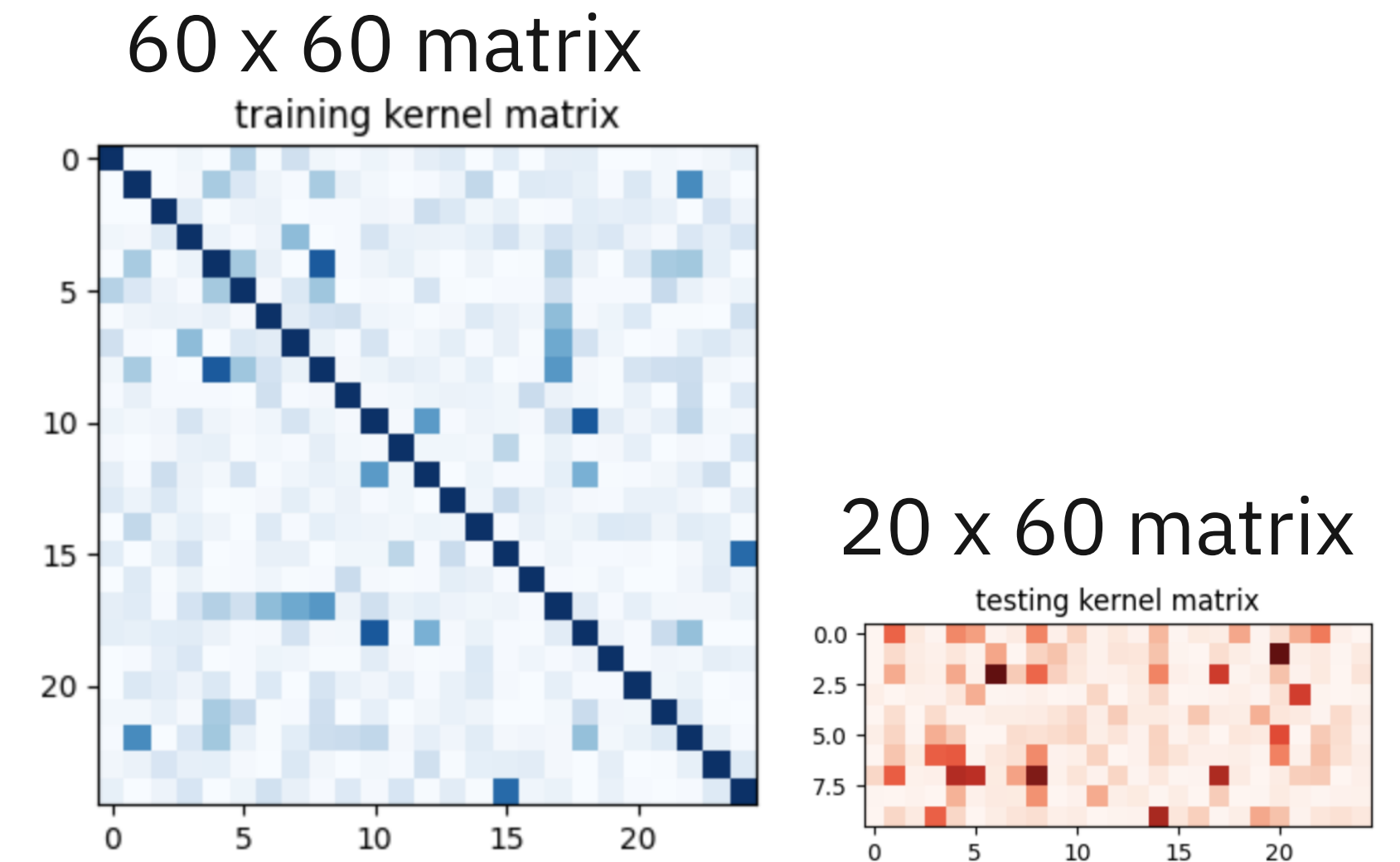
量子カーネルに必要な計算回数

60個の学習データと20個のテストデータを使う場合、必要な計算は

- カーネル行列: 60×60
- テスト行列: 20×60

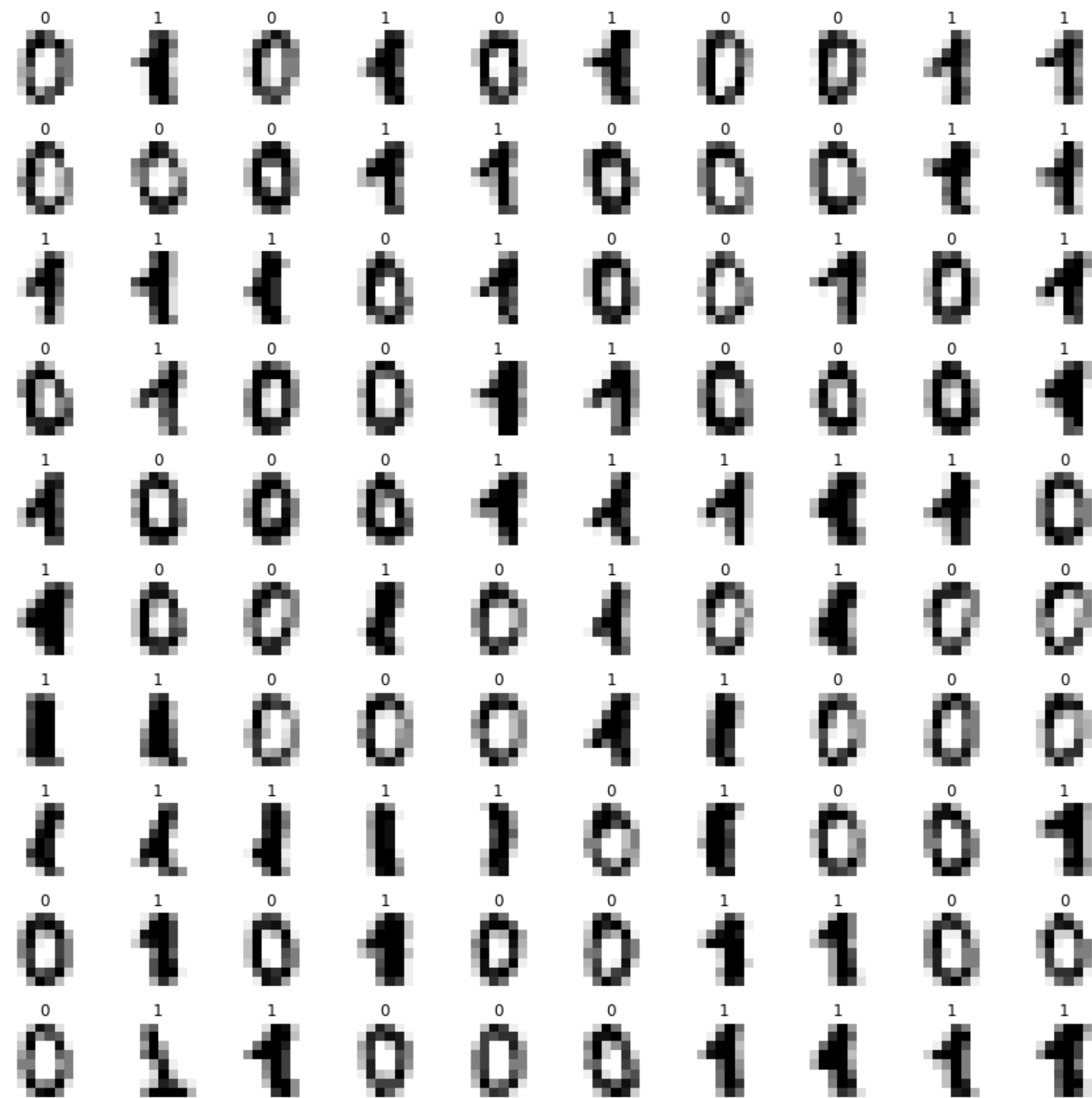
ハンズオンでは、カーネル行列に対して簡略化を行い、以下の計算をします：

- 対称行列のため右上だけ計算（ $60 \times 60 \times \frac{1}{2}$ ）
- 対角要素は1とする



演習：

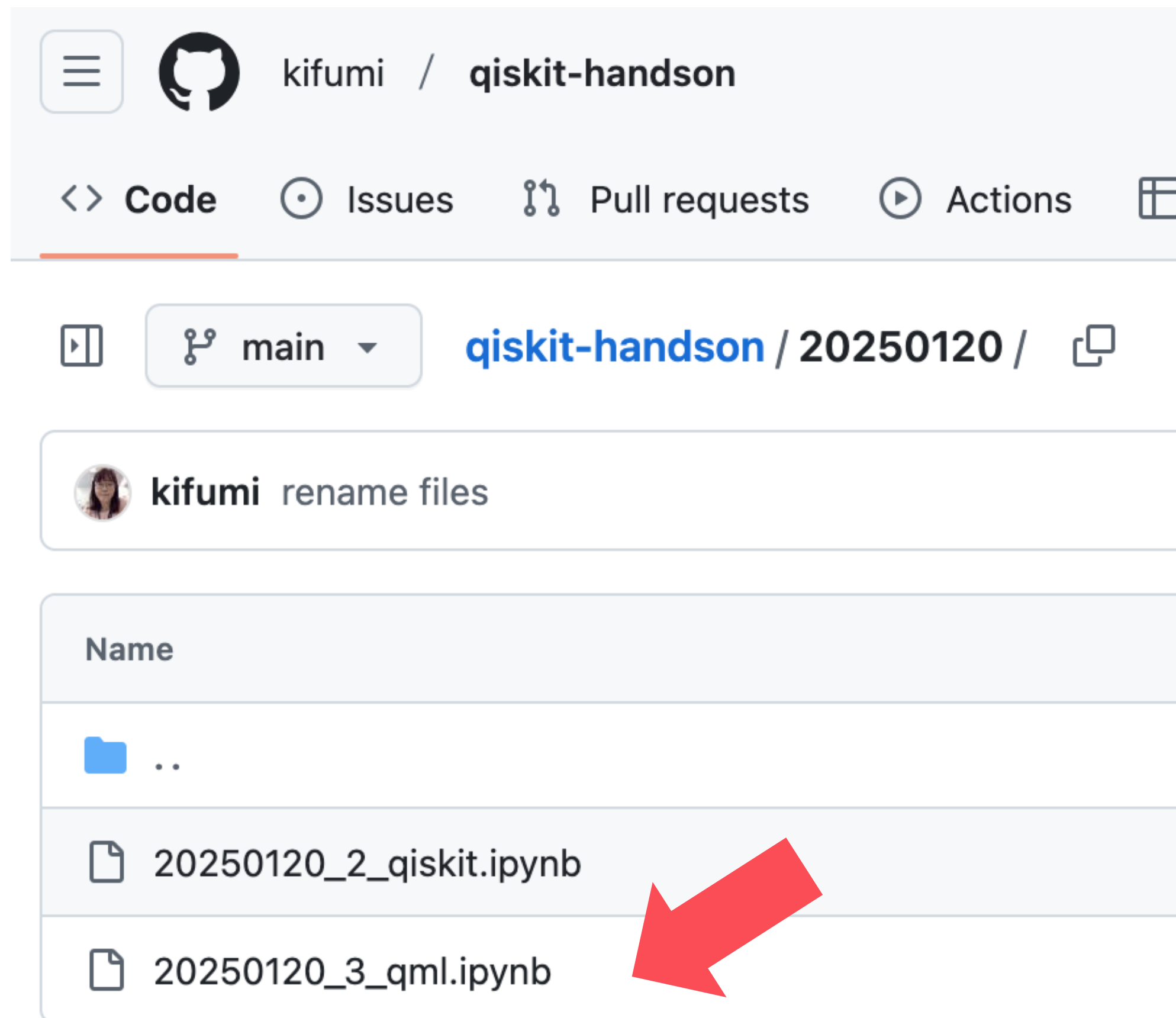
量子カーネル機械学習の実装を学んだ後、手書き数字（MNIST）の分類を行います。

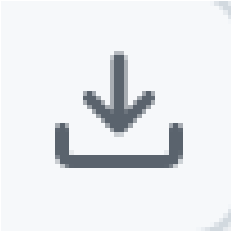


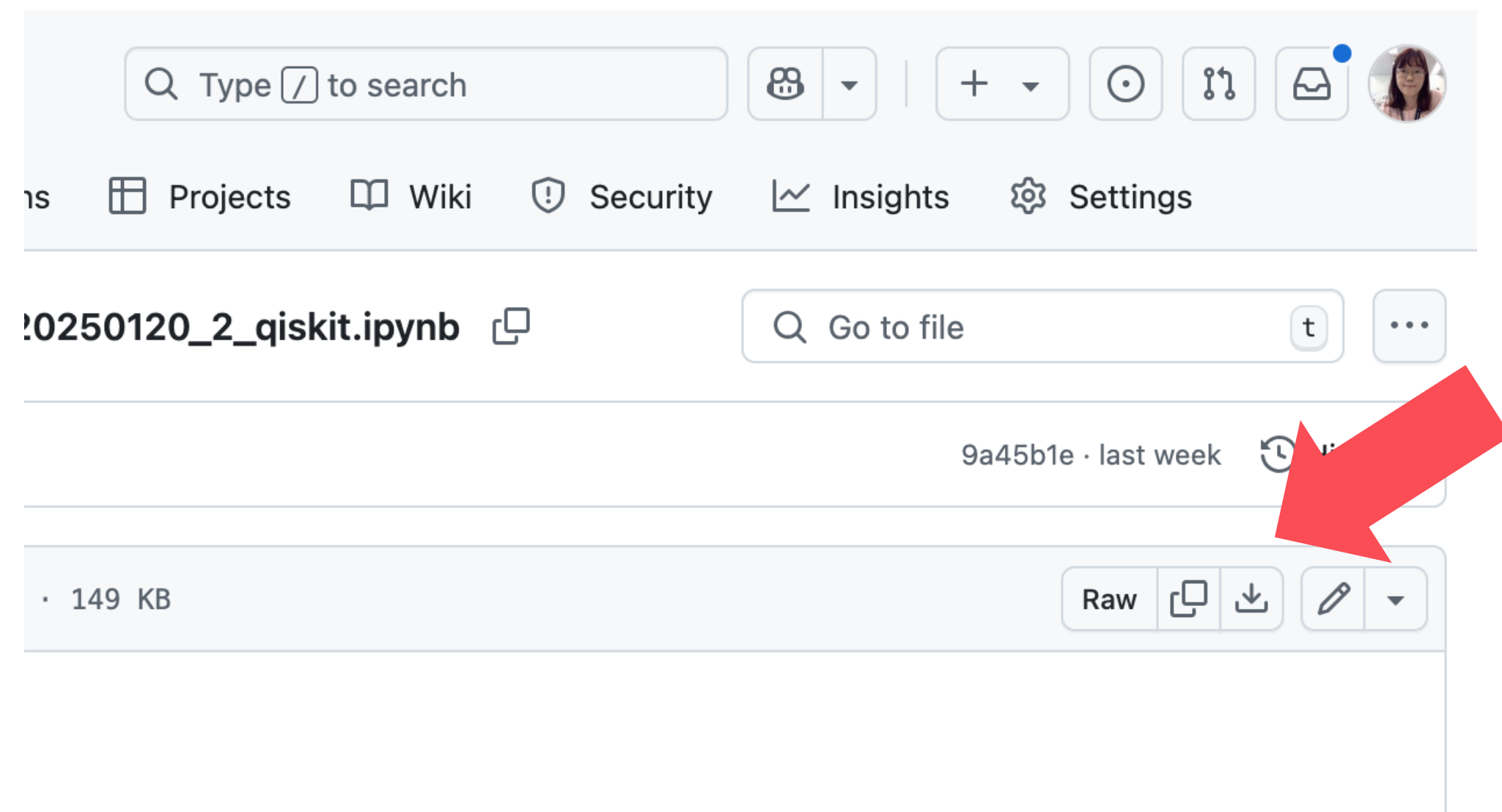
ファイルをダウンロード

URL: ibm.biz/20240120

(1) 「20250120_3_qml.ipynb」 を
選択



(2) 右上の  アイコンからファイルを
ローカルにダウンロード

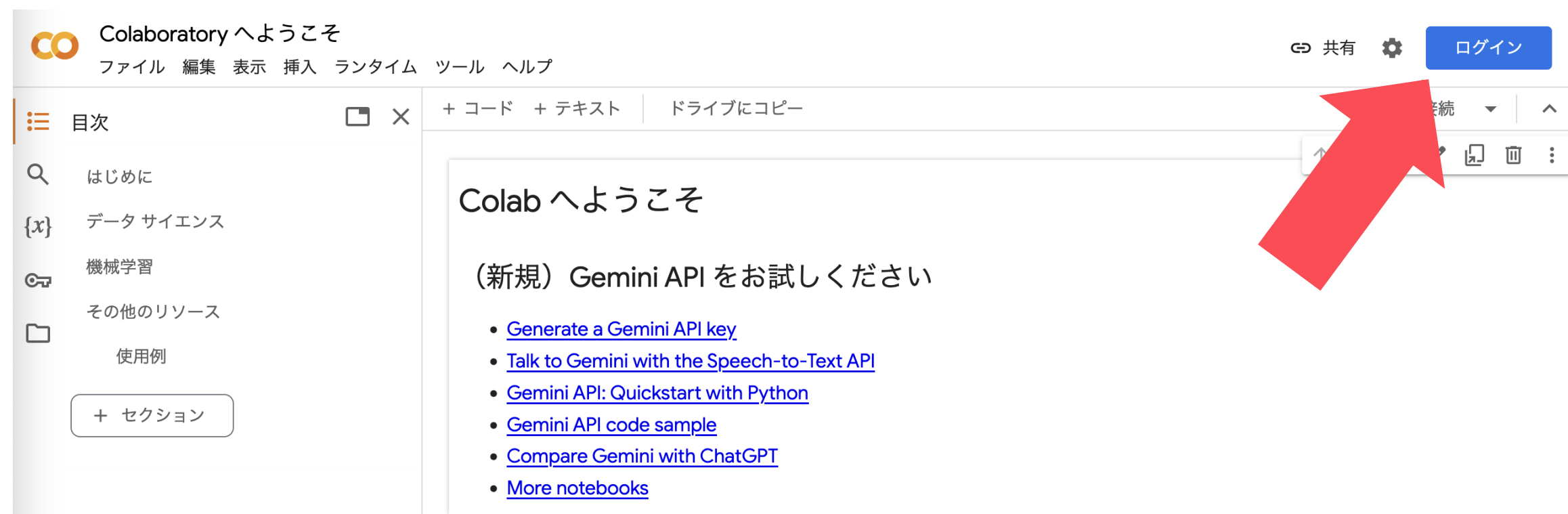


(3) ブラウザーで1つ前のページに戻って
Google ColabまたはqBraidの準備をする。

Google Colab または qBraid Lab を使ってQiskitを実行

(1) Google コラボにログイン

<https://colab.research.google.com/>

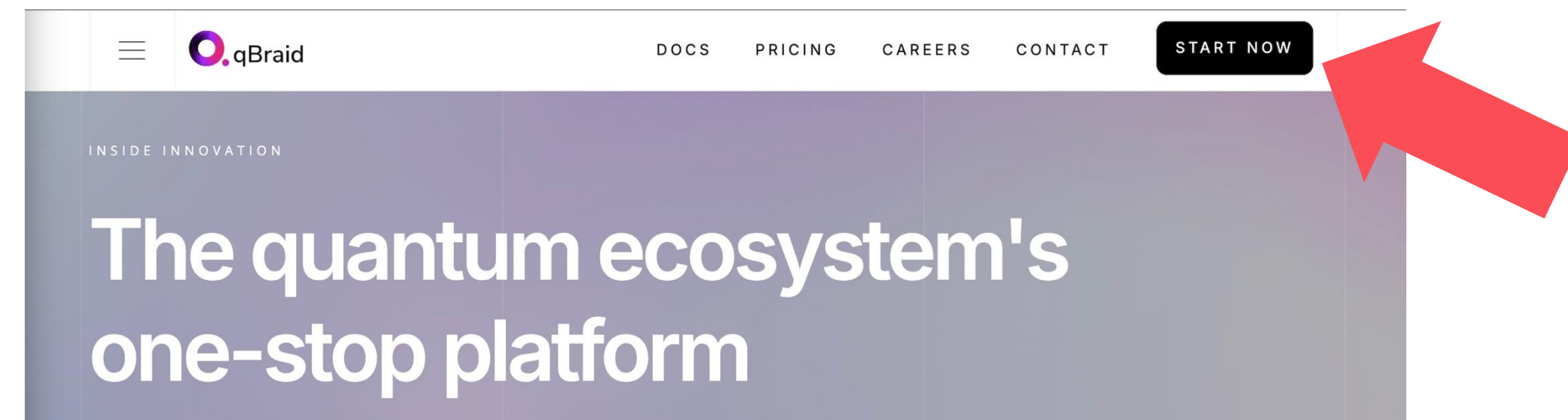


(2) 「ファイル」→「ノートブックをアップロード」



(1) qBraidにログイン

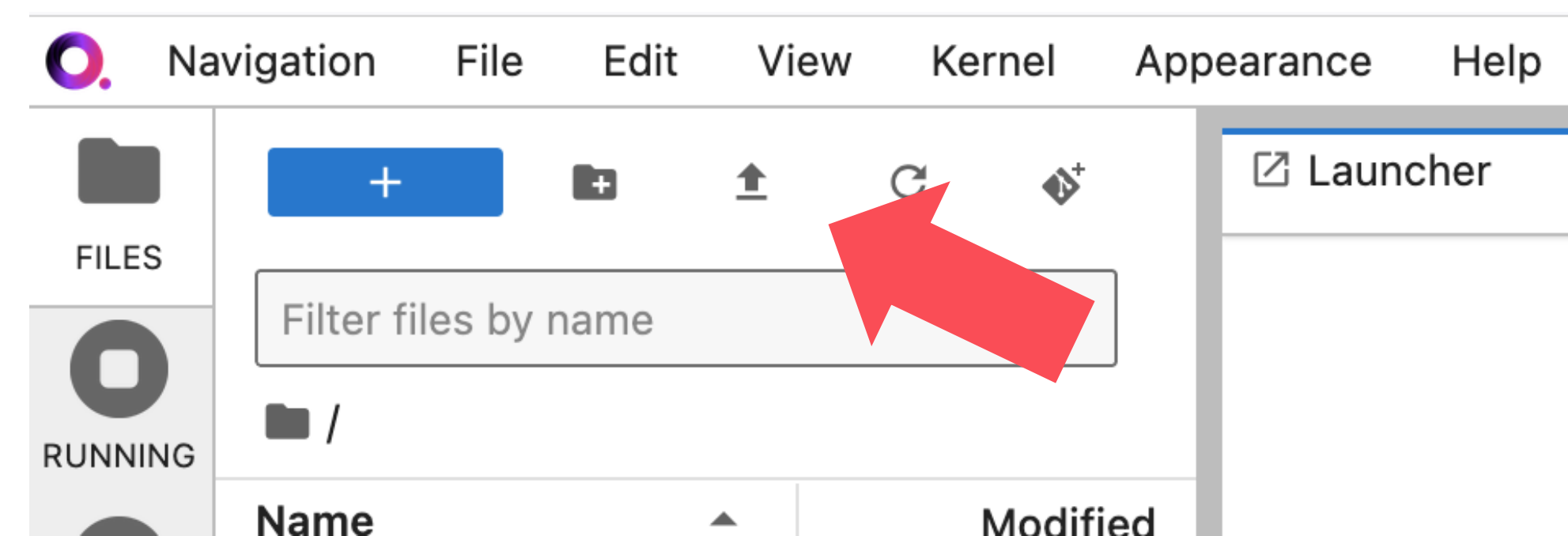
<https://www.qbraid.com/>



(2) 手順に従って環境作成

URL: ibm.biz/qbraidja



(3) 左上の マークからファイルをアップロード

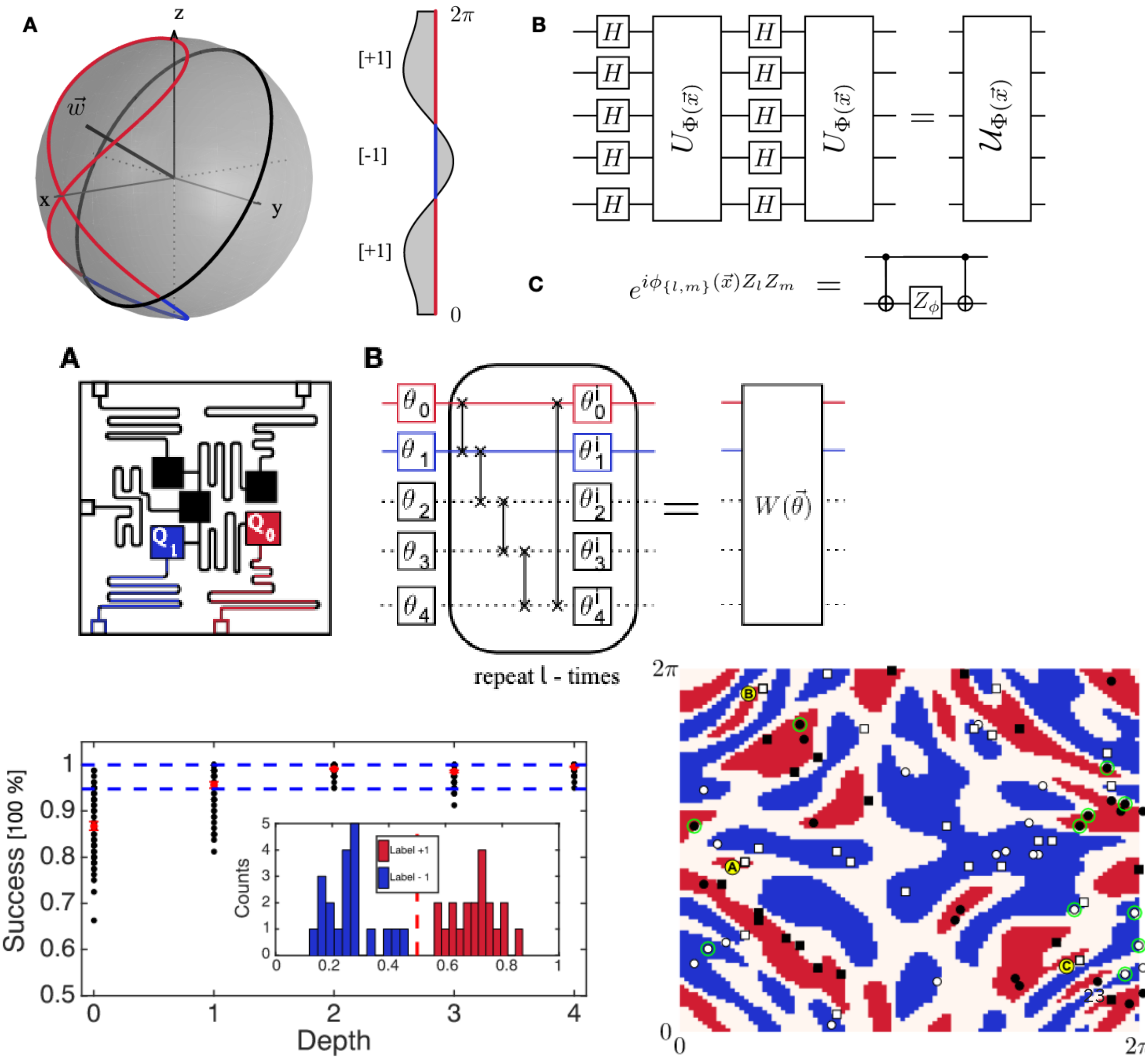




Letter | Published: 13 March 2019

Supervised learning with quantum-enhanced feature spaces

Vojtěch Havlíček, Antonio D. Córcoles , Kristan Temme , Aram W. Harrow, Abhinav Kandala, Jerry M. Chow & Jay M. Gambetta



本日のアジェンダ

13:00-13:05	ご挨拶
13:05-14:00	量子コンピューター入門
14:00-14:45	Qiskit入門
14:45-15:00	休憩、および、シャンデリア見学
15:00-16:00	量子機械学習入門
16:00-16:30	ThinkLab 半導体/AI ツアー