Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники



Дискретная математика
Домашняя работа №5
Изоморфизм графов
Вариант №99

Выполнил: студент группы Р3108 Васильев Никита Алексеевич

Проверил: Поляков Владимир Иванович

V/V	e1	e2	е3	e4	е5	e6	е7	e8	е9	e10	e11	e12
e1	0	2					5		2		2	
e2	2	0	3	5	4	5	1	2	1	1	3	5
e3		3	0			4		1	2			
e4		5		0	1			2		5		5
e5		4		1	0	5		4	4	2		3
e6		5	4		5	0	1	4	1	2	4	
e7	5	1				1	0		2			
e8		2	1	2	4	4		0	1	4	2	
е9	2	1	2		4	1	2	1	0	2		3
e10		1		5	2	2		4	2	0		4
e11	2	3				4		2			0	
e12		5		5	3				3	4		0

 $R(G_1) =$

V/V	X 1	X 2	X 3	X 4	X 5	X 6	X 7	X 8	X 9	X 10	X 11	X 12	ρ(x)
X 1	0	1					1		1		1		4
X 2	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11
X 3		1	0			1		1	1				4
X 4		1		0	1			1		1		1	5
X 5		1		1	0	1		1	1	1		1	7
X 6		1	1		1	0	1	1	1	1	1		8
X 7	1	1				1	0		1				4
X 8		1	1	1	1	1		0	1	1	1		8
X 9	1	1	1		1	1	1	1	0	1		1	9
X 10		1		1	1	1		1	1	0		1	7
X 11	1	1				1		1			0		4
X 12		1		1	1				1	1		0	5

 $R(G_2) =$

V/V	y 1	y 2	y 3	y 4	y 5	y 6	y 7	y 8	y 9	y 10	y 11	y 12	ρ(y)
y 1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11
y ₂	1	0	1			1	1		1	1	1	1	8
y 3	1	1	0				1		1				4
y 4	1			0	1		1		1				4
y 5	1			1	0		1			1			4
y 6	1	1				0	1	1	1		1	1	7
y ₇	1	1	1	1	1	1	0	1	1		1		9
y 8	1					1	1	0			1	1	5
y 9	1	1	1	1		1	1		0	1	1		8
y ₁₀	1	1			1				1	0			4
y 11	1	1				1	1	1	1		0	1	7
y ₁₂	1	1				1		1			1	0	5

Для графа $G_1 \Sigma \rho(x) = 76$. Список $P(x) = \{11, 9, 8, 8, 7, 7, 5, 5, 4, 4, 4, 4\}$. Для графа $G_2 \Sigma \rho(y) = 76$. Список $P(y) = \{11, 9, 8, 8, 7, 7, 5, 5, 4, 4, 4, 4\}$.

Разобьем вершины обоих графов на классы по их степеням.

	$\rho(x) = \rho(y) = 11$	$\rho(x) = \rho(y) = 9$	$\rho(x) = \rho(y) = 8$	$\rho(x) = \rho(y) = 7$	$\rho(x) = \rho(y) = 5$	$\rho(x) = \rho(y) = 4$
X	x_2	X 9	x_6, x_8	x_5, x_{10}	x_4, x_{12}	x_1, x_3, x_7, x_{11}
Y	<i>y</i> 1	<i>y</i> 7	<i>y</i> 2, <i>y</i> 9	<i>y</i> 6, <i>y</i> 11	y8, y12	<i>y</i> 3, <i>y</i> 4, <i>y</i> 5, <i>y</i> 10

Из таблицы сразу видно соответствие вершин графов:

X	Y
x_2	y_I
<i>X</i> 9	<i>y</i> ₇

Для определения соответствия вершин с $\rho(x) = \rho(y) = 5$ попробуем связать вершины из классов с $\rho(x) = \rho(y) = 11$ и $\rho(x) = \rho(y) = 9$ с неустановленными вершинами.

7	K	Y		
x_2	X4	<i>y</i> 1 —	<i>y</i> 8	
x_9	\sim x_{12}	y_7	y_{12}	

Анализ связей вершин показывает соответствие вершин x_{12} и y_8 , x_4 и y_{12} .

X	Y
x_2	<i>y</i> 1
χ_4	<i>y</i> 12
<i>X</i> 9	<i>y</i> 7
<i>X12</i>	<i>y</i> 8

Для определения соответствия вершин с $\rho(x) = \rho(y) = 8$ попробуем связать вершины из классов с $\rho(x) = \rho(y) = 11$, $\rho(x) = \rho(y) = 9$ и $\rho(x) = \rho(y) = 5$ с неустановленными вершинами.

Y	K	Y		
$\begin{array}{c c} x_2 \\ \hline x_4 \end{array}$	\sim x_6	y_1 y_{12}	<i>y</i> ₂	
x_9 x_{12}	x_8	$y_7 < y_8$	<i>y</i> ₉	

Анализ связей вершин показывает соответствие вершин x_6 и y_9 , x_8 и y_2 .

X	Y
x_2	<i>y</i> 1
χ_4	<i>y</i> 12
x_6	<i>y</i> 9
<i>x</i> ₈	<i>y</i> ₂
<i>X</i> 9	<i>y</i> ₇
x_{12}	<i>y</i> 8

Для определения соответствия вершин с $\rho(x) = \rho(y) = 4$ попробуем связать вершины из классов с $\rho(x) = \rho(y) = 11$, $\rho(x) = \rho(y) = 9$, $\rho(x) = \rho(y) = 8$ и $\rho(x) = \rho(y) = 5$ с неустановленными вершинами.

2	K	Y	Y
x_2		<i>y</i> ₁	
<i>x</i> ₄	$\rightarrow x_1$	<i>y</i> ₁₂	<i>y</i> ₃
x_6	X3	<i>y</i> ₉	<i>y</i> ₄
x_8	x_7	$y_2 \sim$	y_5
x_9	x_{11}	<i>y</i> ₇	y_{10}
x_{12}		<i>y</i> 8	

Анализ связей вершин показывает соответствие вершин x_1 и y_5 , x_3 и y_3 , x_{11} и y_{10} , x_7 и y_4 .

X	Y
x_1	<i>y</i> 5
x_2	<i>y</i> 1
<i>X</i> 3	у з
χ_4	<i>y</i> 12
x_6	<i>y</i> 9
<i>X</i> 7	<i>y</i> ₄
<i>x</i> ₈	<i>y</i> 2
<i>X9</i>	<i>y</i> 7
x_{11}	<i>y</i> 10
x_{12}	<i>y</i> 8

Для определения соответствия вершин с $\rho(x) = \rho(y) = 7$ попробуем связать вершины из классов с $\rho(x) = \rho(y) = 11$, $\rho(x) = \rho(y) = 9$, $\rho(x) = \rho(y) = 8$, $\rho(x) = \rho(y) = 5$ и $\rho(x) = \rho(y) = 4$ с неустановленными вершинами.

Y	K	Y	Y
x_I		<i>y</i> ₅	
x_2		y_1	
x_3	x_5	<i>y</i> ₃	<i>y</i> ₆
x_4		<i>y</i> 12	
$x_6 $		$y_9 \longrightarrow$	
x_7	X	y_4	X
x_8		$y_2 \swarrow \int$	
x_9	x_{10}	$y_7 = \frac{1}{2}$	<i>y</i> 11
x_{II}		y_{10}	
x_{12}		<i>y</i> ₈	

Анализ связей вершин показывает, что существует две пары соответствий оставшихся вершин: вершины x_5 и y_6 и вершины x_{10} и y_{11} , или x_5 и y_{11} и вершины x_{10} и y_{6} . Это соответствует действительности, т.к. вершины x_5 и x_{10} в графе G_1 и вершины g_6 и g_{11} в графе g_2 смежные с одними и теми же вершинами.

Из сказанного можно сделать вывод, что графы G_1 и G_2 изоморфны.