

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №2

Синтез помехоустойчивого кода

Вариант №68

Выполнил: студент группы Р3108  
Васильев Никита

Проверил: Балакшин Павел  
Валерьевич, доцент факультета  
ПИиКТ, кандидат технических наук

Санкт-Петербург 2023

## Содержание

Задание .....	3
Основные этапы вычисления .....	3
Код Хэмминга (7; 4) .....	3
Задание 1 – №50.....	4
Задание 2 – №87.....	4
Задание 3 – №12.....	4
Задание 4 – №91.....	5
Код Хэмминга (15; 11) .....	5
Задание 5 – №68.....	5
Задание 6.....	6
Написание программы для определения ошибок в битах на языке программирования Python.....	6
Заключение.....	8
Список литературы .....	9

## Задание

Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.

Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.

Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.

Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.

Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.

Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

Вариант	1				2
68	50	87	12	91	68

## Основные этапы вычисления

Код Хэмминга (7; 4)

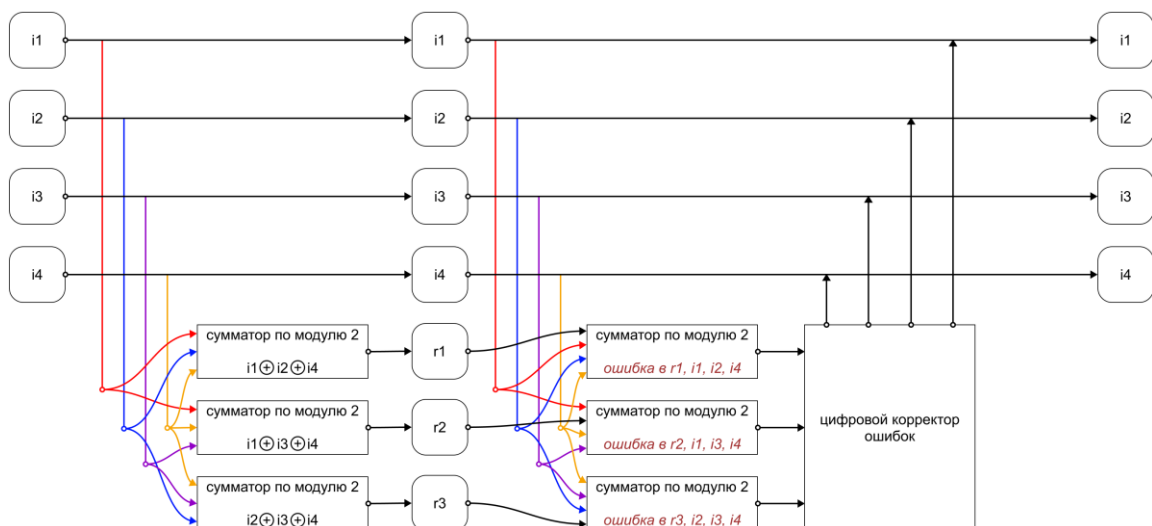


Рисунок 1 – схема классического кода Хэмминга (7, 4)

Задание 1 – №50

	1	2	3	4	5	6	7
	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$
50	1	0	0	1	0	1	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$s = 001 \rightarrow$  Согласно Рисунку 2 ошибка в бите  $r_3 \rightarrow$  Правильное сообщение: 0011

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$s$
1	X		X		X		X	$s_1$ 0
2		X	X			X	X	$s_2$ 0
4				X	X	X	X	$s_3$ 1

Рисунок 2 - Код Хэмминга с синдромом 001

Задание 2 – №87

	1	2	3	4	5	6	7
	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$
87	0	0	1	1	1	1	0

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$s = 001 \rightarrow$  Согласно Рисунку 3 ошибка в бите  $r_3 \rightarrow$  Правильное сообщение: 1110

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$s$
1	X		X		X		X	$s_1$ 0
2		X	X			X	X	$s_2$ 0
4				X	X	X	X	$s_3$ 1

Рисунок 3 - Код Хэмминга с синдромом 001

Задание 3 – №12

	1	2	3	4	5	6	7
	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$
12	1	1	0	0	0	0	0

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$s = 110 \rightarrow$  Согласно Рисунку 4 ошибка в бите  $i_1 \rightarrow$  Правильное сообщение: **1000**

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$s$
1	X		X		X		X	$s_1$ <b>1</b>
2		X	X			X	X	$s_2$ <b>1</b>
4				X	X	X	X	$s_3$ <b>0</b>

Рисунок 4 - Код Хэмминга с синдромом 110

Задание 4 – №91

	1	2	3	4	5	6	7
	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$
91	0	1	1	1	1	1	0

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$s = 011 \rightarrow$  Согласно Рисунку 5 ошибка в бите  $i_3 \rightarrow$  Правильное сообщение: **1100**

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$s$
1	X		X		X		X	$s_1$ <b>0</b>
2		X	X			X	X	$s_2$ <b>1</b>
4				X	X	X	X	$s_3$ <b>1</b>

Рисунок 5 - Код Хэмминга с синдромом 011

Код Хэмминга (15; 11)

Задание 5 – №68

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$r_4$	$i_5$	$i_6$	$i_7$	$i_8$	$i_9$	$i_{10}$	$i_{11}$
68	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$s = 0101 \rightarrow$  Согласно Рисунку 6 ошибка в бите  $i_6 \rightarrow$  Правильное сообщение: 11001100100

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$r_4$	$i_5$	$i_6$	$i_7$	$i_8$	$i_9$	$i_{10}$	$i_{11}$	$s$
1	X		X		X		X		X		X		X		X	$s_1$ 0
2		X	X			X	X			X	X			X	X	$s_2$ 1
4				X	X	X	X					X	X	X	X	$s_3$ 0
8								X	X	X	X	X	X	X	X	$s_4$ 1

Рисунок 6 – Код Хэмминга с синдромом 0101

## Задание 6

Количество информационных разрядов  $i = (50 + 87 + 12 + 91 + 68) \times 4 = 1232$ .

Определение минимального числа контрольных разрядов  $r$ :  $2^r \geq r + i + 1$ .

Найдём  $r$ , для которого будет верным неравенство:  $2^r \geq r + 1233$ .

Неравенство верно, начиная с  $r = 11$ :  $2^{11} \geq 1244$ . Следовательно, необходимо 11 контрольных разрядов  $r$ .

Коэффициент избыточности  $= r \div n = 11 \div 1243 \approx 0,00884956$ .

Ответ:  $r = 11$ ; коэффициент избыточности  $\approx 0,00884956$ .

Написание программы для определения ошибок в битах на языке программирования Python

```
ent_code = str(input("Введите код Хэмминга: "))

#определяем, является введенный код кодом Хэмминга
def code_is_code (ent_code):
    byte_code = True
    for i in ent_code:
        if i not in '01':
            byte_code = False
    if len(ent_code) != 7 or byte_code == False:
        return 'Введенный код не является кодом Хэмминга'
    else:
        return code_Hemming(ent_code)

#создаём словарь для хранения значений битов
bv = {}
bv['r1'], bv['r2'], bv['i1'], bv['r3'], bv['i2'], bv['i3'], bv['i4'] =
ent_code[:7]

#строим синдромы
def code_Hemming (ent_code):
    s1 = int(bv['r1']) ^ int(bv['i1']) ^ int(bv['i2']) ^ int(bv['i4'])
    s2 = int(bv['r2']) ^ int(bv['i1']) ^ int(bv['i3']) ^ int(bv['i4'])
    s3 = int(bv['r3']) ^ int(bv['i2']) ^ int(bv['i3']) ^ int(bv['i4'])
    s = str(s1) + str(s2) + str(s3)
    if s == '000':
        return 'Ошибок нет'
    else:
        s = s[::-1]
        pos = int(s, 2)
        cnt = 0
```

```

        for err_elem, err_result in bv.items():
            cnt += 1
            if cnt == pos:
                return right_code(err_elem, pos)

#Выводим правильный код
def right_code(err_elem, pos):
    if err_elem in 'i1' or err_elem in 'i2' or err_elem in 'i3' or err_elem
in 'i4':
        err_byte = bv[err_elem]
        global ent_code
        if int(err_byte) == 0:
            ent_code = ent_code[:pos - 1] + '1' + ent_code[pos:]
        else:
            ent_code = ent_code[:pos - 1] + '0' + ent_code[pos:]
    print('Ошибка в бите', err_elem)
    print('Правильный код:', str(ent_code[2] + ent_code[4:]))

code_is_code(ent_code)

```

## Заключение

В ходе выполнения данной лабораторной работы я познакомился с помехоустойчивым кодированием, научился работать с кодом Хэмминга, определять ошибки, возникшие при передаче или хранении данных, вычислять необходимое количество контрольных разрядов и коэффициент избыточности.



## Список литературы

**Липницкий В. А. Чесалин Н. В.** Линейные коды и коды последовательности [Книга]. - Минск : БГУ, 2008. - стр. 41.

**Ромашенко А. Румянцев А., Шень А.** Заметки по теории кодирования [Книга]. - Москва : МЦНМО, 2017. - 2-е : стр. 88.