

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники



Основы дискретной математики

Домашняя работа №6

Сложение чисел с плавающей запятой

Вариант №116

Выполнил: студент группы Р3108  
Васильев Никита

Проверил: Поляков Владимир  
Иванович, доцент факультета ПИиКТ,  
кандидат технических наук

Санкт-Петербург 2023

№	A	B
116	21,67	18,43

Задание. Заданные числа A и B представить в форме с плавающей запятой в разрядных сетках форматов Ф1 и Ф2 с укороченной мантиссой (12 двоичных разрядов).

1. Ф1:

$$A = (21,67)_{10} = (15,AB851EB851E)_{16} = (0,15B)_{16} \times 16^2$$

0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1					7	8												19

$$B = (18,43)_{10} = (12,6E147A)_{16} = (0,127)_{16} \times 16^2$$

0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1
0	1					7	8												19

$$\begin{array}{rcl}
 X_A & = & 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \\
 X_B & = & 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 (X_A - X_B) & = & 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$

$$(X_A - X_B) = 0; X_C = X_B = 2$$

А)  $A > 0, B > 0$

$$\begin{array}{rcl}
 M_A & = & \overset{\curvearrowright}{\overset{\curvearrowright}{\overset{\curvearrowright}{\overset{\curvearrowright}{\overset{\curvearrowright}{\overset{\curvearrowright}{\overset{\curvearrowright}{\overset{\curvearrowright}{\overset{\curvearrowright}{\overset{\curvearrowright}{\overset{\curvearrowright}}{0}}}}}}}}}} \cdot 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \\
 M_B & = & + \cdot 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \\
 M_C & = & \cdot 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0
 \end{array}$$

Результат сложения нормализован.

C	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0
	0	1					7	8											19

$$C^* = M_C \times 16^{P_C} = (0,282)_{16} \times 16^2 = (28,2)_{16} = 40,125.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = 40,1 - 40,125 = -0,025,$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \times 100\% = \left| \frac{-0,025}{40,1} \right| \times 100\% = 0,06234\%.$$

Погрешность полученного результата можно объяснить следующими факторами:

- Неточным представлением операндов

Б)  $A > 0, B < 0$

$$\begin{array}{r}
 M_A = . \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \\
 M_B = - . \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 \hline
 M_C = . \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

Результат вычитания денормализован вправо.

$$\overleftarrow{M_C}^4 = .001101000000$$

Т.к. выполнен сдвиг мантиисы влево, характеристику результата нужно уменьшить на 1 ( $X_C = X_C - 1 = 1$ ).

C	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
	0	1						7	8										19

$$C^* = M_C \times 16^{P_C} = (0,340)_{16} \times 16^1 = (3,40)_{16} = 3,25.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = 3,24 - 3,25 = -0,01,$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \times 100\% = \left| \frac{-0,01}{3,24} \right| \times 100\% = 0,30864\%.$$

Погрешность полученного результата можно объяснить следующими факторами:

- Неточным представлением операндов;
- Потерей значащих разрядов мантиисы результата при его нормализации сдвигом мантиисы.

В)  $A < 0, B > 0$

$$\begin{array}{r}
 M_B = . \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 M_A = - . \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \\
 \hline
 M_C = . \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

Результат вычитания денормализован вправо и представлен в дополнительном коде.

$$\overleftarrow{M_C}^4 = .001101000000$$

Т.к. выполнен сдвиг мантиисы влево, характеристику результата нужно уменьшить на 1 ( $X_C = X_C - 1 = 1$ ).

C	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
	0	1						7	8										19

$$C^* = M_C \times 16^{P_C} = (-0,340)_{16} \times 16^1 = (-3,40)_{16} = -3,25.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = -3,24 - (-3,25) = 0,01,$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \times 100\% = \left| \frac{0,01}{-3,24} \right| \times 100\% = 0,30864\%.$$

Погрешность полученного результата можно объяснить следующими факторами:

- Неточным представлением операндов;

- Потерей значащих разрядов мантииссы результата при его нормализации сдвигом мантииссы.

2. Ф2:

$$A = (21,67)_{10} = (15,AB851F)_{16} = (10101,1101010111000010100011111)_2 = (0,10101101010111000010100011111)_2 \times 2^5$$

0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0
19	18						11	10										0

$$B = (18,43)_{10} = (12,6E147B)_{16} = (10010,01101110000101)_2 = (0,1001001101110000101)_2 \times 2^5$$

0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
19	18						11	10										0

$$X_A = 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1$$

$$X_B = 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1$$

---


$$(X_A - X_B) = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$(X_A - X_B) = 0; X_C = X_B = 5$$

A)  $A > 0, B > 0$

$$\begin{array}{r} \text{M}_A = . \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \\ \text{M}_B = + \ . \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \\ \hline \text{M}_C = 1. \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \end{array}$$

Результат сложения денормализован влево.

$$\frac{1}{M_C} = .101000000110$$

Т.к. выполнен сдвиг мантииссы влево, то характеристику результата нужно увеличить на 1 ( $X_C = X_C + 1 = 6$ ).

C	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
	19	18						11	10										0

$$C^* = M_C \times 2^{P_C} = (0,10100000011)_2 \times 2^6 = (101000,00011)_2 = 40,09375.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = 40,1 - 40,09375 = 0,00625,$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \times 100\% = \left| \frac{0,00625}{40,1} \right| \times 100\% = 0,01558603\%.$$

Погрешность полученного результата можно объяснить следующими факторами:

- Неточным представлением операндов;

- Потерей значащих разрядов мантиисы результата при его нормализации сдвигом мантиисы.

Б)  $A > 0, B < 0$

$$\begin{array}{r}
 \text{M}_A = \quad . \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 \text{M}_B = \quad - \quad . \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 \hline
 \text{M}_C = \quad . \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1
 \end{array}$$

Результат вычитания денормализован вправо.

$$\overleftarrow{\text{M}_C}^3 = .110011111000$$

Т.к. выполнен сдвиг мантиисы влево, характеристику результата нужно уменьшить на 3 ( $X_C = X_C - 3 = 2$ ).

$$\begin{array}{c}
 \text{C} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{cccccccccccccccccccc}
 19 & 18 & & & & & 11 & 10 & & & & & & & & & & & 0
 \end{array}
 \end{array}$$

$$C^* = M_C \times 2^{P_C} = (0,110011111)_2 \times 2^2 = (11,0011111)_2 = 3,2421875.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = 3,24 - 3,2421875 = -0,0021875,$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \times 100\% = \left| \frac{-0,0021875}{3,24} \right| \times 100\% = 0,00067515 \, \%.$$

Погрешность полученного результата можно объяснить следующими факторами:

- Неточным представлением операндов;
- Потерей значащих разрядов мантиисы результата при его нормализации сдвигом мантиисы.

В)  $A < 0, B > 0$

$$\begin{array}{r}
 \text{M}_B = \quad . \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 \text{M}_A = \quad - \quad . \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 \hline
 \text{M}_C = \quad . \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

Результат вычитания денормализован вправо и представлен в дополнительном коде.

$$\overleftarrow{\text{M}_C}^3 = .11001111100$$

Т.к. выполнен сдвиг мантиисы влево, характеристику результата нужно уменьшить на 3 ( $X_C = X_C - 3 = 2$ ).

$$\begin{array}{c}
 \text{C} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \begin{array}{cccccccccccccccccccc}
 19 & 18 & & & & & 11 & 10 & & & & & & & & & & & 0
 \end{array}
 \end{array}$$

$$C^* = M_C \times 2^{P_C} = -(0,110011111)_2 \times 2^2 = -(11,0011111)_2 = -3,2421875.$$

$$\Delta C = C_T - C^* = -3,24 - (-3,2421875) = 0,0021875,$$

$$\delta C = \left| \frac{\Delta C}{C_T} \right| \times 100\% = \left| \frac{0,0021875}{-3,24} \right| \times 100\% = 0,00067515 \, \%.$$

Погрешность полученного результата можно объяснить следующими факторами:

- Неточным представлением операндов;
- Потерей значащих разрядов мантиисы результата при его нормализации сдвигом мантиисы.