

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники



Основы дискретной математики

Курсовая работа. Часть №2

Синтез комбинационных схем

Вариант №98

Выполнил: студент группы Р3108  
Васильев Никита

Проверил: Поляков Владимир  
Иванович, доцент факультета ПИиКТ,  
кандидат технических наук

Санкт-Петербург 2024

№	Выполняемые операции	Число переменных		Разрядность операндов		Фиксация переноса, заема, или переполнения
		Входных	Выходных	А	В	
98	$C = (A \pm 1)_{mod13}$	5	5	4	-	*

Таблица истинности

$$C = A \pm 1_{mod13}, \quad y = \begin{cases} 0 & \text{для } C = A + 1 \\ 1 & \text{для } C = A - 1 \end{cases}$$

$y$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$V$
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	d	d	d	d	d
0	1	1	1	0	d	d	d	d	d
0	1	1	1	1	d	d	d	d	d
1	0	0	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1	1	1	0

1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	d	d	d	d	d
1	1	1	1	0	d	d	d	d	d
1	1	1	1	1	d	d	d	d	d

## Минимизация на картах Карно

### Определение МДНФ

$C_1$ :

		$a_3a_4$			
		00	01	11	10
$a_1a_2$	00				
	01			1	
	11		d	d	d
	10	1	1	1	1
		$y = 0$			

		$a_3a_4$			
		00	01	11	10
$a_1a_2$	00	1			
	01				
	11	1	d	d	d
	10		1	1	1
		$y = 1$			

$$C_{min}(C_1) = \{10000 \ 010XX \ 111XX \ X1X1X \ X1XX1 \ 0X111\}$$

$$S_a = 19, S_b = 25$$

$C_2$ :

		$a_3a_4$			
		00	01	11	10
$a_1a_2$	00			1	
	01	1	1		1
	11		d	d	d
	10			1	
		$y = 0$			

		$a_3a_4$			
		00	01	11	10
$a_1a_2$	00	1			
	01		1	1	1
	11		d	d	d
	10	1			
		$y = 1$			

$$C_{min}(C_2) = \{1X000\ 0X011\ 1X11X\ XX101\ 001X0\}$$

$$S_a = 18, S_b = 23$$

C<sub>3</sub>:

		a <sub>3</sub> a <sub>4</sub>			
		00	01	11	10
a <sub>1</sub> a <sub>2</sub>	00		1		1
	01		1		1
	11		d	d	d
	10		1		1
		y = 0			

		a <sub>3</sub> a <sub>4</sub>			
		00	01	11	10
a <sub>1</sub> a <sub>2</sub>	00			1	
	01	1		1	
	11	1	d	d	d
	10	1		1	
		y = 1			

$$C_{min}(C_3) = \{11X00\ 1X100\ 0XX10\ 0XX01\ 1XX11\}$$

$$S_a = 17, S_b = 22$$

C<sub>4</sub>:

		a <sub>3</sub> a <sub>4</sub>			
		00	01	11	10
a <sub>1</sub> a <sub>2</sub>	00	1			1
	01	1			1
	11		d	d	d
	10	1			1
		y = 0			

		a <sub>3</sub> a <sub>4</sub>			
		00	01	11	10
a <sub>1</sub> a <sub>2</sub>	00				1
	01	1			1
	11	1	d	d	d
	10	1			1
		y = 1			

$$C_{min}(C_4) = \{XXX10\ 0X0X0\ 11XX0\ X01X0\}$$

$$S_a = 11, S_b = 15$$

V:

	a <sub>3</sub> a <sub>4</sub>			
	00	01	11	10
a <sub>1</sub> a <sub>2</sub>	00			
	01			
	11	1	d	d
	10			
	y = 0			

	a <sub>3</sub> a <sub>4</sub>			
	00	01	11	10
a <sub>1</sub> a <sub>2</sub>	00	1		
	01			
	11		d	d
	10			
	y = 1			

$$C_{min}(V) = \{10000\ 011XX\}$$

$$S_a = 8, S_b = 10$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = y\bar{a}_1\bar{a}_2\bar{a}_3\bar{a}_4 \vee \bar{y}a_1\bar{a}_2 \vee ya_1a_2 \vee a_1a_3 \vee a_1a_4 \vee \bar{y}a_2a_3a_4 \\ C_2 = y\bar{a}_2\bar{a}_3\bar{a}_4 \vee \bar{y}\bar{a}_2a_3a_4 \vee ya_2a_3 \vee a_2\bar{a}_3a_4 \vee \bar{y}a_1a_2\bar{a}_4 \\ C_3 = ya_1\bar{a}_3\bar{a}_4 \vee ya_2\bar{a}_3\bar{a}_4 \vee \bar{y}a_3\bar{a}_4 \vee \bar{y}\bar{a}_3a_4 \vee ya_3a_4 \\ C_4 = a_3\bar{a}_4 \vee \bar{y}\bar{a}_2\bar{a}_4 \vee ya_1\bar{a}_4 \vee \bar{a}_1a_2\bar{a}_4 \\ V = y\bar{a}_1\bar{a}_2\bar{a}_3\bar{a}_4 \vee \bar{y}a_1a_2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} S_q^{C_1} = 25 \\ S_q^{C_2} = 23 \\ S_q^{C_3} = 22 \\ S_q^{C_4} = 15 \\ S_q^V = 10 \end{array}$$

$$S_q^\Sigma = 95$$

## Преобразование минимальных форм булевой функции

Введем вспомогательную переменную  $Z = y\bar{a}_1\bar{a}_2\bar{a}_3\bar{a}_4$  и приведем функции к скобочной форме.

$$\left\{ \begin{array}{l} Z = y\bar{a}_1\bar{a}_2\bar{a}_3\bar{a}_4 \\ C_1 = Z \vee a_1(\bar{y}\bar{a}_2 \vee ya_2 \vee a_3 \vee a_4) \vee \bar{y}a_2a_3a_4 \\ C_2 = y\bar{a}_2\bar{a}_3\bar{a}_4 \vee \bar{y}\bar{a}_2a_3a_4 \vee ya_2a_3 \vee a_2\bar{a}_3a_4 \vee \bar{y}a_1a_2\bar{a}_4 \\ C_3 = y\bar{a}_3\bar{a}_4(a_1 \vee a_2) \vee \bar{y}a_3\bar{a}_4 \vee \bar{y}\bar{a}_3a_4 \vee ya_3a_4 \\ C_4 = \bar{a}_4(a_3 \vee \bar{y}\bar{a}_2 \vee ya_1 \vee \bar{a}_1a_2) \\ V = Z \vee \bar{y}a_1a_2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} S_q^Z = 5 \\ S_q^{C_1} = 17 \\ S_q^{C_2} = 23 \\ S_q^{C_3} = 19 \\ S_q^{C_4} = 12 \\ S_q^V = 5 \end{array}$$

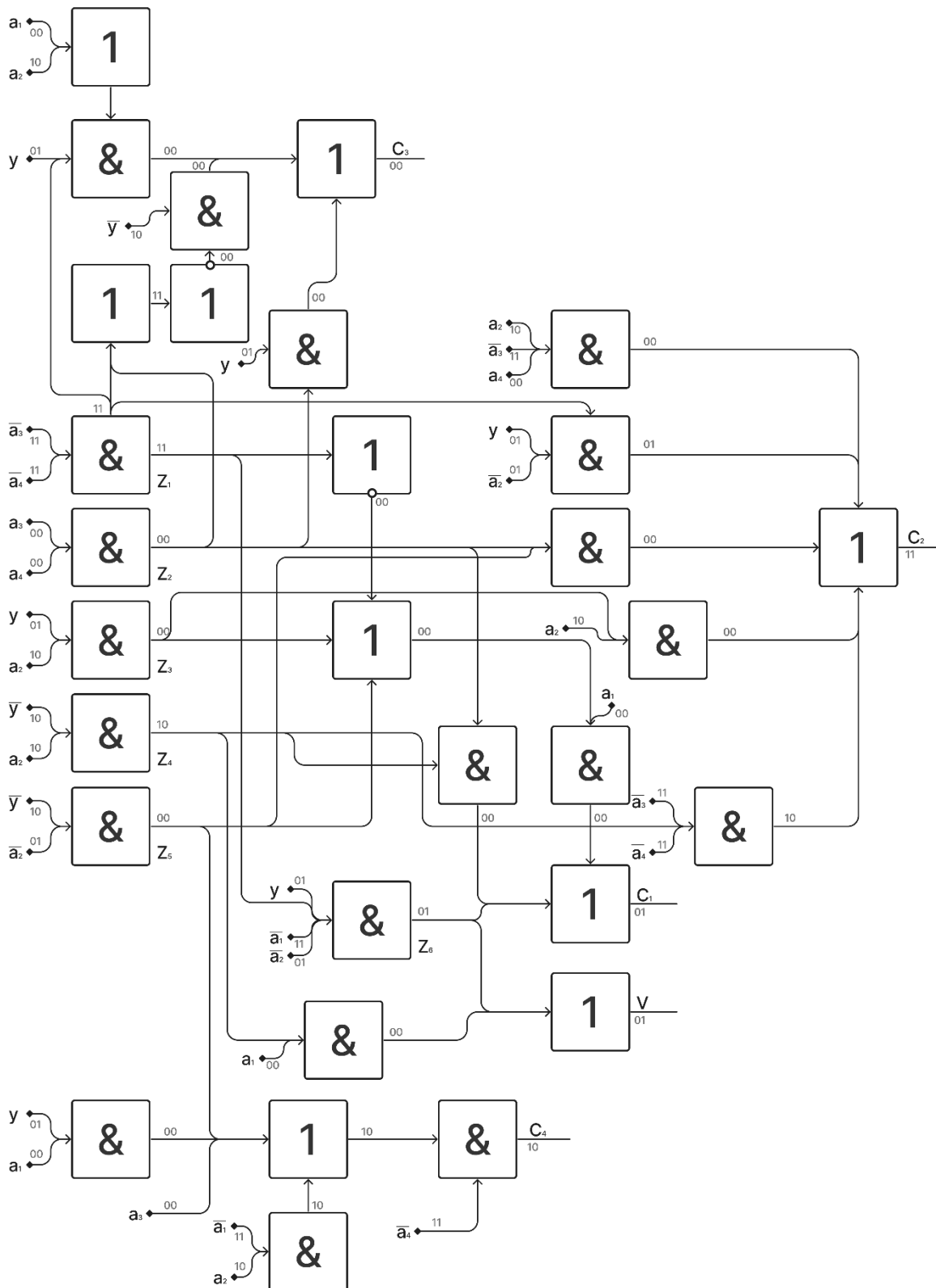
$$S_q^\Sigma = 81$$

Введем новые вспомогательные переменные  $Z_1 - Z_6$  и преобразуем функции системы.

$$\left\{ \begin{array}{l}
Z_1 = \overline{a_3 a_4} \\
Z_2 = a_3 a_4 \\
Z_3 = y a_2 \\
Z_4 = \bar{y} a_2 \\
Z_5 = \bar{y} \overline{a_2} \\
Z_6 = y \overline{a_1 a_2} Z_1 \\
C_1 = Z_6 \vee a_1 (Z_5 \vee Z_3 \vee \overline{Z_1}) \vee Z_2 Z_4 \\
C_2 = y \overline{a_2} Z_1 \vee Z_2 Z_5 \vee a_3 Z_3 \vee a_2 \overline{a_3} a_4 \vee \overline{a_1} \overline{a_4} Z_4 \\
C_3 = y Z_1 (a_1 \vee a_2) \vee \bar{y} (\overline{Z_1} \vee \overline{Z_2}) \vee y Z_2 \\
C_4 = \overline{a_4} (a_3 \vee Z_5 \vee y a_1 \vee \overline{a_1} a_2) \\
V = Z_6 \vee a_1 Z_4
\end{array} \right. \quad \begin{array}{l}
S_q^{Z_1} = 2 \\
S_q^{Z_2} = 2 \\
S_q^{Z_3} = 2 \\
S_q^{Z_4} = 2 \\
S_q^{Z_5} = 2 \\
S_q^{Z_6} = 4 \\
S_q^{C_1} = 11 \\
S_q^{C_2} = 18 \\
S_q^{C_3} = 15 \\
S_q^{C_4} = 10 \\
S_q^V = 4
\end{array}$$

$$S_q^\Sigma = 72$$

# Синтез многовыходной комбинационной схемы в булевом базисе



$$S_q^\Sigma = 72$$

$$T = 5\tau$$

## Анализ схем

Анализ произведен на наборах:

$$f([y = 0, a_1 = 0, a_2 = 1, a_3 = 0, a_4 = 0]) = [C_1 = 0, C_2 = 1, C_3 = 0, C_4 = 1, V = 0]$$

$$f([y = 1, a_1 = 0, a_2 = 0, a_3 = 0, a_4 = 0]) = [C_1 = 1, C_2 = 1, C_3 = 0, C_4 = 0, V = 1]$$