

Bài tập Xác suất - Thống kê  
Học kỳ I/NH 23 - 24

# Chương 1

## Đại cương về xác suất

**Bài tập 1.1.** Một cuộc khảo sát 1000 người về hoạt động thể dục thấy có 80% số người thích đi bộ và 60% thích đạp xe và buổi sáng, và tất cả mọi người đều tham gia ít nhất một trong hai hoạt động trên. Chọn ngẫu nhiên một người, hỏi xác suất gặp được người thích đi xe đạp mà không đi bộ là bao nhiêu?

**Bài tập 1.2.** Người ta thực hiện khảo sát trên một số lượng lớn những người đàn ông trên 50 tuổi ở một thành phố cho kết quả sau

- Tỷ lệ đàn ông bị bệnh tiểu đường là 0.02.
- Tỷ lệ đàn ông bị bệnh tim là 0.03.
- Tỷ lệ không bị bệnh tim lẫn tiểu đường là 0.96.

Hãy tìm tỷ lệ đàn ông bị cả hai loại bệnh trên.

**Bài tập 1.3.** Một mạch điện gồm 3 linh kiện được mắc nối tiếp với nhau. Xác suất hư hỏng của mỗi linh kiện trong khoảng thời gian  $T$  là 1%, 0.5%, 2%. Biết các linh kiện hoạt động độc lập nhau, tính xác suất mạch điện hư hỏng trong khoảng thời gian  $T$ .

**Bài tập 1.4.** Một cái máy có hai thành phần hoạt động độc lập nhau, máy bị hư nếu một trong hai thành phần bị hư. Biết rằng xác suất thành phần thứ hai bị hư gấp đôi thành phần thứ nhất và hai thành phần hoạt động độc lập nhau. Nếu xác suất bị hư của máy là 0.28, tìm xác suất thành phần thứ nhất bị hư.

**Bài tập 1.5.** Người ta biết rằng một cặp trẻ sinh đôi có thể là một cặp sinh đôi cùng trứng hoặc một cặp sinh đôi không cùng trứng. Một cặp sinh đôi cùng trứng những đứa trẻ bao giờ cũng cùng giới tính; còn sinh đôi khác trứng thì xác suất để chúng cùng giới tính là 0,5. Giả sử cặp trẻ sinh đôi cùng trứng với xác suất là  $p$ . Tìm xác suất để cặp trẻ sinh đôi cùng giới tính là cặp sinh đôi cùng trứng.

**Bài tập 1.6.** 60% số người mới học lái xe có bằng lái xe. Biết rằng trong năm đầu tiên lái xe, xác suất người không có bằng lái gây tai nạn là 0.08 và xác suất người có bằng lái gây tai nạn là 0.05. Nếu một người mới lái xe không gây tai nạn trong năm đầu tiên, xác suất anh ta có bằng lái là bao nhiêu?

**Bài tập 1.7.** Trong một kì thi trắc nghiệm, mỗi câu hỏi có 5 đáp án trong đó chỉ có 1 đáp án đúng. Xác suất để sinh viên biết câu trả lời đúng là 0.8. Một sinh viên biết trả lời đúng câu hỏi thì anh ta chọn được đáp án đúng, nếu không biết trả lời thì anh ta chọn một đáp án nào đó. Tìm xác suất để:

- a. anh ta chọn được đáp án đúng.
- b. giả sử câu hỏi chọn ngẫu nhiên được anh ta chọn đáp án đúng. Tìm xác suất để anh ta thật sự biết câu trả lời cho hỏi đó.

**Bài tập 1.8.** Có 20 kiện hàng, mỗi kiện có 10 sản phẩm. Trong đó có 8 kiện hàng loại I, mỗi kiện có 1 phế phẩm; 7 kiện loại II, mỗi kiện có 3 phế phẩm; năm kiện loại III, mỗi kiện có 5 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên một kiện, rồi từ kiện đó lấy ngẫu nhiên một sản phẩm.

- a. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là phế phẩm.
- b. Biết sản phẩm lấy ra là phế phẩm, tính xác suất kiện lấy ra là loại II.

**Bài tập 1.9.** Một người có 3 chỗ ưa thích như nhau để câu cá. Xác suất câu được cá ở các chỗ câu lần lượt là 0.6, 0.7, và 0.8. Biết rằng ở mỗi chỗ người đó thả câu 3 lần và chỉ câu được 1 con cá. Tính xác suất để cá câu được ở chỗ thứ nhất.

**Bài tập 1.10.** Tại một trường học, trung bình cứ 5 sinh viên nữ thì có 3 sinh viên thường xuyên đi xe buýt, cứ 5 sinh viên nam thì có 2 sinh viên thường xuyên đi xe buýt. Biết tỷ lệ sinh viên nam và nữ ở trường là 3:1. Tìm tỷ lệ sinh viên nam trong số những sinh viên thường xuyên đi xe buýt của trường.

## Chương 2

# Biến ngẫu nhiên và phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên

**Bài tập 2.1.** Một thiết bị có 3 bộ phận hoạt động độc lập. Xác suất trong thời gian  $t$  các bộ phận bị hỏng tương ứng là  $0, 1; 0, 15; 0, 2$ .

- Tìm phân phối xác suất của số bộ phận bị hỏng  $X$  trong thời gian  $t$ .
- Lập hàm phân phối của  $X$ .
- Tính xác suất trong thời gian  $t$  có không quá một bộ phận bị hỏng.

**Bài tập 2.2.** Cho  $X$  và  $Y$  là hai biến ngẫu nhiên độc lập và có phân phối xác suất tương ứng là

$X$	$\parallel$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$Y$	$\parallel$	$-1$	$0$	$1$
$\mathbb{P}$	$\parallel$	$0.2$	$0.3$	$0.3$	$0.2$	$\mathbb{P}$	$\parallel$	$0.3$	$0.4$	$0.3$

Tìm phân phối xác suất của  $X^2$ ,  $X + Y$ . Tính kỳ vọng, phương sai của  $X^2$ ,  $X + Y$ .

**Bài tập 2.3.** Cho

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & x \in [a, b] \\ 0 & x \notin [a, b] \end{cases}.$$

- Chứng tỏ rằng  $f(x)$  là hàm mật độ của biến ngẫu nhiên  $X$ .
- Tìm kỳ vọng và phương sai của  $X$ .
- Tìm hàm phân phối của  $X$ .

**Bài tập 2.4.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  (đơn vị là tháng) là tuổi thọ của một loại thiết bị có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} cxe^{-\frac{x}{2}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}.$$

- a. Tìm  $c$ .
- b. Tìm hàm phân phối xác suất của  $X$ .
- c. Tìm xác suất để trong 6 thiết bị này hoạt động độc lập có 3 thiết bị thọ ít nhất 5 tháng.

**Bài tập 2.5.** Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{nơi khác} \end{cases}.$$

Nếu  $\mathbb{E}X = 0,6$  tính  $\mathbb{P}(X < \frac{1}{2})$  và  $\text{Var}(X)$ .

**Bài tập 2.6.** Một nhà máy sản xuất với tỷ lệ phế phẩm là 7%. Quan sát ngẫu nhiên 10 sản phẩm. Tính xác suất để

- a. có đúng một phế phẩm,
- b. có ít nhất một phế phẩm,
- c. có nhiều nhất một phế phẩm.
- d. Hỏi phải quan sát ít nhất bao nhiêu sản phẩm để xác suất nhận được ít nhất một phế phẩm  $\geq 0,9$ .

**Bài tập 2.7.** Mỗi khách uống cafe tại quán cafe Đông Hồ mỗi ngày đều được phát ngẫu nhiên một vé bốc thăm, xác suất khách hàng trúng thăm là 0,1. Nếu khách hàng trúng thăm liên tục trong năm ngày (từ thứ hai đến thứ sáu) thì sẽ được nhận 100\$. An uống cafe liên tục tại quán này 4 tuần liên tiếp. Gọi  $X$  là số tiền An được thưởng khi bốc thăm. Tính  $\mathbb{E}(X)$ ,  $\text{Var}(X)$ .

**Bài tập 2.8.** Một trung tâm bưu điện nhận được trung bình 150 cuộc gọi điện thoại trong 1 giờ. Tìm xác suất để trung tâm bưu điện này nhận được không quá 2 cuộc gọi trong 1 phút.

**Bài tập 2.9.** Trung bình 1 phút có 2 ô tô đi qua trạm giao thông. Tính xác suất:

- a. Có 6 ô tô qua trạm trong 3 phút; từ 3 đến 4 ô tô qua trạm trong 2 phút.
- b. Xác định  $t$  nếu biết xác suất để trong khoảng thời gian  $t$  có ít nhất 1 xe qua trạm là 0,99.

**Bài tập 2.10.** Chi phí đầu tư cho một cái máy là 3000\$. Giả sử tuổi thọ của máy có phân phối mũ với tuổi thọ trung bình là 3 năm. Nhà sản xuất cung cấp 2 loại bảo hành. Loại I sẽ trả 3000\$ nếu máy bị hư trong năm đầu tiên, 2000\$ nếu máy bị hư trong năm thứ hai và 1000\$ nếu máy bị hư trong năm thứ ba và không chi trả từ năm thứ ba trở đi. Loại II sẽ trả một khoản tiền là  $3000 \times e^{-t}$ \$ nếu máy bị hỏng tại năm thứ  $t$  (tính từ thời điểm mua). Hãy tính số tiền bảo hành trung bình mà nhà sản xuất phải trả theo từng loại hợp đồng trên.

**Bài tập 2.11.** Trọng lượng của con cừu là một đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với giá trị trung bình là 25 kg và độ lệch tiêu chuẩn là 4 kg. Chọn ngẫu nhiên 1 con cừu. Tính xác suất để con cừu được chọn có trọng lượng

- a. Nặng hơn 30 kg.
- b. Nhẹ hơn 18 kg.
- c. Lớn hơn 20 kg và bé hơn 27 kg.

**Bài tập 2.12.** Tuổi thọ của một loại sản phẩm là biến ngẫu nhiên phân phối theo quy luật chuẩn với tuổi thọ trung bình là 11 năm và độ lệch tiêu chuẩn là 2 năm.

- a. Nếu nhà sản xuất quy định thời gian bảo hành là 10 năm thì tỷ lệ sản phẩm bảo hành là bao nhiêu?
- b. Nếu muốn tỷ lệ sản phẩm bảo hành là 10% thì phải quy định thời gian bảo hành là bao nhiêu năm?

**Bài tập 2.13.** Một người cân nhắc giữa việc mua cổ phiếu của công ty A và công ty B hoạt động ở hai lĩnh vực độc lập nhau. Biết lãi suất cổ phiếu (tính bằng %) của hai công ty là các đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo quy luật chuẩn với các tham số đặc trưng như sau

	Trung bình	Độ lệch tiêu chuẩn
Công ty A	12	3.5
Công ty B	11	2.8

- a. Nếu người đó muốn đạt lãi suất tối thiểu là 10% thì nên mua cổ phiếu của công ty nào?
- b. Nếu người đó muốn hạn chế rủi ro bằng cách mua cổ phiếu của cả hai công ty thì nên mua theo tỷ lệ bao nhiêu để mức độ rủi ro về lãi suất là nhỏ nhất?

**Bài tập 2.14.** Xác suất sinh con trai là 0.51. Khảo sát 1000 ca sinh (mỗi ca sinh 1 con) trong bệnh viện, xác suất số ca sinh con trai ít hơn con gái là bao nhiêu?

**Bài tập 2.15.** Trọng lượng của một loại sản phẩm được quan sát là đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với trung bình 50 kg và độ lệch tiêu chuẩn là 10 kg. Nhưng sản phẩm có trọng lượng từ 45 kg đến 70 kg được xếp vào loại A. Chọn ngẫu nhiên 100 sản phẩm (trong rất nhiều sản phẩm). Tính xác suất để

- a. Có đúng 70 sản phẩm loại A.
- b. Có không quá 60 sản phẩm loại A.
- c. Có ít nhất 65 sản phẩm loại A.

**Bài tập 2.16.** Sản phẩm do một nhà máy sản xuất được đóng thành từng kiện. Mỗi kiện 10 sản phẩm, trong đó có 6 sản phẩm tốt và 4 sản phẩm xấu. Khách hàng chọn cách kiểm tra như sau: từ mỗi kiện chọn ngẫu nhiên 3 sản phẩm; nếu thấy có ít nhất 2 sản phẩm tốt thì nhận kiện đó, ngược lại thì loại kiện đó. Kiểm tra 140 kiện hàng trong số rất nhiều kiện. Tính xác suất để có

- a. 93 kiện được nhận.
- b. Từ 90 đến 110 kiện được nhận.