Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xáo suất

Biên cô ngâu nhiêi Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên

các biến cố Khái niêm và các

định nghĩa về xác suất

Các công thức tính xác suất co bản

Công thức cộng xác suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Baves

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Hoàng Văn Hà University of Science, VNU - HCM hvha@hcmus.edu.vn

Nội dung

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biên cô ngâu nhiêr Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên các biến cố

các biến cổ Khái niệm và các

Các công thức tính xác suất co bản

Công thức cộng xác suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất. Sư độc lập giữa các

biến cố Công thức xác suấ Biến cố và xác suất

- Biến cố ngẫu nhiên
- Quan hệ giữa các biến cố
- Các phép toán trên các biến cố
- Khái niệm và các định nghĩa về xác suất
- 2 Các công thức tính xác suất cơ bản
 - Công thức cộng xác suất
 - Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.
 - Sự độc lập giữa các biến cố
 - Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Biến cố ngẫu nhiên

Chương 1- Đại cương về Xác suất

 $\mathsf{Ha}\ \mathsf{Hoang}\ \mathsf{V}.$

Biến cố và xa suất

Biến cố ngẫu nhiên Quan hệ giữa các

biến cố Các phép toán trên

các biến cố Khái niêm và các

Các công thức tính xác suất c

Công thức cộng xi suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Phép thử ngẫu nhiên (Random experiment)

Là sự thực hiện một số điều kiện xác định (thí nghiệm cụ thể hay quan sát một hiện tượng nào đó), có thể lặp lại nhiều lần. Kết quả của phép thử ta không xác định trước được.

Ví du 1

Phép thử ngẫu nhiên	Kết quả
Tung đồng tiền	Mặt sấp, mặt ngửa
Tung 1 con xúc sắc	$\{ \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \boxdot, \boxdot, \boxdot, \boxdot \}$
Trả lời ngẫu nhiên 1 câu trắc nghiệm	Đúng/Sai

Biến cố ngẫu nhiên

Chương 1- Đại cương về Xác suất

 $\mathsf{Ha}\ \mathsf{Hoang}\ \mathsf{V}.$

Biến cố và x suất

Biến cố ngẫu nhiên Quan hệ giữa các

Các phép toán trên các biến cố Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất co

Công thức cộng xáo suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

- Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra khi thực hiện phép thử gọi là không gian mẫu hay không gian các biến cố sơ cấp (sample space), ký hiệu Ω.
- Mỗi kết quả của phép thử ngẫu nhiên ω ($\omega \in \Omega$) gọi là một biến cố/sự kiện sơ cấp (simple event).
- Một tập con của không gian mẫu có nhiều biến cố được gọi là biến cố/sự kiện ngẫu nhiên (event). Kí hiệu là A, B, C,...
- Biến cố luôn xảy ra khi thực hiện phép thử là biến cố chắc chắn, ký hiệu Ω.
- Biến cố luôn không xảy ra gọi là biến cố bất khả (hay biến cố không thể có) (empty event), kí hiệu Ø.

Biến cố ngẫu nhiên

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biên cô và xá suất

Biến cố ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên

các biến cố Khái niêm và các

Các công thức tính xác suất c

bản Công thức cộng xá

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Baves

Ví dụ 2

Gieo một lần con xúc xắc. Gọi $\omega_i=$ "mặt trên của xúc sắc có i chấm = i". Không gian các biến cổ sơ cấp

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_6\} = \{\boxdot, \boxdot, \boxdot, \boxdot, \boxdot, \boxdot, \boxdot\}$$

$$A = \{ \boxdot, \boxdot, \boxdot, \} = "chấm lẻ"$$

$$B = \{ \boxdot, \boxdot, \boxdot, \boxdot \} = "chấm chẵn" o Biến cố ngẫu nhiên$$

$$C = \{ \mathbf{\Xi}, \mathbf{\Xi} \} = "ch\hat{a}m > 4" \nearrow$$

Quan hệ giữa các biến cố

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xi suất

Quan hệ giữa các biến cổ

Các phép toán trên

các biến cố Khái niệm và các

Các công thức tính xác suất c

Công thức cộng xá

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức

Sự kéo theo

A kéo theo B, ký hiệu $A \subset B$, nếu A xảy ra thì B xảy ra. Ta còn nói A là biến cố thuận lợi cho B.

Ví dụ 3

Tung một con xúc xắc.

Gọi A_i là biến cố được i chấm $(i = \overline{1,6})$,

B là biến cố được số chấm chia hết cho 3,

 $C = "S \hat{o} \ ch \hat{a} m \ ch \tilde{a} n "$,

 $P_2 = "S \hat{o} \ ch \hat{a} m \ nguyên t \hat{o} \ ch \tilde{a} n",$

Khi đó ta có $A_2 \subset C$, $A_3 \subset B$, $A_2 \subset P_2$, $P_2 \subset A_2$.

Quan hệ giữa các biến cố

Chương 1- Đại cương về Xác suất

 $\mathsf{Ha}\ \mathsf{Hoang}\ \mathsf{V}.$

Biến cô và xá suất

Quan hệ giữa các

biến cố Các phép toán trên

các biến cố Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất c

Công thức cộng xá

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Sự tương đương

Atương đương với B, ký hiệu A=B, nếu A xảy ra thì B xảy ra và ngược lại.

Ví dụ 4

Trong ví dụ 3: $A_2 = P_2$.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Quan hê giữa các biến cố

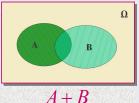
Các phép toán trên các biến cố

Công thức xác suất

Sư độc lập giữa các

Biến cố tổng (union)

Biến cố tổng của A và B, ký hiệu A+B hay $A\cup B$, là biến cố xảy ra nếu A hoặc B xảy ra (có ít nhất một trong hai biến cố xảy ra).



Chương 1- Đại cương về Xác suất

 $\mathsf{Ha}\ \mathsf{Hoang}\ \mathsf{V}.$

Biến cố và xá suất

Biển cổ ngẫu nhiêr Quan hệ giữa các biến cổ

Các phép toán trên các biến cổ

các biến cố

suất

tính xác suất co bản

Công thức cộng > suất

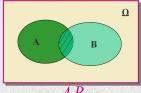
Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Biến cố tích (intersection)

Biến cố tích của A và B, ký hiệu A.B hay $A \cap B$, là biến cố xảy ra nếu A và B đồng thời xảy ra.



A.B

Chương 1- Đại cương về Xác suất

 $\mathsf{Ha}\ \mathsf{Hoang}\ \mathsf{V}.$

Biên cô và xá suất

Biên cô ngâu nhiêr Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên các biến cổ

các biển cổ

Các công thức

tính xác suất có bản

công thức cộng xác suất Công thức xác suất

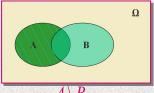
điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Baves

Biến cố hiệu

Biến cố hiệu của A và B, ký hiệu $A\setminus B$, là biến cố xảy ra nếu A xảy ra nhưng B không xảy ra.



 $A \setminus B$

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Quan hê giữa các biến cố

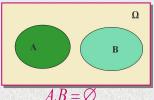
Các phép toán trên các biến cố

Công thức xác suất

Sư độc lập giữa các

Các biến cố xung khắc (mutually exclusive)

A xung khắc với B nếu A và B không đồng thời xảy ra, ký hiệu $A \cap B = \emptyset$.



Dãy các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n được gọi là xung khắc từng đôi một nếu $A_i \cap A_i = \emptyset, \forall i \neq j$.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biên cô ngâu nhiên Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên các biến cố

các biến cố

Các công thức

Công thức cộng x

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Biến cố đối lập (biến cố bù) (complement)

Biến cố đối lập của A, ký hiệu \overline{A} , là biến cố xảy ra khi A không xảy ra và ngược lại, nghĩa là $\begin{cases} A \cup \overline{A} = \Omega \\ A \cap \overline{A} = \emptyset \end{cases} \quad \text{hay } \overline{A} = \Omega \setminus A.$



Tính chất

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biên cô ngâu nhiêi

Quan hệ giữa các

biến cố

Các phép toán trên các biến cổ

các biển cố Khái niệm và các

Các công thức tính xác suất c

bản Công thức công v

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Ví du 5

Một cái máy có 3 bộ phận hoạt động độc lập nhau. Máy ngưng hoạt động khi cả 3 bộ phận cùng bị hư. Đặt các biến cố:

 A_i : "Bộ phận thứ i bị hư", i = 1, 2, 3

Hãy biểu diễn theo A; các biến cố sau:

- (a) B = "Có không quá hai bộ phận bị hư"
- (b) C = "Có ít nhất một bộ phận bị hư"
- (c) D = "Có it nhất hai bộ phận bị hư"
- (d) E = "Máy ngưng hoạt động"

Chương 1- Đại cương về Xác suất

 $\mathsf{Ha}\ \mathsf{Hoang}\ \mathsf{V}.$

Biến cố và xá suất

Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên các biến cố

các biến cố Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất co

Công thức cộng x

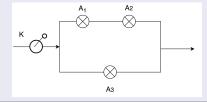
Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Ví dụ 6

Cho sơ đồ một mạng điện như hình vẽ, bao gồm ngắt điện K, các bóng đèn A_1, A_2 và A_3 . Mạng điện bị mất điện (B) chỉ khi các bóng đèn bị hư hoặc công tắc K bị hư. Hãy biểu diễn B theo $A_i, i = \overline{1,3}$ và K.



Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và x suất

Biển cổ ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biển cổ

Các phép toán trên

các biến cố Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất co bản

suất

Công thức cộng xá

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất. Sư độc lập giữa các

biển cổ Công thức xác suất đầy đủ. Công thức

Khái niệm về xác suất

Xác suất của biến cố A là một con số, số đó đặc trưng cho khả năng xuất hiện của biến cố A trong phép thử tương ứng. Ký hiệu là P(A)



Nhận xét 1

- P(A) càng lớn (càng gần 1) thì khả năng xuất hiện A càng nhiều.
- P(A) càng nhỏ (càng gần 0) thì khả năng xuất hiện A càng ít.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và x suất

Biến cố ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên

các biến cố Khái niệm và các

định nghĩa về xác suất

Các công thức tính xác suất cơ bản

cong thức cọng xác suất Công thức xác suất

điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Định nghĩa 1.1 (ĐN xác suất theo quan điểm cổ điển)

Nếu trong một phép thử có tất cả n biến cố sơ cấp đồng khả năng, nghĩa là $P(\omega_1) = P(\omega_2) = \ldots = P(\omega_n) = \frac{1}{n}$, trong đó có m biến cố thuận lợi cho biến cố A thì xác suất của A, ký hiệu, P(A), là tỉ số $\frac{m}{n}$.

$$P(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{m}{n} = \frac{S \hat{o} \ bi \hat{e} n \ c \hat{o} \ thu \hat{a} n \ l \phi i \ cho \ A}{S \hat{o} \ t \hat{a} t \ c \hat{a} \ c \hat{a} c \ bi \hat{e} n \ c \hat{o} \ t h \hat{e}^{\hat{i}}}. \tag{1}$$

Kí hiệu khác: card(A) = |A|.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biển cô và xá suất

Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên các biến cố

Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất c

suất

Công thức cộng xáo suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Ví du 7

Trong một hộp có 3 quả cầu trắng và 5 quả cầu đỏ giống hệt nhau về kích thước. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để được

- (a) 3 quả cầu đỏ.
- (b) 2 quả cầu trắng và 1 quả đỏ.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cổ và xa suất

Biển cổ ngẫu nhiên Quan hệ giữa các hiến cổ

Các phép toán trên các biến cổ

các biến cố Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất cơ

suất

bản Câng thức câng vớ

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Ưu điểm và nhược điểm

- Ưu điểm: tính được chính xác giá trị của xác suất mà không cần tiến hành phép thử.
- Nhược điểm: do đòi hỏi phải có hữu hạn các biến cố và tính đồng khả năng của chúng mà trong thực tế lại có nhiều phép thử không có tính chất đó. Vì vậy, cần đưa ra định nghĩa khác về xác suất để khắc phục những hạn chế trên.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Quan hê giữa các

Các phép toán trên

Khái niêm và các định nghĩa về xác

suất

Công thức xác suất

Sư độc lập giữa các

Định nghĩa 1.2 (ĐN xác suất theo quan điểm thống kê)

Thực hiện phép thử n lần. Giả sử biến cố A xuất hiện m lần. Khi đó m gọi là <mark>tần số</mark> xuất hiện biến cố A trong n phép thử, và tỷ số ^m được gọi là tần suất xuất hiện biến cố A trong n phép thử, ký hiệu, $f_n(A) = \frac{m}{n}$.

$$f_n(A) = \frac{1}{n}$$

Thực hiện phép thử vô hạn lần, $(n \to \infty)$ tần suất xuất hiện biến cố A tiến dần về một số xác định gọi là xác suất của biến cố A.

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} f_n(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{m}{n}.$$
 (2)

Chương 1- Đại cương về Xác suất

 $\mathsf{Ha}\ \mathsf{Hoang}\ \mathsf{V}.$

Biến cố và xá suất

Biến cố ngẫu nhiên Quan hệ giữa các hiến cố

Các phép toán trên

các biến cố Khái niệm và các định nghĩa về xác

suất Các công thức

tính xác suất c bản

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất

Sự độc lập giữa các biển cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Ví du 8

Để nghiên cứu khả năng xuất hiện mặt sấp khi tung đồng tiền, người ta tiến hành tung đồng tiền đó nhiều lần và thu được kết quả sau:

Người làm	Số lần tung	Số lần nhận	Tần suất
thí nghiệm	n	mặt sấp m	$\left(\frac{m}{n}\right)$
Buffon	4040	2048	0.5069
Pearson	12000	6019	0.5016
Pearson	24000	12012	0.5005

Bảng trên cho thấy, khi số lần tung càng lớn thì tần suất xuất hiện mặt sấp $\frac{m}{n}$ càng gần $\frac{1}{2}$.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biến cố ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên

các biển cổ Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất c

suất

Công thức cộng x

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biển cổ

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Ưu điểm và nhược điểm

- Ưu điểm: không đòi hỏi phép thử có hữu hạn biến cố đồng khả năng, tính xác suất dựa trên quan sát thực tế vì vậy được ứng dụng rộng rãi.
- Nhược điểm: đòi hỏi phải lặp lại nhiều lần phép thử. Trong nhiều bài toán thực tế điều này không cho phép do điều kiện và kinh phí làm phép thử...

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biển cổ ngẫu nhiêr Quan hệ giữa các biển cổ

Các phép toán trên các biến cố

các biển cổ Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất c

suất

Công thức cộng xã suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Định nghĩa 1.3 (ĐN theo quan điểm hình học)

Xét một phép thử đồng khả năng, không gian mẫu có vô hạn phần tử và được biểu diễn thành một miền hình học Ω có độ đo xác định (độ dài, diện tích, thể tích). Biến cố $A \subset \Omega$ được biểu diễn bởi miền hình học A. Khi đó, xác suất xảy ra A được xác định bởi:

$$P(A) = \frac{D\hat{\rho} \ do \ của \ miền \ A}{D\hat{\rho} \ do \ của \ miền \ \Omega}.$$
 (3)

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biến cố ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên

các biến cố Khái niệm và các định nghĩa về xác

suất

Cac cong thực tính xác suất cơ bản

Công thức cộng xá suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biển cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Ví dụ 9 (Bài toán gặp gỡ)

Hai người hẹn gặp nhau tại một địa điểm vào khoảng từ 11 giờ đến 12 giờ. Họ quy ước rằng người đến trước chỉ đợi 20 phút, nếu không gặp sẽ đi. Giả sử việc đến điểm hẹn của mỗi người là ngẫu nhiên. Tìm xác suất để hai người gặp nhau.

Ví du 10

Một thanh sắt có độ dài I (m) được bẻ thành 3 đoạn một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để 3 đoạn đó tạo được một hình tam giác.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biên cô và xa suất

Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên các biến cố

các biến cố Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất co

suất

bản Công thức cộng xá

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Tính chất của xác suất

$$0 \le P(A) \le 1.$$

2
$$P(\emptyset) = 0 \text{ và } P(\Omega) = 1.$$

3 Nếu
$$A \subset B$$
 thì $P(A) \leq P(B)$.

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A).$$

Công thức cộng xác suất

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biển cổ ngẫu nhiêr Quan hệ giữa các biến cổ

Các phép toán trên các biến cổ

Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất cơ bản

Công thức cộng xác suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Baves

- Cho các biến cố tùy ý:
 - A, B tùy ý ta có

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A.B).$$
 (4)

2 A_1, A_2, \ldots, A_n :

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_{i}\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_{i}) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(A_{i}A_{j}) + \dots + + (-1)^{n-1} P(A_{1}A_{2}\dots A_{n}).$$
 (5)

Công thức cộng xác suất

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và x suất

Biến cố ngẫu nhiê Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trêr các biến cổ

các biến cố Khái niệm và các

Các công thức tính xác suất c

Công thức cộng xác suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất. Sư độc lập giữa các

Sự độc lập gi biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes Cho các biến cố xung khắc

 $\textbf{ 0} \ \ A_1,A_2,\ldots,A_n \ \mathsf{xung} \ \mathsf{khắc} \ \mathsf{từng} \ \mathsf{đôi} \ \mathsf{một} \ (A_i.A_j=\emptyset, \forall i\neq j),$

$$P\left(\sum_{i=1}^{n}A_{i}\right)=\sum_{i=1}^{n}P\left(A_{i}\right),$$

Ví du 11

Tỷ lệ người mắc bệnh tim trong một vùng dân cư là 9%, mắc bệnh huyết áp là 12% và mắc cả hai loại bệnh là 7%. Chọn ngẫu nhiên một người. Tính xác suất để người đó

- (a) Bị bệnh tim hay bị bệnh huyết áp.
- (b) Không bị hai loại bệnh trên.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và x suất

Biển cổ ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biển cổ

Các phép toán trên các biến cố

Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất co bản

Công thức cộng xá suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Định nghĩa 2.1 (Conditional probability)

Cho hai biến cố A và B với P(B) > 0. Xác suất xảy ra biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra là

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}, \quad P(B) > 0..$$
 (6)

Tương tự, với P(A) > 0, xác suất xảy ra biến cố B với điều kiện biến cố A đã xảy ra là

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}, \quad P(A) > 0.$$
 (7)

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Quan hê giữa các biến cố

Các phép toán trên

định nghĩa về xác

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sư độc lập giữa các

Tính chất xác suất có điều kiện

- $0 \le P(A|B) \le 1$.
- P(B|B) = 1.
- Nếu $AC = \emptyset$ thì P[(A + C)|B] = P(A|B) + P(C|B).
- $P(\bar{A}|B) = 1 P(A|B)$.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

 $\mathsf{Ha}\ \mathsf{Hoang}\ \mathsf{V}.$

Biến cố và x suất

Biên cô ngâu nhiêi Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trêi các biến cố

các biến cổ Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất c bản

Công thức cộng xả suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Ví dụ 12

Một bộ bài tây có 52 lá được trộn kỹ. Chọn ngẫu nhiên 1 lá. Biết đã chọn được lá đỏ. Tính xác suất lá đó là lá át cơ.

Ví dụ 13

Một nhóm gồm 300 người trong đó có 200 nam và 100 nữ. Trong 200 nam có 100 người hút thuốc. Trong 100 nữ có 20 người hút thuốc. Chọn ngẫu nhiên một người

- (a) Biết đã chọn được nữ, tính xác suất người đó là người hút thuốc?
- (b) Biết đã chọn được người hút thuốc, tính xác suất người đó là nam?

Chương 1- Đại cương về Xác suất

 $\mathsf{Ha}\ \mathsf{Hoang}\ \mathsf{V}.$

Biến cố và xá suất

Biển cổ ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biến cổ

Các phép toán trên các biến cổ

Khái niệm và các

Các công thức tính xác suất co

Công thức cộng xá suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

biên cö Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Ví du 14

Bảng dưới đây tóm tắt kết quả phân tích 150 mẫu thép mạ kẽm cho trọng lượng lớp phủ và độ nhám bề mặt:

		Trọng lượng lớp phủ	
		Cao	Thấp
Độ nhám bề mặt	Cao	12	16
Do Illiani de mat	Thấp	88	34

Chọn ngẫu nhiên một mẫu thép, biết rằng đã chọn được mẫu thép có trọng lượng lớp phủ cao, xác suất để mẫu thép đó có độ nhám bề mặt cao bằng bao nhiêu?

Công thức nhân xác suất

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biển cổ và xá suất

Biên cô ngâu nhiêi Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên

các biến cổ

Các công thức tính xác suất c

Công thức cộng xáo

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Baves

Hệ quả 2.1 (Multiplication rule)

Với các biến cố tùy ý A và B ta có

$$P(AB) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A).$$

Công thức nhân xác suất tổng quát

Cho A_i (i = 1, ..., n) là họ n biến cố, khi đó

$$P(A_1A_2...A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)...P(A_n|A_1A_2...A_{n-1}).$$

Công thức nhân xác suất

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và x suất

Biến cố ngẫu nhiêr Quan hệ giữa các hiến cố

Các phép toán trên các biến cố

Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất co bản

Công thức cộng xác

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Ví du 15

Giả sử rằng mật khẩu thẻ ATM của bạn là một dãy số gồm 6 chữ số và bạn quên mất chữ số cuối cùng của mật khẩu này. Bạn chọn số cuối cùng này một cách ngẫu nhiên. Biết rằng nếu bạn nhập sai mật khẩu quá 3 lần thì thẻ ATM của bạn sẽ bị khóa. Hãy tính xác suất để bạn nhập đúng mật khẩu mà không phải thử quá 3 lần. Nếu biết số cuối cùng là số lẻ thì xác suất này bằng bao nhiêu?

Ví dụ 16

Học kỳ này một sinh viên được thi môn lý thuyết xác suất và thống kê toán 3 lần. Xác suất để sinh viên thi đỗ ở lần thứ nhất là 0.5. Nếu thi trượt lần thứ nhất thì xác suất để thi đỗ lần thứ hai là 0.7. Còn nếu sinh viên thi trượt cả 2 lần đầu thì xác suất thi đỗ ở lần thứ ba là 0.9. Tính xác suất sinh viên này thi đỗ ở học kỳ này.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biên cô ngâu nhiêi
Quan hệ giữa các
biến cố

Các phép toán trên

các biển cổ Khái niệm và các

Các công thức tính xác suất co bản

Công thức cộng x suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Baves

Hai biến cố độc lập

Hai biến cố A và B được gọi là độc lập (independent) với nhau nếu

$$P(AB) = P(A).P(B). (8)$$

Suy ra, nếu A độc lập với B thì

$$P(A|B) = P(A),$$

$$P(B|A) = P(B)$$
.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biển cổ ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biến cổ

Các phép toán trên các biến cố

các biển cô Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất c

bản Công thức công và

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ

nhân xác suất. Sự độc lập giữa các biến cổ

Công thức xác suấ đầy đủ. Công thức Ví du 17

Khảo sát giới tính của những đứa con trong các gia đình có 2 con (theo thứ tự sinh trước/sau) có độc lập với nhau hay không? Không gian biến cố sơ cấp của phép thử: $\Omega = \{TT, TG, GT, GG\}$ Đăt:

 $A = "Con d \hat{a} u \ l \hat{a} \ con \ trai" = \{TT, TG\}$

 $B = "Con thứ hai là con gái" = \{TG, GG\}$

Ta có:

$$P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$
 và $P(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

và $P(AB) = \frac{1}{4} = P(A).P(B)$. Vậy A, B độc lập.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biển cổ ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biến cổ

Các phép toán trên

Khái niệm và các định nghĩa về xác

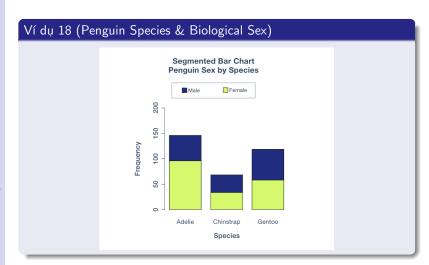
Các công thức tính xác suất c bản

Công thức cộng x suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes



Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biến cố ngẫu nhiê Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên

các biến cổ Khái niêm và các

Các công thức tính xác suất co

bản Công thức công vá

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhận xác suất

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Baves

n biến cố độc lập

Các biến cố $A_1, A_2, ..., A_n$ được gọi là độc lập với nhau nếu chúng thỏa

$$P(A_i A_j) = P(A_i)P(A_j),$$

 $P(A_i A_j A_k) = P(A_i)P(A_j)P(A_k),$
 $P(A_1 A_2 ... A_n) = P(A_1)P(A_2)...P(A_n),$

với mọi tổ hợp chập 2 (i,j), chập ba (i,j,k), ... của n chỉ số.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biến cố ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên các biến cố

các biến cố Khái niệm và các

Các công thức tính xác suất c

Công thức cộng xá

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác su đầy đủ. Công thú Bayes

Ví du 19

Xét phép thử ngẫu nhiên có các kết quả đồng khả năng

Đặt: $A=\{\omega_1,\omega_4\}$, $B=\{\omega_2,\omega_4\}$, $C=\{\omega_3,\omega_4\}$ thì

$$P(AB) = P(A).P(B),$$

$$P(AC) = P(A).P(C),$$

$$P(BC) = P(B).P(C),$$

nhưng

$$P(ABC) \neq P(A).P(B).P(C).$$

Chú ý:

Sự độc lập từng đôi không dẫn đến sự độc lập toàn phần.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biến cổ ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biến cổ

Các phép toán trên

các biến cổ Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất cơ

Công thức cộng xáo

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biển cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Baves

Ví dụ 20

Một hộp chứa 10 quả cầu được đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp. Gọi R là biến cố chọn được quả cầu có số chẵn, S là biến cố chọn được quả cầu có số \leq 6 và T là biến cố chọn được quả cầu có số \leq 4. Hãy xét sự độc lập của các cặp biến cố (R,S), (R,T) và (S,T).

Chương 1- Đại cương về Xác suất

 $\mathsf{Ha}\ \mathsf{Hoang}\ \mathsf{V}.$

Biến cổ và xá suất

Biên cô ngâu nhiên Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên

các biến cổ Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất c

bán Công thức cộng x

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suâ đầy đủ. Công thức Baves

Mệnh đề 2.2

Nếu biến cố A độc lập với B, thì A cũng độc lập với B.

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biển cố ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biến cấ

Các phép toán trên các biến cố

các biến cố Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất c

bản Công thức công >

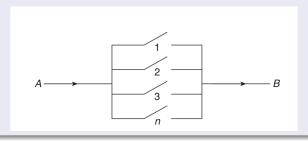
Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác su đầy đủ. Công thú

Ví dụ 21

Một hệ thống gồm n thành phần được gọi là một hệ thống song song nếu như nó hoạt động khi có ít nhất một trong các thành phần hoạt động. Giả sử rằng các thành phần hoạt động độc lập nhau, và xác suất thành phần thứ i hoạt động là p_i , $i=1,\ldots,n$. Hãy tính xác suất mà hệ thống hoạt động?



Hệ đầy đủ các biến cố

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biển cổ ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biến cổ

Các phép toán trên các biến cố

Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất co bản

Công thức cộng xác suất Công thức xác suất

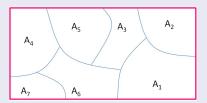
nhân xác suất. Sự độc lập giữa các

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Baves

Hệ đầy đủ các biến cố (exhaustive)

Dãy n các biến cố A_1, A_2, \ldots, A_n được gọi là một hệ đầy đủ các biến cố nếu:

$$\begin{cases} A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i \neq j, i, j = \overline{1, n} \\ A_1 \cup, A_2 \cup \cdots \cup A_n = \Omega. \end{cases}$$



 $\{A_i\}_{i=1}^n$ còn được gọi là một phân hoạch (partition) của Ω .

Công thức xác suất đầy đủ

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biên cô ngâu nhiêr Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên các biến cố

các biên cô Khái niệm và các

Các công thức tính xác suất c

Công thức cộng xá

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Định nghĩa 2.2 (Total Probability Rule)

Cho A_i (i=1,...,n) là hệ đầy đủ các biến cố và B là một biến cố nào đó liên quan đến hệ thì

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + \dots + P(A_n)P(B|A_n)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i).$$
(9)

Công thức xác suất đầy đủ

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và x suất

Biên cô ngâu nhiên Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên các biến cố Khái niệm và các

Các công thức tính xác suất c

Công thức cộng xá suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thức nhân xác suất. Sự độc lập giữa các

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Ví du 22

Một đám đông có số đàn ông bằng nửa số phụ nữ. Xác suất để đàn ông bị bệnh tim là 0,06 và phụ nữ là 0,036. Chọn ngẫu nhiên 1 người từ đám đông, tính xác suất để người này bị bệnh tim.

Ví du 23

Một người có 3 tài khoản email khác nhau. Hầu hết tin nhắn, thư từ của người này, 70% đến từ tài khoản thứ nhất, trong khi 20% đến từ tài khoản thứ hai và 10% còn lại đến từ tài khoản email thứ ba. Trong số những email của tài khoản 1, thì chỉ có 1% là spam, trong khi tỷ lệ spam tương ứng với tài khoản 2 và 3 lần lượt là 2% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một email, hỏi xác suất email này là spam bằng bao nhiêu?

Công thức Bayes

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biển cô và xá suất

Biên cô ngâu nhiêr Quan hệ giữa các biến cố

Các phép toán trên

các biến cố Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất cơ

Công thức cộng x

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Baves

Định nghĩa 2.3 (Bayes fomula)

Cho A_i (i=1,...,n) là hệ đầy đủ các biến cố, B là một biến cố nào đó liên quan đến hệ sao cho P(B)>0. Khi đó với mọi i (i=1,...,n)

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{P(B)} = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)}.$$
 (10)

Công thức xác suất đầy đủ, công thức Bayes

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và x suất

Biển cổ ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biến cổ

Các phép toán trên các biến cổ

các biển cổ Khái niệm và các

Các công thức tính xác suất c

Công thức cộng xác suất Công thức xác suất

điều kiện. Công thức nhân xác suất. Sự độc lập giữa các hiến cấ

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Bayes

Ví du 24

Có 10 lá thăm, trong đó có 4 thăm có thưởng. Sinh viên A rút trước, B rút sau.

- (a) Hỏi trò chơi có công bằng không?
- (b) Nếu B được thưởng, tính xác suất A được thưởng?

Ví dụ 25 (Monty Hall problem)

Trong một trò chơi trúng thưởng, người chơi phải chọn lựa 3 cửa khác nhau và chỉ có 1 cửa có phần thưởng. Người dẫn chương trình biết cửa nào có phần thưởng. Khi người chơi chọn một cửa, ít nhất một trong các cửa còn lại không có phần thưởng, và người dẫn chương trình sẽ mở một cửa (không phải cửa do người chơi chọn) không có phần thưởng. Sau đó, người dẫn chương trình sẽ hỏi người chơi có muốn thay đổi lựa chọn không. Hỏi người chơi cần phải lựa chọn như thế nào (giữ hay thay đổi) để xác suất trúng được phần thưởng là lớn nhất

Công thức xác suất đầy đủ

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và xá suất

Biển cổ ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biến cổ

Các phép toán trên các biến cố

các biển cổ Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất c bản

Công thức cộng x

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Baves

Ví dụ 26

Một sinh viên làm bài thi trắc nghiệm về lịch sử, mỗi câu hỏi có 5 đáp án và chỉ có một đáp án đúng. Khi trả lời một câu hỏi trong bài thi, sinh viên có thể biết hoặc không biết câu trả lời, nếu không biết câu trả lời thì sinh viên này làm bài bằng cách đoán đáp án. Giả sử xác suất sinh viên biết câu trả lời đúng đối với một câu hỏi trong bài thi là p=1/2. Biết rằng sinh viên đã làm đúng một câu hỏi, tính xác suất sinh viên này thực sự biết câu trả lời (mà không phải do đoán đáp án).

Công thức xác suất đầy đủ, công thức Bayes

Chương 1- Đại cương về Xác suất

Ha Hoang V.

Biến cố và x suất

Biển cổ ngẫu nhiên Quan hệ giữa các biển cổ

Các phép toán trên các biến cố Khái niệm và các định nghĩa về xác

Các công thức tính xác suất co hản

Công thức cộng xá suất

Công thức xác suất điều kiện. Công thứ nhân xác suất.

Sự độc lập giữa các biến cố

Công thức xác suất đầy đủ. Công thức Baves

Ví du 27

Một người nghi ngờ rằng anh ta mắc một loại bệnh B và đến bệnh viện để làm xét nghiệm chẩn đoán bệnh này. Biết rằng phương pháp xét nghiệm thực hiện bởi bệnh viện cho kết quả chính xác đến 95% trường hợp mắc bệnh thực sự. Tuy nhiên, sai lầm của xét nghiệm này là 1% (Tức là, nếu một người khỏe mạnh khi xét nghiệm, thì có xác suất bằng 0.01, kết quả xét nghiệm cho kết quả người này bị bệnh). Biết rằng theo những nghiên cứu dịch tễ trong quá khứ, trong dân số thì cứ 1000 người trưởng thành thì có 5 người mắc loại bệnh B này.

- (a) Tính xác suất người này nhận kết quả xét nghiệm dương tính (báo có bệnh).
- (b) Nếu kết quả xét nghiệm báo dương tính, thì xác suất người này mắc bệnh là bao nhiều? thực sự không mắc bệnh là bao nhiều?