Taller 1 Progreso 1

Álgebra Lineal - MATO221

Jeison Quimi Barreto

① Una mezcla de 10 litros contiene aceite de girasol y aceite de oliva el precio del aceite de girasol es de 2,5 $ cada litro y el aceite de oliva cuesta 3,5 $ cada litro ¿Es posible saber que cantidad de cada tipo de aceite se utilizo en la mezcla si sabemos que en total se pago 10 $? ¿Tiene sentido estos datos?

Datos

$$\left.\begin{array}{l} \text{Girasol} = x \Rightarrow \text{precio} = 2{,}50\ \$ \\ \text{Oliva} = y \Rightarrow \text{precio} = 3{,}5\ \$ \end{array}\right\} 10\ \$$$

Total = 10 l = girasol + oliva

$$\left.\begin{array}{l} \text{Ecuación 1} = x + y = 10 \\ \text{Ecuación 2} = 2{,}5(x) + 3{,}5(y) = 10 \end{array}\right\}$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 10 \\ 2{,}5 & 3{,}5 & 10 \end{array}\right] \xrightarrow{F_2 - F_1(2{,}5)} \left[\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & -15 \end{array}\right] = y = -15$$

$2{,}5x + 3{,}5(-15) = 10$

$2{,}5x - 52 = 10$

$2{,}5x = 52 + 10$

$x = \frac{62}{2{,}5}$

$x = 25$

R = Sí, es posible saber la cantidad de cada tipo de aceite en la mezcla pero los datos no tienen sentido al ser la cantidad del aceite de oliva negativo

Ejercicio 2

a) $(XA^T + B)^T = 2C$

$(XA^T)^T + B^T = 2C$

$X^T A = 2C - B^T$

$X^T A A^{-1} = (2C - B^T) A^{-1}$

$X^T = (2C - B^T) A^{-1}$

$X = [(2C - B^T) A^{-1}]^T$

b) $A^{-1}(XA^T + A)^T = BC^T - X^T$

$A^{-1}[(XA^T)^T + A^T] = BC^T - X^T$

$A^{-1}(X^T A + A^T) = BC^T - X^T$

$X^T + X^T = BC^T - A^{-1} \cdot A^T$

$2X^T = BC^T - A^{-1} A^T$

$X = \left[\frac{1}{2}(BC^T - A^{-1} A^T)\right]^T$

c) $(XA^{-1} + B) = CA^{-1}$

$XA^{-1} = CA^{-1} - B$

$X = CA^{-1}A - BA$

$X = C - BA$

3) Responde si los siguientes enunciados son V o F y justifique su respuesta

a) Si A es una matriz de orden nxn entonces $\det(5A) = 5\det A$

(Verdadero)

$\det(KA) = K^n \det(A)$ "Propiedad de multiplicación escalar de determinantes"

$\det(5A) = 5^n \det(A) = 5\det A$

b) Si A y B son matrices de orden nxn, con $\det(A) = 2$ y $\det(B) = 3$ entonces $\det(AB) = 5$

(Falso)

No cumple que $\det(AB) = \det(A)\det(B)$

$\det(AB) = \det(A)\det(B)$

$\det(AB) = 2 \cdot 3$

$\det(AB) = 6, \Leftrightarrow \neq 5$

c) Si A es una matriz 4x4 y B se obtiene de A intercambiando 2 filas y 2 columnas, entonces $\det(A) - \det(B) = 0$

(Verdadero)

$\det(B) = -\det(A)$

$\det(A) - \det(B) = \det(A) - (-\det(A))$

$\det(A) - \det(B) = 2\det(A) = 0$

④ Inversa de cada matriz

a) $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{F_2 \leftrightarrow F_1} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \times (0{,}333)$$

$F_1/(3) \rightarrow F_1$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0{,}333 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times (1)$$

$F_3 - (-1) F_1 \rightarrow F_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0{,}333 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0{,}333 & 1 \end{pmatrix} \times (0{,}5)$$

$F_2/(-2) \rightarrow F_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0{,}333 & 0 \\ 0 & 1 & 0{,}5 & -0{,}5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0{,}333 & 1 \end{pmatrix} \times -1$$

$F_3 - 1 - F_2 \longrightarrow F_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0{,}333 & 0 \\ 0 & 1 & 0{,}5 & -0{,}5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0{,}5 & 0{,}333 & 1 \end{pmatrix} \times (2)$$

$F_3 / (0{,}5) \rightarrow F_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0{,}333 & 0 \\ 0 & 1 & 0{,}5 & -0{,}5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0{,}66 & 2 \end{pmatrix} \times (-0{,}5)$$

$F_2 - (0{,}5) F_3 \rightarrow F_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0{,}33 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -0{,}33 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0{,}66 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{(-1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0{,}33 & 0 \\ -1 & -0{,}33 & -1 \\ 1 & 0{,}66 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 7 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times (-1)$$

$F_2 - 1F_1 \to F_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 7 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times (-1)$$

$F_4 - 1F_1 \to F_4$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 7 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times (0,33)$$

$F_2 / (3) \to F_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0,33 & 0,33 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times (-3$$

$F_3 - 3F_2 \to F_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0,33 & 0,33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 5 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$F_4 - 3F_2 \to F_4$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0,33 & 0,33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 5 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$F_3 (5) \to F_3$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0{,}33 & 0{,}33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -0{,}2 & 0{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) (-5) \times$$

$F_4 - 5 \cdot F_3 \to F_4$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0{,}33 & 0{,}33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -0{,}2 & 0{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \times (0{,}2)$$

$F_4 / (5) \to F_4$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0{,}33 & 0{,}33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -0{,}2 & 0{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -0{,}2 & 2 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0{,}33 & 0{,}33 & 0 & 0 \\ 0 & -0{,}2 & 0{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}2 & 0{,}2 \end{pmatrix}$$

⑤ Calcule el determinante

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} F_2 - \frac{1}{3} F_1 \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 8/3 & 2/3 & 2/3 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} F_3 - \frac{1}{3} F_1 \ \ldots$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 8/3 & 2/3 & 2/3 \\ 0 & 2/3 & 8/3 & 2/3 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} F_4 - \frac{1}{3} F_1 \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 8/3 & 2/3 & 2/3 \\ 0 & 2/3 & 8/3 & 2/3 \\ 0 & 2/3 & 2/3 & 8/3 \end{bmatrix} \ldots$$

$$F_3 - \frac{1}{4} F_2 \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 8/3 & 2/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 5/2 & 1/2 \\ 0 & 2/3 & 2/3 & 8/3 \end{bmatrix} F_4 - \frac{1}{4} F_2 \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 8/3 & 2/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 5/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 5/2 \end{bmatrix} \ldots$$

$$F_4 - \frac{1}{5} F_3 \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 8/3 & 2/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 5/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 12/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 8/3 & 2/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 5/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 12/5 \end{bmatrix} = 3 \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{12}{5} = 48$$