

# 新竹市第三十八屆中小學科學展覽會

## 作品說明書

科別：數學科

組別：國中組

作品名稱：正多面體翻轉的奧秘

關鍵詞：正四面體、正八面體、翻轉

編號：

# 目次

摘要 .....	2
壹、研究動機.....	2
貳、研究目的.....	2
參、研究設備及器.....	2
肆、研究過程與方式.....	2
一、翻轉卡片及正六面體翻轉方式.....	2
二、正四面體翻轉盒之探討.....	6
三、正八面體翻轉盒之探討.....	11
四、正四面體與正八面體組合翻轉之探討.....	13
五、正十二面體翻轉盒之探討.....	15
伍、研究結果與討論.....	19
陸、參考資料及其他.....	20

# 作品名稱：正多面體翻轉的奧秘

## 摘要

本篇研究目的可分為五個部分，主要探討正多面體翻轉盒的翻轉，第一部分為翻轉卡片與正六面體(正立方體)翻轉盒、第二部分為正四面體(正三角錐)翻轉盒、第三部分為正八面體翻轉盒、第四部分為正四面體與正八面體組合而成的翻轉盒、第五部分為正十二面體翻轉盒，翻轉過程中發現正四面體翻轉盒可以翻轉四個不同面，正六面體翻轉盒可以成功翻轉六個不同面，而正八面體翻轉盒會無法成功，我們嘗試使用正四面體與正八面體的組合，意外發現可以翻轉出四個不同面，但是每個面會使用到兩面的正八面體，而正十二面體亦無法成功翻轉。

### 壹、研究動機

從網路上看到某個可以無限翻轉的盒子，覺得很神奇，所以去問了數學老師，老師說那是正立方體的翻轉盒，這引起了我們的興趣，跳脫以往的數學，不用一直拿著紙筆做計算，更增添了我們對數學的熱情！我們也參考了歷屆科展的研究內容和結果，而在研究過程中，我們好奇是否可以使用別種形狀進行翻轉盒的操作，正立方體是由正方形所組成，老師說這也可以稱作正六面體，我們好奇能否改成三角形，發現使用四個正三角形可拼成正四面體，上網查資料發現這也可以稱作正三角錐，在完成正四面體翻轉盒後，我們便猜想是否還有其他正多面體也能組成翻轉盒？在國中三年級的課本中，發現正多面體包含正四面體（由正三角形組成）、正六面體（由正方形組成）、正八面體（由正三角形組成）和正十二面體（由正五邊形組成），我們試圖將其正多面體做成一系列的翻轉盒。

### 貳、研究目的

- 一、翻轉卡片及正六面體翻轉盒翻轉方式。
- 二、正四面體翻轉盒之探討。
- 三、正八面體翻轉盒之探討。
- 四、正四面體與正八面體組合翻轉之探討。
- 五、正十二面體翻轉盒之探討。

### 參、研究設備及器材

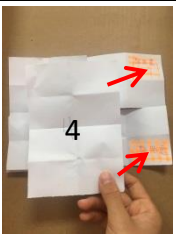
A4 與 B4 紙張、空白名片、豆豆貼、標籤紙、剪刀、膠帶、膠水、雙面膠、尺、奇異筆、色紙、電腦、印表機。

### 肆、研究過程與方式

- 一、翻轉卡片及正六面體翻轉方式

(一) 翻轉卡片之探討(資料參考：Robin Messenheimer(2011)。The Never-Ending or Endless Car)

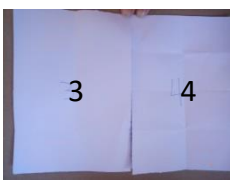
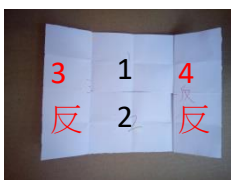


1. 翻轉卡片製作方式和探討如表一：

	
<p>(1) 將 A4 紙裁成 2 張橫長型、狹長型的紙張。</p>	<p>(2) 橫長形紙張各標上 1、2，狹長形紙張各標上 3、4 正反面都標（正反面不同色、以左右翻來區分）。</p>
	
<p>(3) 將第 3 張與下層的第 1、2 張紙正面左側黏貼。</p>	<p>(4) 將第 4 張與下層的第 1、2 張紙右側黏貼。</p>

表一：翻轉卡片製作方式。

2. 翻轉卡片會出現的面數(資料參考：羅以真;羅尹岑;蔡宛儒;洪耦森;李孟家(2016)。翻轉卡片及翻轉盒展開圖之探討)

剛開始我們給許多老師和同學嘗試使用我們敘述的步驟來操作翻轉，發現狀況不是很好，所以將敘述過程做了些許了修改，如表二：

	
<p>(1) 第一面 3、4 正面朝上。</p>	<p>(2) 第二面 將 3、4 正面向外對摺。</p>
	
<p>(3) 第三面 短邊翻面，將 3、4 正面攤開，把 3、4 面上上下下向內對摺，短邊翻面，將 1、2 正面</p>	<p>(4) 第四面 將 3、4 反面攤開。</p>

攤開。	
-----	--

表二：翻轉卡片會出現的面數。

### 3. 翻轉規律：

如表二，卡片翻轉 4 次會回到起始面，共可出現 4 種不同的面，翻轉順序為一左一右向中心對摺，可重複翻轉無限次。

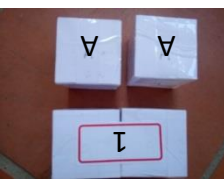
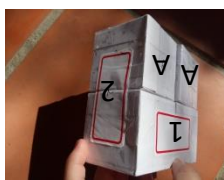
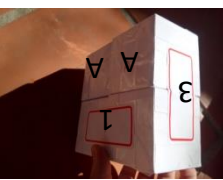
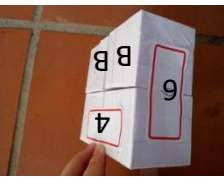

## (二) 正六面體翻轉盒（連接線全用標籤紙貼出）

### 1. 正六面體的製作

(1). 正六面體的製作(資料參考：李政憲(2019)。我把我對摺，輕輕把你也對摺～用名片紙摺出立方體！還能談談三視圖與對稱)(表三)以及正六面體翻轉盒製作(表四)。由於翻轉過程中使用正六面體在翻轉操作中容易散開，所以我們後來使用豆豆貼來補強，避免在研究過程中散開。

		
將名片對齊並摺起 (重複三次)。	將卡紙互卡固定。	重複步驟做出正六面體。

表三：正六面體的製作。

		
A 組 貼上連接線「1」。	A 組 貼上連接線「2」。	A 組 貼上連接線「3」。
		
B 組 照前面的步驟做出相同的組合(使用「4、5、6」連接線)。	A、B 組 利用「7、8」連接線組 A、B 組。	

表四：正六面體翻轉盒製作。

2. 探討正六面體翻轉盒的規律和黏貼(資料參考：羅以真等人(2016) 翻轉卡片及翻轉盒展開圖之探討)
  - (1). A 組：4 個小方塊貼上 3 條連接線，連接線「1」在方塊正面下方，「2、3」連接線貼在方塊左右側。
  - (2). B 組：同上，使用「4、5、6」連接線。
  - (3). AB 組結合：B 組在左、A 組在右，連接線「1、4」各朝外，再以「7、8」連接線將 AB 組結合成正六面體翻轉盒。

### 3. 連接線位置探討

#### (1). 單個正六面體擁有的連接線數量

1 條連接線	雖然可將兩個方塊做出組合，可是無法連接第三顆方塊，故無法形成翻轉盒。
2 條連接線	可以同時結合三顆方塊，且可做初步翻轉，加以延伸便能形成翻轉盒。
3 條以上連接線	如有 3 條連接線同時存在同一方塊上，會因面數不足產生重疊的狀況，故無法翻轉，如再追加更多連接線也會導致此問題發生。

表五：單個正六面體擁有的連接線數量。

**結論：單個方塊必須具備 2 條連接線才能成功做出 2×2×2 的翻轉盒。**

#### (2). 連接線黏貼原則

互為對角以及單個立方體必有 2 條連接線。

### 4. 正六面體翻轉規律及方式

翻轉的六個步驟如表六，翻轉步驟依序為前後攤開→左右攤開。

翻轉面數	圖	正六面體數量	下一個翻轉圖	
第一面 (A 面)		4	左右向外攤開	
第二面 (B 面)		8	上下向外撥開	

第三面 (C 面)		8	左右向 外攤開	
第四面 (D 面)		4	上下向 外攤開	
第五面 (E 面)		8	左右向 外攤開	
第六面 (F 面)		8	上下向 外攤開	回到第一面 (A 面)



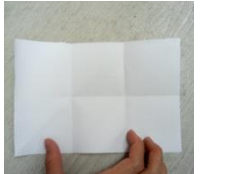
表六：正六面體翻轉規律及方式。

**結論：**翻轉過程產生六個面（A 到 F 面），正六面體翻轉盒翻轉第 7 次後會回到起始面，一共有 6 個不同面，可有規律的無限翻轉，翻轉規律為左右向外攤開→上下向外攤開（重複無限次）。

## 二、正四面體翻轉盒之探討

在延伸翻轉盒形狀時，我們利用在正六面體翻轉盒上的黏貼和排列規則以此作為參考協助製作。

(一) 正四面體之製作（資料參考：Math Stroller(2014)。摺出正四角錐方法）

		
(1) 將 B4 紙對摺裁	(2) 將左步驟的正	(3) 將紙摺成三等

成兩張，並將其裁成最大的正方形。	方形裁掉 1/3。	份。
		
(4) 將其中一等分向中心摺起。	(5) 將右下角對齊中心摺起。	(6) 將右半沿著痕中心往左邊摺起。
		
(7) 將下方的三角形沿著痕跡往上摺。	(8) 將上半部的梯形沿痕跡往下摺。	(9) 將紙張翻面，將三角形多餘的部分向內摺起。
		
(10) 將紙張攤開，並將標示出的部分沿著痕跡往中心摺起。	(11) 將下方和右方多餘的部分向內摺。	(12) 將右方攤開並沿著摺痕向上摺。
		
(13) 將右方攤開，並沿著痕跡向下摺。	(14) 將右方攤開，將紙沿著摺痕捲起並將右方插入左方縫隙。	(15) 完成。

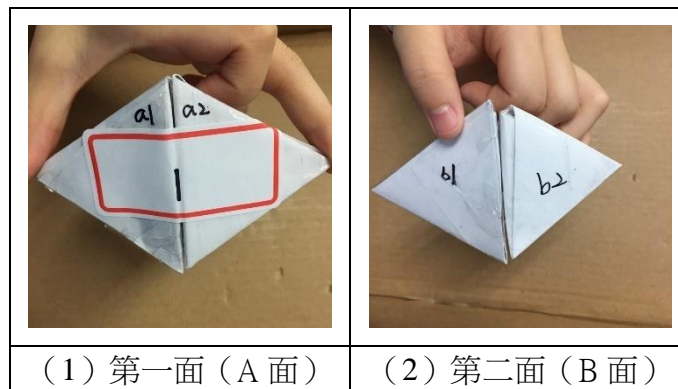
表七：正四面體之製作。

(二) 正四面體翻轉盒之製作與出現的面數以及黏貼方式  
我們將不同數量的三角錐組合成翻轉盒並做出整理。



1. 兩個正四面體製作成的翻轉盒

**黏貼方式：**將 2 個三角錐邊對邊並貼上連接線。

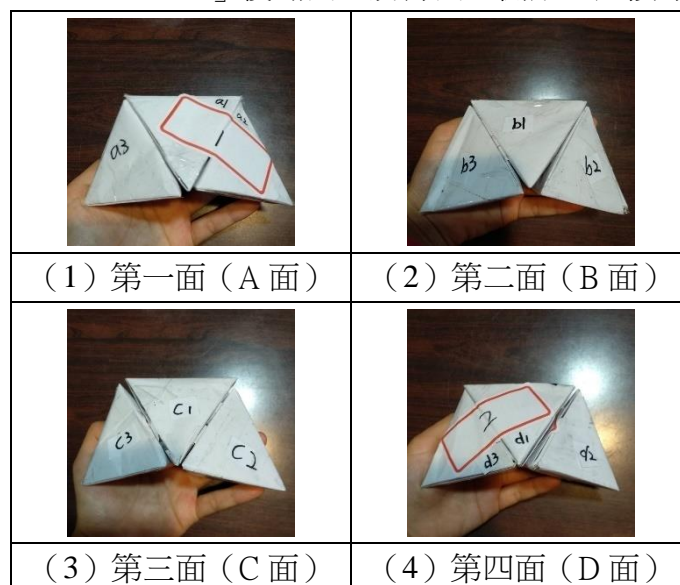


表八：兩個正四面體製作成的翻轉盒。

因為兩個合起來最多只能有一條連接線，不然會無法翻轉，而這樣子最多只能呈現兩個不同的面，且只能翻轉一次，不太具研究性。

2. 三個正四面體製作成的翻轉盒

**黏貼方式：**將三個三角形面對面排成梯形，並於正面右側貼上連接線「1」後翻面，於背面左側貼上連接線「2」。



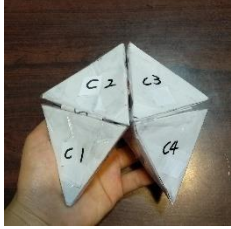
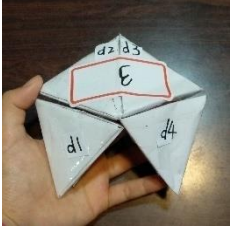


表九：三個正四面體製作成的翻轉盒。

必須有兩條連接線，否則無法翻轉，若一次移動一個正四面體，能形成四個面，每次翻轉只使用一條連接線，翻轉方式較簡單。

3. 四個正四面體製作成的翻轉盒

**黏貼方式：**先製作兩組 2 個正四面體組成的三角形（分別為連接線「1、2」），並將其連接線朝上，將兩組翻轉盒如上圖面對面合併，並於背面貼上連接線「3」。

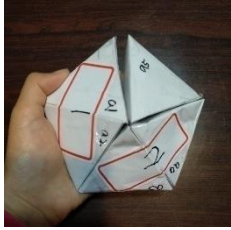
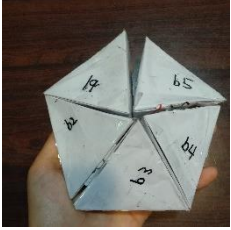
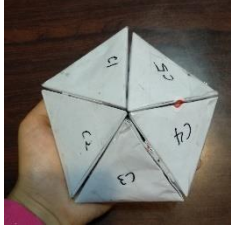
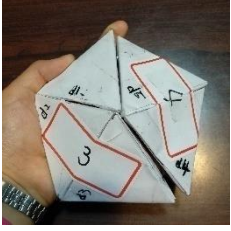
	
(1) 第一面 (A 面)	(2) 第二面 (B 面)
	
(3) 第三面 (C 面)	(4) 第四面 (D 面)

表十：四個正四面體製作成的翻轉盒。

能使用三條連接線，可翻出 4 個面，雖然缺了一角，但仍可翻轉，每次翻轉使用 1 到 2 條連接線 1 條→2 兩條（重複循環）。

#### 4. 五個正四面體製作成的翻轉盒

**黏貼方式：**先製作出 4 個正四面體所組成的翻轉盒，在正面貼上連接線「1、2」，並於其缺縫處放入一個正四面體，並於翻轉盒背面貼上連接線「3、4」。

	
(1) 第一面 (A 面)	(2) 第二面 (B 面)
	
(3) 第三面 (C 面)	(4) 第四面 (D 面)

表十一：四個正四面體製作成的翻轉盒。

能使用四條連接線，且翻轉順暢，每次翻轉會使用 2 條連接線，若要使翻轉盒保持為正五邊形，每次翻轉必須比表八、表九和表十，多移動一條連接線，分別為連接線「1、4」。


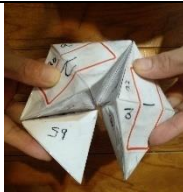
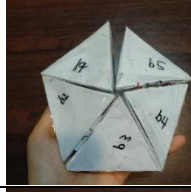




**結論：**在研究過程中，我們嘗試將使用一個（表八）、兩個（表九）、三個（表十）以及四個（表十）的正四面體，製作可立起的翻轉盒，可是

如果這麼做便無法達成連接線互為對角的條件，翻轉時會產生方塊重疊的空間，故無法成為翻轉盒，並將其狀況整理如下(表十二不列入討論的正四面體數量)，因為使用五個正四面體（表十一）可以形成比較完整的平面，且較於其他的美觀所以選擇以此做為討論。

正四面體數量	狀況
一個	由於使用一個三角錐，所以無法黏貼連接線，故無法翻轉。
兩個	由於使用兩個三角錐所製成的翻轉盒，連接線數量最多只能有一條，可以產生的翻轉面數非常少，所以翻轉次數也很有限，故其中的規律以及研究性相對較低。
三個	雖然三角錐數量略多於兩個的，產生的面數也能有 4 個，可無法無限次翻轉，翻轉兩次後就必須照原本的路徑翻回第一面，故不採納。
四個	結構大概完整，可無限次翻轉，與 5 個組成的翻轉盒大致相似，但結構並不如 5 個的完整，因此最後決定以 5 個組成的翻轉盒做研究。

表十二：不列入討論的正四面體數量

### (三) 五個正四面體翻轉規律及方式

面數	圖	下一翻轉步驟	使用的連接線	下一個翻轉圖
第一面 (A 面)		將翻轉盒向外攤開	3、4	
第二面 (B 面)		將翻轉盒向外攤開	1、2	
第三面 (C 面)		將翻轉盒向外攤開	3、4	
第四面 (D 面)		將翻轉盒向外攤開	1、2	回到第一面 (A 面)

表十三：五個正四面體翻轉規律及方式

**結論：**








翻轉過程產生四個面（如表十三，A 到 D 面），正四面體翻轉盒翻轉第 4 次後會回到起始面，一共有 4 個不同面，可有規律的無限翻轉，翻轉規律為左右攤開→前後攤開（重複無限次）。在操作翻轉表十與表十一時，發現翻轉後底面為前一翻轉步驟的正面，例如：A 面的後面是 D 面，B 面的後面是 A，C 面的後面是 B，D 的後面是 C 面。

**三、正八面體翻轉盒之探討**

依照前面我們所研究出的結果以及翻轉規律，我們推測正八面體以及正十二面體也都可以製作成翻轉盒，而分別可產生 8 種以及 12 種不同面數。

**(一) 正八面體翻轉盒製作和探討**

1. 正八面體製作方式（資料參考：Math Stroller(2014)。由正方形紙張摺出正八面體）

		
(1)將色紙對折後攤開。	(2)將右上角往中心折下並攤開。	(3)將左上角往中心折下並攤開。
		
(4)將兩邊向交叉點摺起。	(5)將下方對其左右兩點摺起。	(6)翻面後對折。
		
(7)將下方長方形用上方梯形蓋住。	(8)將左右兩邊向上摺起。	(9)將右方三角形向下摺起後攤開。

		
(10)將右方梯形向下摺起後攤開。	(11)將左方三角形向下摺起後攤開。	(12)依序前步驟做出三個零件。
		
(13)將粉色零件插入紫色零件	(14)將紫色零件插入粉色零件。	(15)將黃色零件套在粉色零件上。
		
(16)將黃色零件插入粉色零件。	(17)將紫色零件插入黃色零件。	(18)將黃色零件插入紫色零件。
		
(19)完成。		

表十四：正八面體製作方式

## 2. 正八面體翻轉盒製作方式

在黏貼連接線時，我們將正四面體翻轉盒黏貼方式套用在正八面體翻轉盒上。

**黏貼方式：**先製作出 5 個正八面體所組成的翻轉盒，接著如圖十五在 A 面貼上連接線「2、4」，在連接線「2、4」右邊貼上連接線「3」，連接線「2、4」左邊貼上連接線「1」。



(1) 第一面 (A 面) 連接線貼上「2、4」	(2) 第二面 (B 面)

表十五：正八面體翻轉盒製作

## (二) 正八面體翻轉出現的面

面數	圖	下一翻轉 步驟	使用的 連接線	下一個 翻轉圖
第一面 (A 面)		對折連接線 1、2、3、 4。	1、2、3、4	
第二面 (B 面)		因連接線互 相卡住無法 移動。		

表十六：正八面體翻轉出現的面

## 結論：

在製作正八面體翻轉盒時，我們發現由於正八面體的邊與邊之間角度過大導致翻轉不順暢，最多只能翻轉一次，可產生 2 種不同的面，但無法無限次翻轉。

## 四、正四面體與正八面體組合翻轉之探討


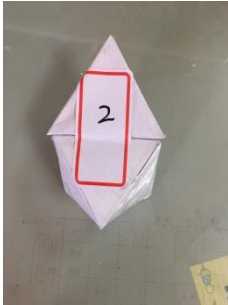
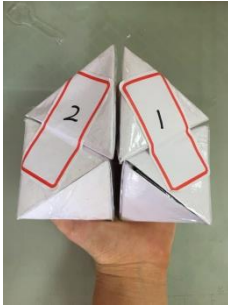

我們發現正八面體和正四面體所組成的面一樣都是正三角形，如果將這 2 種正多面體結合有成為翻轉盒的可能性，所以我們嘗試將這 2 種不同的正多面體結合做出翻轉盒。

### (一) 正四面體與正八面體組合製作方式

我們將正四面體翻轉盒連接線黏貼方式套用到正四面體與正八面體組合的翻轉盒上。




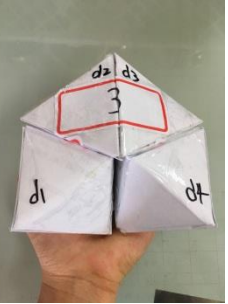
#### 黏貼方式：

1. A 組：由一正八面體和正四面體面對面組成，連接線在 2 貼在兩個正立體圖形相鄰的邊上。
2. B 組：同上，貼上連接線 2
3. AB 組：將 A 組上方正四面體右側的面和 B 組上方正四面體左側的面對面合併，並翻面於背後上方兩個正四面體中央貼上連接線 3。

			
(1)將正 8 面體和正四面體面對面對齊貼上連接線「1」。 (A 組)	(2)依前步驟貼上連接線「2」。 (B 組)	(3)將 A、B 組正四面體面對面合併。	(4)將 AB 組翻面，並在中央貼上連接線「3」。

表十七：正四面體與正八面體組合製作方式

(二) 正四面體與正八面體組合翻轉呈現的面

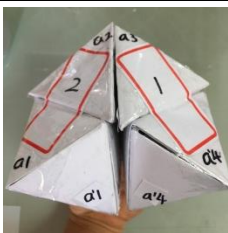



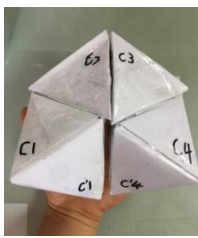
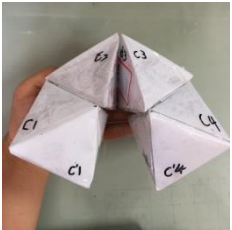

			
第一面 (A 面)	第二面 (B 面)	第三面 (C 面)	第四面 (D 面)

表十八：正四面體與正八面體組合翻轉呈現的面

操作翻轉後得知此翻轉盒的底面為前一翻轉步驟的正面，和正四面體翻轉盒相似。

(三) 正四面體與正八面體組合翻轉規律及方式

面數	圖片	底面	下一翻轉步驟	圖片
----	----	----	--------	----

第一面 (A 面)		$b' 4$ 、 $c' 4$ $d3$ 、 $d2$ 、 $c' 1$ $b' 1$	左右攤開	
第二面 (B 面)		$d4$ 、 $a' 4$ 、 $a3$ 、 $a2$ 、 $a1$ 、 $d1$	上下攤開	
第三面 (C 面)		$d' 4$ 、 $a' 4$ $b3$ 、 $b2$ 、 $a' 1$ $d' 1$	左右攤開	
第四面 (D 面)		$b4$ 、 $c4$ 、 $c3$ $c2$ 、 $c1$ 、 $b1$	上下攤開	回到第一面 (A 面)

表十九：正四面體與正八面體組合翻轉規律及方式

### 結論：













翻轉過程產生四個面（如表十九，A 到 D 面），正四面體與正八面體組合翻轉第 4 次後會回到起始面，一共有 4 個不同面，可有規律的無限翻轉，翻轉規律為左右攤開→前後攤開（重複無限次）。

## 五、正十二面體翻轉盒之探討



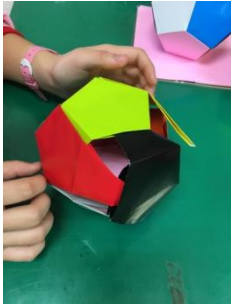


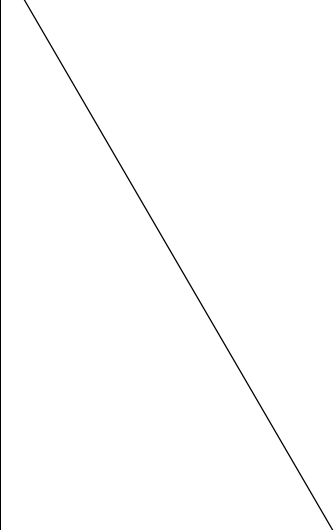
### (一) 正十二面體翻轉盒製作和探討

1. 正十二面體製作方式（資料參考：Ytnisin(2011)。日心摺紙正十二面體）



		
(1)邊對邊後於兩側壓出痕跡。	(2)將左下角對其上方摺痕，於其側出痕跡。	(3)將色紙下方對其痕跡於一處壓出痕跡。
		
(4)色紙下方對齊痕跡對摺。	(5)將右上角對其下方痕跡向下摺。	(6)將左上角對其下方痕跡向下摺。
		
(7)將色紙上方攤開。	(8)將左上方對齊下方痕跡往下摺。	(9)將右上角對其下方痕跡往下摺。
		

(10)將下方攤開後往後對齊頂點對摺。	(11)將左右上角對齊下方斜邊摺起。	(12)色紙下方攤開。
		
(13)將底邊對齊左方摺起摺痕摺起(攤開後換左邊)。	(14)將下方摺起恢復。	(15)將色紙向上對摺。
		
(16)將色紙右方沿著背面摺痕折起。	(17)將色紙右方沿著背面摺痕折起。	(18)摺出 12 個相同的零件後，將粉色零件插入白色零件。
		
(19)將粉色零件插入橘色零件。	(20)將深藍色零件插入橘色和粉色零件。	(21)將紫色零件插入粉色零件。
		

(22)將桃紅色零件插入 粉色零件，將橘色零 件插入桃紅色零件。	(23)將紅色零件插入紫 色零件。	(24)將桃紅色和紫色零 件插入綠色零件，綠 色零件插入紅色零 件。
		
(25)將綠色零件插入黃 色零件。	(26)將淺綠色零件插入 紅色零件，黃色零件 插入淺綠色零件。	(27)將黑色零件插入綠 色零件將紅色零件插 入黑色和白色零件。
		
(28)將黃色和橘色零件 插入藍色零件，將藍 色零件插入綠色和深 藍色零件。	(29)完成。	

表二十：正十二面體製作方式

## 2. 正十二面體翻轉盒製作方式

將正十二面體紅色面與紅色面相貼，於隔壁白色面貼上連接線，之後將第三個正十二面體用紫色面貼齊前一正十二面體的黃色面，最後拿出第四個正十二面體，將其與綠色面貼齊。



圖一：正十二面體翻轉盒製作

- (二) 正十二面體翻轉出現的面同圖一。

### 結論：

在製作正十二面體翻轉盒時，我們發現由於正十二面體的邊與邊之間角度過大，完全無法正常順利翻轉。

## 伍、研究結果與討論

### 一、翻轉卡片之探討及正六面體翻轉盒

在多次的翻轉過程中，我們發現立方體翻轉規律為左右向外攤開→上下向外攤開。且共能出現四種不同的面，翻轉 4 次後會回到起始面。在正立體翻轉盒方面，我們嘗試了一些連接線的貼法，最後發現連接線必互為對角才可翻轉，否則會出現翻轉空間重疊的方塊。

#### (一) 連接線必互為對角線才能翻轉

我們嘗試了一些連接線的貼法，最後發現連接線必互為對角才可翻轉，否則會出現翻轉空間重疊的方塊。

#### (二) 單個立方體最多/最少要有 2 條連接線

在嘗試連接線黏貼時，我們發現若連接線比 2 個多一或少一便會出現因單個方塊連接線不足，能連接方塊過少，無法組成翻轉盒。過多的話則會因連接線過多導致方塊黏死無法活動。

#### (三) 翻轉產生 6 面，翻轉 6 次回起始面

我們將翻轉所出現的面個別標上 a、b、c、d、e、f，且翻轉到 f 面時下一次翻轉便會回到 a 面。

#### (四) 翻轉規律為上下向外攤開→左右向外攤開

由於一個步驟翻轉完畢後，便無法再使用同一條連接線作翻轉，因此下一步驟就會為上衣翻轉步驟對角的連接線作翻轉，一次須使用 4 條連接線。

### 二、正四面體翻轉盒之探討

#### (一) 單個正四面體只可有 1 到 2 條連接線

在頭和尾的兩個正四面體只會使用到 1 條連接線其餘皆使用 2 條，且正四面體為四個面數，故個別的面數較少，因此連接線使用量也相對較少。

(二) 翻轉翻方式為正四面體向外撥開

正四面體翻轉盒使用到的正三角形面數並不多，因此翻轉方式較單一，一次只需使用 2 條連接線。

(三) 可產生 4 面，翻轉 4 次後回起始面

我們將翻轉所出現的面個別標上 a、b、c、d，且翻轉到 D 面時下一次翻轉便會回到 A 面，且單個正四面體擁有的面數少於單個正六面體少，因此翻轉出現的面相對較少。

(四) 底面為上一翻轉步驟的正面

正四面體翻轉盒翻轉步驟為向外攤開，因此原本的正面攤開後便會到底面的位置，內側的面便會被翻出來。

三、正八面體翻轉盒之探討

(一) 正八面體製作的翻轉盒，只能翻轉一次，有兩種不同的面(A、B 面)，但 B 面所呈現的面和 A 面所呈現的面有重複呈現，且無法轉回原本的面。

四、正四面體與正八面體組合翻轉之探討

(一) 正四面體與正八面體組合有 1~2 條連接線

在頭和尾的兩個正八面體只會使用到 1 條連接線其餘皆使用 2 條。

(二) 翻轉翻方式同正四面體的翻轉方式

正四面體與正八面體組合翻轉方式，一次只需使用 1~2 條連接線。

(三) 可產生 4 面，翻轉 4 次後回起始面

我們將翻轉所出現的面個別標上 a、b、c、d，且翻轉到 D 面時下一次翻轉便會回到 A 面。

(四) 底面為上一翻轉步驟的正面

正四面體與正八面體翻轉盒翻轉步驟為向外攤開，因此原本的正面攤開後便會到底面的位置，內側的面便會被翻出來。

(五) 將正八面體視為兩個正四面體，使用正四面體翻轉盒的黏貼方式，製作成翻轉盒。

五、正十二面體翻轉盒之探討

(一) 正十二面體製作的翻轉盒，翻轉時會很卡，每一個正十二面體會相互卡住，以至於不能翻轉。

陸、參考資料及其他

一、1.中文部分

康軒書局教科書編撰委員會(2019)。第 2 章 生活中的立體圖形。國民中學數學第六冊 3 下課本(91 頁)。

羅以真;羅尹岑;蔡宛儒;洪楸森;李孟家(2016)。翻轉卡片及翻轉盒展開圖之探討。第

55 屆全國中小學科展作品。

二、網路資訊

(一) 中文部分

Ytnisin(2011)。日心摺紙正十二面體。2011 年 9 月 29 日，取自：

<https://www.youtube.com/watch?v=uacRWTI-81g&feature=youtu.be>

Math Stroller(2014)。摺出正四角錐方法。You Tube。2014 年 10 月 5 日，取

自：<https://www.youtube.com/watch?v=CG7JPQNGu88>

Math Stroller(2014)。由正方形紙張摺出正八面體。You Tube。2014 年 10 月 5

日，取自：[https://www.youtube.com/watch?v=tZ0J\\_N3Oduc](https://www.youtube.com/watch?v=tZ0J_N3Oduc)

李政憲(2019)。我把我對摺，輕輕把你也對摺～用名片紙摺出立方體！還能談  
談三視圖與對稱——《藝數摺學》。泛科學(Pan Sci)。2019 年 10 月 22 日，取

自：<https://pansci.asia/archives/172269>

(二) 英文部分

Robin Messenheimer(2011)。The Never-Ending or Endless Card。You Tube。2011

年 2 月 16 日，取自：[https://www.youtube.com/watch?v=s\\_PP5JY8ubo](https://www.youtube.com/watch?v=s_PP5JY8ubo)