

TAREA 9: Ciencias planetarias

Shirley Katherine Maldonado Meza
2023-1

Enunciado: Calcular el tiempo de bloqueo de la Luna e Io. Y el límite de Roche de los sistemas Tierra-Luna y Jupiter-Io.

1 Introducción:

El bloqueo gravitacional o acoplamiento de marea es un fenómeno donde un cuerpo celeste que orbita a otro tiene el mismo período rotacional y orbital, es decir, siempre da la misma cara al cuerpo al que orbita.

Para que el cuerpo llegue a este estado, debe pasar cierto tiempo, este tiempo se puede calcular con la ecuación

$$t_{lock} = \frac{\omega a^6 I Q}{3 G m_p^2 k_2 R^5} \quad (1)$$

donde

- $\omega = \frac{1}{P}$ es la velocidad angular de rotación inicial (cuando se formó) del satélite. Este es un valor difícil de estimar, pero asumiendo que es un cuerpo esférico, $k_2 < 1$ y $Q=100$, se puede tomar la velocidad inicial como $\omega = 2\pi/12h$
- a es el semieje mayor inicial de la órbita del cuerpo.
- $I \approx \frac{2}{5} m_s R^2$ suponiendo que el cuerpo es una esfera sólida.
- $Q \approx 100$ es el factor de calidad.
- m_p la masa del objeto respecto al que rota.
- k_2 el número de Love del cuerpo.

El número de Love se calcula como

$$k_2 \approx \frac{1.5}{1 + \frac{1.9\mu}{2\rho g R}}$$

siendo ρ la densidad del cuerpo, μ la rigidez del cuerpo orbitante que puede tomarse como $3e^{10} Nm^{-2}$ para objetos rocosos y $4e^9 Nm^{-2}$ para helados. También se puede hallar la gravedad del cuerpo con

$$g = \frac{G m_s}{r^2}$$

y r la distancia entre los dos cuerpos.

Por otro lado, el límite de Roche es aquella distancia a la que un objeto puede orbitar si que sea desintegrado por las fuerza de marea. Este radio depende de la densidad del satélite y la gravedad que le ejerce el cuerpo al que órbita.

Este límite se calcula con la ecuación:

$$d = 1.260 R \left(\frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{0.333}$$

donde R es el radio del cuerpo al que órbita, ρ_M es su densidad y ρ_m es la densidad del satélite.

2 Desarrollo:

Tiempo de bloqueo:

Luna

Para la Luna, Q y k_2 es conocido y se sabe que $\frac{k_2}{Q} = 0.0011$. Como es un cuerpo rocoso, $\mu = 3e^{10} Nm^{-2}$.

- $m_l = 7.346e^{22}$ kg
- $R_l = 1738.1$ km
- $\rho_l = 3339.9 kg/m^3$
- $\omega = 2\pi/12h$
- $g_l = 1.62m/s^2$
- $k_2/Q = 0.0011$
- $a_l = 3844e2$ km
- $I_l = 8.8768kgm^2$
- $m_T = 5.9724e24$ kg

Con estos datos, se calculó que el tiempo de bloqueo de la Luna es aproximadamente

$$t_{lock} = 10.6 \text{ millones de años}$$

Esto es un poco más de una centésima parte de la edad de la Luna.

Io

Como para Io no está determinado el valor de k_2 y de Q , se tomará $Q=100$ suponiendo a Io esférico, y k_2 se calculará con la ecuación dada.

- $m_i = 8.93e^{22}$ kg ¹
- $R_l = 1821.1$ km
- $\omega = 2\pi/12h$
- $g_l = 1.79m/s^2$
- $a_l = 421700$ km
- $\rho_l = 3527.56kg/m^3$
- $m_T = 5.9724e24$ kg

Como la densidad de Io es parecida a la de la Luna, se tomará a Io como un cuerpo rocoso con el mismo valor de μ . Y con este μ , el $k_2 = 0.058$ para finalmente obtener el tiempo de bloqueo

$$t_{lock} = 331.6 \text{ años}$$

Límite de Roche:

Tierra-Luna

- $R = 6378$ km
- $\rho_M = 5514kg/m^3$ ²

¹Datos tomados de: <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/joviansatfact.html>

²Tomado de <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/>

- $\rho_m = 3339.9 \text{ kg/m}^3$

Y el radio de Roche es $R_r = 9496.4 \text{ km}$

Júpiter-Io

- $R = 71492 \text{ km}$
- $\rho_M = 1326 \text{ kg/m}^3$
- $\rho_m = 3527.6 \text{ kg/m}^3$

Y el radio de Roche es $R_r = 65031.7 \text{ km}$

3 Conclusiones

Sobre el tiempo de bloqueo

Vemos que el tiempo de Io es mucho más corto que el de la Luna. Esto se debe a la gran masa de Júpiter pues este tiempo depende del cuadrado inverso de la masa, por lo que entre mayor masa tenga el planeta al que se órbita, menor será el tiempo de bloqueo.

También se puede decir que estos tiempos calculados pueden ser muy diferentes a los tiempos reales pues depende mucho del semieje mayor de la órbita (tiene un exponente 6!) y cualquier mínimo cambio afectará de forma significativa al valor del tiempo de bloqueo (de forma significativa para nuestra escala de tiempo, pero para el tiempo total, que es tan grande, no hay mucho cambio). Además, se usaron los semiejes mayores actuales y no los iniciales (que seguramente serán diferentes).

Sobre el radio de Roche

Vemos que el radio de Roche para el sistema Jupiter-Io es 6 veces mayor que el del sistema Tierra-Luna, pues el radio de Jupiter es mucho más grande, por lo que la fuerza gravitacional de este llega más lejos y por esto puede desintegrar a sus Lunas a grandes distancias.