

Análisis de las series de tiempo de velocidad radial y fotometría del planeta GJ 436 para el cálculo de su masa y radio y gráfica de zona de habitabilidad para planetas de baja masa

Shirley Katherine Maldonado ¹

11 de junio de 2023

Abstract

In this article, a detailed analysis was conducted on the time series of radial velocity and light curve of the exoplanet GJ 436 b, obtained through transit and radial velocity observations at the W. M. Keck Observatory. The Lomb-Scargle function was employed to obtain the periodogram of the time series, allowing for the identification of the planet's period. Additionally, a curve fitting was performed to obtain a more accurate representation of the radial velocity variation, enabling the determination of the planet's mass and semi-major axis. A period of 2.66 days and a mass of 0.071 Jupiter masses were calculated using data analysis techniques. Furthermore, the planet's radius was determined to be 0.317 Jupiter radii by utilizing the relative flux of the star and the depth of the planetary transit, yielding results consistent with previous literature. Lastly, by studying models that relate stellar luminosity to stellar mass and employing the equations of Kopparapu, the habitable zone was determined for a star with a radius of 0.441 solar radii, which is equal to the radius of the GJ 436 star. In conclusion, this study presents a comprehensive analysis of the radial velocity and light curve time series of the exoplanet GJ 436 b. The period, mass, and radius of the planet were determined, and the stellar habitable zone was explored using models based on stellar luminosity and mass. These findings contribute to our understanding of the GJ 436 system and its potential for hosting habitable planets.

Key word: planetary science, exoplanet, planetary transit, radial velocity, luminosity

1 Introduction

En las últimas décadas, la búsqueda de exoplanetas se ha convertido en un campo de investigación apasionante en la astronomía y ha experimentado un gran avance, revelando la existencia de una gran diversidad de planetas fuera de nuestro sistema solar. Estos descubrimientos han sido posibles gracias al desarrollo de diversos métodos de detección que permiten inferir la presencia y las propiedades de los exoplanetas. Entre estos métodos, el análisis de la velocidad radial y la fotometría se han establecido como herramientas fundamentales para determinar las características de estos mundos distantes.

En este trabajo se analizarán los datos de velocidad radial [3] y flujo de luz [7] del exoplaneta GJ 436 b descubierto por medio de velocidad radial con el telescopio Keck de 10 metro en el Observatorio W. M. Keck, operado conjuntamente por la Universidad de California y el Instituto de Tecnología de California. Esto con el fin de calcular su masa usando la función LombScargle para hallar el periodograma con los datos de velocidad radial y luego

realizando una interpolación. Además del análisis del flujo de luz de la estrella GJ 436 donde se espera observar la disminución del flujo en el momento del paso del planeta con el cual es posible calcular el radio de este.

Finalmente, se compararán los resultados con la literatura con el objetivo de mostrar que estos métodos funcionan.

2 Velocidad Radial

La velocidad radial es una técnica basada en el efecto Doppler, que consiste en el cambio en la longitud de onda de la luz de una estrella debido al movimiento orbital de un exoplaneta alrededor de esta. Este desplazamiento se manifiesta como cambios regulares en la velocidad radial de la estrella, es decir, su velocidad a lo largo de la línea de visión. Cuando la estrella se acerca a nosotros, la longitud de onda de la luz se desplaza hacia el extremo azul del espectro (desplazamiento al azul), mientras que cuando la estrella se aleja, la longitud de onda se desplaza hacia el extremo rojo (desplazamiento al

¹Instituto de Física, Universidad de Antioquia.

rojo).

Mediante espectrógrafos de alta precisión, se pueden medir estas variaciones en la velocidad radial con gran exactitud. Este método funciona muy bien para planetas de gran masa respecto a su estrella y con un semieje mayor pequeño, que permite que el planeta perturbe a la estrella de forma notable.

Metodología:

Para obtener el período del planeta, primero es necesario aplicarle una transformación a los datos recopilados usando la función LombScargle, que realiza una transformada de fourier hallando la potencia de los datos a diferentes frecuencias dando como resultado una gráfica cuyos picos muestran información sobre la amplitud y el periodo de las señales. Esta función se diferencia de la transformada de fourier en que LombScargle también funciona para series de tiempos con datos faltantes.

Al obtener el espectro de potencia de los datos (periodograma) se halla el período orbital del planeta y también, la semiamplitud de la curva 'K' con

$$K = \frac{V_{max} - V_{min}}{2}$$

Una vez obtenido este valor, se puede hallar la masa del planeta en función de la inclinación de su órbita con la ecuación

$$K = \frac{28.4329}{\sqrt{1-e^2}} \frac{m_p * \sin(i)}{M_{Jup}} \left(\frac{m_*}{M_{\odot}}\right)^{-2/3} \left(\frac{P}{1yr}\right)^{-1/3}$$

[2]

Despejando

$$m_p * \sin(i) = M_{Jup} \frac{\sqrt{1-e^2}}{28.4329} \left(\frac{m_*}{M_{\odot}}\right)^{2/3} \left(\frac{P}{1yr}\right)^{1/3}$$

Con e , la excentricidad, que en este caso se tomará como 0. M_{\odot} la masa del sol y m_* la de la estrella que orbita el planeta. Y P , el período del planeta.

Para el cálculo de la masa del planeta se usaron los datos de la serie de tiempo de velocidad radial tomados desde el día 8 de enero del año 2000 hasta el 17 de julio del 2006 ² y se usarán los siguientes datos (fig. 1) ³

²Tomados de: https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/data/ExoData/0057/0057087/data/UID_0057087_RVC_003.tbl

³Tomados de : <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu>

Resultados:

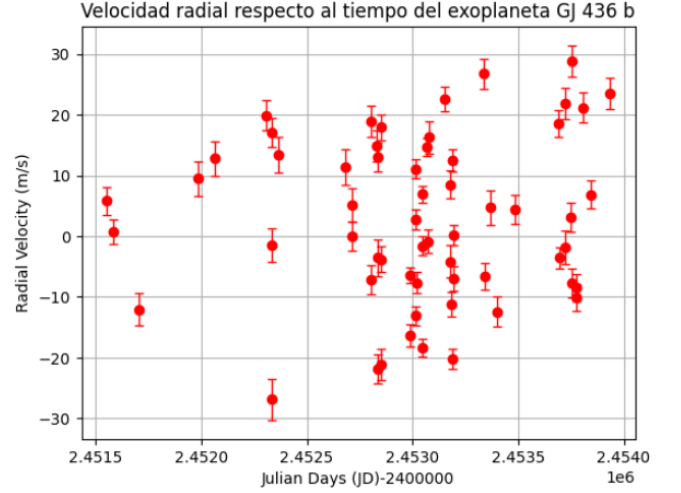


Figure 1: Serie de tiempo de velocidad radial para el planeta GJ 346 b

Luego de usar LombScargle:

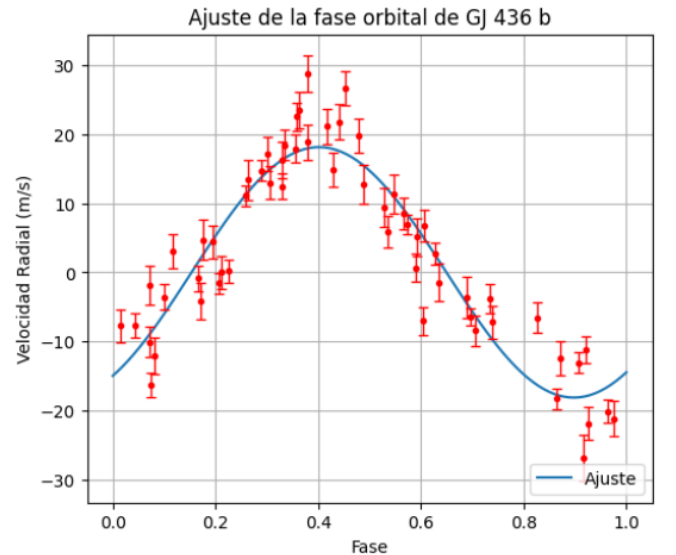


Figure 3: Ajuste de la velocidad radial en el espacio de fase del planeta GJ 436 b.

Finalmente, los valores de la masa y el período calculados son (fig. 2)

Discusión

Vemos que los valores resultantes al usar la función LombScargle y usar las ecuaciones dadas son muy parecidos a los hallados en los archivos del exoplaneta de la Nasa, llegando a tener un error del 5.2% para la semiamplitud, 6.7% para el $m_p * \sin(i)$ y del 2.2% para la masa del planeta, por lo que se confirma que este método es efectivo para el cálculo de la masa de exoplanetas.

M_*	$0.441 M_\odot$
i_p	86.44

Table 1: Datos usados

	Valor calculado	Rosenthal et al. 2021 [8]
P_{orb}	2.66 días	2.643892 ± 0.000025
a	(0.028 ± 0.00264) UA	(0.02849 ± 0.00020) UA
K	(18.15 ± 1.1) m/s	(17.12 ± 0.52) m/s [5]
$m_p \sin(i)$	$(0.0716 \pm 0.0190) M_{jup}$	$(0.0668 \pm 0.0022) M_{jup}$
m_p	$(0.071 \pm 0.164) M_{jup}$	$(0.070 \pm 0.007) M_{jup}$

Table 2: Resultado de masa y semiamplitud del planeta GJ 436 b.

3 Transito - fotometría:

Este método de detección de exoplanetas se basa en la observación del brillo. Cuando un planeta pasa delante de la estrella que está orbitando (o mejor dicho, cuando ocurre un tránsito), el brillo de la estrella disminuye parcialmente durante un período de tiempo. Sabiendo el tiempo que dura el tránsito y el tamaño de la estrella es posible calcular el radio del exoplaneta.

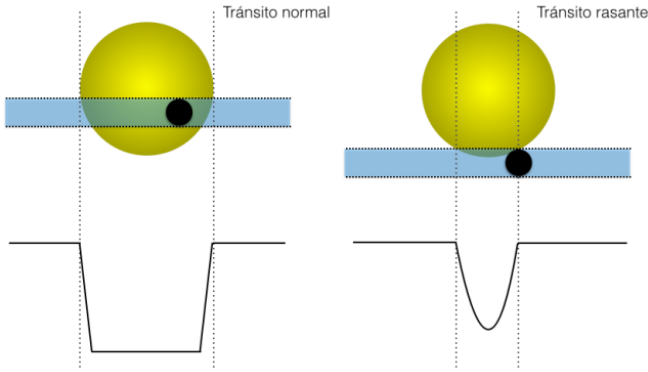


Figure 4: Esquema del tránsito de un planeta y disminución del brillo de una estrella

Al medir la profundidad del brillo, es decir, la disminución relativa del brillo de la estrella y, conociendo el radio de esta, se puede calcular el radio del planeta con la ecuación

$$\delta F = \frac{F_o - F_t}{F_o} = \left(\frac{R_p}{R_*}\right)^2$$

donde F_o y F_t es la iluminosidad de la estrella antes y durante el tránsito y R_* el radio de la estrella.

El radio de la estrella GJ 436 es 0.41684304009 radios solares [8]

Resultados

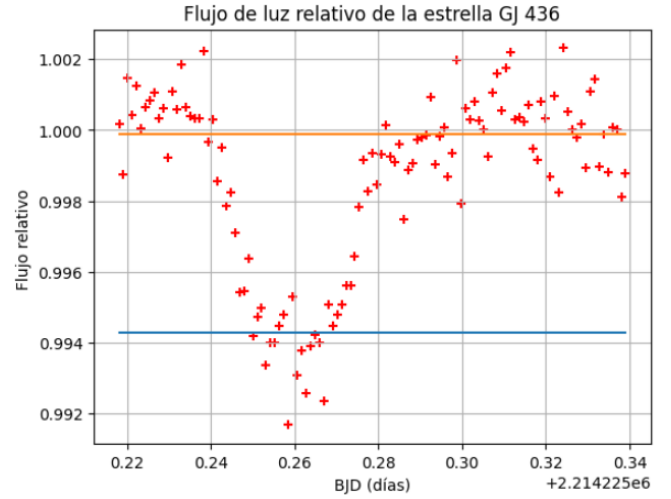


Figure 5: Flujo de luz del planeta GJ 436 b y sus valores máximo y mínimo ajustados.

Finalmente, el radio hallado es (fig. 3)

Discusión

Vemos que el radio hallado es parecido a conocido. Este método aparentemente es sencillo, pero implica tener cuidado con otros aspectos del sistema planetario, como el semieje mayor de la órbita y la inclinación del plano orbital del planeta, pues si el planeta tiene mucha inclinación, no pasará por el "ecuador" de la estrella y la disminución del flujo de luz será menor.

4 Zona de habitabilidad

La zona de habitabilidad de una estrella es una zona alrededor de esta donde un planeta podría tener condiciones favorables para la vida. Uno de los factores importantes para la formación de la vida como la conocemos es el agua en estado líquido, por lo que una zona en la que esta exista es importante. Esta zona depende de ciertas variables como la distancia del planeta a la estrella, la temperatura efectiva de la estrella, la masa de la estrella, etc.

Relación masa-iluminosidad

	Valor calculado	Maciejewski et al. 2014 [6]
Brillo máximo	0.999	None
Brillo mínimo	0.9943	None
Radio	0.317 R_{jup}	0.372 R_{jup}

Table 3: Resultados del radio calculado con el flujo relativo del GJ 436 b y el método de Tránsito.

La relación entre la masa y la luminosidad de las estrellas es un concepto fundamental en la búsqueda de las zonas de habitabilidad de una estrella.

En general, se ha observado que a medida que la masa de una estrella aumenta, también lo hace su luminosidad. Esta relación tomada del modelo propuesto por Cuntz Wang [1], para estrellas del tipo K de la secuencia principal, está dada por la ecuación

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{a(M)}$$

donde

$$a(M) = -141.7M^4 + 232.4M^3 - 129.1M^2 + 33.29M + 0.215$$

para estrellas con masa $0.2M_{\odot} < M < 0.85M_{\odot}$

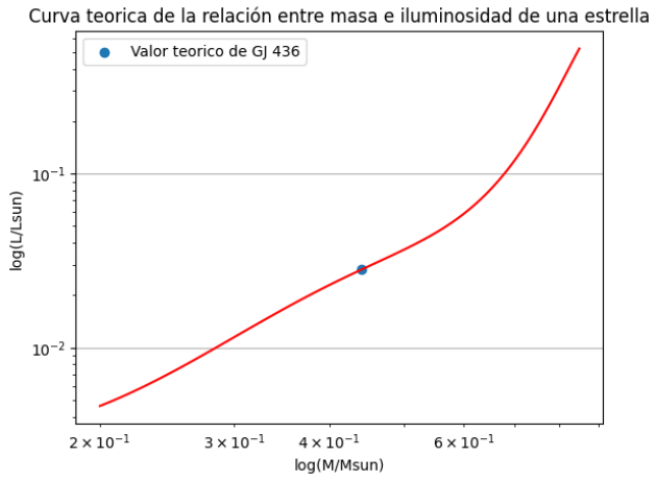


Figure 6: Relación entre luminosidad y masa de una estrella con el modelo de Cuntz Wang

También hay otros modelos para diferentes masa de estrellas. Por ejemplo, el modelo de Salaris [9] para masas menores a 0.43 masas solares es

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 0.23 * \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{2.5}$$

y para mayores de 0.43 masas solares,

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 0.23 * \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^4$$

Curva teórica de la relación entre masa e iluminosidad de una estrella

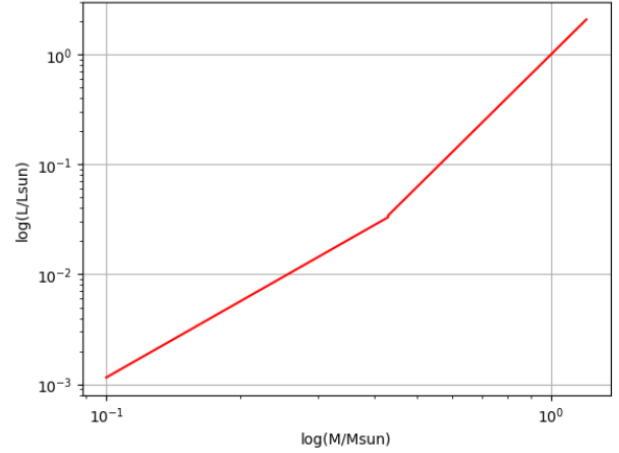


Figure 7: Relación entre luminosidad y masa de una estrella con el modelo de Salaris.

Criterio de habitabilidad y ecuaciones de Kopparapu [4]

El criterio de habitabilidad de Kopparapu es una métrica desarrollada por el astrofísico Ravi Kopparapu y su equipo para evaluar la potencial habitabilidad de exoplanetas. Este tiene en cuenta el flujo que recibe el planeta proveniente de la estrella, es decir, si se encuentra muy lejos, va a recibir menos que si se encuentra más cerca.

Este flujo estelar habitable que recibiría un planeta en dicha zona se puede calcular por medio de la siguiente ecuación, para estrellas de secuencia principal del tipo M, G, F, K con temperaturas entre $2600 < T_{eff} < 7200$ kelvin.

$$S_{eff} = S_{eff\odot} + aT_* + bT_*^2 + cT_*^3 + dT_*^4$$

Donde S_{eff} , a, b y c 9 son constantes halladas teniendo en cuenta otros factores del planeta ubicado en la zona como la pérdida de gases, del vapor de agua, las condiciones atmosféricas, entre otros. Y $T_* = T_{eff} - 5780K$

Constant	Recent Venus	Runaway Greenhouse	Moist Greenhouse	Maximum Greenhouse	Early Mars
$S_{eff\odot}$	1.7753	1.0512	1.0140	0.3438	0.3179
a	1.4316×10^{-4}	1.3242×10^{-4}	8.1774×10^{-5}	5.8942×10^{-5}	5.4513×10^{-5}
b	2.9875×10^{-9}	1.5418×10^{-8}	1.7063×10^{-9}	1.6558×10^{-9}	1.5313×10^{-9}
c	-7.5702×10^{-12}	-7.9895×10^{-12}	-4.3241×10^{-12}	-3.0045×10^{-12}	-2.7786×10^{-12}
d	-1.1635×10^{-15}	-1.8328×10^{-15}	-6.6462×10^{-16}	-5.2983×10^{-16}	-4.8997×10^{-16}

Figure 8: Valores de los coeficientes usando

Y T_{eff} se puede calcular conociendo la luminosidad de la estrella con la ecuación

$$T_{eff} = \left(\frac{L}{4\pi R_* \sigma} \right)$$

siendo σ la constante de Boltzmann.

Ahora bien, la distancia de la zona de habitabilidad de la estrella se puede hallar con el flujo estelar habitable por medio de

$$d = \left(\frac{L/L_\odot}{S_{eff}} \right)^{1/2} AU$$

Según Kopparapu, la zona de habitabilidad se encuentra entre las regiones de la distancia calculada por el Moist GreenHouse y el Maximum GreenHouse.

Para este caso, se calculó la zona habitable para estrellas con masa entre 0.1 y 1.2 masas solares, y con radios iguales al de la estrella GJ 436.

Resultados

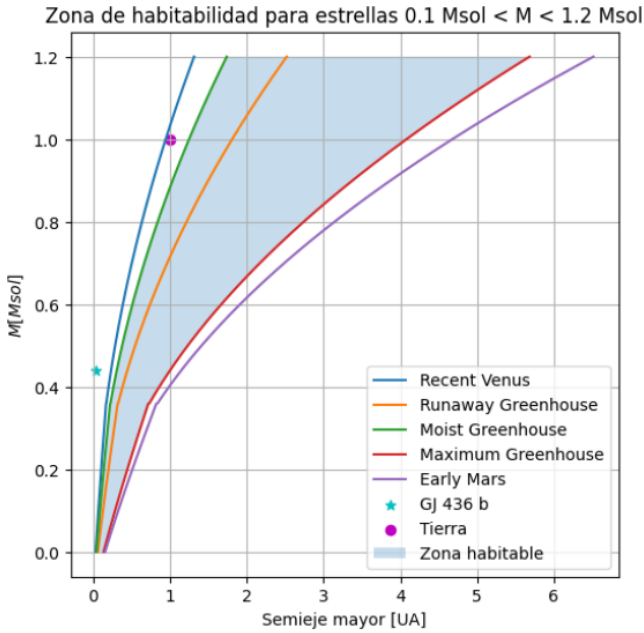


Figure 9: Zona de habitabilidad para estrellas de 0.1 a 1.2 masas solares con radios iguales a la estrella GJ 436 (0.441 radios solares).

Discusión

En la anterior gráfica podemos observar que la Tierra no estaría dentro de la zona de habitabilidad de la estrella si el Sol tuviera un radio igual al de GJ 436. También vemos que el planeta GJ 436 b no está dentro de la zona de habitabilidad pues está demasiado cerca al planeta (a tan sólo 0.028 AU!) lo que posiblemente evaporaría toda el agua que podría llegar a existir en el planeta.

References

- [1] Manfred Cuntz and Zhaopeng Wang. The mass–luminosity relation for a refined set of late-k/m dwarfs. *Research Notes of the AAS*, 2(1):19, jan 2018.
- [2] D. A. Fischer, A. W. Howard, G. P. Laughlin, B. Macintosh, S. Mahadevan, J. Sahlmann, and J. C. Yee. Exoplanet detection techniques. In *Protostars and Planets VI*. University of Arizona Press, 2014.
- [3] M. Gillon, F. Pont, B. O. Demory, F. Mallmann, M. Mayor, T. Mazeh, D. Queloz, A. Shporer, S. Udry, and C. Vuissoz. Detection of transits of the nearby hot Neptune GJ 436 b. , 472(2):L13–L16, September 2007.
- [4] Ravi Kumar Kopparapu, Ramses Ramirez, James F. Kasting, Vincent Eymet, Tyler D. Robinson, Suvrath Mahadevan, Ryan C. Terrien, Shawn Domagal-Goldman, Victoria Meadows, and Rohit Deshpande. Habitable zones around main-sequence stars: New estimates. *The Astrophysical Journal*, 765(2):131, feb 2013.
- [5] G. Maciejewski, A. Niedzielski, G. Nowak, E. Pallé, B. Tingley, R. Errmann, and R. Neuhauser. On the GJ 436 Planetary System. 64(4):323–335, December 2014.
- [6] G. Maciejewski, A. Niedzielski, G. Nowak, E. Pallé, B. Tingley, R. Errmann, and R. Neuhauser. On the GJ 436 Planetary System. , 64(4):323–335, December 2014.
- [7] H. L. Maness, G. W. Marcy, E. B. Ford, P. H. Hauschildt, A. T. Shreve, G. B. Basri, R. P. Butler, and S. S. Vogt. The M Dwarf GJ 436 and its Neptune-Mass Planet. , 119(851):90–101, January 2007.
- [8] Lee J. Rosenthal, Benjamin J. Fulton, Lea A. Hirsch, Howard T. Isaacson, Andrew W. Howard, Cayla M. Dedrick, and Sherstyuk. The California Legacy Survey. I. A Catalog of 178 Planets from Precision Radial Velocity Monitoring of 719 Nearby Stars over Three Decades. 255(1):8, July 2021.
- [9] Maurizio Salaris and Santi Cassisi. *Evolution of Stars and Stellar Populations*. 2005.