

PROGRAMAÇÃO EM LÓGICA

# PROLOG AVANÇADO

# Não Determinismo

- Como escolher criteriosamente o próximo passo?

- Geração e teste

```
find(X) ← generate(X), test(X).
```

- tira partido do mecanismo de retrocesso
- o gerador tenta escolher correctamente a solução e o testador verifica se essa escolha está correcta

- Exemplos:

```
verb(Sentence,Word) ← member(Word,Sentence), verb(Word).  
noun(Sentence,Word) ← member(Word,Sentence), noun(Word).  
article(Sentence,Word) ← member(Word,Sentence), article(Word).
```

noun(man).	noun(woman).	verb([a,man,loves,a,woman],V)? V=loves
article(a).	verb(loves).	

```
intersect(Xs,Ys) ← member(X,Xs), member(X,Ys).
```

```
sort(Xs,Ys) ← permutation(Xs,Ys), ordered(Ys).
```

# Melhorar Geração de Soluções

- Geração e teste: programas são mais fáceis de construir do que obter directamente a solução, mas são também menos eficientes
- Como otimizar?
  - dirigir a geração de soluções possíveis incluindo o teste nessa geração

		Q	
Q			
			Q
	Q		

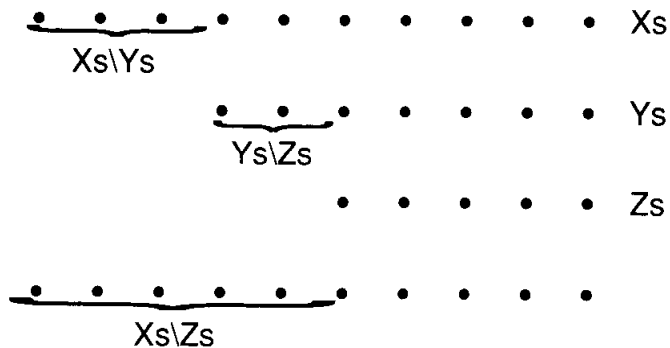
```
queens(N,Qs) ←  
    range(1,N,Ns), permutation(Ns,Qs), safe(Qs).  
safe([Q|Qs]) ← safe(Qs), not attack(Q,Qs).  
safe([ ]).  
attack(X,Xs) ← attack(X,1,Xs).  
attack(X,N,[Y|Ys]) ← X is Y+N ; X is Y-N.  
attack(X,N,[Y|Ys]) ← N1 is N+1, attack(X,N1,Ys).
```

```
queens(N,Qs) ← range(1,N,Ns), queens(Ns,[ ],Qs).  
queens(UnplacedQs,SafeQs,Qs) ←  
    select(Q,UnplacedQs,UnplacedQs1),  
    not attack(Q,SafeQs),  
    queens(UnplacedQs1,[Q|SafeQs],Qs).  
queens([ ],Qs,Qs).
```

# Listas de Diferença

- Representação alternativa para listas: **diferença** entre pares de listas
  - $[1, 2, 3]$ 
    - $[1, 2, 3, 4, 5] \setminus [4, 5]$                        $[1, 2, 3, 8] \setminus [8]$                        $[1, 2, 3] \setminus []$
    - usando listas incompletas:  $[1, 2, 3 | Xs] \setminus Xs$
  - como as expressões lógicas são unificadas (e não avaliadas), o functor é arbitrário:  $\setminus, -, \dots$
  - qualquer lista pode ser representada como lista de diferença:
    - uma lista  $L$  fica  $L \setminus []$                       lista vazia:  $As \setminus As$
- Vantagem: eficiência
  - duas listas de diferença incompletas podem ser concatenadas em tempo constante numa terceira lista de diferença
    - o `append` concatena listas em tempo linear no tamanho da 1ª lista

# Concatenação com Listas de Diferença



```
append_dl(Xs\Ys, Ys\Zs, Xs\Zs).
```

- Condição: para concatenar  $As\backslash Bs$  com  $Xs\backslash Ys$ ,  $Bs$  têm que unificar com  $Xs$  – listas de diferença *compatíveis*
- Se a cauda de uma lista de diferença for não instanciada, essa lista de diferença é compatível com qualquer outra lista de diferença!

```
append_dl([a,b,c|Xs]\Xs,[1,2]\[],Ys)?  
Xs=[1,2], Ys=[a,b,c,1,2]\[]
```

# Exemplos

```
flatten([X|Xs],Ys) ←  
    flatten(X,Ys1), flatten(Xs,Ys2), append(Ys1,Ys2,Ys).  
flatten(X,[X]) ←  
    constant(X), X≠[ ].  
flatten([ ],[ ]).
```

```
flatten(Xs,Ys) ← flatten_dl(Xs,Ys\[ ]).  
flatten_dl([X|Xs],Ys\Zs) ←  
    flatten_dl(X,Ys\Ys1), flatten_dl(Xs,Ys1\Zs).  
flatten_dl(X,[X|Xs]\Xs) ←  
    constant(X), X≠[ ].  
flatten_dl([ ],Xs\Xs).
```

```
reverse([ ],[ ]).  
reverse([X|Xs],Zs) ← reverse(Xs,Ys), append(Ys,[X],Zs).
```

```
reverse(Xs,Ys) ← reverse_dl(Xs,Ys\[ ]).  
reverse_dl([X|Xs],Ys\Zs) ←  
    reverse_dl(Xs,Ys\[X|Zs]).  
reverse_dl([ ],Xs\Xs).
```

```
quicksort([X|Xs],Ys) ←  
    partition(Xs,X,Littles,Bigs),  
    quicksort(Littles,Ls),  
    quicksort(Bigs,Bs),  
    append(Ls,[X|Bs],Ys).  
quicksort([ ],[ ]).
```

```
quicksort(Xs,Ys) ← quicksort_dl(Xs,Ys\[ ]).  
quicksort_dl([X|Xs],Ys\Zs) ←  
    partition(Xs,X,Littles,Bigs),  
    quicksort_dl(Littles,Ys\[X|Ys1]),  
    quicksort_dl(Bigs,Ys1\Zs).  
quicksort_dl([ ],Xs\Xs).
```

# Estruturas de Dados Incompletas

- Trabalhar com estruturas de dados incompletas facilita a adição de elementos

```
lookup(Key, [(Key, Value) | Dict], Value).  
lookup(Key, [(Key1, Value1) | Dict], Value) ←  
    Key ≠ Key1, lookup(Key, Dict, Value).
```

```
dict([(arnold, 8881), (barry, 4513), (cathy, 5950) | Xs]).  
dict(Dict), lookup(arnold, Dict, N)?  
    N=8881  
dict(Dict), lookup(david, Dict, 1199)?  
    Dict = [(arnold, 8881), (barry, 4513), (cathy, 5950), (david, 1199) | Xs1]
```

- Usando árvores binárias de pesquisa (ordenadas)

```
lookup(Key, dict(Key, X, Left, Right), Value) ←  
    !, X = Value.  
lookup(Key, dict(Key1, X, Left, Right), Value) ←  
    Key < Key1, lookup(Key, Left, Value).  
lookup(Key, dict(Key1, X, Left, Right), Value) ←  
    Key > Key1, lookup(Key, Right, Value).
```

# Todas as Soluções

- Obter todos os filhos de um pai
  - usando um acumulador:

```
children(X,Kids) :- children(X,[],Kids).  
children(X,Cs,Kids) :-  
    father(X,Kid), not member(Kid,Cs), !,  
    children(X,[Kid|Cs],Kids).  
children(X,Cs,Cs).
```

- abordagem ineficiente: cada solução adicional para `father/2` recomeça no início da árvore de pesquisa
  - alternativa: ciclo baseado em falha combinado com *assert/retract*

```
children(X,Kids) :- assert(kids(X,[])), fail.  
children(X,Kids) :-  
    father(X,Kid),  
    retract(kids(X,Cs)), assert(kids(X,[Kid|Cs])),  
    fail.  
children(X,Kids) :- retract(kids(X,Kids)).
```

- percorre a árvore de pesquisa apenas uma vez!
  - mas a asserção/retracção de cláusulas são operações inerentemente pesadas



# Findall

- `findall(Term, Goal, Bag)`
  - unifica `Bag` com a lista das instâncias de `Term` para as quais `Goal` é satisfeito
    - todos os `X` para os quais `call(Goal), X=Term?` é satisfeito
    - `Term` e `Goal` tipicamente partilham variáveis

```
children(X,Kids) ← findall(Kid,father(X,Kid),Kids).
```

```
father(terach,abraham).    father(haran,lot).        male(abraham).    male(haran).    female(yiscah).
father(terach,nachor).     father(haran,milcah).     male(isaac).      male(nachor).    female(milcah).
father(terach,haran).      father(haran,yiscah).     male(lot).
father(abraham,isaac).
```

```
children(terach,Xs)?
```

```
Xs = [abraham,nachor,haran].
```

```
findall(F,father(F,K),Fs)?
```

```
Fs = [terach,haran,terach,haran,terach,haran,abraham].
```

```
findall(F-K,father(F,K),Fs)?
```

```
Fs = [terach-abraham, haran-lot, terach-nachor, haran-milcah,
      terach-haran, haran-yiscah, abraham-isaac].
```

# Bagof/Setof

- `bagof (Term, Goal, Bag)`
  - idêntico ao `findall`, mas são encontradas soluções alternativas para as variáveis em `Goal`

```
bagof (F, father (F, K) , Fs) ?
```

```
K = abraham,  
Fs = [terach] ;  
K = haran,  
Fs = [terach] ;  
K = isaac,  
Fs = [abraham] ;  
K = lot,  
Fs = [haran] ;  
K = milcah,  
Fs = [haran] ;  
K = nachor,  
Fs = [terach] ;  
K = yiscah,  
Fs = [haran].
```

```
bagof (K, father (F, K) , Fs) ?
```

```
F = abraham,  
Fs = [isaac] ;  
F = haran,  
Fs = [lot, milcah, yiscah] ;  
F = terach,  
Fs = [abraham, nachor, haran].
```

```
bagof (K, F^father (F, K) , Fs) ?
```

```
Fs = [abraham, lot, nachor, milcah,  
      haran, yiscah, isaac].
```

- `setof (Term, Goal, Bag)`
  - soluções ordenadas, sem duplicados (conjunto)

# Predicados de Segunda Ordem

- Lógica de primeira ordem permite quantificação sobre indivíduos
- Lógica de segunda ordem permite quantificação sobre predicados

```
has_property([X|Xs],P) ← P(X), has_property(Xs,P).  
has_property([],P).
```

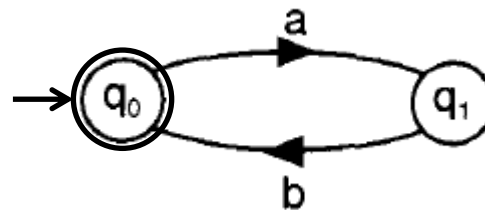
$G = \dots [P, X], G$

```
map_list([X|Xs],P,[Y|Ys]) ← P(X,Y), map_list(Xs,P,Ys).  
map_list([],P,[ ]).
```

$G = \dots [P, X, Y], G$

# Interpretador para (N)DFA

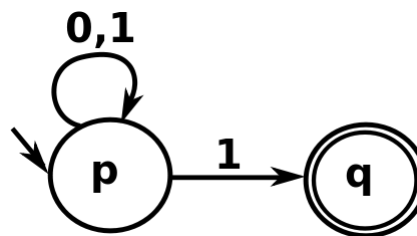
- $NDA = \langle Q, \Sigma, \delta, I, F \rangle$



```
initial(q0).  
final(q1).  
delta(q0,a,q1).  
delta(q1,b,q0).
```

- Interpretador:

```
accept(Xs) ← initial(Q), accept(Xs,Q).  
accept([X|Xs],Q) ← delta(Q,X,Q1), accept(Xs,Q1).  
accept([ ],Q) ← final(Q).
```



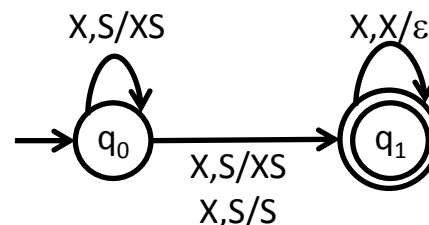
```
initial(p).  
final(q).  
delta(p,0,p).  
delta(p,1,p).  
delta(p,1,q).
```

# Interpretador para NPDA

- $NPDA = \langle Q, \Sigma, G, \delta, I, Z, F \rangle$

- Palíndromos:

```
initial(q0).    final(q1).  
delta(q0,X,S,q0,[X|S]).  
delta(q0,X,S,q1,[X|S]).  
delta(q0,X,S,q1,S).  
delta(q1,X,[X|S],q1,S).
```



- Interpretador:

```
accept(Xs) ← initial(Q), accept(Xs,Q,[ ]).  
accept([X|Xs],Q,S) ← delta(Q,X,S,Q1,S1), accept(Xs,Q1,S1).  
accept([ ],Q,[ ]) ← final(Q).
```

# Gramáticas sem Contexto

- $a^*b^*c^*$

$s \rightarrow a, b, c.$

$a \rightarrow [a], a.$

$a \rightarrow [].$

$b \rightarrow [b], b.$

$b \rightarrow [].$

$c \rightarrow [c], c.$

$c \rightarrow [].$

```
s(Xs) :- append(As,BsCs,Xs), append(Bs,Cs,BsCs),  
         a(As), b(Bs), c(Cs).
```

```
a(Xs) :- Xs=[a|As], a(As).
```

```
a([]).
```

```
b(Xs) :- Xs=[b|Bs], b(Bs).
```

```
b([]).
```

```
c(Xs) :- Xs=[c|Cs], c(Cs).
```

```
c([]).
```

- Com listas de diferença:

```
s(As\Xs) :- a(As\Bs), b(Bs\Cs), c(Cs\Xs).
```

```
a(Xs\Ys) :- Xs=[a|Xs1], a(Xs1\Ys).
```

```
a(Xs\Xs).
```

```
b(Xs\Ys) :- Xs=[b|Xs1], b(Xs1\Ys).
```

```
b(Xs\Xs).
```

```
c(Xs\Ys) :- Xs=[c|Xs1], c(Xs1\Ys).
```

```
c(Xs\Xs).
```

# Meta-Interpretadores

- Um **meta-interpretador** de uma linguagem é um interpretador da linguagem escrito na própria linguagem
- Em Prolog, é particularmente fácil construir meta-interpretadores porque não há distinção entre programa e dados
- Interesse em desenvolver meta-interpretadores:
  - implementar diferentes estratégias de pesquisa da solução
  - incluir capacidades de explicação
  - incluir facilidades acrescidas de traçagem, teste e “debugging”
- Um meta-interpretador para Prolog puro (sem *cuts*):

```
solve(true).  
solve((A,B)) ← solve(A), solve(B).  
solve(A) ← clause(A,B), solve(B).  
solve(A) ← builtin(A), A.
```

# Meta-Interpretadores (2)

- Com traçagem:

```
solve_trace(Goal) ← solve_trace(Goal,0).  
solve_trace(true,Depth) ← !.  
solve_trace((A,B),Depth) ←  
    !, solve_trace(A,Depth), solve_trace(B,Depth).  
solve_trace(A,Depth) ←  
    builtin(A), !, A, display(A,Depth), nl.  
solve_trace(A,Depth) ←  
    clause(A,B), display(A,Depth), nl, Depth1 is Depth + 1,  
    solve_trace(B,Depth1).  
  
display(A,Depth) ←  
    Spacing is 3*Depth, put_spaces(Spacing), write(A).  
  
put_spaces(N) ←  
    between(1,N,I), put_char(' '), fail.  
put_spaces(N).
```

- Geração da árvore de prova:

```
solve(true,true) ← !.  
solve((A,B),(ProofA,ProofB)) ←  
    !, solve(A,ProofA), solve(B,ProofB).  
solve(A,(A←builtin)) ← builtin(A), !, A.  
solve(A,(A←Proof)) ← clause(A,B), solve(B,Proof).
```



# Definição de Operadores

- Nome (um átomo), tipo (classe e associatividade) e prioridade (inteiro entre 1 e 1200)
- Tipos de operadores:

Specifier	Class	Associativity
fx	prefix	non-associative
fy	prefix	right-associative
xfx	infix	non-associative
xfy	infix	right-associative
yfx	infix	left-associative
xf	postfix	non-associative
yf	postfix	left-associative

- Definir operadores:  
`:- op(Prioridade, Tipo, Nome) .`

# Definição de Operadores (Exemplo)

```
:- op(900, xfy, opa).  
:- op(800, yfx, opb).  
  - 1 opa 2 opb 3  $\Leftrightarrow$  (1 opa (2 opb 3))  
    • opa tem prioridade mais elevada do que opb  
  - 1 opa 2 opa 3  $\Leftrightarrow$  (1 opa (2 opa 3))  
    • opa é um operador associativo à direita
```

- Verificação:

```
X opa Y :- write(X:Y).  
X opb Y :- write(X:Y).
```

```
| ?- 1 opa 2 opb 3.  
    1 : (2 opb 3)  
    yes  
| ?- 1 opa 2 opa 3.  
    1 : (2 opa 3)  
    yes  
| ?- 1 opb 2 opb 3.  
    (1 opb 2) : 3  
    yes
```

# Operadores Predefinidos

Priority	Specifier	Operator(s)
1200	xfx	( :- --> )
1200	fx	:-
1100	xfy	;
1000	xfy	,
700	xfx	= \=
700	xfx	== \==
700	xfx	=..
700	xfx	is ::= =\= < <= > >=
500	yfx	+ -
400	yfx	* /
200	xfy	& ^
200	fy	-

# Programa genérico para Jogos

```
play(Game) ←  
  initialize(Game,Position,Player),  
  display_game(Position,Player),  
  play(Position,Player,Result).
```

```
play(Position,Player,Result) ←  
  game_over(Position,Player,Result), !, announce(Result).  
play(Position,Player,Result) ←  
  choose_move(Position,Player,Move),  
  move(Move,Position,Position1),  
  display_game(Position1,Player),  
  next_player(Player,Player1),  
  !, play(Position1,Player1,Result).
```

# Escolher a melhor jogada

```
choose_move(Position,computer,Move) ←  
    findall(M,move(Position,M),Moves),  
    evaluate_and_choose(Moves,Position,(nil,-1000),Move).
```

```
evaluate_and_choose([Move|Moves],Position,Record,BestMove) ←  
    move(Move,Position,Position1),  
    value(Position1,Value),  
    update(Move,Value,Record,Record1),  
    evaluate_and_choose(Moves,Position,Record1,BestMove).  
evaluate_and_choose([ ],Position,(Move,Value),Move).
```

```
update(Move,Value,(Move1,Value1),(Move1,Value1)) ←  
    Value ≤ Value1.  
update(Move,Value,(Move1,Value1),(Move,Value)) ←  
    Value > Value1.
```