

Conjuntos e Operações sobre Conjuntos

Linguagens Formais

Prof. Giovani Rubert Librelotto

Conjuntos

- Conjunto: uma coleção de zero ou mais objetos distintos, denominados Elementos do conjunto.
- Relações entre elementos e conjuntos:
 - Pertinência:
 $a \in A, b \notin A$
 - Continência:
 $A \subseteq B$ ou $B \subseteq A$
 - Igualdade:
 $A = B$ sse $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$

Conjuntos

- Um conjunto especialmente importante é o conjunto vazio, ou seja, o conjunto sem elementos { }:

\emptyset

Denotação por Extensão

- A definição de um conjunto pela listagem de todos os seus elementos é denominada *denotação por extensão* e é dada pela lista de todos os seus elementos. Exemplo:
 - Vogais = {a, e, i, o, u}
- Neste caso, Vogais denota o conjunto {a, e, i, o, u}

Denotação por Compreensão

- A definição de um conjunto de propriedades é denominada denotação por compreensão como, por exemplo:
 - Pares = $\{n \in \mathbf{N} \mid n \text{ é número par}\}$
- A qual é interpretada como:
 - Conjunto de todos os elementos n pertencentes ao conjunto \mathbf{N} tal que n é número par.

Características de Conjuntos

- Conjunto Finito: pode ser denotado por extensão, ou seja, listando exaustivamente todos os seus elementos.
- Conjunto Infinito: caso contrário.

Exemplos

- $a \in \{b, a\}$
- $c \notin \{b, a\}$
- $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$
- $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{1, 2, 3\} \subseteq \{3, 3, 3, 2, 2, 1\}$

Exemplos

- $\{1, 2, 3\} = \{x \in \mathbf{N} \mid x > 0 \text{ e } x < 4\}$
- $\mathbf{N} = \{x \in \mathbf{N} \mid x \geq 0\}$
- Pares = $\{y \mid y = 2x \text{ e } x \in \mathbf{N}\}$

Operações com conjuntos

- União
 $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ ou } x \in B \}$
- Intersecção
 $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ e } x \in B \}$
- Diferença
 $A - B = \{ x \mid x \in A \text{ e } x \notin B \}$
- Complemento
 $A' = \{ x \mid x \in U \text{ e } x \notin A \}$
- Conjunto das Partes
 $2^A = \{ S \mid S \subseteq A \}$
- Produto Cartesiano
 $A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A \text{ e } b \in B \}$

Exemplo

- $A=\{0,1,2\}$ e $B=\{2,3\}$
 - $A \cup B = \{0, 1, 2, 3\}$
 - $A \cap B = \{2\}$
 - $A - B = \{0, 1\}$
 - $A' = \{x \in \mathbf{N} \mid x > 2\}$
 - $2^B = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{2,3\}\}$
 - $A \times B = \{(0,2), (0,3), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3)\}$

Propriedades dos Conjuntos

- Comutatividade: $A \cup B = B \cup A$; $A \cap B = B \cap A$
- Associatividade: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
 $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- Distributividade: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Propriedades dos Conjuntos

- Duplo Complemento: $\sim(\sim A) = A$ $(A')' = A$
- DeMorgan: $\sim(A \cup B) = \sim A \cap \sim B$
 $\sim(A \cap B) = \sim A \cup \sim B$
- Universo e Vazio: $A \cup \sim A = U$
 $A \cap \sim A = \emptyset$

Exercícios

- Para $A=\{1\}$, $B=\{1,2\}$ e $C=\{\{1\},1\}$, o que é correto:
 - $A \subseteq B$, $A \in B$, $A=B$
 - $A \subseteq C$, $A \in C$, $A=C$
 - $1 \in A$, $1 \in C$, $\{1\} \in A$, $\{1\} \in C$

Exercícios

- Para $A=\{1,2\}$, $B=\{\{1\},\{2\},1,2\}$ e $C=\{2, 4, 6\}$, determine o conjunto resultante em cada um dos seguintes itens:
 - $A \cup B$, $A \cap B$
 - $B \cup \emptyset$, $B \cap \emptyset$
 - $(A \cup C)'$
 - $A - B$
 - A'
 - $A \times B$
 - $A \cup B \cap C$
 - $(B - A) \cup A$
 - $(C - A)'$
 - $(C \cap B)'$
 - $(A \times C) \cup (B - C)$
 - $(C \times B) - (A \times B)$

Conjuntos e Operações sobre Conjuntos

Linguagens Formais

Prof. Giovani Rubert Librelotto