

# **Conjuntos e Operações sobre Conjuntos**

## Linguagens Formais

Prof. Giovani Rubert Librelotto

# Conjuntos

- Conjunto: uma coleção de zero ou mais objetos distintos, denominados Elementos do conjunto.
- Relações entre elementos e conjuntos:
  - Pertinência:  
 $a \in A, b \notin A$
  - Continênci:  
 $A \subseteq B$  ou  $B \subseteq A$
  - Igualdade:  
 $A = B$  sse  $A \subseteq B$  e  $B \subseteq A$

# Conjuntos

- Um conjunto especialmente importante é o conjunto vazio, ou seja, o conjunto sem elementos { }:

$\emptyset$

# Denotação por Extensão

- A definição de um conjunto pela listagem de todos os seus elementos é denominada *denotação por extensão* e é dada pela lista de todos os seus elementos. Exemplo:
  - Vogais = {a, e, i, o, u}
- Neste caso, Vogais denota o conjunto {a, e, i, o, u}

# Denotação por Compreensão

- A definição de um conjunto de propriedades é denominada denotação por compreensão como, por exemplo:
  - Pares =  $\{n \in \mathbf{N} \mid n \text{ é número par}\}$
- A qual é interpretada como:
  - Conjunto de todos os elementos n pertencentes ao conjunto **N** tal que n é número par.

# Características de Conjuntos

- Conjunto Finito: pode ser denotado por extensão, ou seja, listando exaustivamente todos os seus elementos.
- Conjunto Infinito: caso contrário.

# Exemplos

- $a \in \{b, a\}$
  - $c \notin \{b, a\}$
- 
- $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$
  - $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$
  - $\{1, 2, 3\} \subseteq \{3, 3, 3, 2, 2, 1\}$

# Exemplos

- $\{1, 2, 3\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 0 \text{ e } x < 4\}$
- $\mathbb{N} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 0\}$
- Pares =  $\{y \mid y = 2x \text{ e } x \in \mathbb{N}\}$

# Operações com conjuntos

- União

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ ou } x \in B \}$$

- Diferença

$$A - B = \{ x \mid x \in A \text{ e } x \notin B \}$$

- Conjunto das Partes

$$2^A = \{ S \mid S \subseteq A \}$$

- Intersecção

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ e } x \in B \}$$

- Complemento

$$A' = \{ x \mid x \in U \text{ e } x \notin A \}$$

- Produto Cartesiano

$$A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A \text{ e } b \in B \}$$

# Exemplo

- $A = \{0, 1, 2\}$  e  $B = \{2, 3\}$ 
  - $A \cup B = \{0, 1, 2, 3\}$
  - $A \cap B = \{2\}$
  - $A - B = \{0, 1\}$
  - $A' = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 2\}$
  - $2^B = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{2, 3\}\}$
  - $A \times B = \{(0, 2), (0, 3), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3)\}$

# Propriedades dos Conjuntos

- Comutatividade:  $A \cup B = B \cup A$  ;  $A \cap B = B \cap A$
- Associatividade:  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$   
 $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- Distributividade:  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$   
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

# Propriedades dos Conjuntos

- Duplo Complemento:  $\sim(\sim A) = A$      $(A')$
- DeMorgan:     $\sim(A \cup B) = \sim A \cap \sim B$   
                       $\sim(A \cap B) = \sim A \cup \sim B$
- Universo e Vazio:     $A \cup \sim A = U$   
                       $A \cap \sim A = \emptyset$

# Exercícios

- Para  $A=\{1\}$ ,  $B=\{1,2\}$  e  $C=\{\{1\}, 1\}$ , o que é correto:
  - $A \subseteq B$ ,  $A \in B$ ,  $A = B$
  - $A \subseteq C$ ,  $A \in C$ ,  $A = C$
  - $1 \in A$ ,  $1 \in C$ ,  $\{1\} \in A$ ,  $\{1\} \in C$

# Exercícios

- Para  $A=\{1,2\}$ ,  $B=\{\{1\},\{2\},1,2\}$  e  $C=\{2, 4, 6\}$ , determine o conjunto resultante em cada um dos seguintes itens:
  - $A \cup B$ ,  $A \cap B$
  - $B \cup \emptyset$ ,  $B \cap \emptyset$
  - $(A \cup C)'$
  - $A - B$
  - $A'$
  - $A \times B$
  - $A \cup B \cap C$
  - $(B - A) \cup A$
  - $(C - A)'$
  - $(C \cap B)'$
  - $(A \times C) \cup (B - C)$
  - $(C \times B) - (A \times B)$

# **Conjuntos e Operações sobre Conjuntos**

**Linguagens Formais**

**Prof. Giovani Rubert Librelotto**