Gramática Regular

Linguagens Formais A

Prof. Giovani Rubert Librelotto

Gramática Regular

- A gramática regular é uma quádrupla ordenada

  G=(V,T,P,S), onde:

  - V – conjunto dos símbolos variáveis ou não terminais;
  - T – conjunto dos símbolos terminais disjunto de V;
  - P – conjunto finito de pares, denominados regras de produção;
  - S – elemento de V denominado variável inicial.

Gramáticas Lineares

- Seja G=(V,T,P,S) uma gramática. Sejam A e B elementos de V e w uma palavra de T*. Então G é uma Gramática Linear se *todas* as suas produções encontram-se em uma, e somente em uma, das seguintes formas:

a) Gramática Linear à Direita (GLD):

$A \rightarrow wB$ ou $A \rightarrow w$

Gramáticas Lineares

b) Gramática Linear à Esquerda (GLE):

$A \rightarrow Bw$ ou $A \rightarrow w$

c) Gramática Linear Unitária à Direita (GLUD):

$A \rightarrow wB$ ou $A \rightarrow w$ e $|w| <= 1$

c) Gramática Linear Unitária à Esquerda (GLUE):

$A \rightarrow Bw$ ou $A \rightarrow w$ e $|w| <= 1$

Equivalência de Gramáticas

- Seja L uma linguagem. Então:

  L é gerada por uma GLD se, e somente se,

  L é gerada por uma GLE se, e somente se,

  L é gerada por uma GLUD se, e somente se,

  L é gerada por uma GLUE.

- Uma Gramática G é dita Gramática Regular (GR) se G é uma Gramática Linear.

Exemplo: a(ba)*

a) Linear à Direita: G=({S,A},{a,b},P,S)

$P=\{S \rightarrow aA,\ \ A \rightarrow baA \mid \varepsilon\ \}$

b) Linear à Esquerda: G=({S},{a,b},P,S)

$P=\{S \rightarrow Sba \mid a\ \}$

c) Linear Unitária à Direita: G=({S,A,B},{a,b},P,S)

$P=\{S \rightarrow aA,\ \ A \rightarrow bB \mid \varepsilon,\ B \rightarrow aA\}$

d) Linear Unitária à Esquerda: G=({S,A},{a,b},P,S)

$P=\{S \rightarrow Aa \mid a,\ \ A \rightarrow Sb\}$

Gramática Regular ⇨ Linguagem Regular

- Se L é uma linguagem gerada por uma gramática regular, então L é uma linguagem regular.

Gramática Regular ⇨Linguagem Regular

- **Prova (por indução)**: construir um AF que a reconheça. Suponha G=(V,T,P,S) uma GLUD. Então o AFNε M=(Σ,Q,δ,q_0,F) tal que (suponha que q_f não pertença a V):

$$\Sigma = T$$

$$Q = V \cup \{q_f\}$$

$$F = \{q_f\}$$

$$q_0 = S$$

δ = (suponha A e B variáveis e a terminal)

Gramática Regular ⇨ Linguagem Regular

Tipo de Produção	Transição Gerada
$A \rightarrow \varepsilon$	$\delta(A,\varepsilon) = q_f$
$A \rightarrow a$	$\delta(A,a) = q_f$
$A \rightarrow B$	$\delta(A,\varepsilon) = B$
$A \rightarrow aB$	$\delta(A,a) = B$

Linguagem Regular ⇨ Gramática Regular

- Se L é uma linguagem regular, então existe G, gramática regular, que gera L.

Linguagem Regular ⇨ Gramática Regular

- **Prova (por indução)**: se L é uma linguagem regular, então existe um AFD $M=(\Sigma,Q,\delta,q_0,F)$ que aceita a linguagem. um AF que a reconheça, a partir de uma GLD. Então:

$$V = Q \cup \{ S \}$$

$$T = \Sigma$$

P = (suponha q_i e q_j elementos de Q, q_f elemento de F e a elemento de Σ)

Linguagem Regular ⇨ Gramática Regular

Tipo de Produção	Transição Gerada
-	$S \to q_0$
-	$q_f \to \varepsilon$
$\delta(q_i,a) = q_k$	$qi \to aq_k$

Exemplo

- Construção de uma GR a partir de um AFD:

  - $M=(\{a,b,c\},\{q_0,q_1,q_2\},\delta,q_0,\{q_0,q_1,q_2\});$

    $\delta = \{ (q_0,a)=q0; (q_0,b)=q_1; (q_1,b)=q_1;$
    $(q_1,c)=q2; (q_2,c)=q_2 \}$

    Assumindo que A representa q_0, B representa q_1 e C representa q_2…

Exemplo

Transição	Produção
-	$S \rightarrow q_0$
-	$A \rightarrow \varepsilon$
-	$B \rightarrow \varepsilon$
-	$B \rightarrow \varepsilon$
$(q_0,a)=q_0$	$A \rightarrow aA$
$(q_0,b)=q_1$	$A \rightarrow bB$
$(q_1,b)=q_1$	$B \rightarrow bB$
$(q_1,c)=q_2$	$B \rightarrow cB$
$(q_2,c)=q_2$	$C \rightarrow cC$

Exercícios

Desenvolva GR, ER e AF para as seguintes linguagens a partir do alfabeto {a,b}:

a) { w | qualquer par de a antecede qualquer par de b}

b) { w | w não possui a subpalavra aba}

c) { w | w tem no máximo um par de a como subpalavra e no máximo um par de b como subpalavra}

d) { w | w possui um número impar de a e um número ímpar de b}

e) { w | w possui um número impar de a e um número ímpar de b ou um número par de a e um número par de b}

Gramática Regular

Linguagens Formais A

Prof. Giovani Rubert Librelotto