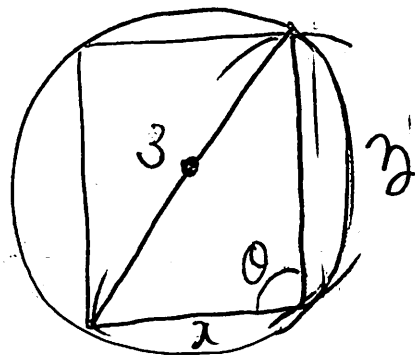


問4.10 直径3の円に内接する
長方形の辺の長さを x, y と
するとき, $Z = xy^2$ の
最大値を求めよ.



$\angle \theta = 90^\circ$ なので

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

$$x^2 + y^2 = 9 \quad \text{--- ①である.}$$

①より, $0 < x < 3$ である.

これより y^2 について解くと

$$y^2 = 9 - x^2$$

これを $Z = xy^2$ に代入すると

$$Z = x(9 - x^2) \quad \text{--- ②}$$

$$Z = -x(x^2 - 9)$$

$$Z = -x(x+3)(x-3)$$

$$Z = 0 \text{ となる } x \text{ は}$$

$$x = 0, \pm 3$$

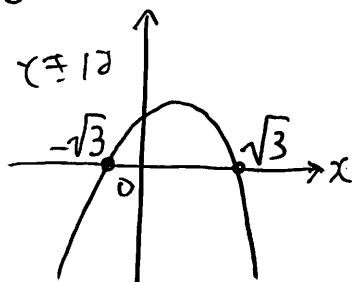
$$Z = -x^3 + 9x \text{ より}$$

$$Z' = -3x^2 + 9$$

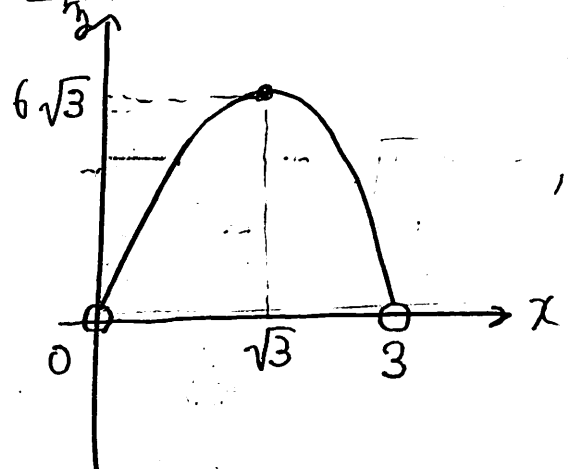
$$Z' = -3(x^2 - 3)$$

$$Z' = 0 \text{ となる } x \text{ は}$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$



x	0	...	$\sqrt{3}$...	3
Z'	+	+	0	-	-
Z	0	\nearrow	$6\sqrt{3}$	\searrow	0



$x = \sqrt{3}$ のとき ②より

$$Z = \sqrt{3}\{9 - (\sqrt{3})^2\}$$

$$= \sqrt{3}(9 - 3)$$

$$= 6\sqrt{3}$$

$x = \sqrt{3}$ のとき, ①より

$$3 + y^2 = 9$$

$$y^2 = 6$$

$$y = \sqrt{6} \quad (y > 0)$$

$x = \sqrt{3}, y = \sqrt{6}$ のとき

$$\text{最大値 } Z = 6\sqrt{3}$$