

高维BSDE问题

给定市场中 n 种资产及其价格服从的非线性随机过程:

$$d\mathbf{X}_t = \mu_t dt + \sigma_t d\mathbf{W}_t$$

注意 μ_t 为 $n \times 1$ 维向量函数, σ_t 为 $n \times d$ 维矩阵函数。再假设投资策略函数 $\mathbf{Z}_t = (Z_{1,t}, Z_{2,t}, \dots)^T$, 那么总财富为 $Y_t = \mathbf{Z}_t^T \mathbf{X}_t$, 于是应用Ito定理可知:

$$dY_t = \mathbf{Z}_t^T d\mathbf{X}_t$$

但是一般的BSDE要求其形式如下

$$\begin{cases} -dY_t = f(Y_t, Z_t, t)dt - Z_t dW_t \\ Y(T) = \xi \end{cases}$$

其中 W_t 为标准布朗运动。那么现在面临一个重要的问题: 暂且不讨论 Z_t 的维度问题, 如何求出 $f(\cdot)$? 直接的计算告诉我们, dY_t 与 $d\mathbf{X}_t$ 有关, 但这显然不符合标准形式。

如果市场中只有两种资产, 可以很容易求出生成函数 f , 但在高维的情形似乎会失败。