



一、选择题:1~10 小题,每小题 5 分,共 50 分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目

要求的,请将所选选项前的字母填在答题卡指定位置.

(1) 【答案】(B)  $y = x + \frac{1}{e}$ .

(2) 【答案】(C)  $a = 0, b > 0$

(3) 【答案】(C)  $f'(x)$  连续,  $f''(0)$  不存在

(4) 【答案】(A) 充分必要条件

(5) 【答案】(B)  $r_1 \leq r_3 \leq r_2$

(6) 【答案】(D)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(7) 【答案】(D)  $k \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}, k \in R$

(8) 【答案】(C)  $\frac{2}{e}$

(9) 【答案】(D)  $\frac{2S_1^2}{S_2^2} - F(n-1, m-1)$

(10) 【答案】(A)  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

二、填空题:11~16 小题,每小题 5 分,共 30 分.

(11) 【答案】-2

(12) 【答案】 $x + 2y - z = 0$

(13) 【答案】0

(14) 【答案】  $\frac{1}{2}$

(15) 【答案】  $\frac{11}{9}$

(16) 【答案】  $\frac{1}{3}$

三、解答题:17~22 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17) 【答案】 (I)  $y(x) = x(2 - \ln x)$ ; (II) 最大值为  $f(e^2) = \frac{1}{4}e^4 - \frac{5}{4}$ .

(18) 【答案】 极小值为  $f(\frac{2}{3}, \frac{10}{27}) = -\frac{4}{729}$ .

(19) 【答案】 利用高斯公式得  $\frac{5}{4}\pi$ .

(20) 【答案】 (I) 利用泰勒公式在  $x=0$  展开, 再结合介值定理得结论.

(II) 利用泰勒公式在极值点展开, 利用重要不等式放缩得结论.

(21) 【答案】 (I)  $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ; (II) 不存在.

(22) 【答案】 (I)  $DX = DY = \frac{1}{3}$ ; (II) 不独立; (III)  $f_z(z) = \begin{cases} 2z, & 0 < z < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ .



一、选择题:1~10 小题,每小题 5 分,共 50 分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目

要求的, 请将所选选项前的字母填在答题卡指定位置.

(2) 【答案】(D)  $F(x) = \begin{cases} \ln(\sqrt{1+x^2} + x) + 1, & x \leq 0 \\ (x+1)\sin x + \cos x, & x > 0 \end{cases}$

(3) 【答案】(C)  $a=0, b>0$

(5) 【答案】(C)  $f'(x)$  在  $x=0$  连续,  $f''(0)$  不存在.

(7) 【答案】(C)  $[1, 2)$

(8) 【答案】(D)  $\begin{pmatrix} |B|A^* & -A^*B^* \\ O & |A|B^* \end{pmatrix}$

(9) 【答案】(B)  $y_1^2 - y_2^2$

(10) 【答案】(D)  $k \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}, k \in R$

二、填空题:11~16 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

(11) 【答案】 $-2$

(12) 【答案】 $\sqrt{3} + \frac{4}{3}\pi$

(13) 【答案】 $-\frac{3}{2}$

(14) 【答案】 $-\frac{11}{9}$

(15) 【答案】 $\frac{1}{2}$



三、解答题:17~22 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17) 【答案】(I)  $y(x) = x(2 - \ln x)$ ;

(II) 曲线  $L$  在点  $(e^{\frac{3}{2}}, \frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}})$  处的切线与两坐标轴所围成三角形面积最小, 且最小面积为  $S = e^3$ .

(18) 【答案】极小值为  $f(-e, k\pi) = -\frac{e^2}{2}$ , 其中  $k$  为偶数.

(19) 【答案】(I) 面积为  $\ln(\sqrt{2} + 1)$ ;

(II) 根据旋转体体积公式, 旋转体体积为  $\pi(1 - \frac{\pi}{4})$ .

(20) 【答案】  $\frac{\pi \ln 2}{8\sqrt{3}}$

(21) 【答案】(I) 利用泰勒公式在  $x = 0$  展开, 再结合介值定理得结论.

(II) 利用泰勒公式在极值点展开, 利用重要不等式放缩得结论.

(22) 【答案】  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;  $P = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $P^{-1}AP = \Lambda = \begin{pmatrix} 2 & & \\ & -2 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$ .



一、选择题:1~10 小题,每小题 5 分,共 50 分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目

要求的,请将所选选项前的字母填在答题卡指定位置.

(1) 【答案】 (A)  $\frac{\partial f}{\partial x}\bigg|_{(0,1)}$  不存在,  $\frac{\partial f}{\partial y}\bigg|_{(0,1)}$  存在,

(2) 【答案】 (D)  $F(x) = \begin{cases} \ln(\sqrt{1+x^2} + x) + 1, & x \leq 0 \\ (x+1)\sin x + \cos x, & x > 0 \end{cases}$

(3) 【答案】 (C)  $a=0, b>0$

(4) 【答案】 (A) 充分必要条件

(5) 【答案】 (B)  $\begin{pmatrix} |B|A^* & -A^*B^* \\ O & |A|B^* \end{pmatrix}$

(6) 【答案】 (B)  $y_1^2 - y_2^2$

(7) 【答案】 (D)  $k \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}, k \in R$

(8) 【答案】 (C)  $\frac{2}{e}$

(9) 【答案】 (D)  $\frac{2S_1^2}{S_2^2} \sim F(n-1, m-1)$

(10) 【答案】 (A)  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

二、填空题:11~16 小题,每小题 5 分,共 30 分.

(11) 【答案】  $\frac{2}{3}$ . 根据到代换和泰勒公式求得结果.

(12) 【答案】  $\frac{\pi}{3}$ . 根据全微分求出原函数  $f(x, y) = \arctan \frac{y}{x}$ .

(13) 【答案】  $\frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}e^{-x}$

(14) 【答案】  $2e^t - 2t - 2$

(15) 【答案】 8

(16) 【答案】  $-\frac{1}{3}$

三、解答题:17~22 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17) (本题满分 10 分)

【答案】 (I)  $a=1, b=-1$ ; (II)  $x=0$  是  $y(x)$  的极大值点.

(18) (本题满分 12 分)

【答案】 (I) 面积  $S = \ln(1+\sqrt{2})$ ; (II) 体积  $V_x = \pi - \frac{\pi^2}{4}$ .

(19) (本题满分 12 分)

【答案】  $3\sqrt{3} - \frac{\pi}{9} - \frac{32}{9}$ ;

(20) (本题满分 12 分)

【答案】 (I) 利用泰勒公式在  $x=0$  展开, 再结合介值定理得结论;

(II) 利用泰勒公式在极值点展开, 利用重要不等式放缩得结论.

(21) (本题满分 12 分)

【答案】  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;  $P = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $P^{-1}AP = \Lambda = \begin{pmatrix} 2 & & \\ & -2 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$ .

(22) (本题满分 12 分)