常见的等价无穷小

$\sin$、$\tan$、$\arcsin$、$\arctan$ $\sim x$

$1-\cos x$、$x-\ln(1+x) \sim \frac{1}{2}x^2$

$(1+\alpha(x))^{\beta(x)}-1 \sim \alpha(x)\beta(x)$ $(\alpha(x)\to 0,\ \alpha(x)\beta(x)\to 0)$

$\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x} \sim x$

$x-\sin x$、$\arcsin x-x \sim \frac{1}{6}x^3$

$\tan x-x$、$x-\arctan x \sim \frac{1}{3}x^3$

重要极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$

无穷大量的比较

$x\to+\infty$

$\ln^\alpha(x) << x^\beta << a^x \quad \alpha>0 \quad \beta>0 \quad a>1$

$n\to\infty$

$\ln^\alpha n << n^\beta << a^n << n! << n^n \quad \alpha>0 \quad \beta>0 \quad a>1$

常见的泰勒公式

$e^x=1+x+\frac{x^2}{2!}+\cdots+\frac{x^n}{n!}+o(x^n)$

$\sin x=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}+o(x^{2n-1})$

$\cos x=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\cdots+(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!}+o(x^{2n})$

$\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}-\cdots+(-1)^n\frac{x^n}{n!}+o(x^n)$

$(1+x)^\alpha=1+\alpha x+\frac{\alpha(\alpha-1)x^2}{2!}+\cdots+\frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)x^n}{n!}+o(x^n)$