

# **OLASILIK VE İSTATİSTİK**

## **PROBABILITY AND STATISTICS (3+0)**

Dersi verenler: Doç. Dr. Nil TOPLAN  
Yrd. Doç. Dr. Nuray CANİKOĞLU

# DEĞERLENDİRME SİSTEMİ

• YARIYIL İÇİ	SAYISI	KATKI
• Ara Sınav	1	60
• Kısa Sınav	2	30
• Ödev	1	10
• TOPLAM		100

• Yıl içinin Başarıya Oranı	60
• Finalin Başarıya Oranı	40
• TOPLAM	100

## KONU BAŞLIKLARI :

**1. İSTATİSTİĞE GİRİŞ**

**2. VERİLERİN DÜZENLENMESİ**

**3. MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ**

**4. DEĞİŞKENLİK (DAĞILMA) (SAPMA) ÖLÇÜLERİ**

**5. GRAFİKLER**

**6. OLASILIK VE DAĞILIMLAR**

**7. REGRESYON VE KORELASYON ANALİZİ**

**8. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL**

# İSTATİSTİĞE GİRİŞ

**İSTATİSTİK**, sayısal olarak ifade edilebilen verilerin toplanması, düzenlenmesi ve çeşitli yöntemlerle analiz edilerek elde edilen sonuçların yorumlanmasını içeren bilimsel bir metottur.

İstatistiğin tarihsel gelişimi ve uygulamaları incelendiğinde; başlıca 2 düşünce veya amacın etken olduğu görülmektedir. Bunlar tanımsal ve çıkarımsal istatistiklerdir.

**1. Tanımsal (Betimsel) İstatistik:** Verilerin tablolar, grafikler ve özetleyici ölçüler kullanılarak düzenlenmesi, gösterilmesi ve özetlenmesi ile ilgilenen yöntemlerden oluşan istatistiktir.

**2. Çıkarımsal (Yorumsal) İstatistik:** Değişmelerin nedenini araştırma, belirli duyarlılıkta tahminler yapma, geleceğe ait kararlar alma yorumsal istatistiğin temel amacını oluşturmaktadır. Bunun için anakütleden tesadüfen seçilen örnek grubu üzerinde yapılan gözlem ve ölçmeler değerlendirilir ve anakütle hakkında yargıda bulunulur.

**a. Tipik Olaylar:** Tipik olaylar birbirinin tam benzeri olaylar olup; gerekli koşullar oluştuğunda hep aynı şekilde tekrar eden olaylardır. Tipik olaylara örnek olarak fiziksel veya kimyasal olayları gösterebiliriz. Örneğin belirli şartlar altında H ve O elementleri bir araya getirildiğinde  $H_2O$  molekülü elde edilecektir. **Tipik olaylar istatistiğin konusu dışındadır.**

**b. Toplu (Kollektif, Yığın) Olaylar:** Toplu olaylar ise birbirine benzemeyen, ortak yönleri olmasına karşın aralarında farklılıklar bulunan olaylardır. Genellikle canlı varlıklarla ilgili olayları kapsar. Toplu olaylar tipik olayların aksine çok sayıda faktör tarafından etkilenirler. Bu nedenle de birkaç deneme yapılarak bu olayların genel karakteri belirlenemez ve olaylara etki eden faktörler kontrol edilemez. Nüfus toplu olaylar için iyi bir örnektir. Nüfusu oluşturan bireylerin insan olmak ve aynı bölgede veya ülkede yaşamak gibi ortak özellikleri olmasına rağmen; cinsiyet, yaş, meslek gibi çeşitli özellikler bakımından farklıdırlar.

**Sonuçları sayısal olan veya sayısal olarak ifade edilebilen olaylar istatistiğin konusudur.**

Örneğin, firmaların yıllık ciroları, trafik kazaları, evlenmeler, boşanmalar, doğumlar, ölümler vb. gibi her gün karşılaşılan olaylar, birer **yığın olay** niteliğindedir.

**İstatistik**, belirli amaç yada amaçlar doğrultusunda gözlenen yığın olaylardan derlenen sayısal verilerin işlenerek, ilgili olayların oluşturduğu yığınların bilimsel olarak incelenmesinde kullanılan teknik ve yöntemler bilimi olarak tanımlanabilir. Tanımdan da anlaşılacağı gibi, çeşitli etkenlerin etkisini taşıyan yığının, ilgilenilen özellik ya da özelliklerinin aldığı değerler, **rakamlarla** ifade edilebilmelidir.

Günümüzde, istatistik, deney ya da gözlemlere dayalı tüm bilim dallarında, geniş bir uygulama alanına sahiptir.

Modern istatistiğin gelişmesiyle;

İstatistiğin sadece kayıt tutma, raporlama, verileri biriktirme aşamalarından çıkarak (betimsel istatistik), tahmin yapma, karar verme, kestirme gibi çıkarımsal istatistik konularının daha önemli hale gelmesi,

İstatistiğin bir bilim olarak sayısal verilerin yorumlanmasını ve değerlendirilmesini yapan bilimsel metotlar topluluğu haline gelmesi,

Bu haliyle, işletme, iktisat, meteoroloji, tarım-hayvancılık, sağlık bilimleri, psikoloji, astronomi ve mühendislik gibi birçok farklı alanlarda uygulanma alanı bulmaktadır.

# İstatistik Metodunun Temel Kavramları:

**Birim:** Anakütleyi oluşturan en küçük parçadır. Bir anakütlenin veya örneklemin elemanı olan, ona ilişkin veri toplanan özne, nesne veya olaydır. Birimler mutlaka **sayılabilir** veya **ölçülebilir** özelliklere sahip olmalı, aynı zamanda homojen olmalıdırlar. İstatistikte homojenlik eşitlik anlamına gelir.

Yığın olay niteliğindeki her olaya birim denir, canlı ve cansız varlıklar birer istatistik birimidir. Maddesel bir varlığa sahip olmayan olaylar ve sosyal kurumlar da birer istatistik birimi olabilirler. Bir olayın birim olabilmesi için, ölçülmeye ya da sayılmaya elverişli olması gerekir. Ölçülemeyen ya da sayılamayan nesneler ve olaylar istatistiksel anlamda birim oluşturamazlar.

**Örneğin;** insan, bina, araba ve hayvan gibi canlı ve cansız varlıklar istatistik birimleridir. Öte yandan, doğum, ölüm, evlenme, iflas ve trafik kazası gibi olaylar da birim oluşturabilirler.

Ancak sevinçler, korkular, rüyalar ve renkler sayılamadıkları ya da ölçülemedikleri için birim olamazlar.



**Ham veri:** Hiçbir düzenleme yapılmadan ilk toplanıldıkları durumda bulunan verilerdir.

**Veri:** Araştırma yapabilmek için gerekli sayısal bilgilere veri denir.

**Değişken:** İstatistik araştırmalarda kullanılacak sayısal olarak ifade edilebilen veriler değişkenler ile ifade edilmektedir ( $x_i, y_i, z_i, \dots$ ).

Belirli bir özelliğin davranışının incelenmesi amacıyla yapılan deneyler, gerçekleştirilen gözlemler sonucunda elde edilen verilerin (sonuçların) temel niteliği bu sonuçların önceden kestirilememesi ve birbirinden farklı değerler alabiliyor olmasıdır. Bu nedenle istatistikte bu niteliklere sahip özelliklere (verilere) **değişken** adı verilir.

Örnekler:

- Öğrencilerin kardeş sayısı
- Bankaların TL. bazında aylık mevduat faiz oranı
- Bir süpermarkete belirli bir sürede gelen müşteri sayısı
- Fabrikada üretilen herhangi özellikteki ürünlerin çapları

Farklı birimler için farklı değerler alabilen incelenen özellikler olan değişkenlerin çeşitleri şunlardır:

**Nicel (kantitatif) değişken:** Sayısal değer alan değişkenlerdir (boy uzunluğu, vücut ağırlığı, tüketilen su miktarı vb.)

**Nitel (kalitatif veya kategorik) değişken:** Sayısal değer almayan değişkenlerdir (cinsiyet, medeni hal, araba renkleri gibi). Nitel değişkenlere sayısal değerler verilerek, istatistiksel araştırmalarda kullanılmaları mümkündür.

**Sürekli (kesiksiz) değişken:** Tanımlı oldukları aralık içerisinde bulunan bütün değerleri alabilen değişkenlere sürekli değişken denir. Boy uzunluğu, ağırlık, hız gibi değişkenler. (Boy uzunluğu 173.4cm...) Tartarak, ölçerek veya herhangi bir analiz yöntemi kullanılarak elde edilen değişkenlerdir.

**Süreksiz (kesikli) değişken:** Tanımlı oldukları aralıktaki değerlerden bazılarını alan değerlerdir. Bir evde yaşayan kişilerin sayısı, bir limana bir günde giren gemi sayısı, ders başladıktan sonra ilk 5 dk. içinde derse geç kalan öğrenci sayısı, bir fabrikada yapılan döküm sayısı gibi sadece **tam sayılarla** ifade edilebilen değişkenlerdir.

Birimlerin farklı değerler alabildikleri nitelik yada nicelikler olan değişkenlere kişiden kişiye değişen kilo, boy uzunluğu, göz rengi, mevsimden mevsime, bölgeden bölgeye farklılık gösterebilen yağış miktarı örnek gösterilebilir.

**Bağımlı Değişken:** Değeri başka değişkenler (faktörler) tarafından etkilenecek değişen değişkenlerdir.

**Bağımsız Değişken:** Değeri bağımsız olarak oluşan, başka değişkenlerin değişimi üzerinde etkide bulunan (faktör) değişkenlerdir.

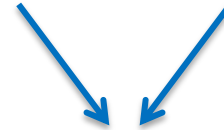
Değişkenler arasında teorik olarak var olan sebep-sonuç ilişkisinin yapısının konu alındığı araştırmalarda araştırmamanın amacını tanımlayan değişken **bağımlı değişken** (sonuç değişkeni), bağımlı değişkeni etkileyen, bağımlı değişkendeki değer değişmelerine neden olan değişken/değişkenler ise **bağımsız değişken**dir.

Aşağıda bazı birim (insan) ve değişken (cinsiyet, yaş, kilo) örnekleri görülmektedir.

Birim	cinsiyet	yaş	kilo
Ali	erkek	18	60
Ayşe	kız	19	52
Mehmet	erkek	17	50



Nitel değişken



Nicel değişken

## Anakütle (Yığın, Evren, Populasyon, Toplum):

Araştırma yaptığımız tüm birimlerden oluşan topluluktur. Hakkında belirli bir veya daha fazla özellik (*DEĞİŞKEN*) açısından araştırma yapılmak istenen tüm elemanların içinde bulunduğu kümedir.

Ankara'da yaşayan üniversite mezunu kişilerin televizyon programları hakkındaki görüşlerini yansıtan araştırmada **anakütle?**

Ankara'da yaşayan ve üniversite mezunu olan kişilerdir.

İstatistik açısından iki temel kavram tanımlanmalıdır:

- Araştırılacak topluluğun sınırları,
- Topluluk içindeki incelenecek değişken veya değişkenler.

**Örneklem:** Anakütleden rassal (tesadüfi) olarak seçilen yada oluşturulan bir alt kümedir. Bir firmada satın alınan hammaddelerin tamamı anakütleyi, kalite kontrolü için alınan parça örnekleme oluşturur. Benzer şekilde yıl anakütle olarak alınırsa günler birimi oluşturmaktadır.

**Tamsayım:** Anakütledeki her birimin gözlemlendiği veya ölçüldüğü istatistiksel tekniktir. Nüfus sayımı gibi...

## Parametre:

Anakütleyi tanımlamak için kullanılan, anakütleden elde edilen değerlere parametre denir. Anakütlenin sayısal olarak ölçülebilen herhangi bir özelliği o anakütlenin parametresi olarak tanımlanabilir.

Bir anakütle birden fazla parametreye sahip olabilir.

Parametre, ilgili anakütle için, değişmeyen sayısal bir sabittir.

NOT: Parametreyi belirlemek için anakütledeki tüm elemanların incelenmesi gerekir.

## İstatistik:

Örneklemden hesaplanan, örneği tanımlamak ve anakütleyle ilişkin tahminlerde bulunmak için kullanılan değerlere istatistik denir.

**Örnekleme:** Anakütleye ilgili bilgi toplanmak istendiğinde tüm birimlerin teker teker incelenmesi gerekmektedir (tamsayım). Anakütledeki birim sayısı fazla ise tüm birimlerin incelenmesi fazla zaman alabilir ve masraflı olabilir. Bir anakütleden, anakütle birim sayısından daha az sayıda birim seçilerek bu birimler yardımıyla anakütle parametrelerinin tahmin edilmesi işlemine **örnekleme** denir.





## Neden örnekleme yapılır ?

❑ Para, eleman, zaman ve olanaksızlıklar nedeni ile örnekleme yapılmaktadır.

- Tuğla üretimi yapılan firmada üretilen tuğlaların dayanıklılık testinde,
- Balinalar üzerine yapılacak araştırmalarda,
- Çay içerken,
- Kişiler hakkında yorum yaparken örnekleme yapılmaktadır.

Anakütle çok büyük ise,

Örneğin Sakarya Üniversitesi öğrencilerine yapılan Memnuniyet Araştırması, Türkiye genelinde yapılacak bir araştırmada.....

Zaman, para ve insan gücü bakımından zorluklar nedeni ile örnekleme yapılır.

Örneklemenin amacı; örneklem istatistiklerinden yararlanarak anakütle parametrelerinin tahmin edilmesidir. Örneklemenin sağlıklı olabilmesi için örneklem, anakütlenin küçük bir modeli olmalıdır.

- Fizik, Kimya, Biyoloji gibi fen dallarında
- Çeşitli mühendislik dallarında
- Tıp, ecza, diş gibi sağlık bilimleri alanlarında
- Sosyal bilimlerde
- Kamuoyu araştırmalarında
- Pazar araştırmalarında
- Günlük yaşantıda
- Kalite kontrol işlemlerinde

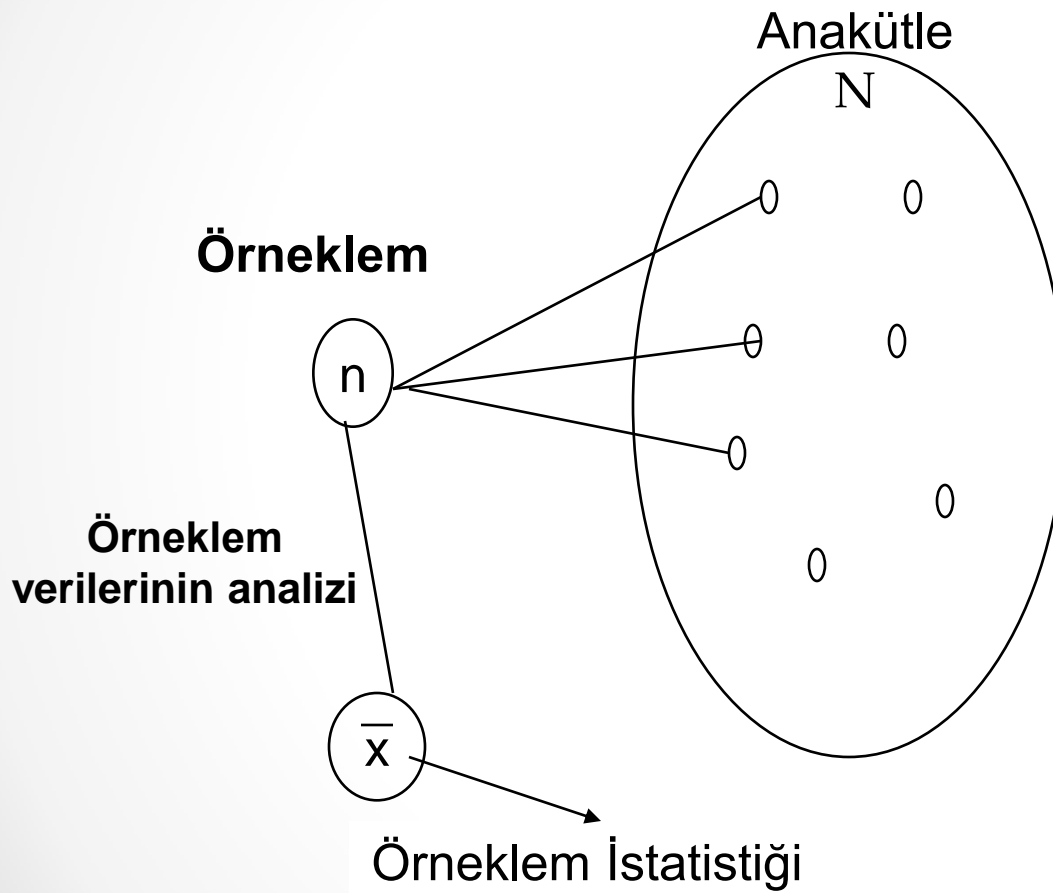
### Örneklemenin günlük yaşantıda kullanımı

- Bir ev hanımının pişirmekte olduğu yemeğin tadına bakarak yemek hakkında karar vermesi
- Satın aldığımız bir mal bozuk ya da kusurlu çıktığı için o malı satın aldığımız yerden bir daha alışveriş yapmamak

### Kalite kontrol işlemlerinde kullanımı

- Fabrikalarda üretilen mallar satışa sunulurken,
- Çeşitli kuruluşlar tarafından alım yapılırken,
- Üretilen ya da alımı yapılacak mallardan bir örneklem seçilip incelenmesi, (tek tek kontrol olanaksız)

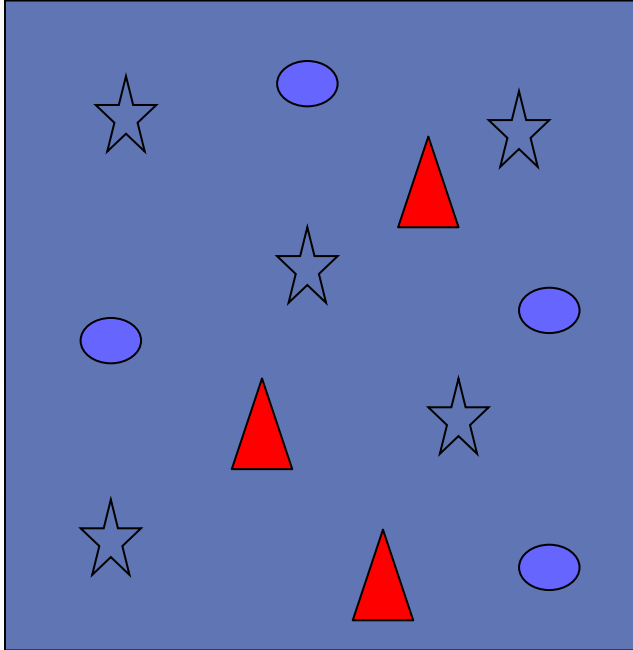
# Anakütle-Örneklem İlişkisi



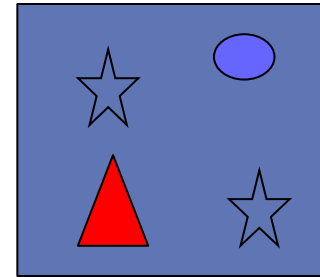
Anakütle parametresi,  $\mu$

Örneklemden elde edilen örnek istatistiği  $\bar{x}$ , anakütle parametresi  $\mu$ 'ye ne kadar yakın ise yapılan çalışma o kadar iyidir. Anakütle için yapılacak yorumlar o kadar tutarlı olacaktır.

Anakütle



Örneklem



Anakütle ortalaması, oranı, medyanı, modu, standart sapması, vb. değerler **parametre**; örneklem ortalaması, oranı, medyanı, modu, vb değerler ise **istatistiktir**.

## ÖRNEKLEME PLANI

Örnekleme planının hazırlanışında örneklerin nerede ve ne zaman alınacağına karar vermek gerekmektedir.

Örneklerin sayısı, lokasyonu ve zamanı örnekleme bütçesini aşmadan istatistiksel olarak geçerli bir örnek almaya yeterli olmalıdır. Bunu sağlamak için uygun bir örnekleme stratejisi belirlemek gerekmektedir.

## ÖRNEKLEME ŞEKİLLERİ

- Rasgele (Random): Her örneğin aynı sayıdaki gözlemde eşit olasılıkla olarak seçilebilmesi
- Sistemantik:
- Karara dayalı (Judgemental):

## İSTATİSTİK İLE NE YAPMAK İSTİYORSUNUZ?

- Verileri özetlemek, tanımlamak veya sunmak mı?
- Verilerin dağılımını incelemek mi?
- Değişkenler arasında anlamlı ilişkiler olup olmadığını belirlemek mi?
- Benzer birimlerin toplandığı grupları belirlemek mi?
- Benzer değişkenlerin toplandığı grupları belirlemek mi?

# İstatistik Metodunun Aşamaları;

- a. Verilerin toplanması (Deney, gözlem, anket yapılarak)
- b. Toplanan verilerin işlenip düzenlenmesi (Seriler halinde)
- c. Düzenlenen verilerin tablo veya grafikler şeklinde sunulması
- d. İstatistiksel analiz, tahmin ve karar aşaması

## 1.Verilerin Toplanması ve Düzenlenmesi

Araştırma yapabilmek için gerekli sayısal bilgilere **veri** denir. Alındıkları kaynağa göre iki grupta incelenir.

**Doğrudan veriler:** Araştırma yapan kişi veya kişiler tarafından yapılan ve kaynağından alınan verilere denir. Gözlem, deney, anket şeklinde elde edilir.

**Dolaylı veriler:** Başka kurum veya kuruluşlar tarafından toplanarak düzenlenen verilerdir.





Elde edilen bilgilere istatiksel teknikler uygulanarak sonuçlara varılır. Bulunan sonuçların yorumlanması ise karar verme sürecinde bize yardımcı olur.

Örneğin; bir süpermarkette bütün kasaların günlük satış miktarları bizim için **veridir**. Bir hafta sonunda her kasa için ortalama satış rakamlarını hesapladığımızda **bilgi** elde ederiz. Ancak istatistik açısından önemli olan bu ortalamaların yorumlanmasıdır.

Varsayalım ki, diğer kasalara göre 4 nolu kasanın satış ortalaması daha düşük olarak gözlemlendi. Bir bilimsel disiplin olan istatistik çok sayıda sayıyı çeşitli yöntem ve teknikler ile inceleyerek böyle bir sorunun nedenlerini araştırabilmemizi sağlar.

Bu soru için bazı cevaplar:

- Müşterilere 4 nolu kasa ters gelmektedir.
- 4 nolu kasadaki kasiyer genellikle yavaştır.
- 4 nolu kasa ekspres kasa ile karıştırılmaktadır.

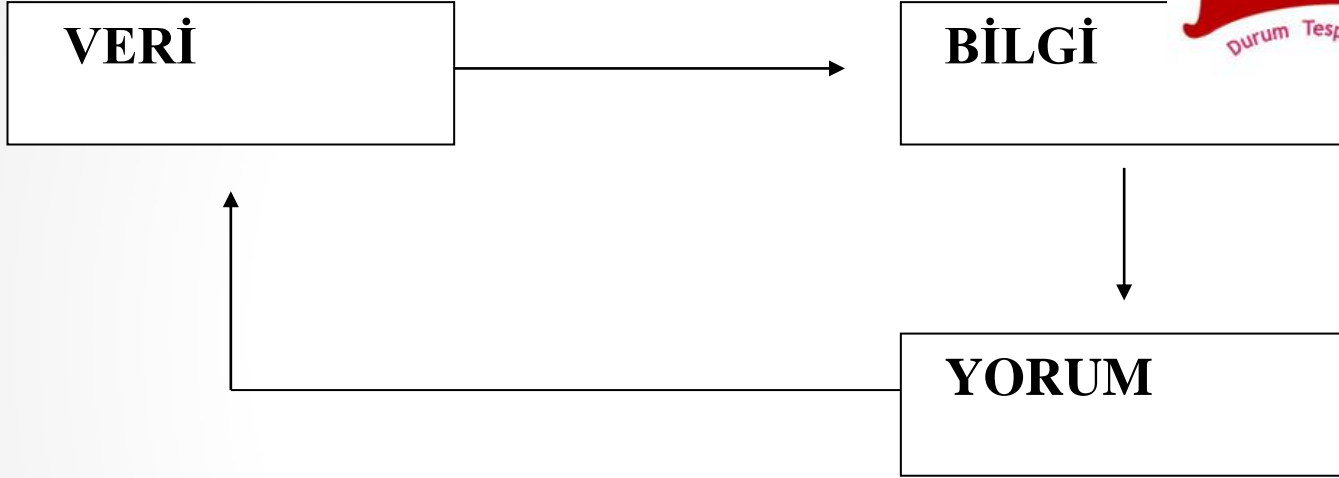
Sorunun nedenleri bunların hepsi, bazıları veya hiç biri olabilir.

İstatistik sayıları işleyip özetlemekle iletişimde ve günlük yaşantımızda da işimize yarar.

Örneğin; bir sınıfın boy ortalaması sorulduğunda sınıfta bulunan tüm kişilerin boyunu ezbere bilmek gerekmez.

Sosyal ve siyasi konularda yapılan kamuoyu araştırmaları, üretimde olan veya piyasaya yeni çıkacak ürünler konusundaki pazarlama araştırmaları da istatistiksel yöntemler ile gerçekleştirilir.

## Veri-Bilgi-Yorum döngüsü :



Veriler çok sayıda karışık ve anlamsız olabilirler. Bilgi verilerin düzenlenmiş şeklidir. Bilgi yorumlanabildiği ölçüde yararlıdır. Yorumlanamayan bilgi yeniden düzenlenmeli, gerekirse veri toplama aşamasına dönmelidir.

**İstatistiğin amacı; verilerin analizi ile karar vermeyi kolaylaştırmaktır.**