

Разглеждаме задачата

$$\frac{-\partial^2 u}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = f(x_1, x_2)$$

Апроксимираме:

$$\frac{-y_{i-1,j} + 2y_{i,j} - y_{i+1,j}}{h^2} - \frac{y_{i,j-1} - 2y_{i,j} + y_{i,j+1}}{h^2} = f_{i,j}$$

$$\frac{-y_{i-1,j}}{h^2} - \frac{y_{i+1,j}}{h^2} - \frac{y_{i,j-1}}{h^2} - \frac{y_{i,j+1}}{h^2} + \frac{4y_{i,j}}{h^2} = f_{i,j}$$

$$\rightarrow y_{i,j}^{(k)} = \frac{y_{i-1,j}^{(k-1)} + y_{i+1,j}^{(k-1)} + y_{i,j-1}^{(k-1)} + y_{i,j+1}^{(k-1)} + h^2 f_{i,j}}{4} \quad \text{за } i = 1 \dots s$$

Примерно изпълнение за $f_{i,j} = (1-x_1)^2(1-x_2)^2 + x_1 x_2 \wedge N=10$

Level: 0 = 0

nan nan nan nan nan nan nan nan nan nan nan

Level: 1 = 0.1

nan 0.942023 1.28544 1.42612 1.4894 1.53338 1.58059 1.63987
1.70934 1.76814 nan

Level: 2 = 0.2

nan 1.28544 1.63367 1.78632 1.84603 1.86824 1.87409
1.86964 1.85593 1.83447 nan

Level: 3 = 0.3

nan 1.42612 1.78632 1.93939 1.98723 1.98768 1.96621
1.93465 1.90052 1.86982 nan

Level: 4 = 0.4

nan 1.4894 1.84603 1.98723 2.01944 2.0052 1.97396 1.93965
1.90918 1.88576 nan

Level: 5 = 0.5

nan 1.53338 1.86824 1.98768 2.0052 1.98532 1.95637 1.92947
1.90838 1.89374 nan

Level: 6 = 0.6

nan 1.58059 1.87409 1.96621 1.97396 1.95637 1.9356 1.91847
1.90631 1.8987 nan

Level: 7 = 0.7

nan 1.63987 1.86964 1.93465 1.93965 1.92947 1.91847
1.91024 1.90509 1.90254 nan

Level: 8 = 0.8

nan 1.70934 1.85593 1.90052 1.90918 1.90838 1.90631
1.90509 1.90502 1.90594 nan

Level: 9 = 0.9

nan 1.76814 1.83447 1.86982 1.88576 1.89374 1.8987 1.90254
1.90594 1.90914 nan

Level: 10 = 1

nan nan nan nan nan nan nan nan nan nan nan

Примерно изпълнение за $f_{i,j} = (1-x_1)^2(1-x_2)^2 + x_1 x_2 \wedge N=20$

Level: 0 = 0

Красена Давидова, 45185, к6

nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan
	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan						
Level: 1 = 0.05													
nan	1.00432		1.31493		1.42446		1.45957		1.47241		1.47938		
	1.48537		1.49194		1.49978		1.50943		1.52147		1.53669		
	1.55606		1.5808	1.6121	1.65058		1.69463		1.73797		1.76827		nan
Level: 2 = 0.1													
nan	1.31493		1.63894		1.76877		1.81453		1.83063		1.83712		
	1.84068		1.84341		1.84597		1.84849		1.85094		1.85316		
	1.85486		1.85561		1.85476		1.85154		1.84517		1.83531		
	1.82245		nan										
Level: 3 = 0.15													
nan	1.42446		1.76877		1.91258		1.96537		1.98349		1.98911		
	1.99009		1.98901		1.9866	1.9829	1.97769		1.97064		1.9614	1.94969	
	1.93544		1.91894		1.90097		1.88285		1.86615		nan		
Level: 4 = 0.2													
nan	1.45957		1.81453		1.96537		2.02152		2.04022		2.04459		
	2.04318		2.03893		2.03273		2.02473		2.01485		2.00301		
	1.98919		1.97358		1.95662		1.93903		1.92178		1.90592		
	1.89241		nan										
Level: 5 = 0.25													
nan	1.47241		1.83063		1.98349		2.04022		2.05822		2.06099		
	2.0574	2.05062		2.04176		2.03116		2.01899		2.00541		1.99069	
	1.97526		1.95966		1.94456		1.93063		1.91845		1.90847		nan
Level: 6 = 0.3													
nan	1.47938		1.83712		1.98911		2.04459		2.06099		2.06189		
	2.0563	2.04758		2.03698		2.02506		2.01216		1.9986	1.98475		
	1.97106		1.95795		1.94587		1.9352	1.92619		1.919	nan		
Level: 7 = 0.35													
nan	1.48537		1.84068		1.99009		2.04318		2.0574	2.0563	2.04896		
	2.03882		2.02728		2.01498		2.00236		1.98977		1.97755		
	1.96602		1.95546		1.9461	1.93809		1.93153		1.92641		nan	
Level: 8 = 0.4													
nan	1.49194		1.84341		1.98901		2.03893		2.05062		2.04758		
	2.03882		2.02783		2.01603		2.00408		1.9924	1.98127		1.97093	
	1.96155		1.95327		1.94616		1.94025		1.93553		1.93193		nan
Level: 9 = 0.45													
nan	1.49978		1.84597		1.9866	2.03273		2.04176		2.03698		2.02728	
	2.01603		2.00458		1.99354		1.98321		1.97376		1.96531		
	1.95791		1.95158		1.94629		1.94202		1.93869		1.93624		nan
Level: 10 = 0.5													
nan	1.50943		1.84849		1.9829	2.02473		2.03116		2.02506		2.01498	
	2.00408		1.99354		1.98381		1.97507		1.96737		1.96071		
	1.95506		1.95036		1.94655		1.94356		1.9413	1.93971		nan	
Level: 11 = 0.55													
nan	1.52147		1.85094		1.97769		2.01485		2.01899		2.01216		
	2.00236		1.9924	1.98321		1.97507		1.96803		1.96203		1.95701	
	1.95287		1.94954		1.94692		1.94494		1.94352		1.94259		nan
Level: 12 = 0.6													

Красена Давидова, 45185, к6

nan	1.53669	1.85316	1.97064	2.00301	2.00541	1.9986	1.98977
	1.98127	1.97376	1.96737	1.96203	1.95763	1.95407	
	1.95124	1.94904	1.94739	1.94621	1.94545	1.94503	nan
Level: 13 = 0.65							
nan	1.55606	1.85486	1.9614	1.98919	1.99069	1.98475	1.97755
	1.97093	1.96531	1.96071	1.95701	1.95407	1.95179	
	1.95006	1.9488	1.94793	1.94739	1.94714	1.94714	nan
Level: 14 = 0.7							
nan	1.5808	1.85561	1.94969	1.97358	1.97526	1.97106	1.96602
	1.96155	1.95791	1.95506	1.95287	1.95124	1.95006	
	1.94926	1.94876	1.94853	1.94851	1.94867	1.94898	nan
Level: 15 = 0.75							
nan	1.6121	1.85476	1.93544	1.95662	1.95966	1.95795	1.95546
	1.95327	1.95158	1.95036	1.94954	1.94904	1.9488	1.94876
	1.9489	1.94918	1.94957	1.95005	1.95062	nan	
Level: 16 = 0.8							
nan	1.65058	1.85154	1.91894	1.93903	1.94456	1.94587	
	1.9461	1.94616	1.94629	1.94655	1.94692	1.94739	1.94793
	1.94853	1.94918	1.94986	1.95058	1.95132	1.95208	nan
Level: 17 = 0.85							
nan	1.69463	1.84517	1.90097	1.92178	1.93063	1.9352	1.93809
	1.94025	1.94202	1.94356	1.94494	1.94621	1.94739	
	1.94851	1.94957	1.95058	1.95155	1.9525	1.95341	nan
Level: 18 = 0.9							
nan	1.73797	1.83531	1.88285	1.90592	1.91845	1.92619	
	1.93153	1.93553	1.93869	1.9413	1.94352	1.94545	1.94714
	1.94867	1.95005	1.95132	1.9525	1.95359	1.95462	nan
Level: 19 = 0.95							
nan	1.76827	1.82245	1.86615	1.89241	1.90847	1.919	1.92641
	1.93193	1.93624	1.93971	1.94259	1.94503	1.94714	
	1.94898	1.95062	1.95208	1.95341	1.95462	1.95574	nan
Level: 20 = 1							
nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan
	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan