

# BÀI TẬP QUY HOẠCH ĐỘNG

## BÀI 1. XÂU CON CHUNG DÀI NHẤT

Xâu ký tự X được gọi là xâu con của xâu ký tự Y nếu ta có thể xoá đi một số ký tự trong xâu Y để được xâu X.

Cho hai xâu ký tự A và B dài không quá 1000 ký tự (chữ cái viết thường hoặc chữ số), hãy tìm xâu ký tự C có độ dài lớn nhất và là con của cả A và B.

**Input:** Dòng 1: chứa xâu A. Dòng 2: chứa xâu B

**Output:** Chỉ gồm một dòng ghi độ dài xâu C tìm được

**Ví dụ:**

Input	Output
abc1def2ghi3 abcdefghi123	10

## BÀI 2. Dãy con tăng dài nhất

Cho một dãy số nguyên gồm N phần tử  $A[1], A[2], \dots, A[N]$ .

Biết rằng dãy con tăng đơn điệu là 1 dãy  $A[i_1], \dots, A[i_k]$

thỏa mãn  $i_1 < i_2 < \dots < i_k$  và  $A[i_1] < A[i_2] < \dots < A[i_k]$ .

Hãy cho biết dãy con tăng đơn điệu dài nhất của dãy này có bao nhiêu phần tử?

**Input:** Dòng 1 gồm 1 số nguyên là số N ( $1 \leq N \leq 1000$ ). Dòng thứ 2 ghi N số nguyên  $A[1], A[2], \dots, A[N]$  ( $1 \leq A[i] \leq 10000$ ).

**Output:** Ghi ra độ dài của dãy con tăng đơn điệu dài nhất.

**Ví dụ:**

Input	Output
6 1 2 5 4 6 2	4

## BÀI 3. Dãy con có tổng bằng S

Cho N số nguyên dương tạo thành dãy  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_N\}$ . Tìm ra một dãy con của dãy A (không nhất thiết là các phần tử liên tiếp trong dãy) có tổng bằng S cho trước.

**Input:** Dòng đầu tiên ghi hai số nguyên dương N và S ( $0 < N \leq 200$ ) và S ( $0 < S \leq 40000$ ). Các dòng tiếp theo lần lượt ghi N số hạng của dãy A là các số  $A_1, A_2, \dots, A_N$  ( $0 < A_i \leq 200$ ).

**Output:** Nếu bài toán vô nghiệm thì in ra "NO". Nếu bài toán có nghiệm thì in ra "YES"

**Ví dụ:**

Input	Output
5 6 1 2 4 3 5	YES

## BÀI 4. Dãy con dài nhất có tổng chia hết cho K

Cho một dãy gồm n ( $n \leq 1000$ ) số nguyên dương  $A_1, A_2, \dots, A_n$  và số nguyên dương k ( $k \leq 50$ ). Hãy tìm dãy con gồm nhiều phần tử nhất của dãy đã cho sao cho tổng các phần tử của dãy con này chia hết cho k.

**Input:** Dòng đầu tiên chứa hai số n, k ghi cách nhau bởi ít nhất 1 dấu trống. Các dòng tiếp theo chứa các số  $A_1, A_2, \dots, A_n$  được ghi theo đúng thứ tự cách nhau ít nhất một dấu trống hoặc xuống dòng.

**Output:** Gồm 1 dòng duy nhất ghi số lượng phần tử của dãy con dài nhất thoả mãn

**Ví dụ:**

Input	Output
10 3 2 3 5 7 9 6 12 7 11 15	9

### BÀI 5. TỔ HỢP $C(n, k)$

Cho 2 số nguyên  $n, k$ . Bạn hãy tính  $C(n, k)$  modulo  $10^9+7$ .

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test gồm 2 số nguyên  $n, k$  ( $1 \leq k \leq n \leq 1000$ ).

**Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

**Ví dụ:**

Input	Output
2 5 2 10 3	10 120

### BÀI 6. XÂU CON ĐỐI XỨNG DÀI NHẤT

Cho chuỗi  $S$  chỉ bao gồm các ký tự viết thường và dài không quá 5000 ký tự.

Hãy tìm chuỗi con đối xứng dài nhất của  $S$ .

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 10$ ).

Mỗi test gồm một chuỗi  $S$  có độ dài không vượt quá 5000, chỉ gồm các ký tự thường.

**Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được.

**Ví dụ:**

Input	Output
2 abcbadd aaaaa	5 5

### BÀI 7. BẬC THANG

Một chiếc cầu thang có  $N$  bậc. Mỗi bước, bạn được phép bước lên trên tối đa  $K$  bậc. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách bước để đi hết cầu thang? (Tổng số bước đúng bằng  $N$ ).

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 100$ ).

Mỗi test gồm hai số nguyên dương  $N$  và  $K$  ( $1 \leq N \leq 100000, 1 \leq K \leq 100$ ).

**Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng theo modulo  $10^9+7$ .

**Ví dụ:**

Input	Output
2	2
2 2	5
4 2	

Giải thích test 1: Có 2 cách đó là (1, 1) và (2).

Giải thích test 2: 5 cách đó là: (1, 1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1), (2, 2).

## BÀI 8. HÌNH VUÔNG LỚN NHẤT

Cho một bảng số N hàng, M cột chỉ gồm 0 và 1. Bạn hãy tìm hình vuông có kích thước lớn nhất, sao cho các số trong hình vuông toàn là số 1.

### Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 10$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên N, M ( $1 \leq N, M \leq 500$ ).

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm M số mô tả một hàng của bảng.

### Output:

Với mỗi test, in ra đáp án là kích thước của hình vuông lớn nhất tìm được trên một dòng.

### Ví dụ:

Input:	Output
2	3
6 5	0
0 1 1 0 1	
1 1 0 1 0	
0 1 1 1 0	
1 1 1 1 0	
1 1 1 1 1	
0 0 0 0 0	
2 2	
0 0	
0 0	

## BÀI 9. SỐ CÓ TỔNG CHỮ SỐ BẰNG K

Cho 2 số nguyên N và K. Bạn hãy đếm số lượng các số có N chữ số mà tổng các chữ số của nó bằng K.

Lưu ý, chữ số 0 ở đầu không được chấp nhận.

### Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 50$ ).

Mỗi test gồm 2 số nguyên N và K ( $1 \leq N \leq 100, 0 \leq K \leq 50000$ ).

### Output:

Với mỗi test, in ra đáp số tìm được theo modulo  $10^9+7$  trên một dòng.

**Test ví dụ:**

Input:	Output
3	2
2 2	5
2 5	21
3 6	

Giải thích test 1: 11 và 20.

Giải thích test 2: 14, 23, 32, 41.

**BÀI 10. ĐƯỜNG ĐI NHỎ NHẤT**

Cho bảng  $A[]$  kích thước  $N \times M$  ( $N$  hàng,  $M$  cột). Bạn được phép đi sang trái, đi sang phải và đi xuống ô chéo dưới. Khi đi qua ô  $(i, j)$ , điểm nhận được bằng  $A[i][j]$ .

Hãy tìm đường đi từ ô  $(1, 1)$  tới ô  $(N, M)$  sao cho tổng điểm là nhỏ nhất.

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test gồm số nguyên dương  $N$  và  $M$ .

$N$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm  $M$  số nguyên  $A[i][j]$  ( $0 \leq A[i] \leq 1000$ ).

**Output:**

Với mỗi test, in ra độ dài dãy con tăng dài nhất trên một dòng.

**Ví dụ:**

Input	Output
1	8
3 3	
1 2 3	
4 8 2	
1 5 3	

Giải thích test: Đường đi  $(1, 1) \rightarrow (1, 2) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (3, 3)$ .