

#79 Tokyo.R

2019.06.29



# BeginneR Session

## - 確率の基礎 -

@kilometer00

Who ! ?



Who ! ?

名前：三村 @kilometer

職業：ポストドク (こうがくはくし)

専門：行動神経科学 (靈長類)

脳イメージング

医療システム工学

R歴：～10年ぐらい

流行: Netflix



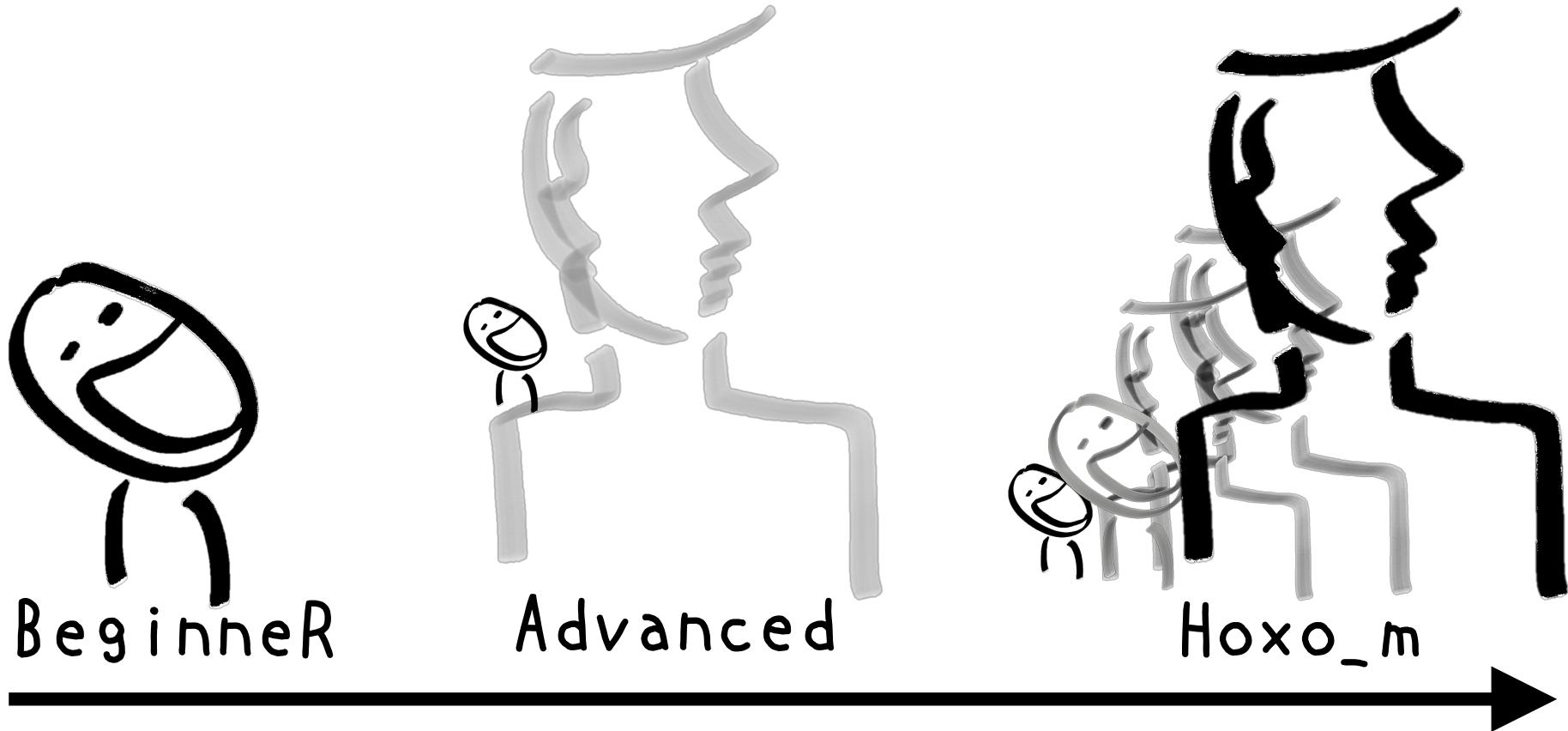
- 2018.06.09 Tokyo.R #70  
BeginneR Session – Bayesian Modeling
- 2018.07.15 Tokyo.R #71  
Landscape with R – the Japanese R community
- 2018.10.20 Tokyo.R #73  
BeginneR Session – Visualization & Plot
- 2019.01.19 Tokyo.R #75  
BeginneR Session – Data pipeline
- 2019.03.02 Tokyo.R #76  
BeginneR Session – Data pipeline
- 2019.04.13 Tokyo.R #77  
BeginneR Session – Data analysis
- 2019.05.25 Tokyo.R #78  
BeginneR Session – Data analysis



# BeginneR Session



BeginneR



If I have seen further it is by standing on  
the shoulders of Giants.

-- Sir Isaac Newton, 1676

# BeginneR Session



BeginneR

Before



BeginneR

After



# BeginneR Session

## - 確率の基礎 -

- ・スライドが日本語です
- ・難しいかも
- ・分かりやすさを優先するため単純化しました。

- ・スライドが日本語です
- ・難しいかも
- ・分かりやすさを優先する  
ため単純化しました  
ていません(ちょっとだけ)。

で、

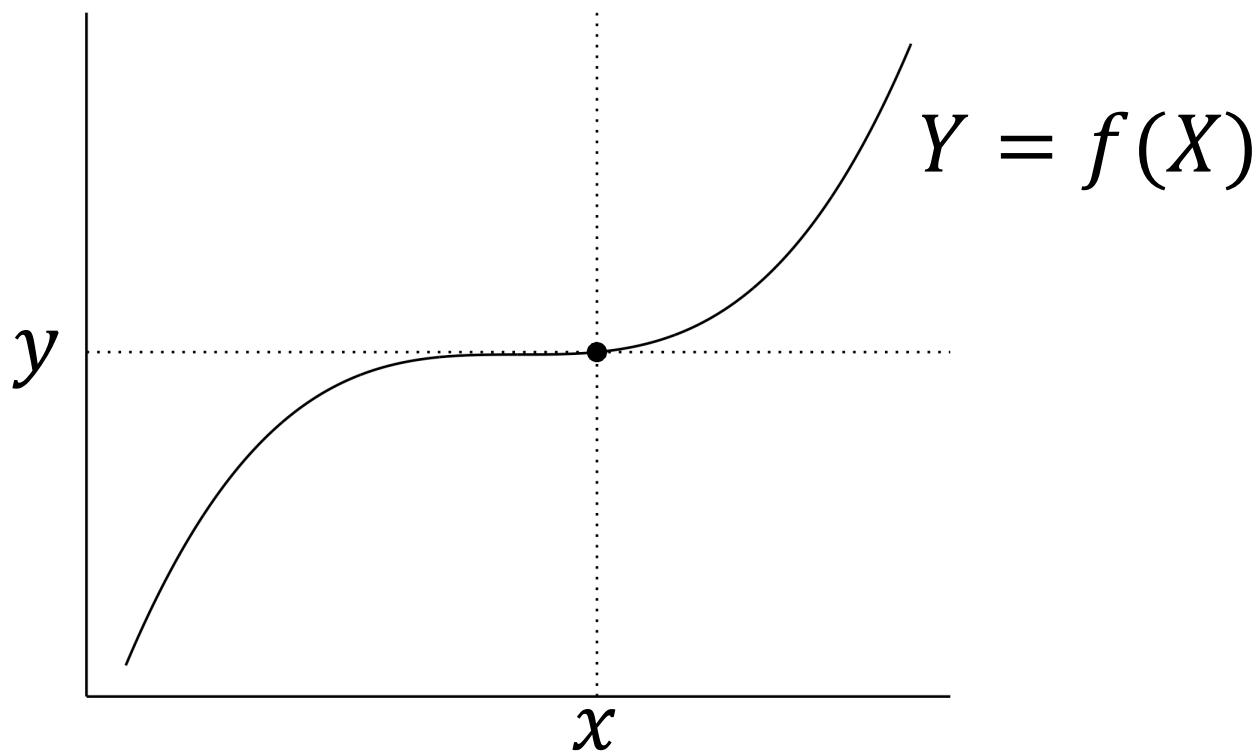
確率変数 $X$ は正規分布 $\mathcal{N}$ に従う

# 【今日の目標】

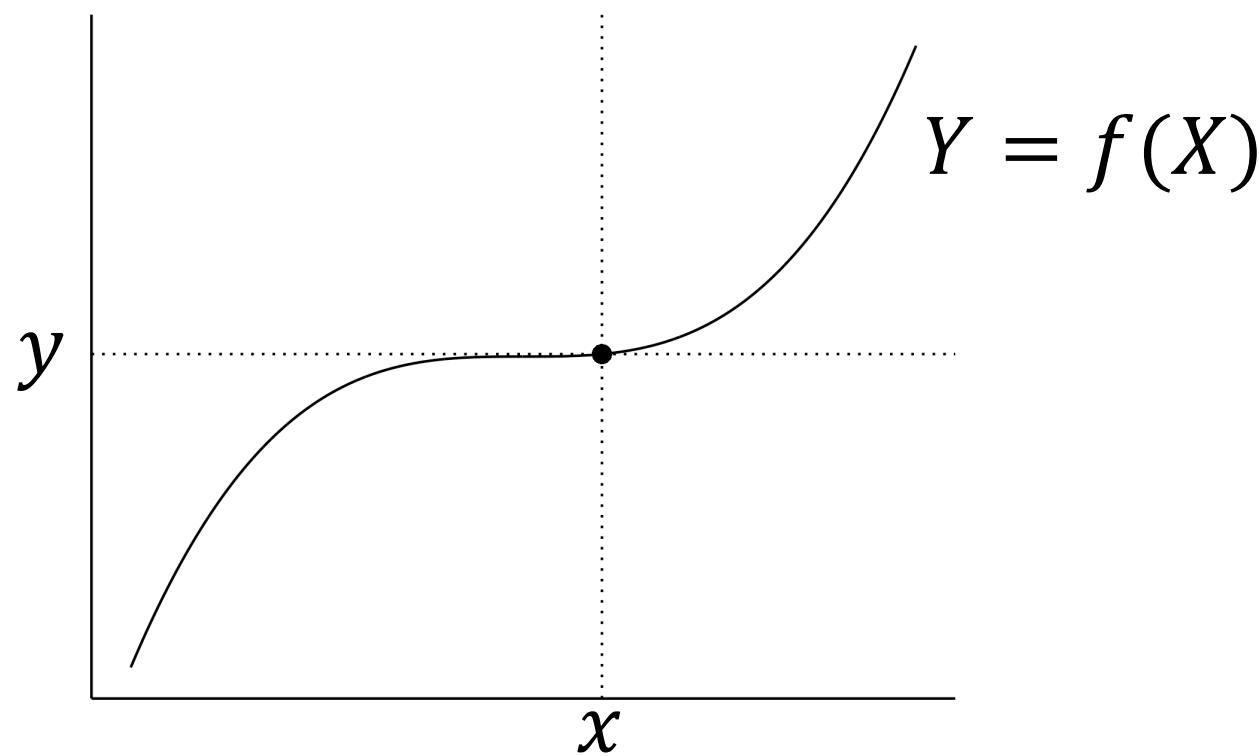
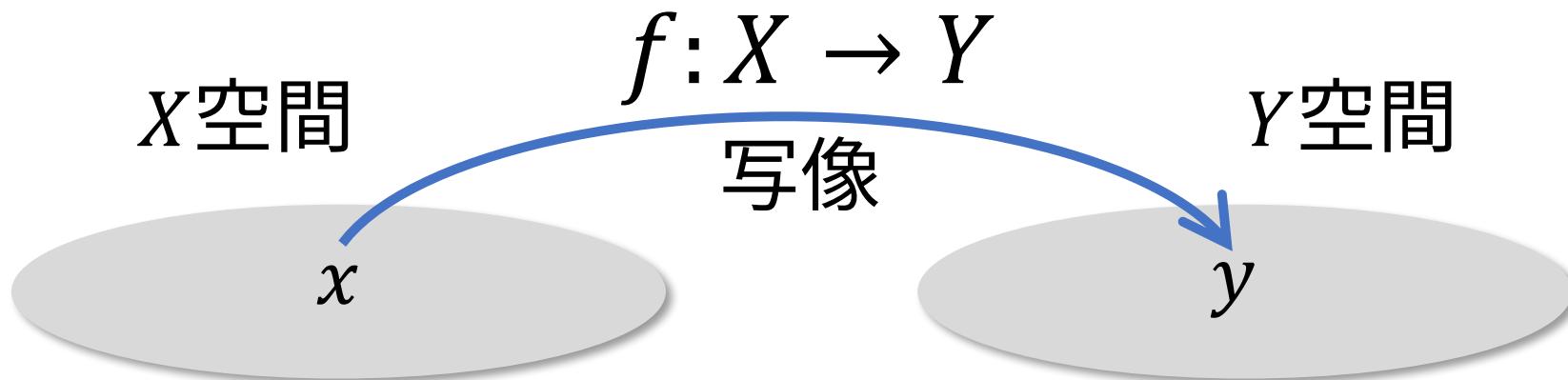
確率変数 $X$ は正規分布 $\mathcal{N}$ に従う

を完全に理解する。

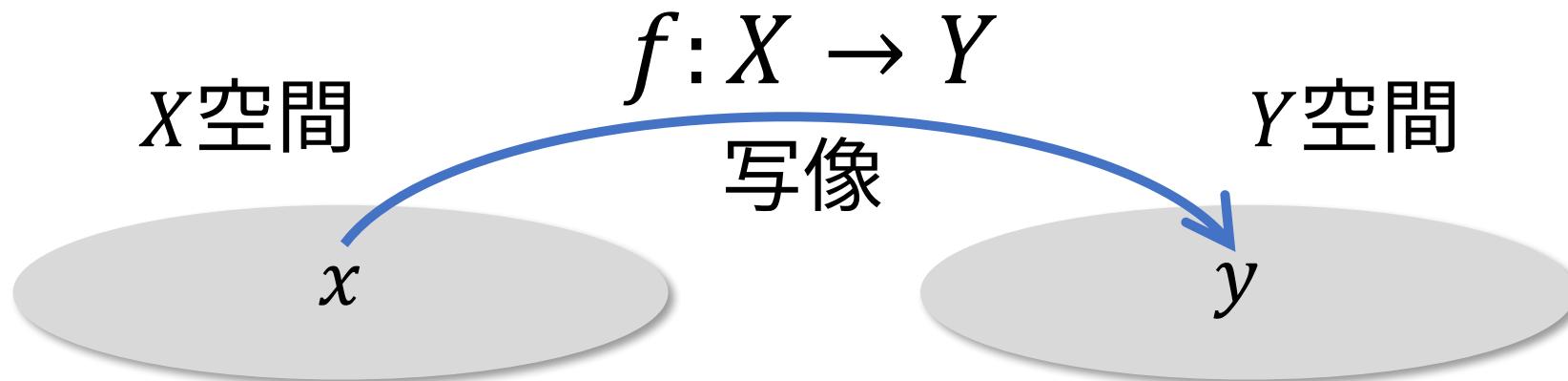
# 閾数



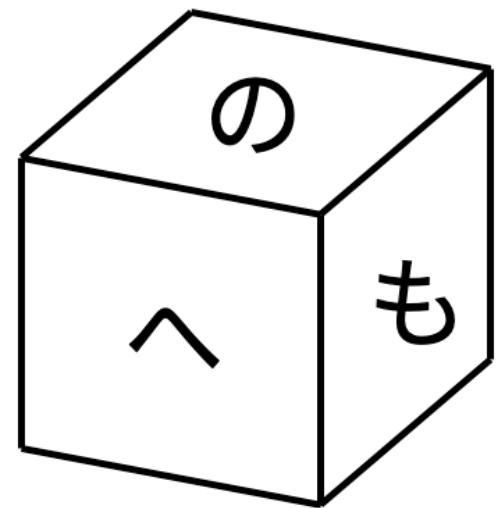
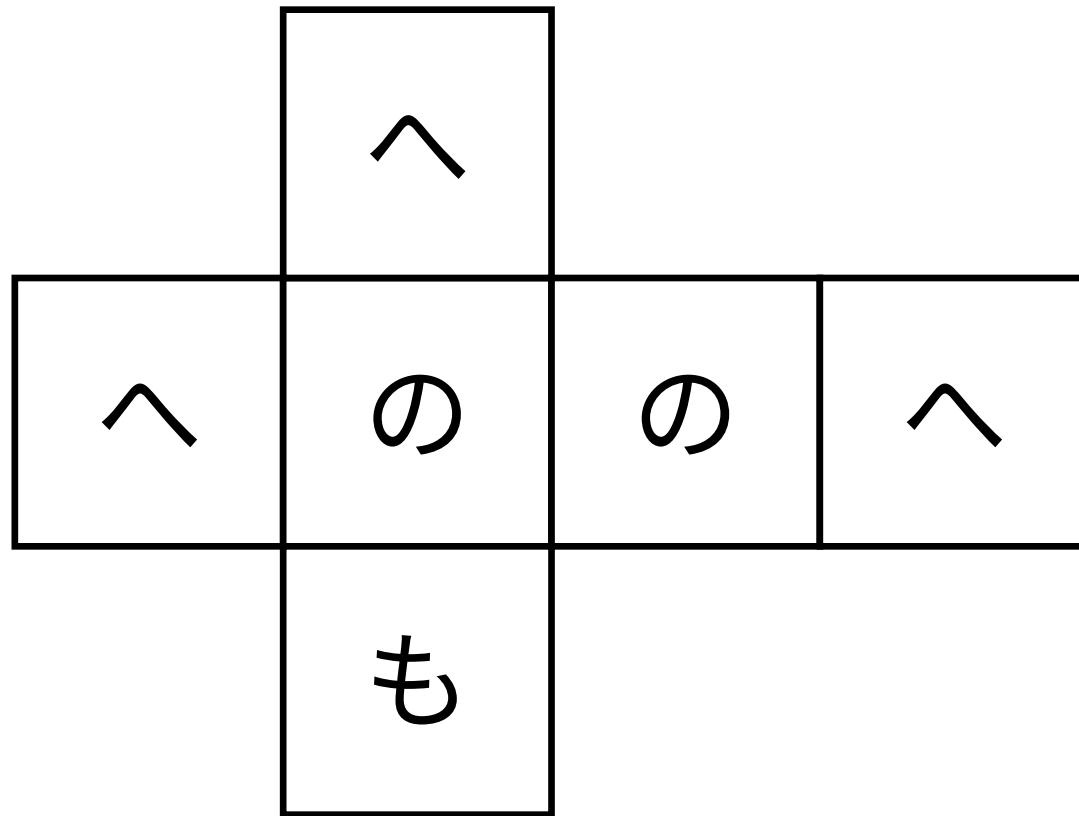
# 関数は写像。



確率を求める関数も写像。

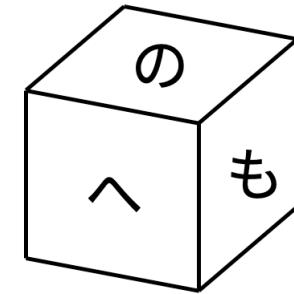


# へのへのもへサイコロ



# へのへのもへサイコロ

標本空間 $\Omega$



面<sub>1</sub>: へ

面<sub>2</sub>: の

面<sub>3</sub>: へ

面<sub>4</sub>: の

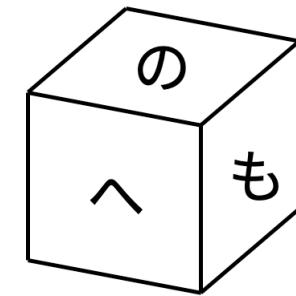
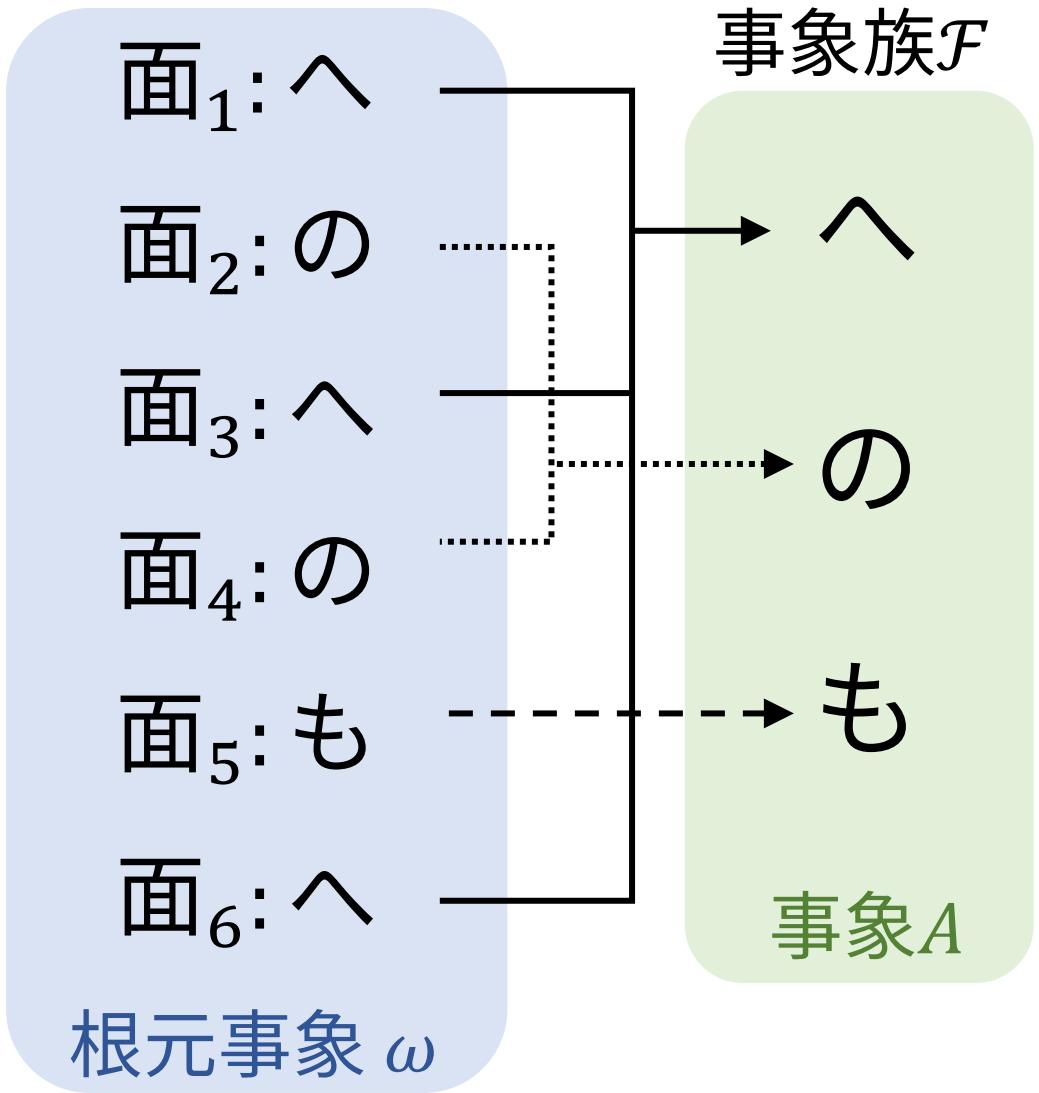
面<sub>5</sub>: も

面<sub>6</sub>: へ

根元事象  $\omega$

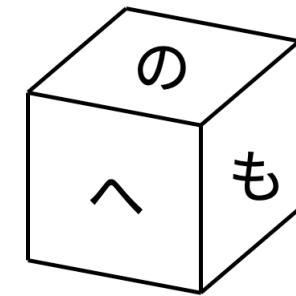
# へのへのもへサイコロ

標本空間 $\Omega$



# へのへのもへサイコロ

標本空間 $\Omega$



面<sub>1</sub>: へ

面<sub>2</sub>: の

面<sub>3</sub>: へ

面<sub>4</sub>: の

面<sub>5</sub>: も

面<sub>6</sub>: へ

根元事象  $\omega$

事象族 $\mathcal{F}$

へ

の

も

事象 $A$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{6}$

確率 $p$

# へのへのもへサイコロ

標本空間 $\Omega$

面<sub>1</sub>: へ

面<sub>2</sub>: の

面<sub>3</sub>: へ

面<sub>4</sub>: の

面<sub>5</sub>: も

面<sub>6</sub>: へ

根元事象  $\omega$

事象族 $\mathcal{F}$

へ

の

も

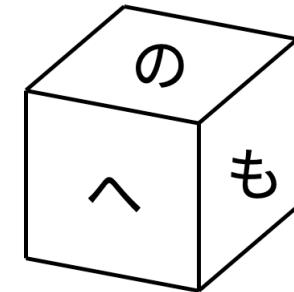
関数  
 $P$

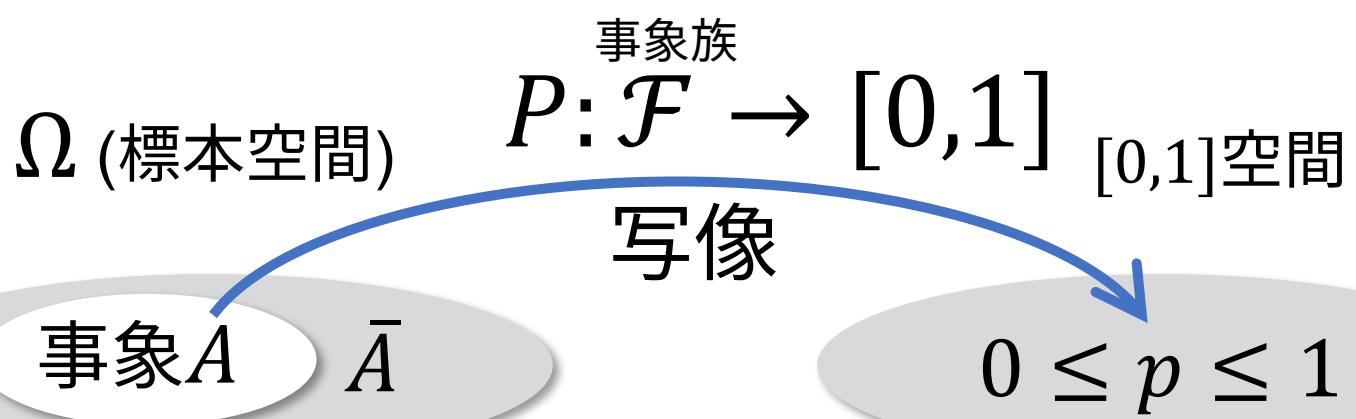
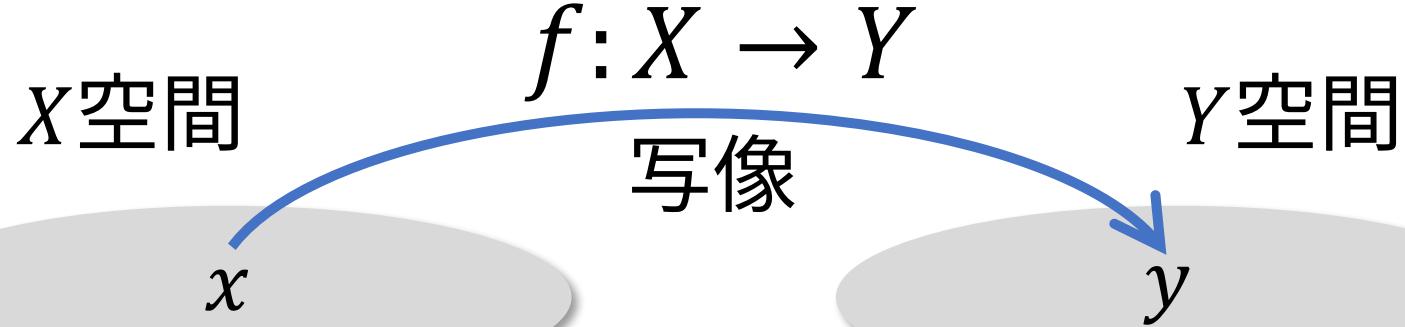
$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{6}$

確率 $p$





# 事象族 $\mathcal{F}$ の性質

$$\mathcal{F} \subseteq \Omega$$

$$\emptyset, \Omega \in \mathcal{F}$$

$$\mathcal{F} = \{A_1, A_2, \dots\} \neq \emptyset$$

$$A \in \mathcal{F} \Rightarrow \bar{A} \in \mathcal{F}$$

$$A_i \in \mathcal{F} \Rightarrow \bigcup_i A_i \in \mathcal{F}$$

→  $\mathcal{F}$ は $\sigma$ -加法族である

# 写像 $P$ の性質

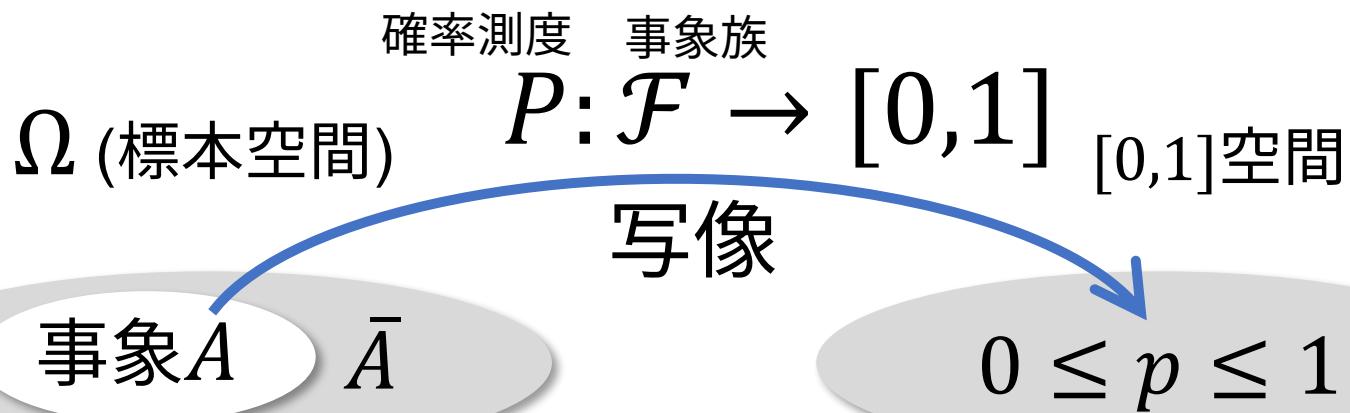
$$P: \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$$

$$P(\Omega) = 1$$

$$\forall (A_i \cap A_j) = \emptyset \quad (i \neq j)$$

$$\Rightarrow P(\bigcup_i A_i) = \sum_i P(A_i)$$

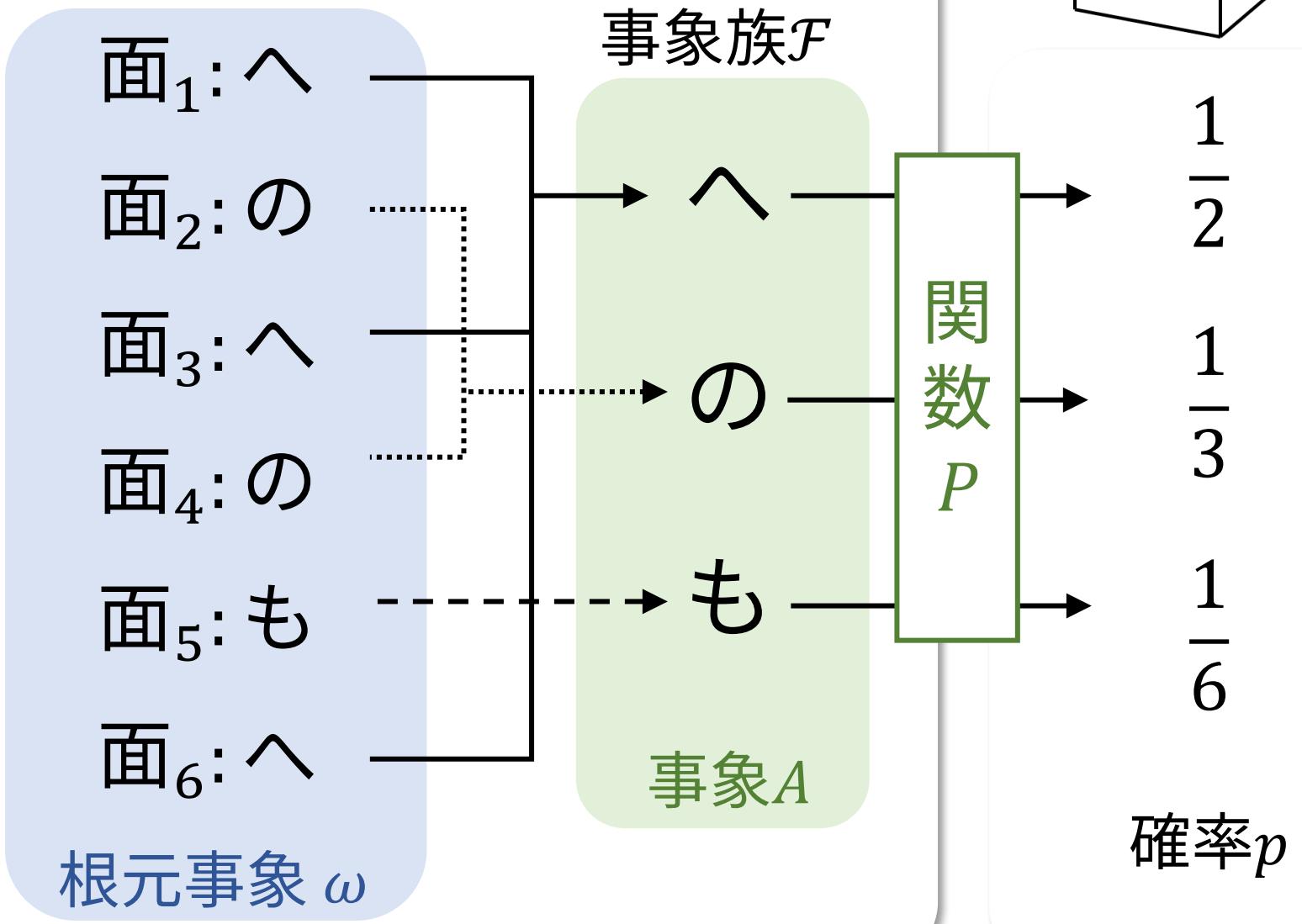
→  $P$  が確率測度である。



確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$   
probability space

# へのへのもへサイコロ

標本空間 $\Omega$



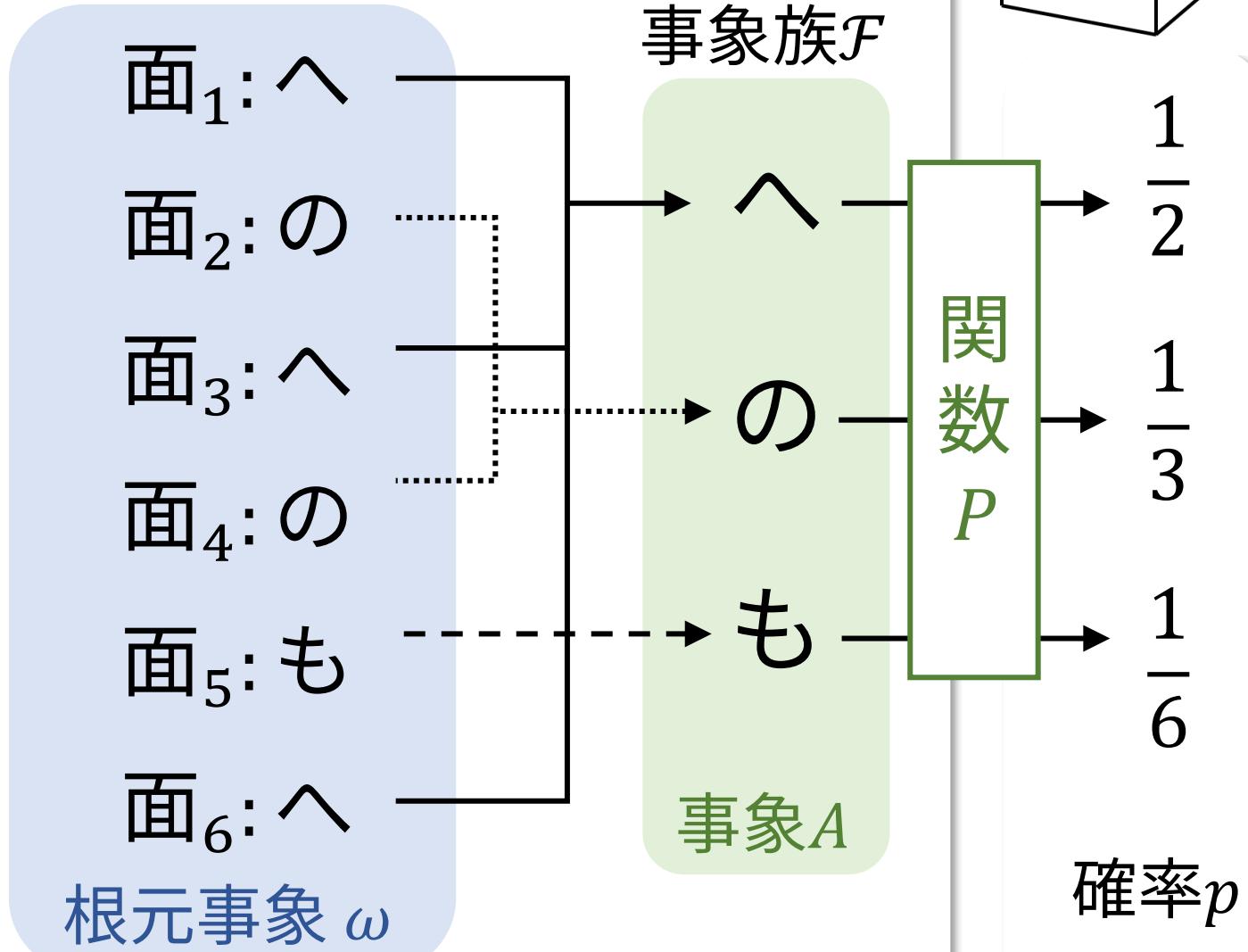


「で、君、それは何点なんだね？」

Mr. IF

# へのへのもへサイコロ

標本空間 $\Omega$



# へのへのもへサイコロ

実数空間  $R$

1点

2点

1点

2点

3点

1点

実現値  $\chi$

標本空間  $\Omega$

面<sub>1</sub>: へ

面<sub>2</sub>: の

面<sub>3</sub>: へ

面<sub>4</sub>: の

面<sub>5</sub>: も

面<sub>6</sub>: へ

根元事象  $\omega$

事象族  $\mathcal{F}$

へ

の

も

関  
数  
 $P$

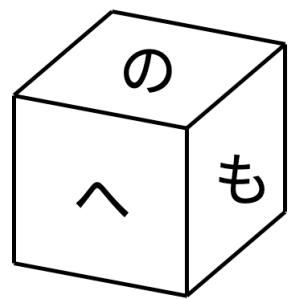
$\frac{1}{1}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{6}$

確率  $p$



# へのへのもへサイコロ

実数空間  $R$

1点 ←  
2点 ←  
1点 ←  
2点 ←  
3点 ←  
1点 ←

関数  $X$

標本空間  $\Omega$

面<sub>1</sub>: へ  
面<sub>2</sub>: の  
面<sub>3</sub>: へ  
面<sub>4</sub>: の  
面<sub>5</sub>: も  
面<sub>6</sub>: へ

根元事象  $\omega$

事象族  $\mathcal{F}$

へ

の

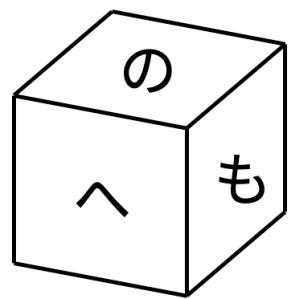
も

関数  $P$

1  
—  
2  
—  
1  
—  
3  
—  
1  
—  
6

確率  $p$

実現値  $x$



$\Omega$  (標本空間) 事象族  $P: \mathcal{F} \rightarrow [0,1]$   $[0,1]$  空間

事象  $A$   $\bar{A}$

$0 \leq p \leq 1$

確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$   
probability space

$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$   
(確率変数)

$x$  (実現値)

$\mathbb{R}$  (実数空間)

$\Omega$  (標本空間) 事象族  $P: \mathcal{F} \rightarrow [0,1]$   $[0,1]$  空間

事象  $A$   $\bar{A}$

$0 \leq p \leq 1$

確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$   
probability space

$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$   
(確率変数)

$X^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \Omega$

$x$  (実現値)

$\mathbb{R}$  (実数空間)

$$X(A) = x \Leftrightarrow X^{-1}(x) = A$$

より厳密には  $X^{-1}(x) := \{\omega \in \Omega | X(\omega) \in x\} \in \mathcal{F}$

$\Omega$  (標本空間) 事象族  $P: \mathcal{F} \rightarrow [0,1]$   $[0,1]$  空間

事象  $A$   $\bar{A}$

$0 \leq p \leq 1$

確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$   
probability space

$X^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \Omega$

$\chi$  (実現値)

$\mathbb{R}$  (実数空間)

$\Omega$  (標本空間) 事象族  $P: \mathcal{F} \rightarrow [0,1]$   $[0,1]$  空間

事象  $A$   $\bar{A}$

$0 \leq p \leq 1$

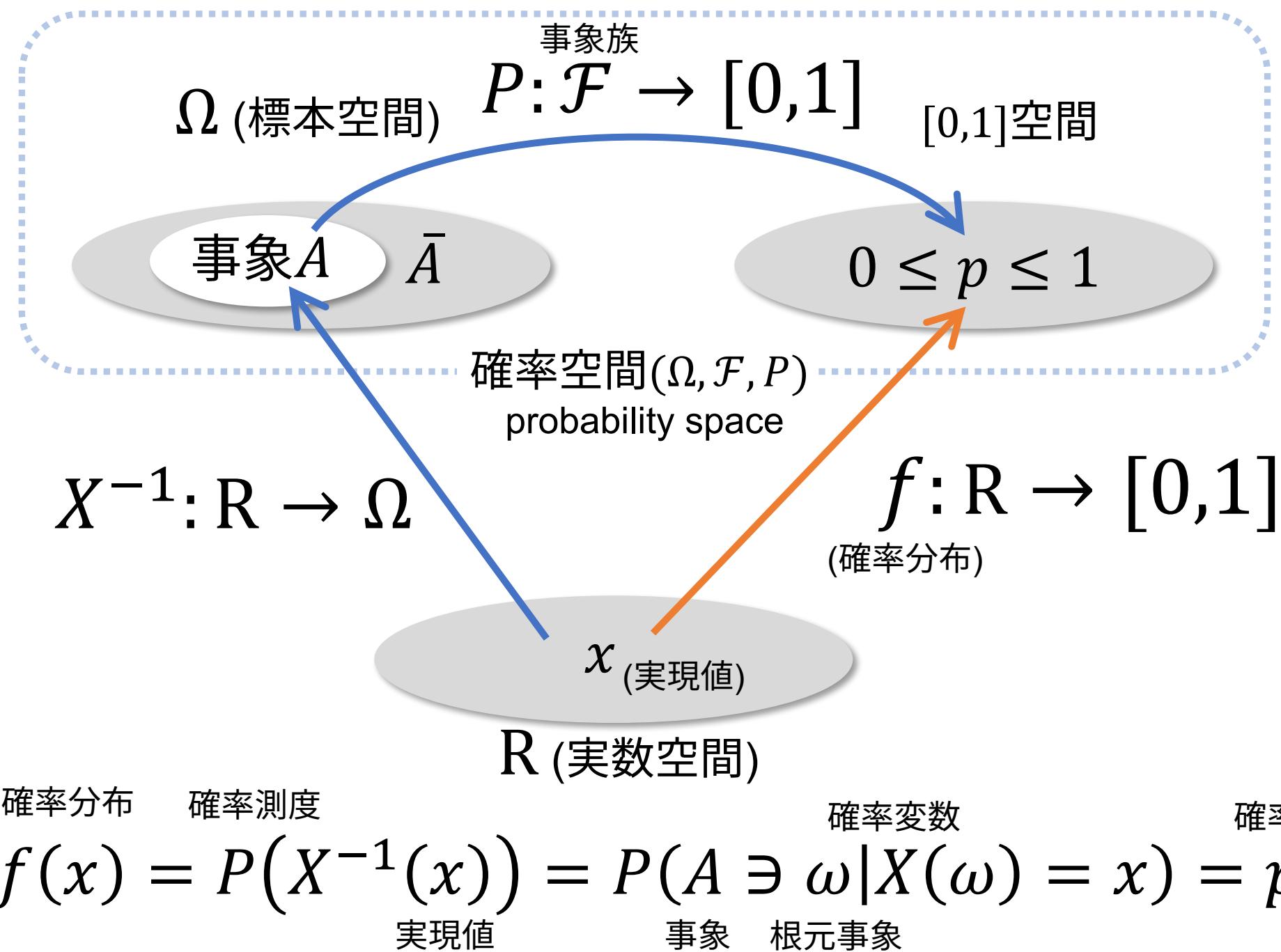
確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$   
probability space

$X^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \Omega$

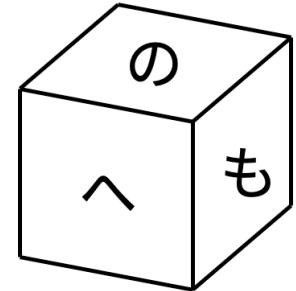
$f: \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$   
(確率分布)

$x$  (実現値)

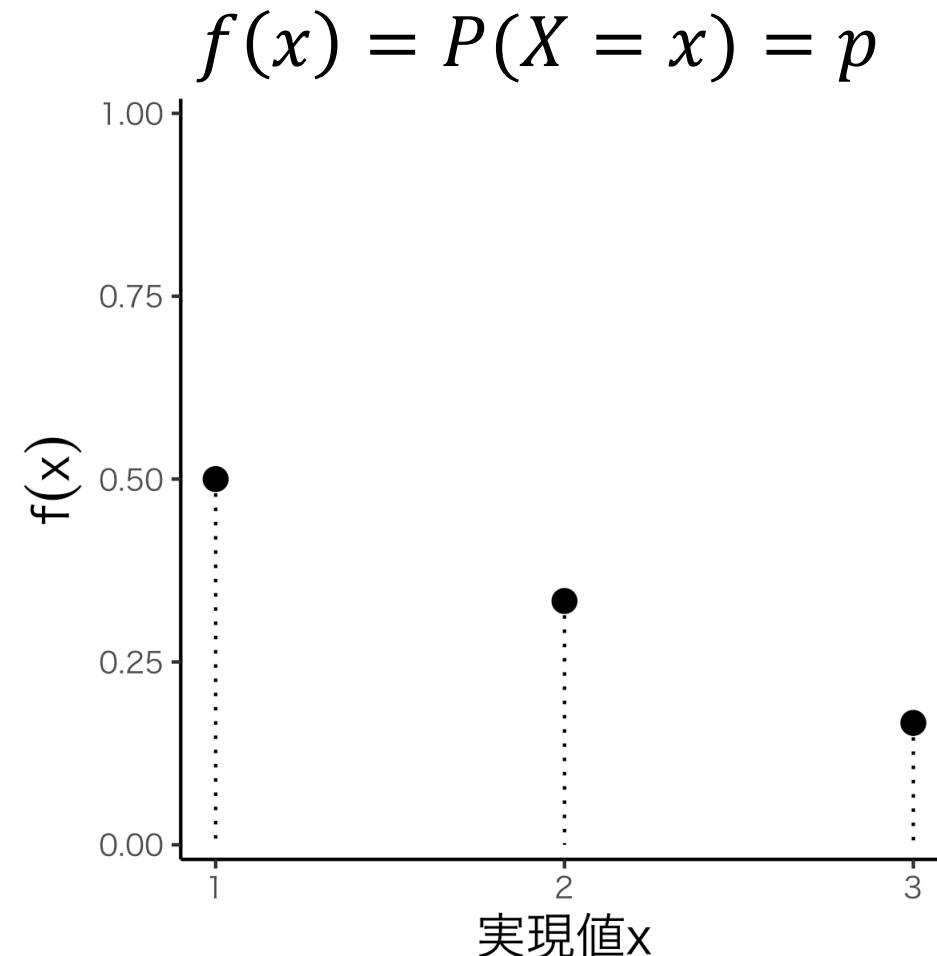
$\mathbb{R}$  (実数空間)

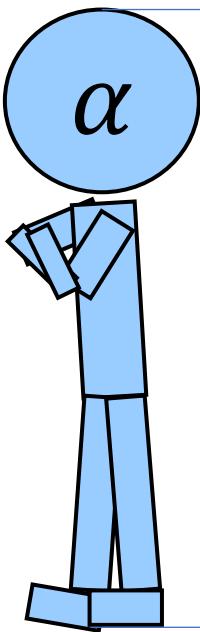


# へのへのもへサイコロ



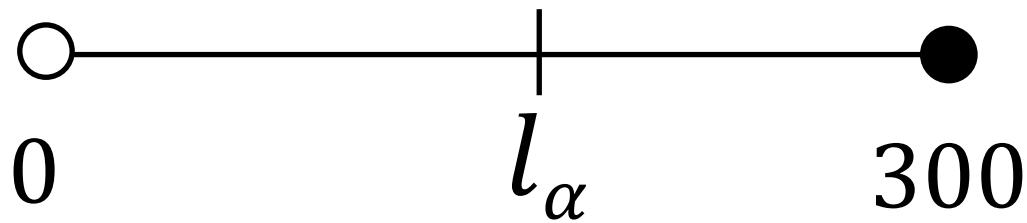
## 確率分布



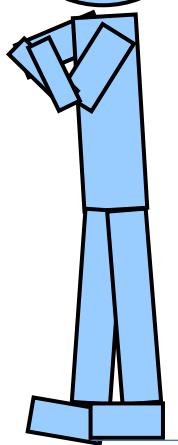


$\alpha$ さんの身長 $l_\alpha$ が180cmである確率

実数空間R



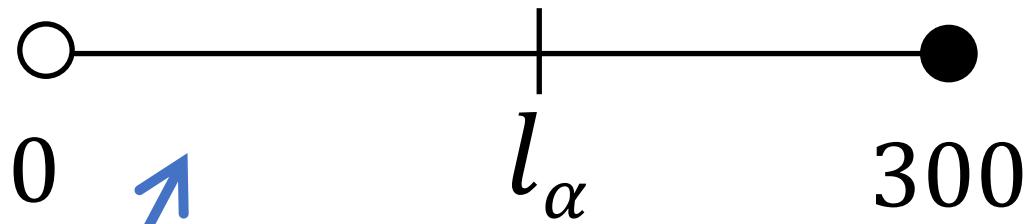
$\alpha$



$l_\alpha$

$\alpha$ さんの身長 $l_\alpha$ が180cmである確率

実数空間R

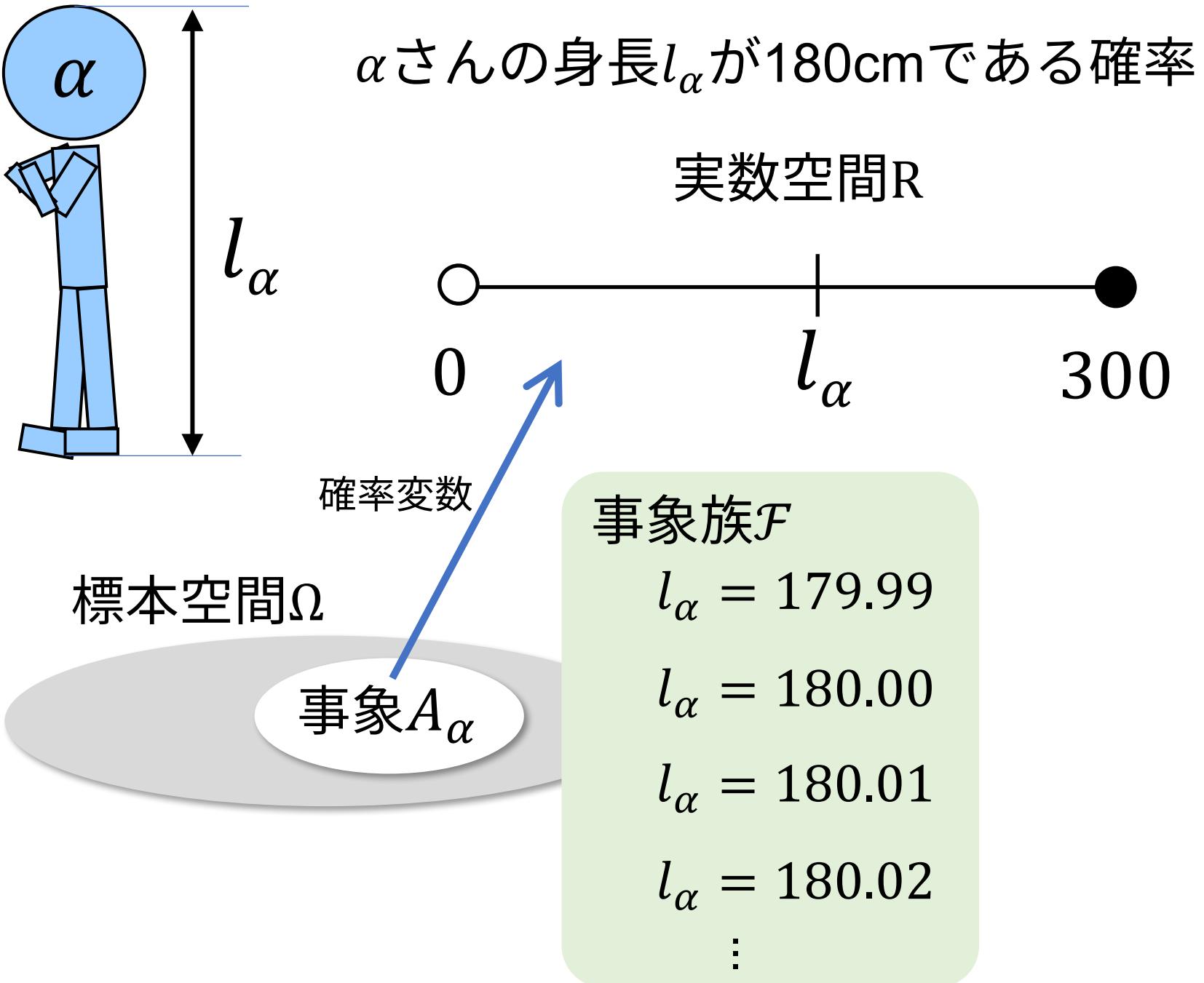


確率変数

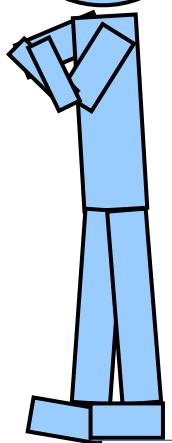
標本空間 $\Omega$

事象 $A_\alpha$





$\alpha$



$\alpha$ さんの身長 $l_\alpha$ が180cmである確率

実数空間R

$l_\alpha$

0

$l_\alpha$

300



確率変数

標本空間 $\Omega$

事象 $A_\alpha$

事象族 $\mathcal{F}$

確率 $p$

$$l_\alpha = 179.99 \longrightarrow p_\alpha \cong 0$$

$$l_\alpha = 180.00 \longrightarrow p_\alpha \cong 0$$

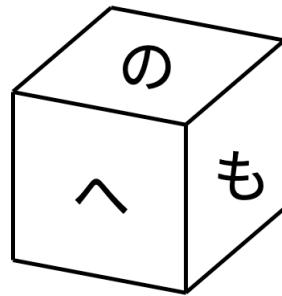
$$l_\alpha = 180.01 \longrightarrow p_\alpha \cong 0$$

$$l_\alpha = 180.02 \longrightarrow p_\alpha \cong 0$$

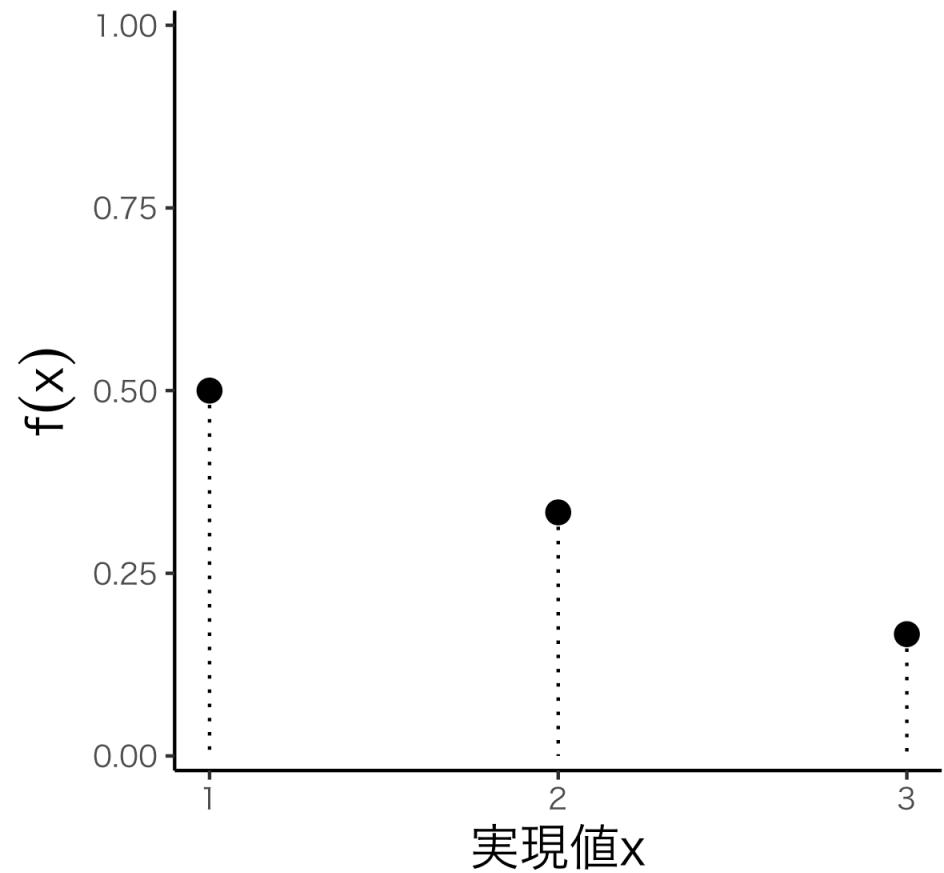
:

:

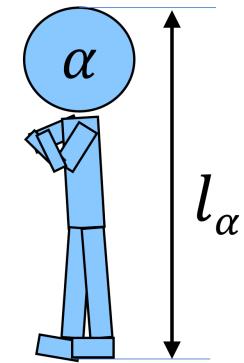
確率分布



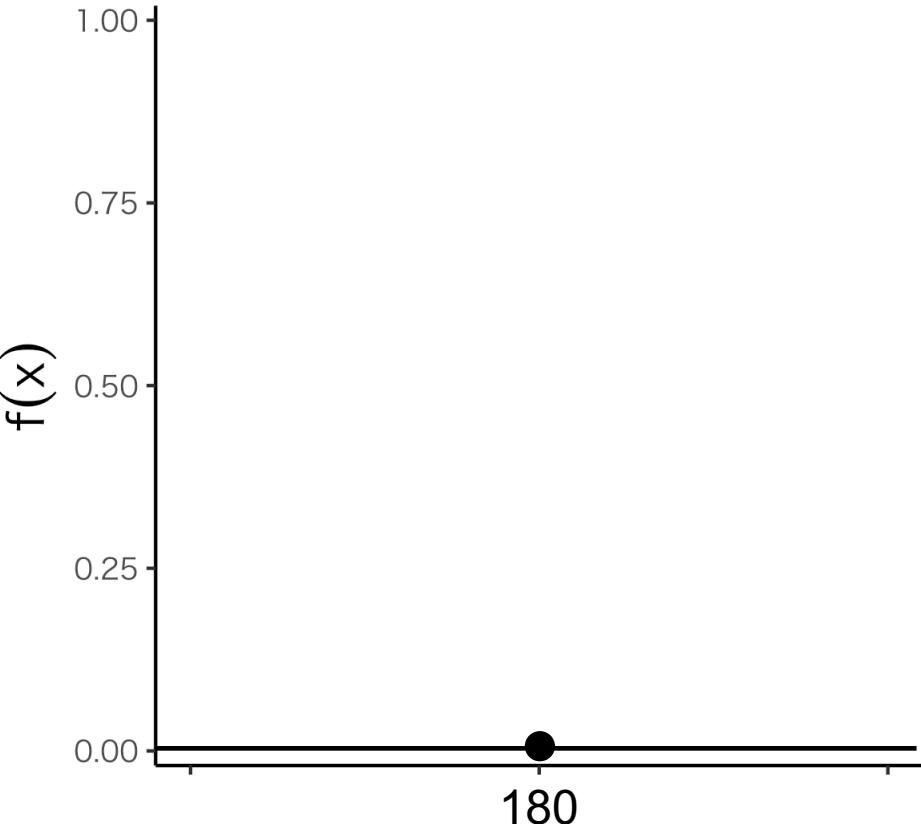
$$f(x) = P(A|X = x) = p$$

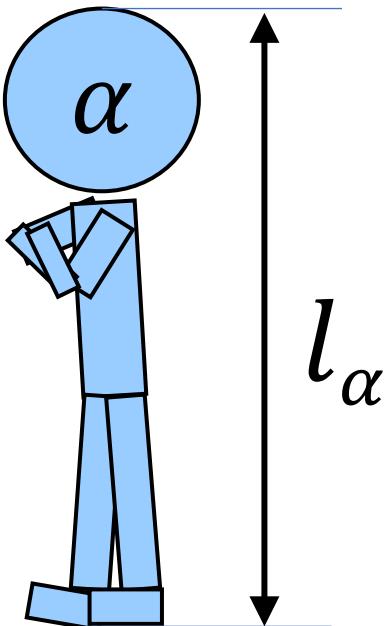


確率分布

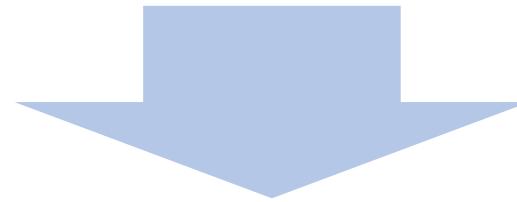


$$P(A|X = 180) \cong 0 !?$$





$\alpha$ さんの身長 $l_\alpha$ が180cmである確率

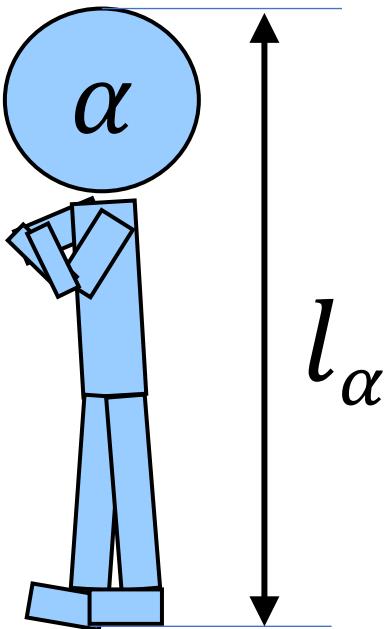


だいたい180cmである確率

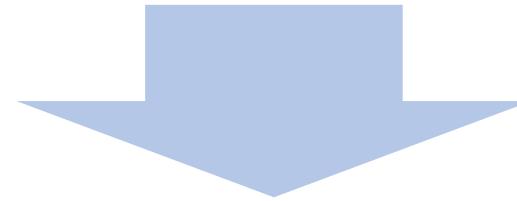
事象族 $\mathcal{F}$ の性質より、

$$A_i \in \mathcal{F} \Rightarrow \bigcup_i A_i \in \mathcal{F}$$

(足したものも $\mathcal{F}$ に含まれるよ)



$\alpha$ さんの身長 $l_\alpha$ が180cmである確率



だいたい180cmである確率

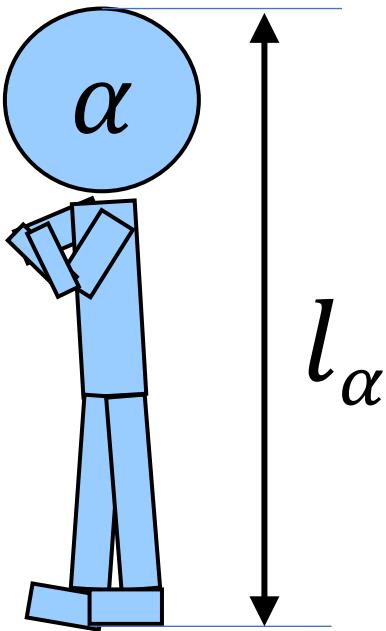
事象族 $\mathcal{F}$ の性質より、

$$A_i \in \mathcal{F} \Rightarrow \bigcup_i A_i \in \mathcal{F}$$

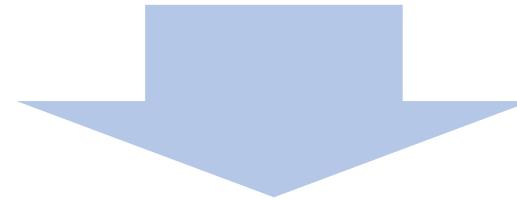
確率測度 $P$ の性質より、

$$\forall (A_i \cap A_j)_{i \neq j} = \emptyset \Rightarrow P\left(\bigcup_i A_i\right) = \sum_i P(A_i)$$

(事象が互いに素なら、和事象の確率は、事象の確率の和だよ)



αさんの身長 $l_\alpha$ が180cmである確率



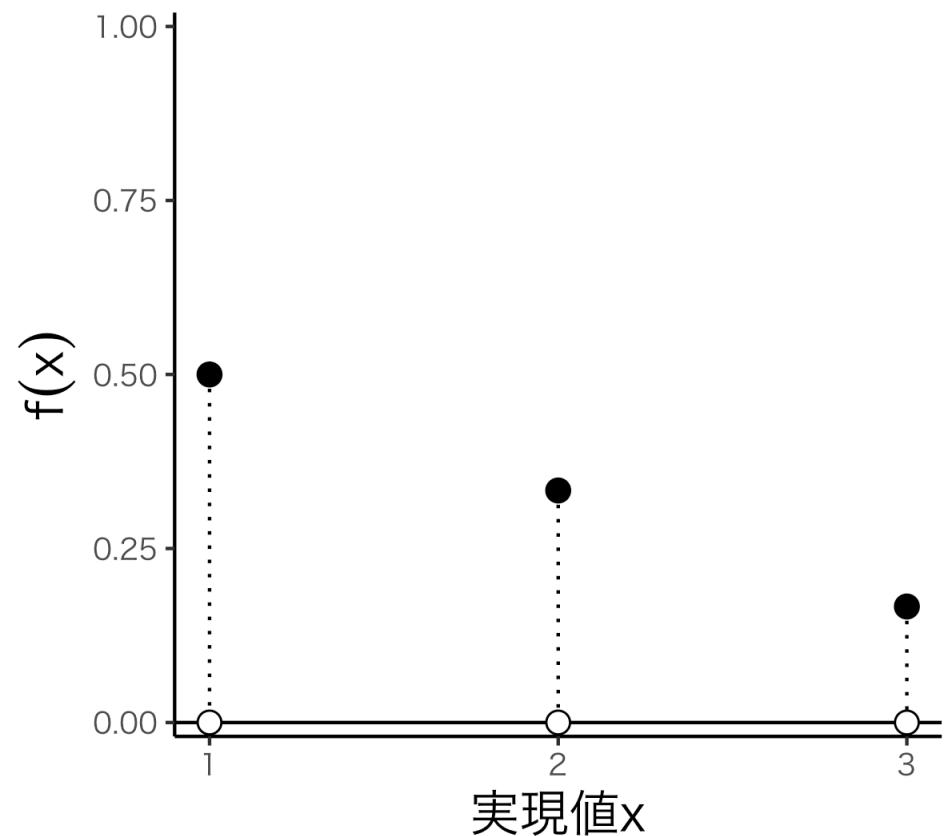
だいたい180cmである確率

$$\begin{aligned} P(A|X \cong 180) &= P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) \\ &= \int_{180-\Delta}^{180+\Delta} P(A|X = x) dx = \int_{180-\Delta}^{180+\Delta} f(x) dx \end{aligned}$$

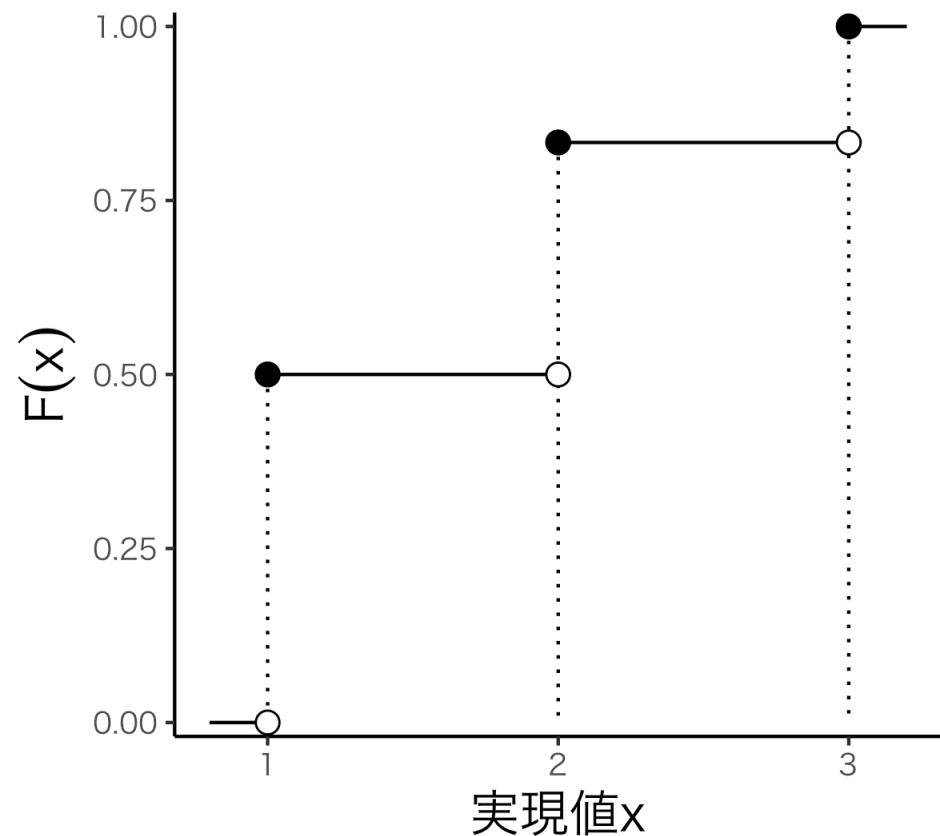
$$f(x) = P(A|X=x) = p$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$$

## 確率分布



## 累積分布

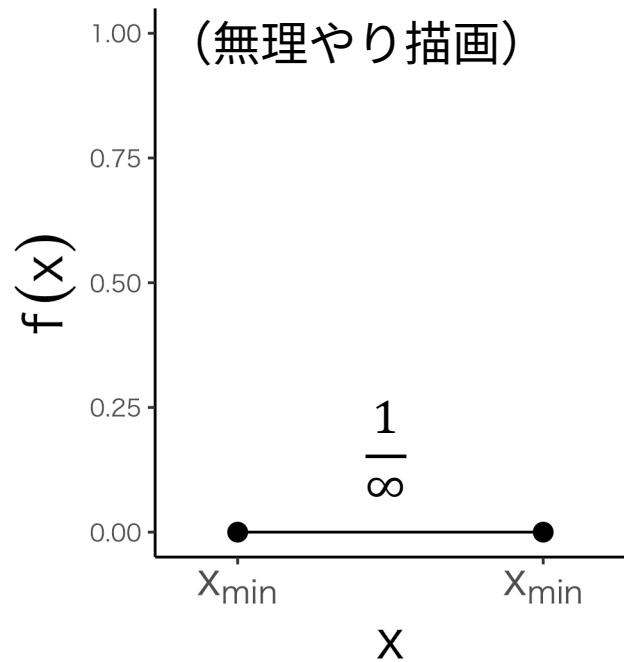


確率分布 $f(x)$ : 定義域 $[x_{min}, x_{max}]$ において均一

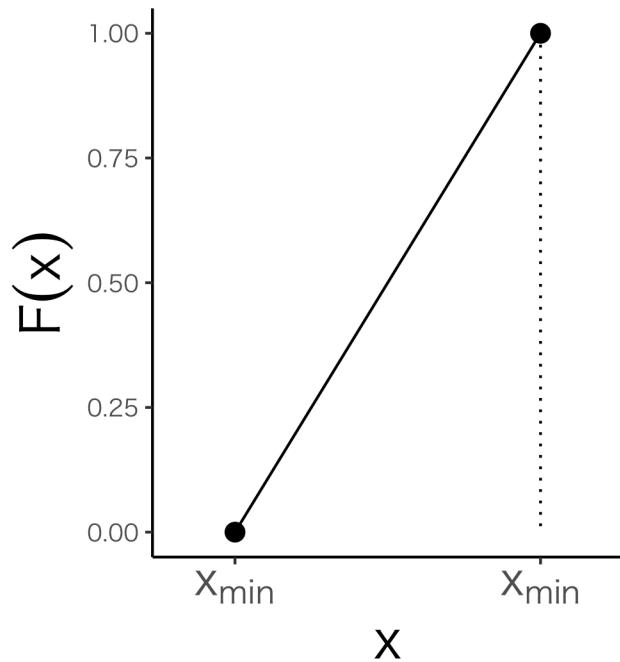
$$p = f(x)$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$$

確率分布  
(無理やり描画)



累積分布



確率分布 $f(x)$ : 定義域 $[x_{min}, x_{max}]$ において均一

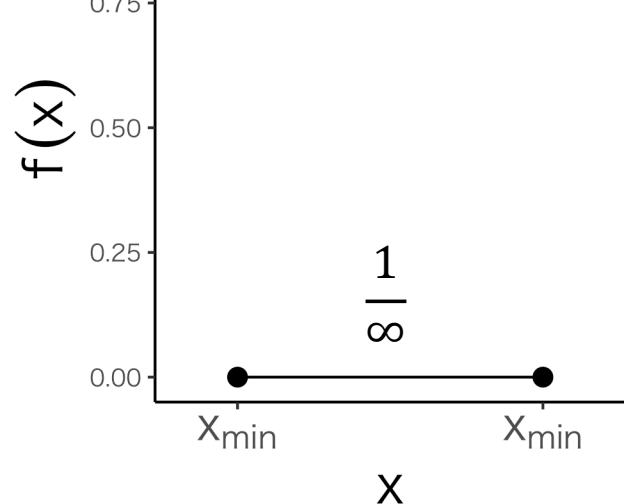
$$p = f(x)$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$$

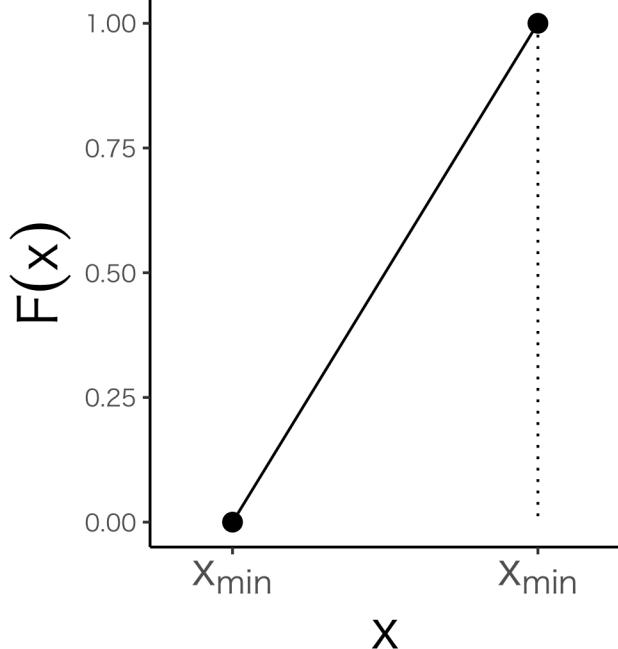
$$f(x) = \frac{1}{dx} F(x)$$

確率分布

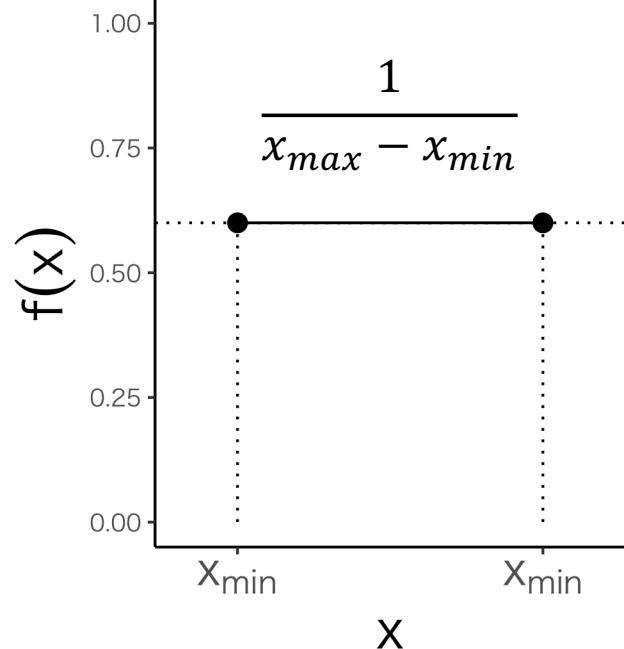
(無理やり描画)



累積分布



確率密度



確率分布 $f(x)$ : 定義域 $[x_{min}, x_{max}]$ において均一

$$p = f(x)$$

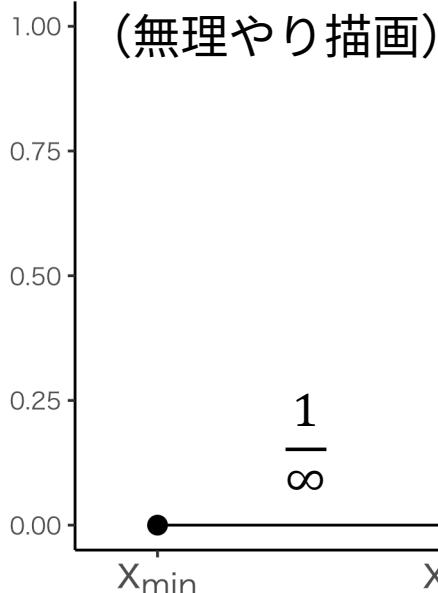
$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$$

$$f(x) = \frac{1}{dx} F(x)$$

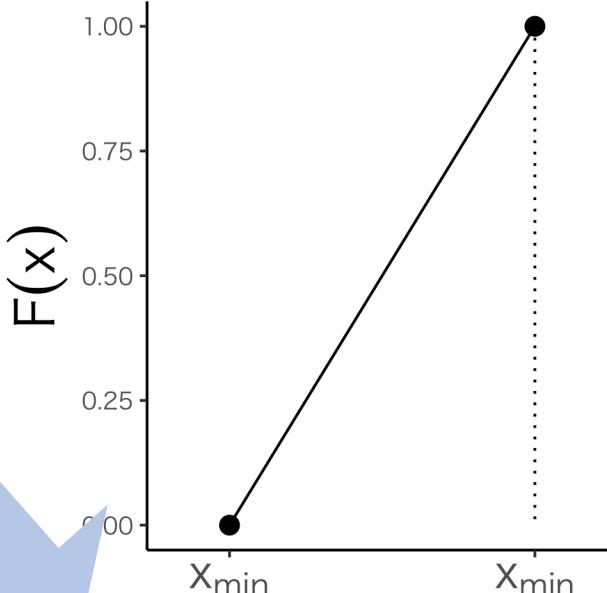
確率分布

(無理やり描画)

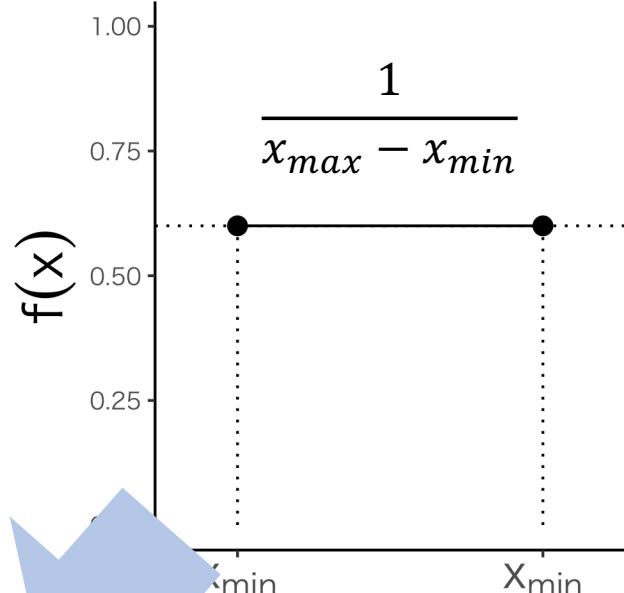
$f(x)$



累積分布



確率密度



$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx = p_{|a \leq x \leq b}$$

確率分布  $f(x) = P(A|X = x) = p$

累積分布  $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$

確率密度  $f(x) = \frac{1}{dx} F(x)$

確率  $p_{|a \leq x \leq b} = \int_a^b f(x)dx$

$\Omega$  (標本空間)  $P: \mathcal{F} \rightarrow [0,1]$   $[0,1]$  空間  
(確率測度)

事象  $A$   $\bar{A}$

$0 \leq p \leq 1$

確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$   
probability space

$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$   
(確率変数)

$x$  (実現値)

$\mathbb{R}$  (実数空間)

$\Omega$  (標本空間)  $P: \mathcal{F} \rightarrow [0,1]$   $[0,1]$  空間  
(確率測度)

事象  $A$

$\bar{A}$

$0 \leq p \leq 1$

確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$   
probability space

$X^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \Omega$

$x$  (実現値)

$\mathbb{R}$  (実数空間)

$\Omega$  (標本空間)  $P: \mathcal{F} \rightarrow [0,1]$   $[0,1]$  空間  
(確率測度)

事象  $A$

$\bar{A}$

$0 \leq p \leq 1$

確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$   
probability space

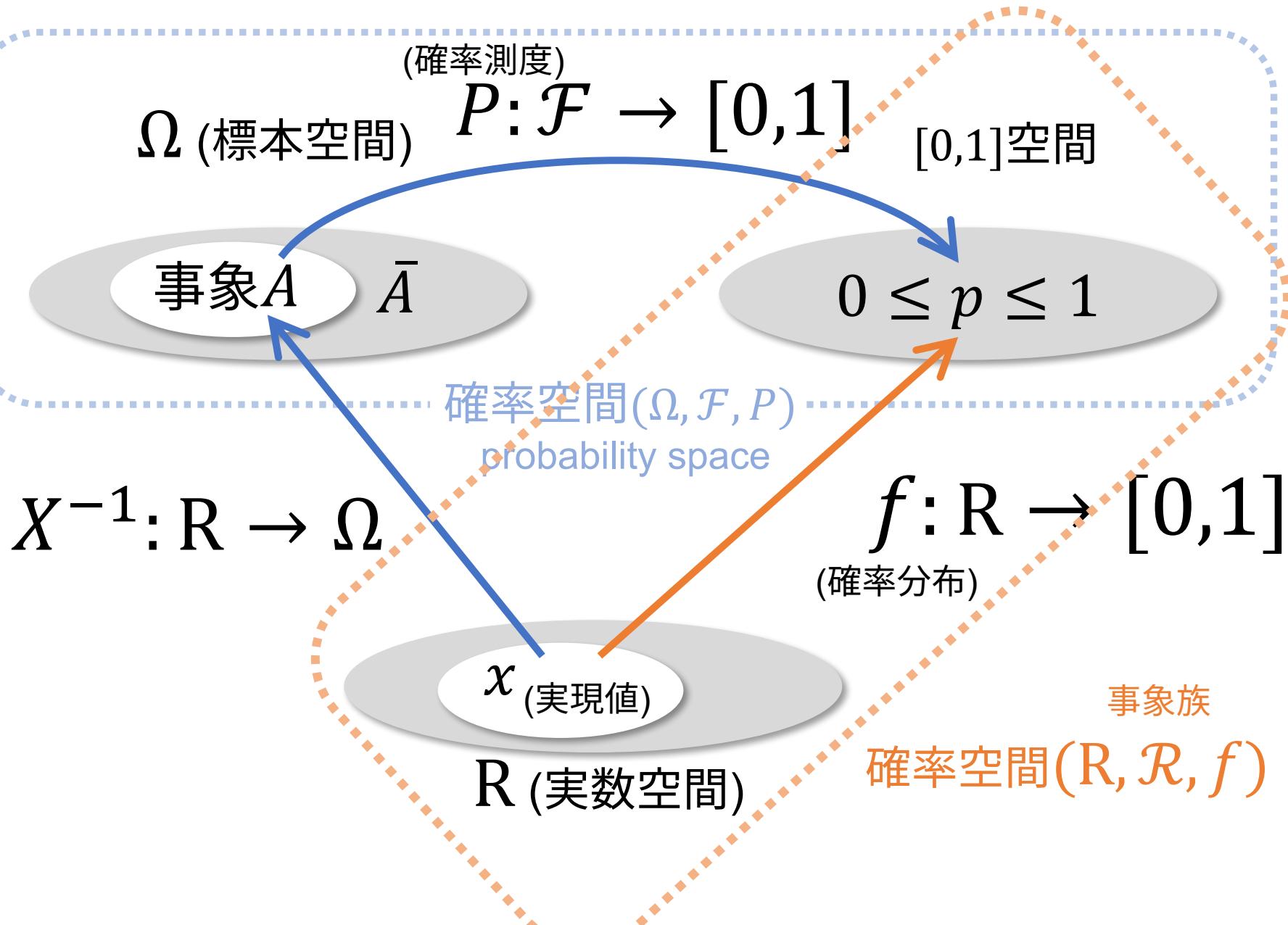
$X^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \Omega$

$f: \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$

(確率分布)

$x$   
(実現値)

$\mathbb{R}$  (実数空間)





職業、イケメン。テラモナギ

@teramonagi

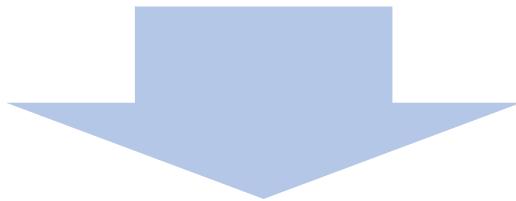
$x=X(\omega)$ は  $\{\omega \in \Omega; X(\omega)=x\}$  の略ですね。なのでこれは  $\Omega$  の部分集合を表すための略記です。 $P(x=X(\omega)) = P(\{\omega \in \Omega; X(\omega)=x\})$  ということです。なので確率測度は  $\Omega$  の部分集合を引数にとる関数です！

15:26 - 2015年11月17日

もし、わからない事があったら  
完全に理解しているヒトにドンドン聞いてみよう！

確率変数 $X$ は正規分布に従う

確率変数 $X$ は正規分布に従う



確率密度関数 $f(x)$ が

$$f(x|\mu, \delta^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}}$$

確率密度関数 $f(x)$ が

$$f(x|\mu, \delta^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}}$$



理解

「お、要するに $y = e^{-x^2}$ を考えて  
 $x = \mu$ で $y_{max}$ ,  $x = \pm\infty$ で $y_{min} = 0$ 。  
そのならかさの度合いが $\delta$ かな。」

確率密度関数 $f(x)$ が

$$f(x|\mu, \delta^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}}$$



理解

「お、要するに $y = e^{-x^2}$ を考えて  
 $x = \mu$ で $y_{max}$ ,  $x = \pm\infty$ で $y_{min} = 0$ 。  
そのならかさの度合いが $\delta$ かな。」



「にゃーん」

完全理解  
(論理)

確率密度関数 $f(x)$ が

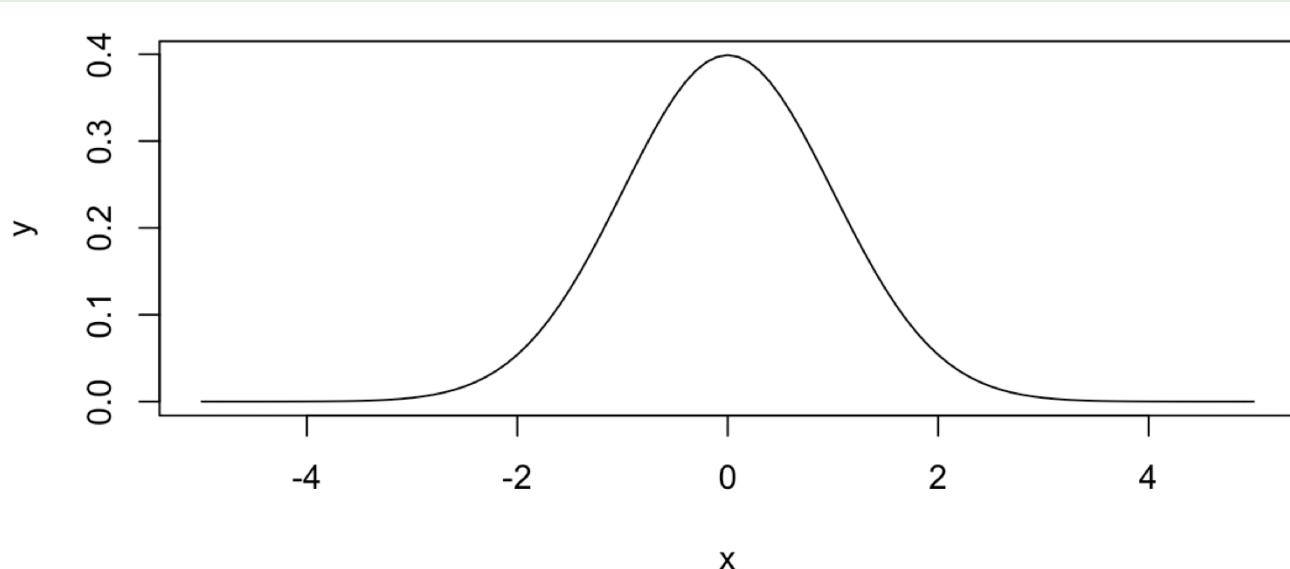
$$f(x|\mu, \delta^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}}$$

```
y <- function(x, mu = 0, s = 1){  
  (2 * pi * s^2)^(-1/2) * exp(-(x - mu)^2/(2 * s^2))  
}  
  
plot(y, -5, 5)
```

確率密度関数 $f(x)$ が

$$f(x|\mu, \delta^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}}$$

```
y <- function(x, mu = 0, s = 1){  
  (2 * pi * s^2)^(-1/2) * exp(-(x - mu)^2/(2 * s^2))  
}  
  
plot(y, -5, 5)
```



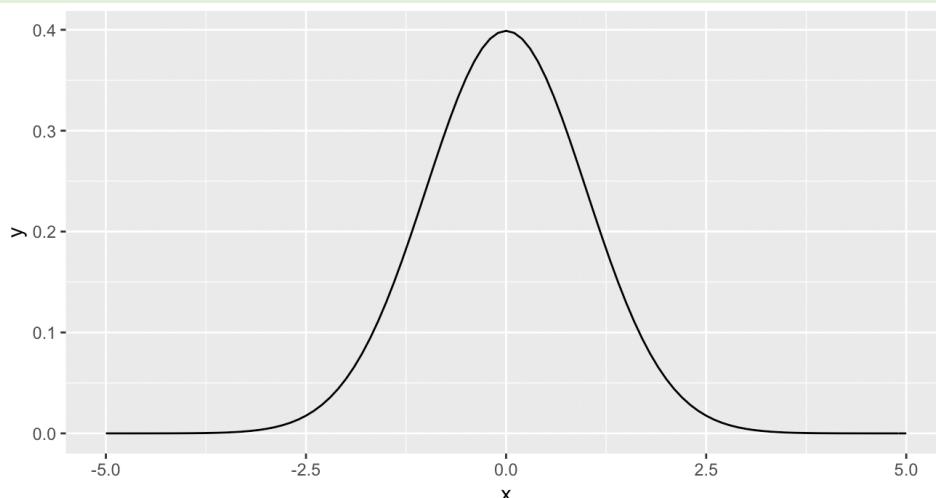
確率密度関数 $f(x)$ が

$$f(x|\mu, \delta^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}}$$

```
library(tidyverse)
```

```
dat_g <- data.frame(x = seq(-5, 5, by = 0.1)) %>%
  mutate(y = dnorm(x, 0, 1))
```

```
dat_g %>%
  ggplot(aes(x, y))+
  geom_path()
```



# 確率分布に関するRの関数群

確率密度関数

**d\*\*** (第1引数はx座標)

累積確率分布

**p\*\*** (第1引数はx座標)

乱数

**r\*\*** (第1引数は個数)

確率点

**q\*\*** (第1引数は割合)

確率分布の略号

正規分布 : norm

ポアソン分布 : pois

一様分布 : unif

対数正規分布 : lnorm

ベータ分布 : beta

などなど

# 確率分布に関するRの関数群

済

確率密度関数

**d\*\*** (第1引数はx座標)

済

累積確率分布

**p\*\*** (第1引数はx座標)

乱数

**r\*\*** (第1引数は個数)

確率点

**q\*\*** (第1引数は割合)

確率分布の略号

正規分布 : norm

ポアソン分布 : pois

一様分布 : unif

対数正規分布 : lnorm

ベータ分布 : beta

などなど

$\Omega$  (標本空間)  $P: \mathcal{F} \rightarrow [0,1]$   $[0,1]$  空間  
(確率測度)

$A$   $\omega$   $\bar{A}$

$0 \leq p \leq 1$

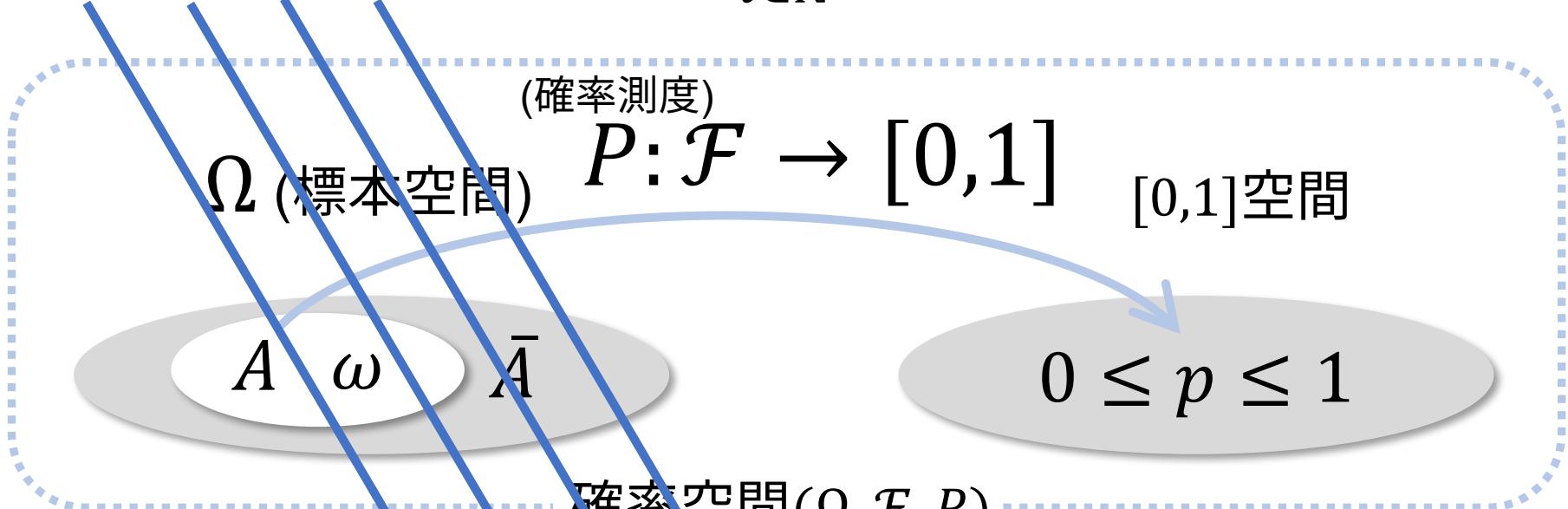
確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$   
probability space

$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$   
(確率変数)

$x$  (実現値)

$\mathbb{R}$  (実数空間)

ランダムに選ばれた  $\omega_{i \in \mathbb{N}}$



$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$   
(確率変数)

$\mathbb{R}$  (実数空間)

$x$   
(実現値)

乱数: 対応する実現値  $x_{i \in \mathbb{N}}$

# へのへのもへサイコロ

実数空間  $R$

1点 ←

2点 ←

1点 ←

2点 ←

3点 ←

1点 ←

実現値  $x$

数  
 $X$

標本空間  $\Omega$

面<sub>1</sub>: へ

面<sub>2</sub>: の

面<sub>3</sub>: へ

面<sub>4</sub>: の

面<sub>5</sub>: も

面<sub>6</sub>: へ

根元事象  $\omega$

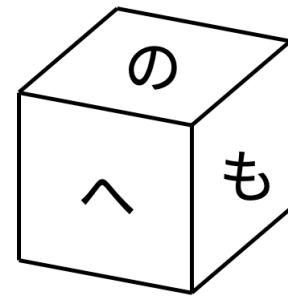
事象族  $\mathcal{F}$

へ

の

も

事象  $A$



確率  $p$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{6}$

関  
数  
 $P$

# へのへのもへサイコロ

実数空間  $R$

1点 ←

2点 ←

1点 ←

2点 ←

3点 ←

1点 ←

実現値  $\chi$

標本空間  $\Omega$

面<sub>1</sub>: へ

の  
へ

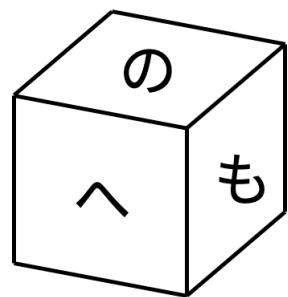
面<sub>4</sub>: の

面<sub>5</sub>: も

面<sub>6</sub>: へ

根元事象  $\omega$

事象族  $\mathcal{F}$



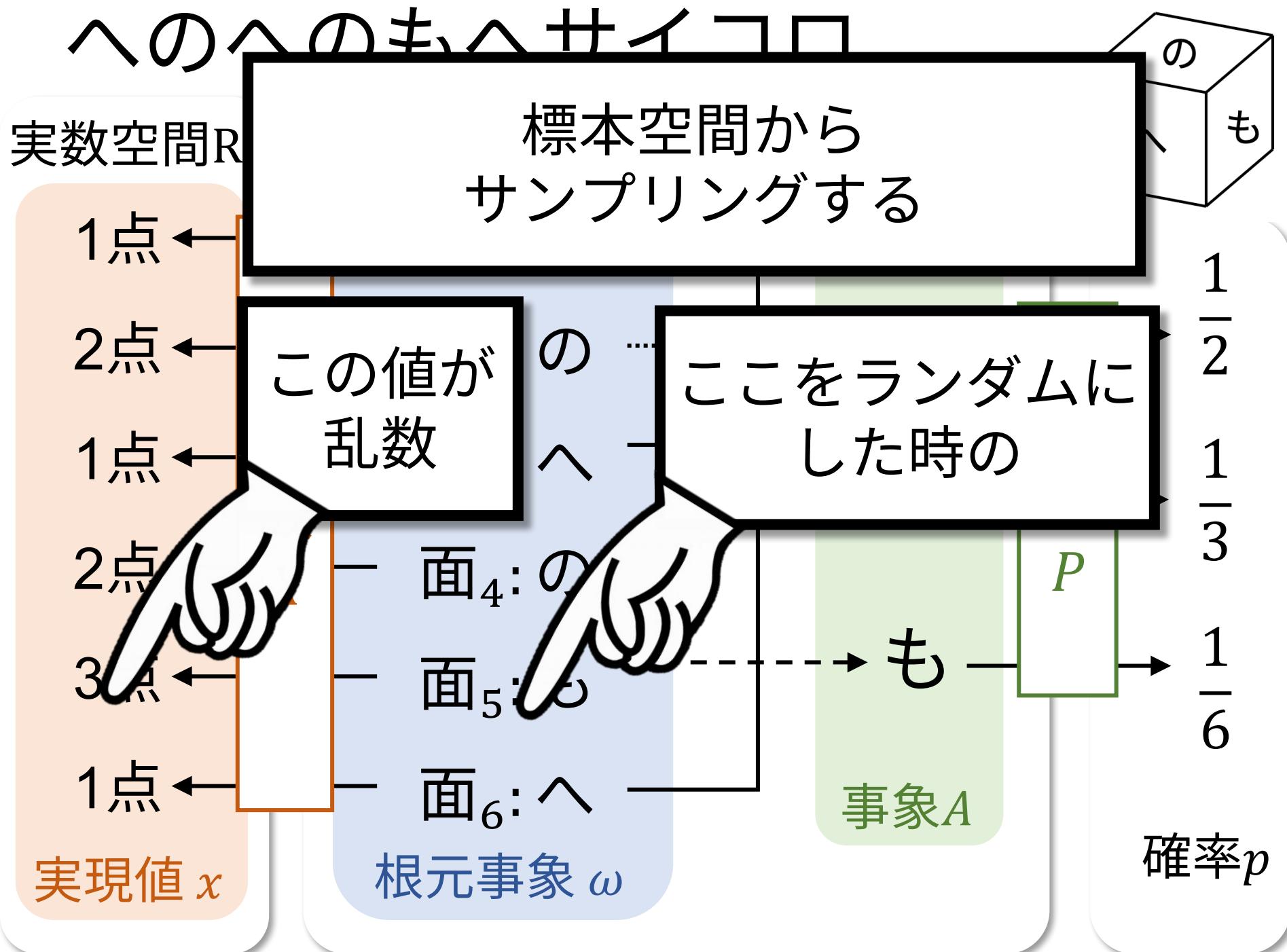
ここをランダムに  
した時の

$P$

事象  $A$

1  
—  
2  
—  
1  
—  
3  
—  
1  
—

確率  $p$

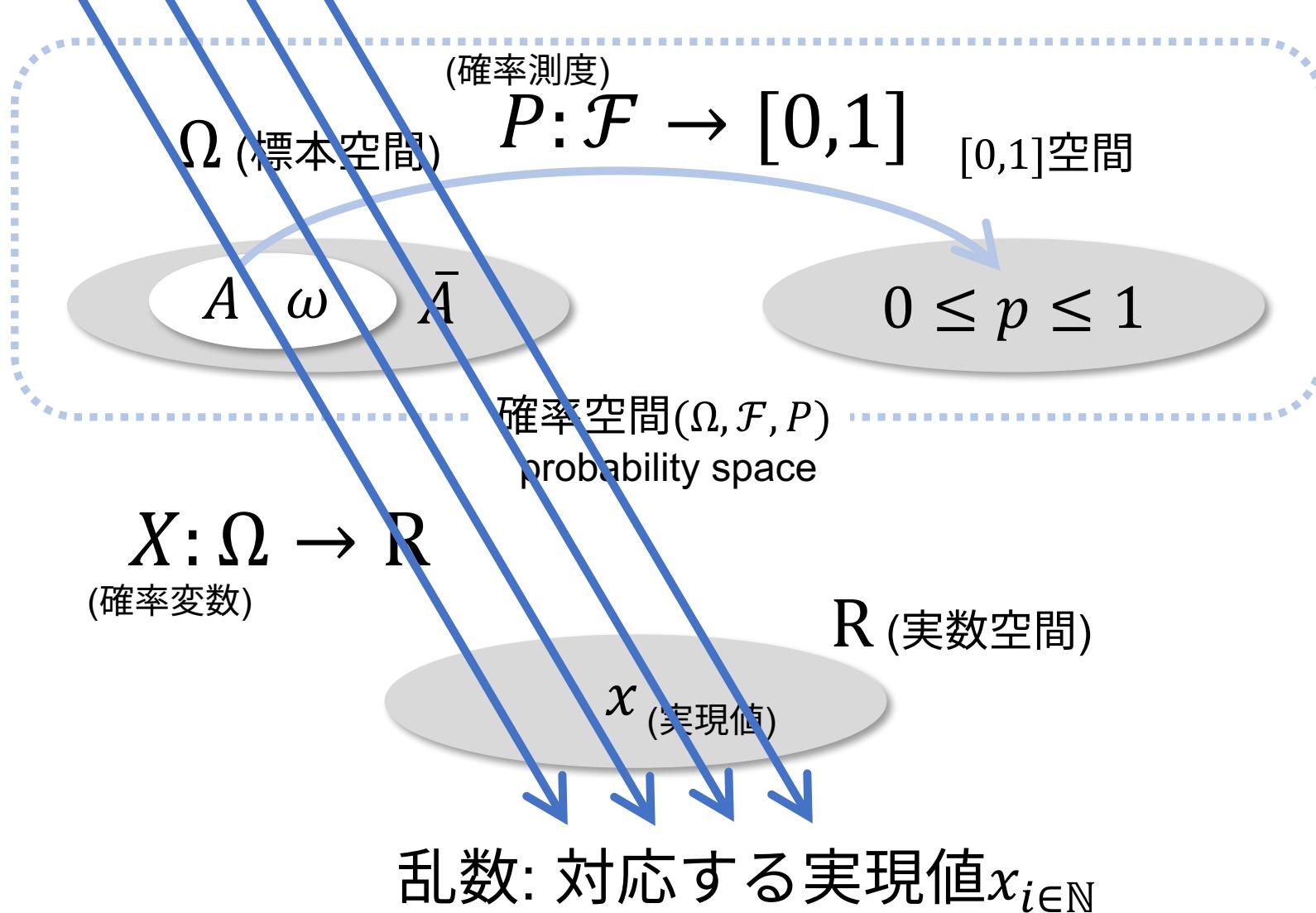


# 正規分布の乱数

ランダムに選ばれた  $\omega_{i \in \mathbb{N}}$



$\Omega$ における  $\omega$  の分布は  
一般には取り扱えない  
(ピッタリ 180cm の確率はゼロ)



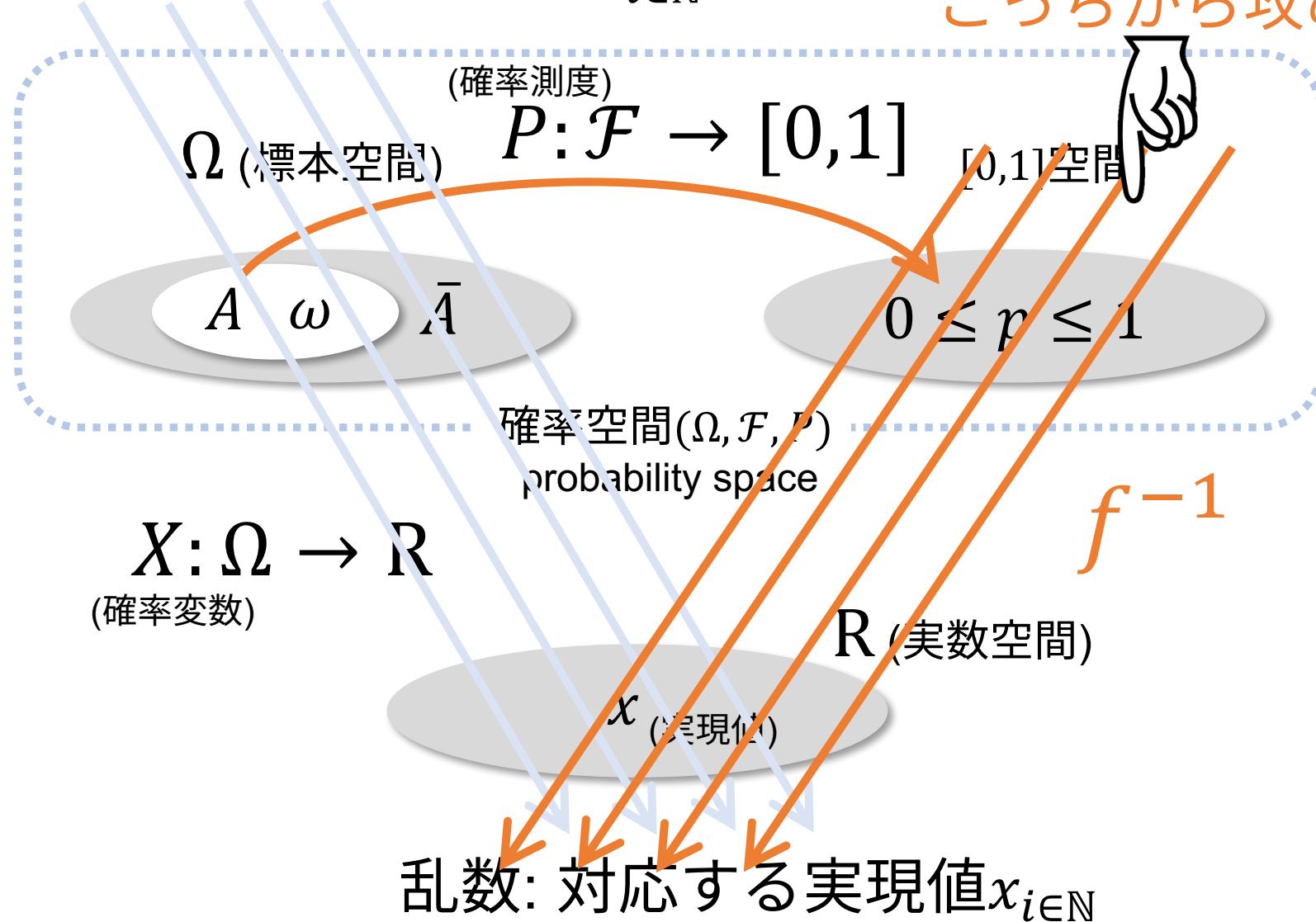
# 正規分布の乱数

ランダムに選ばれた  $\omega_{i \in \mathbb{N}}$



Ωにおける $\omega$ の分布は  
一般には取り扱えない  
(ピッタリ 180cm の確率はゼロ)

こっちから攻める



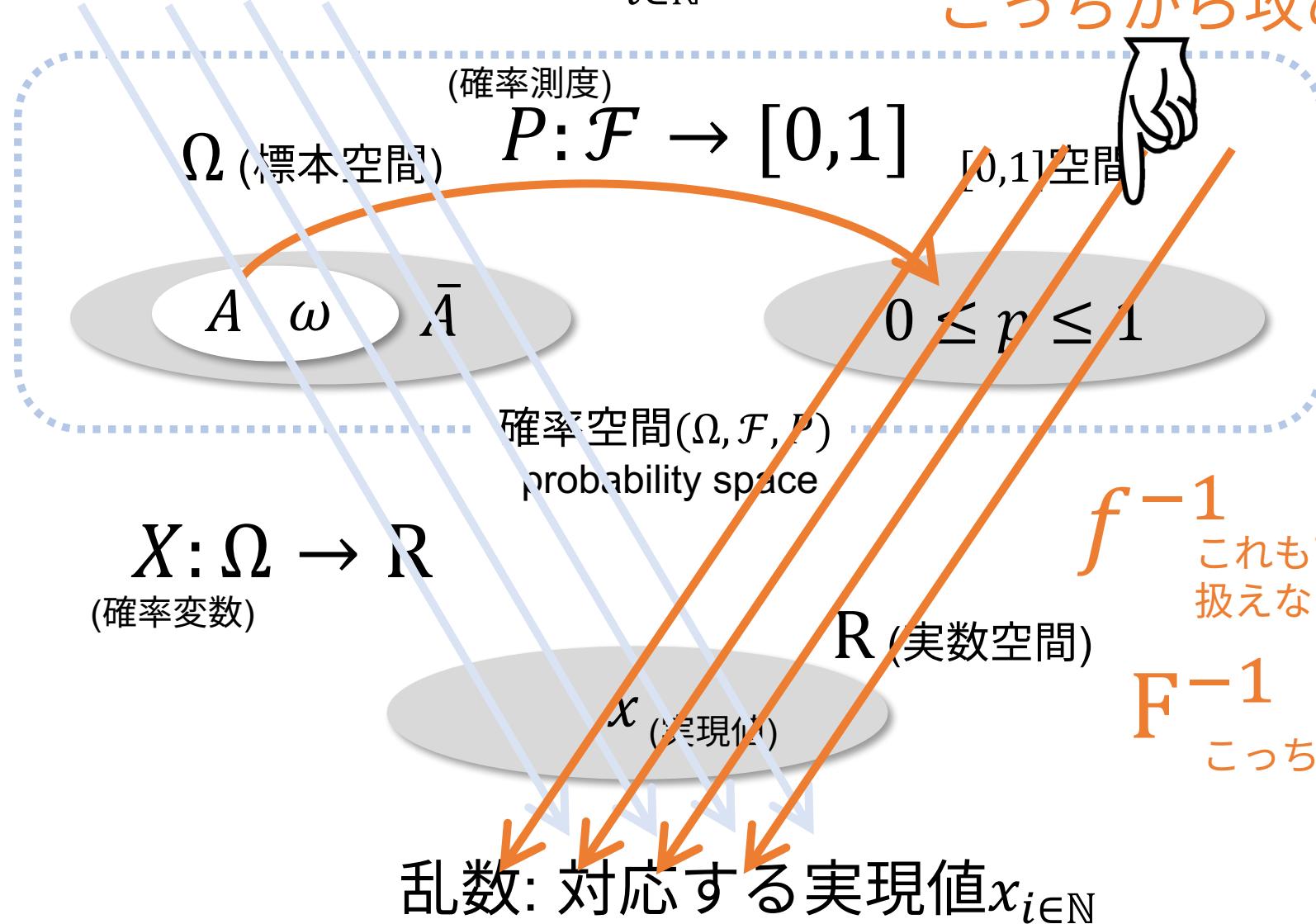
# 正規分布の乱数

ランダムに選ばれた  $\omega_{i \in \mathbb{N}}$



$\Omega$ における  $\omega$  の分布は  
一般には取り扱えない  
(ピッタリ 180cm の確率はゼロ)

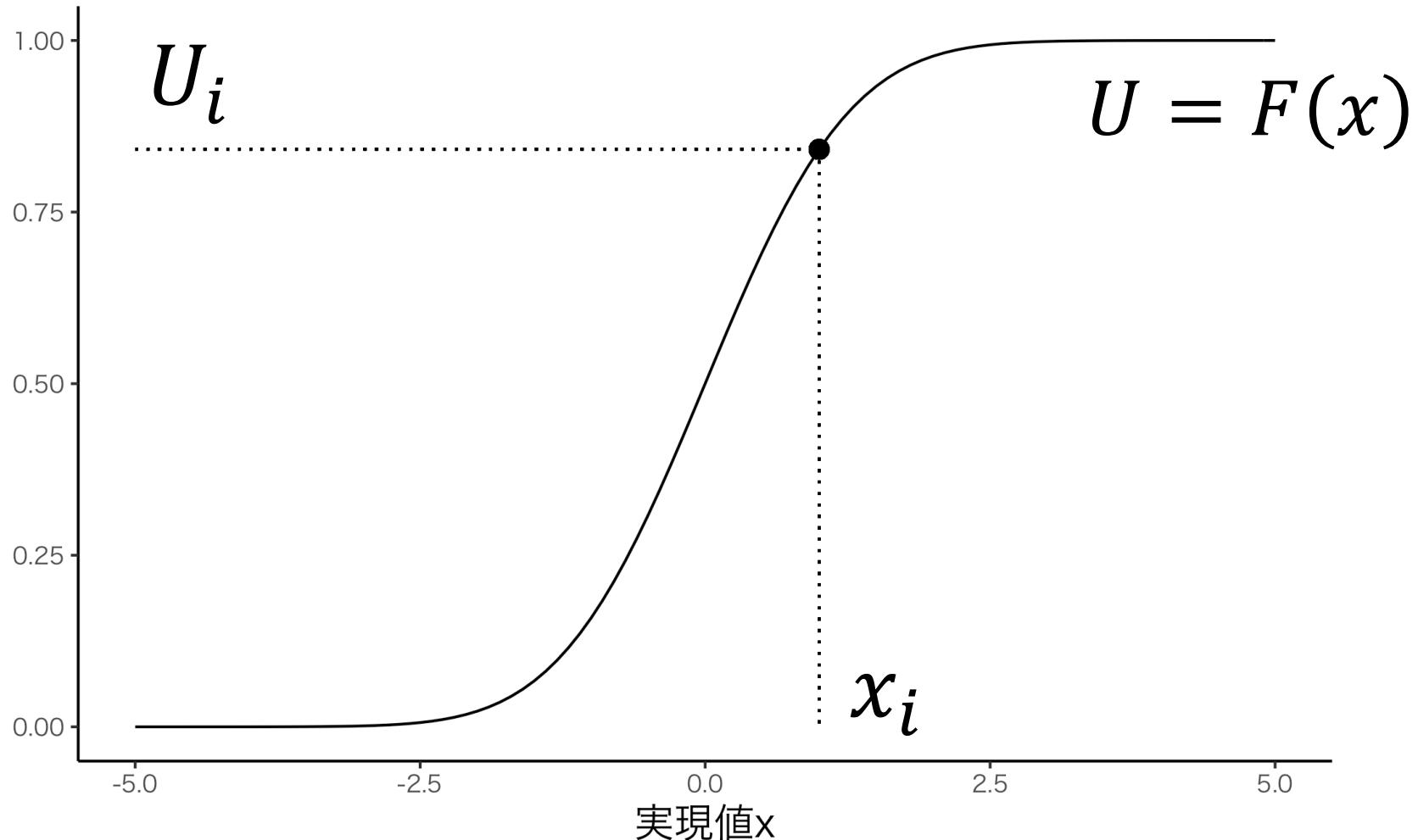
こっちから攻める



$f^{-1}$  これも直接扱えないので  
 $F^{-1}$  こっちを使う

# 正規分布の乱数

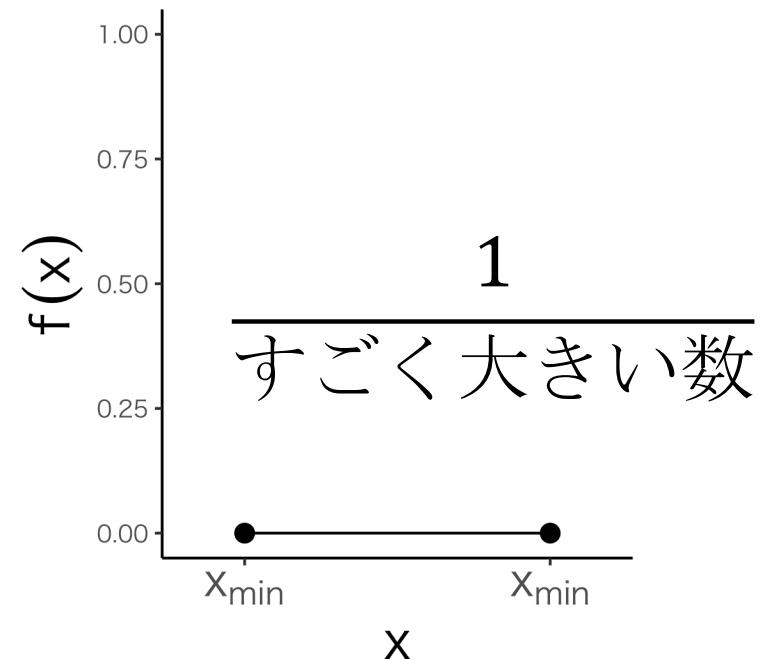
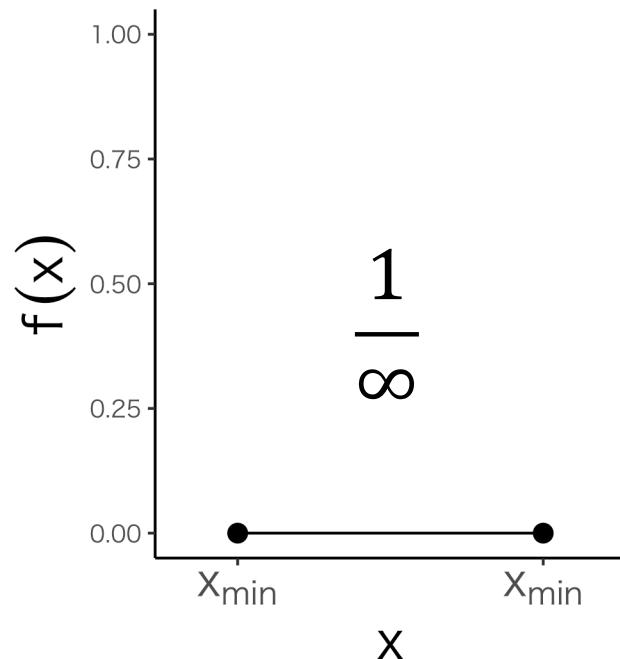
累積分布 $F(x)$ は必ず $0 \leq F(x) \leq 1$ で、かつ、単調増加関数。  
 $F(x) = U$ を $[0, 1]$ において均一にサンプリングすれば良い。



# 正規分布の乱数

累積分布 $F(x)$ は必ず $0 \leq F(x) \leq 1$ で、かつ、単調増加関数。  
 $F(x) = U$ を $[0, 1]$ において均一にサンプリングすれば良い。

一様分布の確率分布 $f(x)$

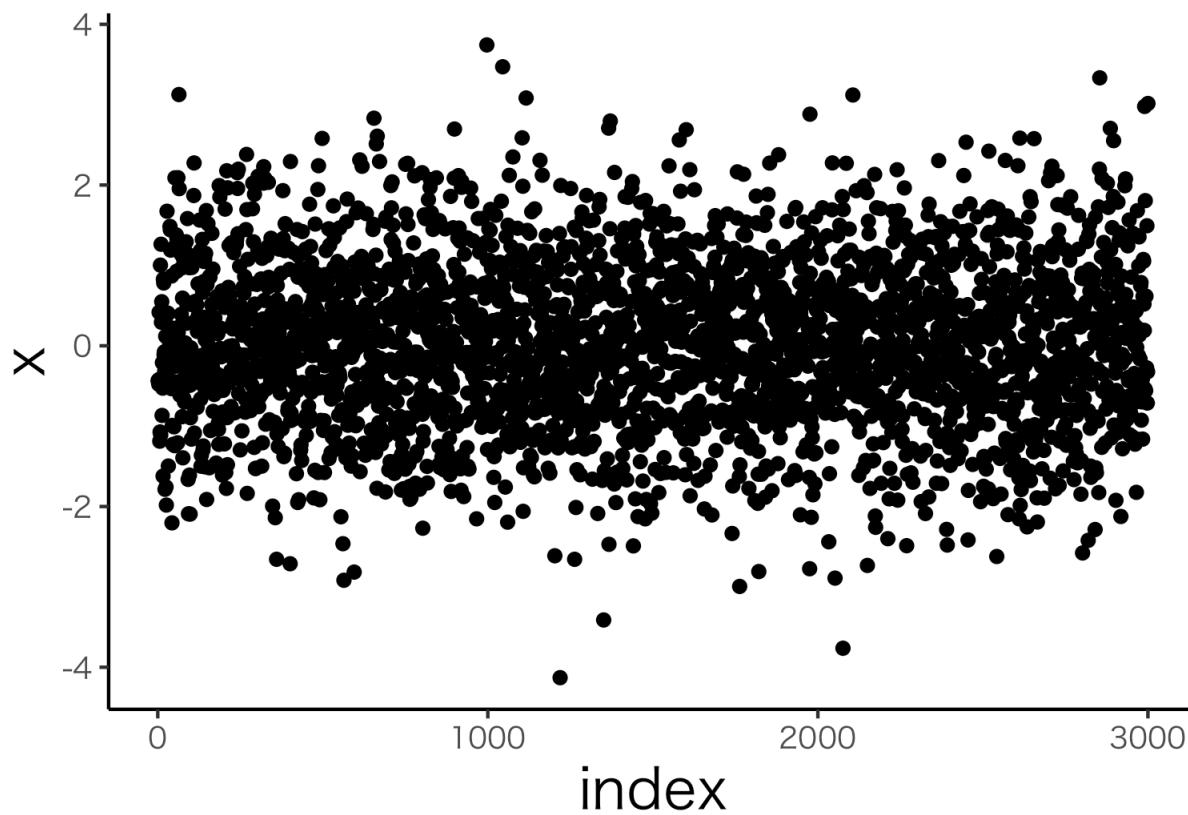


Rで取り扱える最大数は $10^{300}$ ぐらい？

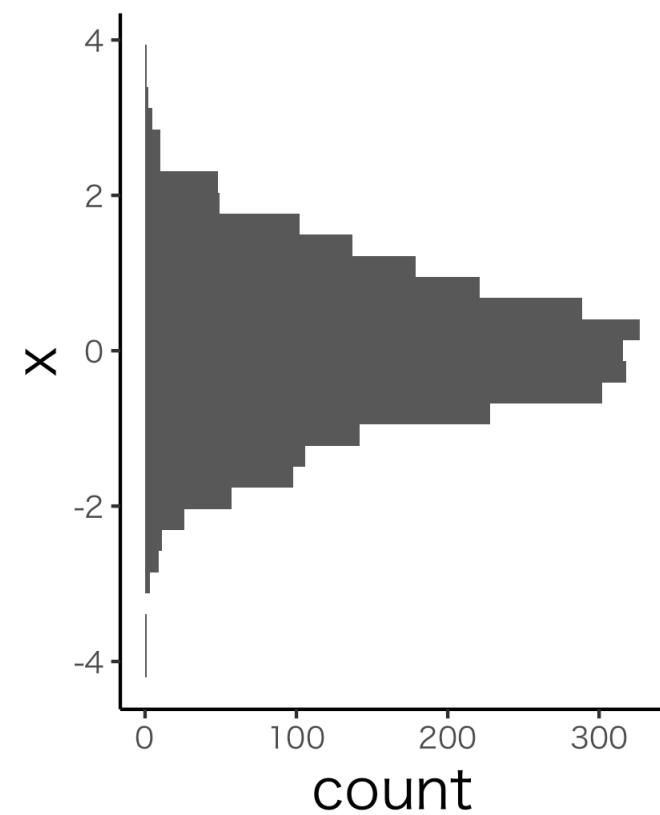
```
set.seed(71)
```

```
dat <- data.frame(x = rnorm(3000)) %>%
  rowid_to_column("index")
```

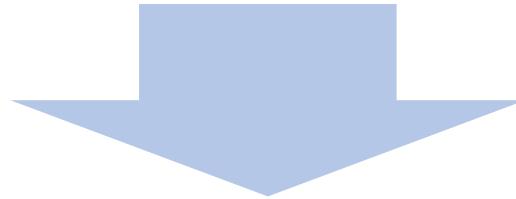
```
ggplot(dat, aes(index, x))+
  geom_point()
```



```
ggplot(dat, aes(x))+
  geom_histogram()+
  coord_flip()
```



確率変数 $X$ は正規分布に従う



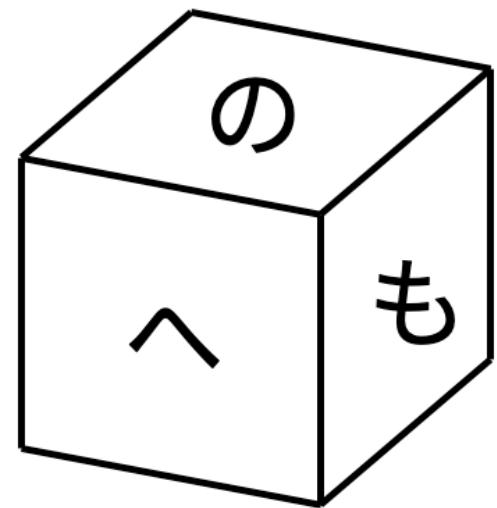
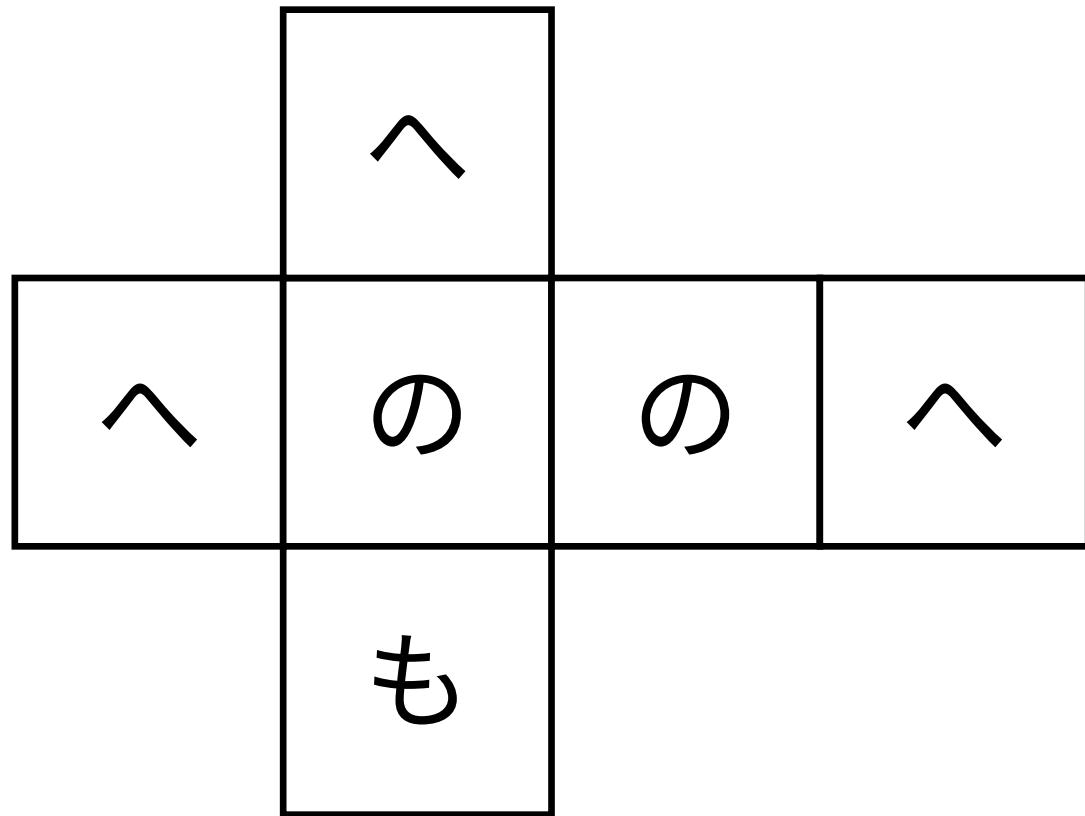
確率密度関数 $f(x)$ が

$$f(x|\mu, \delta^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}}$$

となる確率分布から生じるサンプル $x$ を  
実現値を持つ確率変数 $X$ を考える。

まとめ

# へのへのもへサイコロ



# へのへのもへサイコロ

実数空間  $R$

1点 ←

2点 ←

1点 ←

2点 ←

3点 ←

1点 ←

実現値  $x$

関数  $X$

標本空間  $\Omega$

面<sub>1</sub>: へ

面<sub>2</sub>: の

面<sub>3</sub>: へ

面<sub>4</sub>: の

面<sub>5</sub>: も

面<sub>6</sub>: へ

根元事象  $\omega$

事象族  $\mathcal{F}$

へ

の

も

関数  $P$

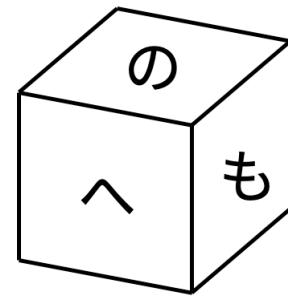
$\frac{1}{1}$

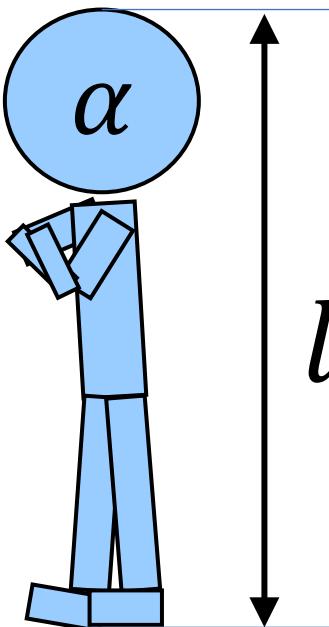
$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{6}$

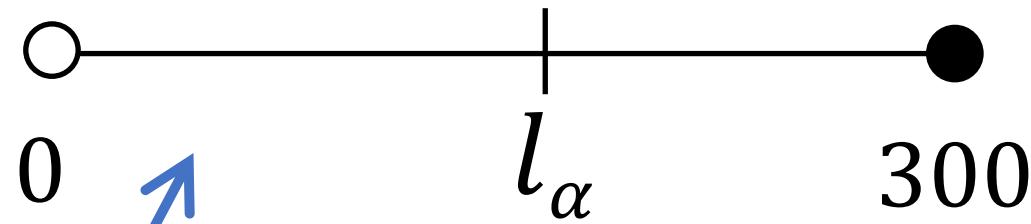
確率  $p$





αさんの身長 $l_\alpha$ が180cmである確率

実数空間R



標本空間Ω

確率変数

事象 $A_\alpha$

事象族 $\mathcal{F}$

確率 $p$

$$l_\alpha = 179.99 \longrightarrow p_\alpha \cong 0$$

$$l_\alpha = 180.00 \longrightarrow p_\alpha \cong 0$$

$$l_\alpha = 180.01 \longrightarrow p_\alpha \cong 0$$

$$l_\alpha = 180.02 \longrightarrow p_\alpha \cong 0$$

⋮

⋮

確率分布 $f(x)$ : 定義域 $[x_{min}, x_{max}]$ において均一

$$p = f(x)$$

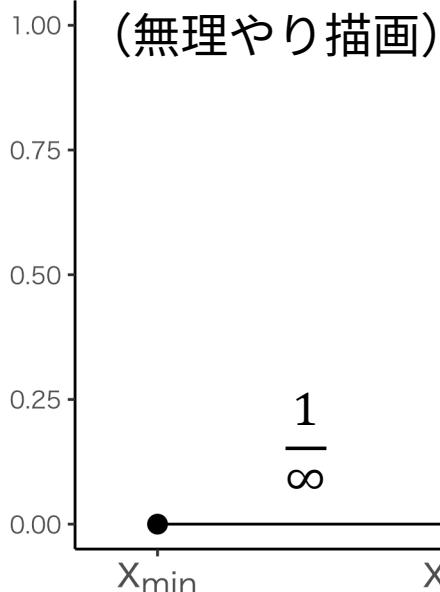
$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$$

$$f(x) = \frac{1}{dx} F(x)$$

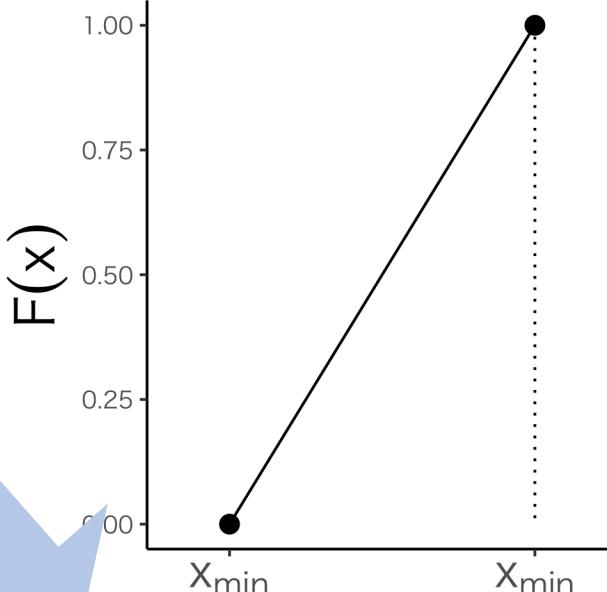
確率分布

(無理やり描画)

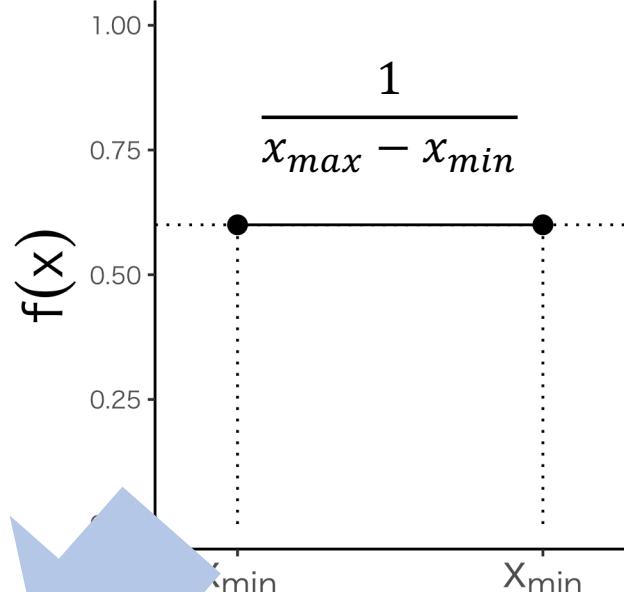
$f(x)$



累積分布



確率密度



$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx = p_{|a \leq x \leq b}$$

確率分布  $f(x) = P(A|X = x) = p$

累積分布  $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$

確率密度  $f(x) = \frac{1}{dx} F(x)$

確率  $p_{|a \leq x \leq b} = \int_a^b f(x)dx$

$\Omega$  (標本空間)  $P: \mathcal{F} \rightarrow [0,1]$   $[0,1]$  空間  
(確率測度)

事象  $A$

$\bar{A}$

$0 \leq p \leq 1$

確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$   
probability space

$X^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \Omega$

$f: \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$

(確率分布)

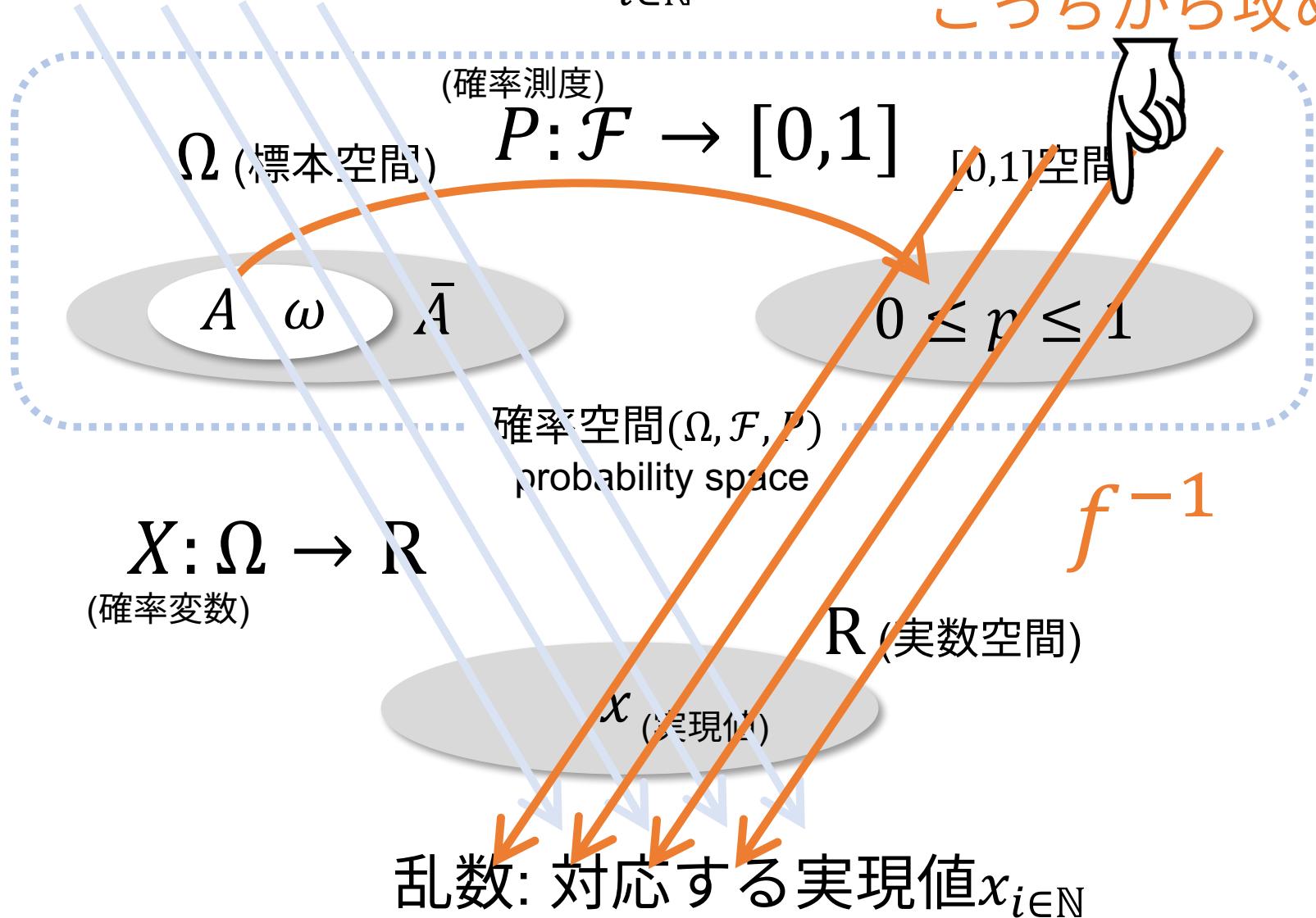
$x$  (実現値)

$\mathbb{R}$  (実数空間)

# 正規分布に従う乱数

ランダムに選ばれた  $\omega_{i \in \mathbb{N}}$

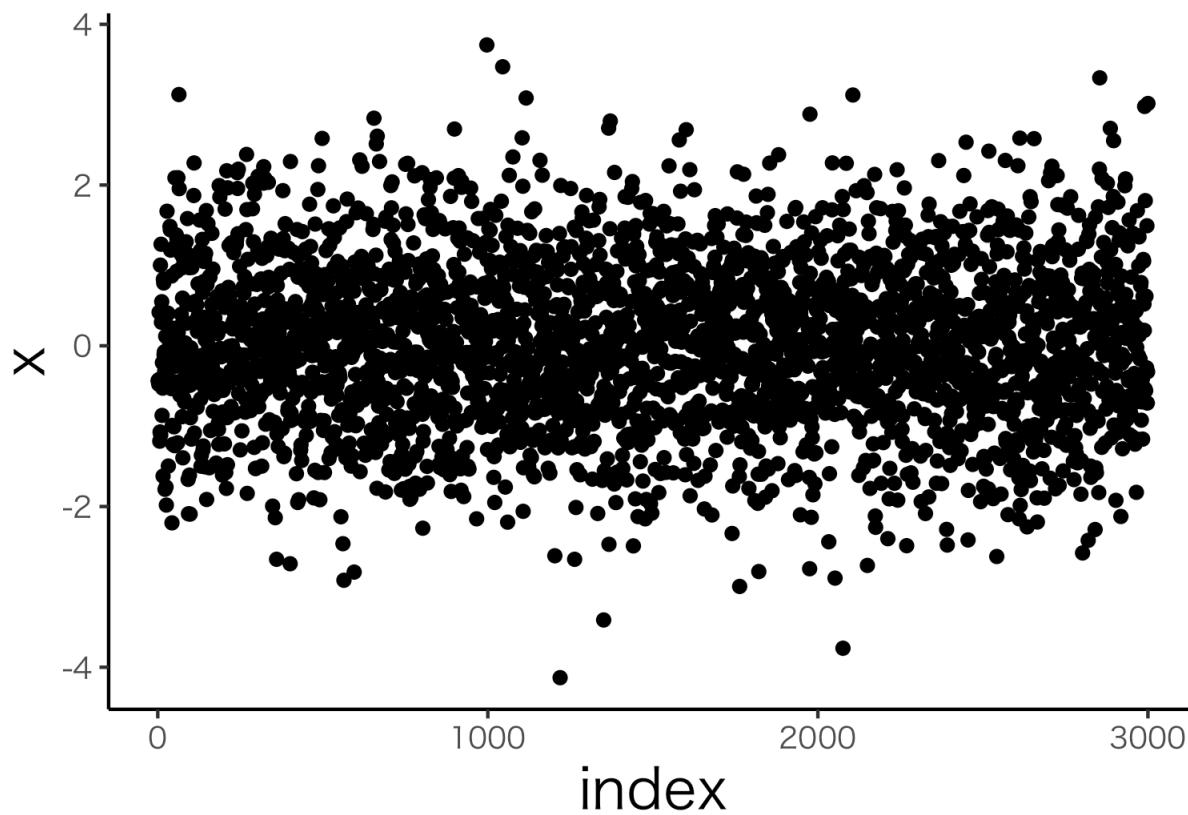
こっちから攻める



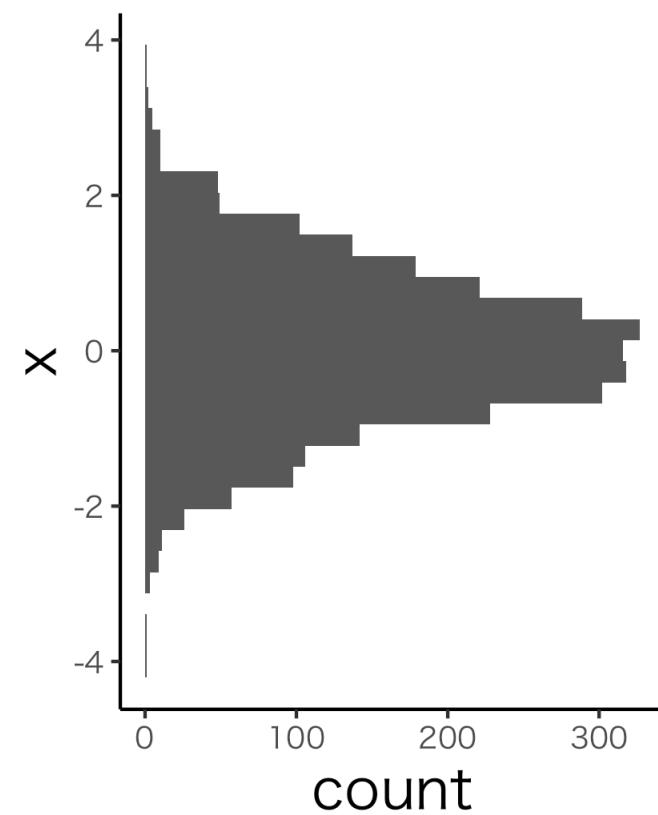
```
set.seed(71)
```

```
dat <- data.frame(x = rnorm(3000)) %>%
  rowid_to_column("index")
```

```
ggplot(dat, aes(index, x))+
  geom_point()
```



```
ggplot(dat, aes(x))+
  geom_histogram()+
  coord_flip()
```



# 確率分布に関するRの関数群

済

確率密度関数

**d\*\*** (第1引数はx座標)

済

累積確率分布

**p\*\*** (第1引数はx座標)

済

乱数

**r\*\*** (第1引数は個数)

確率点

**q\*\*** (第1引数は割合)

確率分布の略号

正規分布 : norm

ポアソン分布 : pois

一様分布 : unif

対数正規分布 : lnorm

ベータ分布 : beta

などなど

# 【今日の目標】

確率変数 $X$ は正規分布に従う  
を完全に理解する。



職業、イケメン。テラモナギ

@teramonagi

$x=X(\omega)$ は  $\{\omega \in \Omega; X(\omega)=x\}$  の略ですね。なのでこれは  $\Omega$  の部分集合を表すための略記です。 $P(x=X(\omega)) = P(\{\omega \in \Omega; X(\omega)=x\})$  ということです。なので確率測度は  $\Omega$  の部分集合を引数にとる関数です！

15:26 - 2015年11月17日

もし、わからない事があったら  
完全に理解しているヒトにドンドン聞いてみよう！

# BeginneR Session



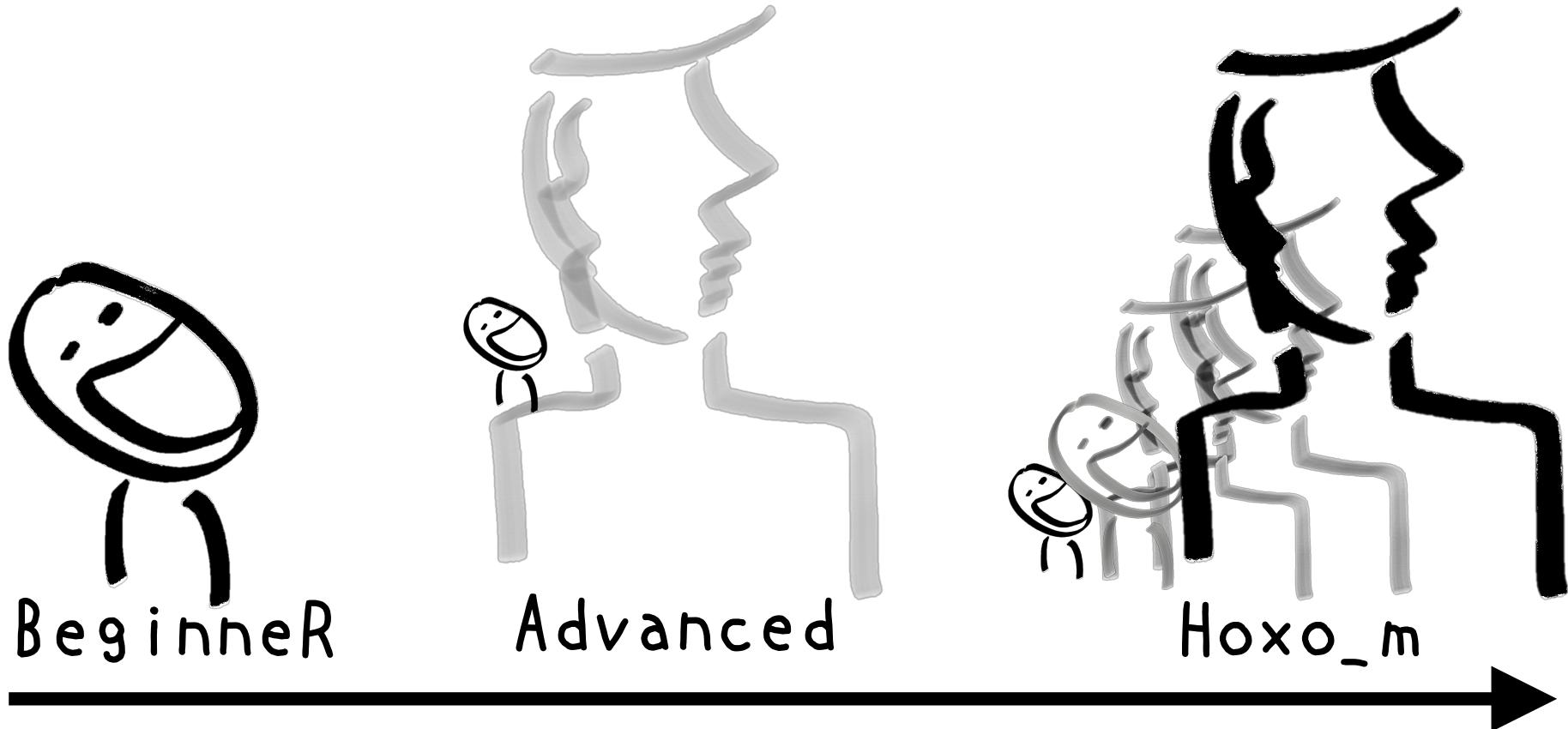
BeginneR

Before



BeginneR

After



If I have seen further it is by standing on  
the shoulders of Giants.

-- Sir Isaac Newton, 1676



enjoy!