

Рассмотрим задачу минимизации $\gamma > 0$, при которой разрешимо линейное матричное неравенство (LMI)

$$\begin{pmatrix} -I_{n \times n} & F \cdot \Lambda & Ax - b & 0_{n \times l} \\ \Lambda \cdot F^T & -\Lambda \cdot I_{m \times m} & 0_{m \times 1} & \Lambda D^T \cdot M^T \\ (Ax - b)^T & 0_{1 \times m} & -\gamma & (E_A x - E_b)^T \cdot M^T \\ 0_{l \times n} & M \cdot D \cdot \Lambda & M \cdot (E_A x - E_b) & -\Lambda \cdot I_{l \times l} \end{pmatrix} \leq 0$$

Глобально минимизируемые переменные $x \in \mathbb{R}^n$,
 $\Lambda \in \mathbb{R}^1, \Lambda > 0, \gamma \in \mathbb{R}^1, \gamma > 0$, где $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$,
 $F \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $A \in \mathbb{R}^{n \times 1}$,
 $b \in \mathbb{R}^{m \times 1}$, $D \in \mathbb{R}^{l \times m}$, $M \in \mathbb{R}^{l \times l}$,
 $E_A \in \mathbb{R}^{l \times n}$, $E_b \in \mathbb{R}^{l \times 1}$.

Данные следующие:

$$n=2, m=2, l=2, D=0,$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$E_A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, E_b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, M = P \cdot I_{2 \times 2}.$$

Выполнить для задания:

1. Вычислить и построить на одном графике две кривые как функции χ в диапазоне $[0, 2]$ с шагом 0.1:

зависимость минимального $\chi = \sqrt{v}$ для решений $[M]$ относительно

переменных x, Λ и v и

зависимость минимального $\chi = \sqrt{v}$ для решений $[M]$ относительно

переменных Λ и v при фиксированном

$$x = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

2. Вывести для $S=1$ каноническое параметрическое возмущение по формуле:

$$\Sigma_* = \frac{v_* (E_A x_* - E_b + D v_*)^T}{|E_A x_* - E_b + D \cdot v_*|^2},$$

$$\text{где } v_* = (\Lambda_*^{-1} - F^T F)^{-1} F^T (A x_* - b),$$

x_* , Λ_* — соответствующее решение LMI при минимизации V .
 Далее нужно считать:

$$A_* = A + F \cdot \Sigma_* \cdot (I - D \Sigma_*)^{-1} E_A,$$

$$b_* = b + F \cdot \Sigma_* \cdot (I - D \Sigma_*)^{-1} E_b$$

и проверить линейное матричное неравенство:

$$\begin{pmatrix} -I_{n \times n} & A_* x - b_* \\ (A_* x - b_*)^T & -\nu \end{pmatrix} \leq 0$$

оптимально переменной x и $\nu > 0$
 при минимизации ν .
 Получение x_* и ν_* должно
 примерно совпадать с решением
 исходного LMI для того же
 значения ρ , т.е. $\rho = 1$.