

# Programmeertheorie

## Kaartkleuren

Kim de Bie, Jeroen de Jong & Rik Volger  
Universiteit van Amsterdam, 17 december 2015



1 Probleemstelling

2 Methodes & resultaten

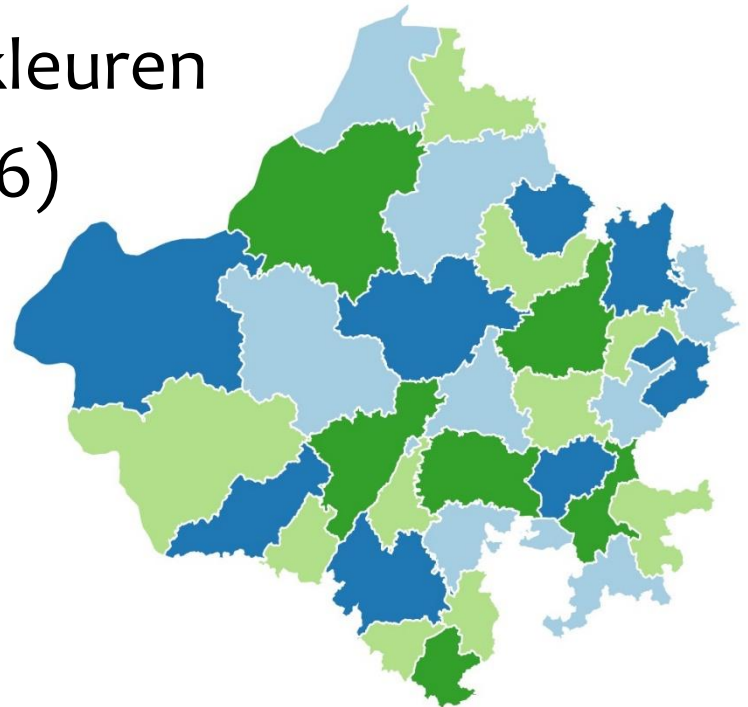
3 Conclusie

# Probleemstelling



# Probleemstelling

- Contrast tussen gebieden
- Efficiëntie: zo min mogelijk kleuren
- 4 Color Theorem (1870 – 1976)
- Sociale netwerken



# Toestandsruimte

- Kleuren =  $K$
- Gebieden =  $G$
- Mogelijkheden =  $K^G$
- Voor kaart 2 (Spanje):  $G = 47$
- Bij 4 kleuren:  $4^{47} = 2 * 10^{28}$
- Bij 5 kleuren:  $5^{47} = 7 * 10^{32}$
- Heuristiek probleem!



# Aanpak

- Gegevens inladen met CSV
- Python
- Elk land is een object
  - Buurlanden
  - Mogelijke kleuren
  - Is het land al gekleurd



# Methodes & Resultaten



## METHODE: Semi brute force

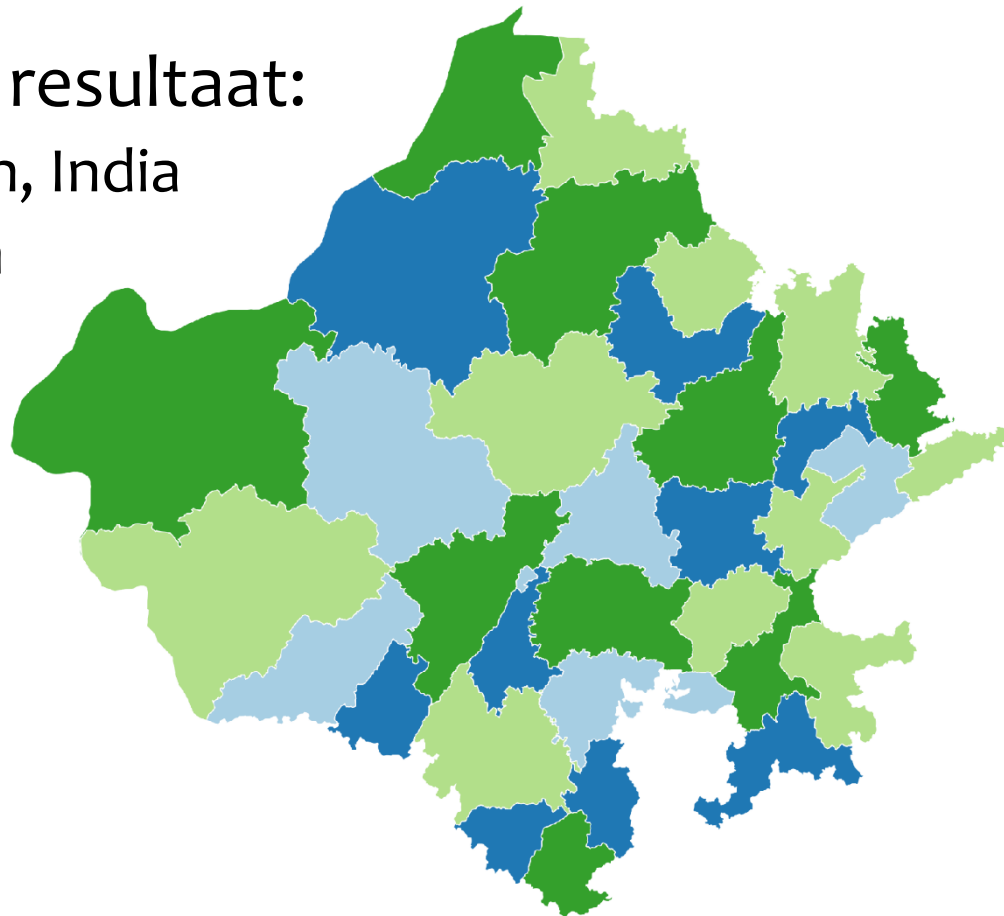
- Depth-first
- Landvolgorde: random
- Pruning: alleen beschikbare kleuren-kids





# RESULTAAT: Semi brute force

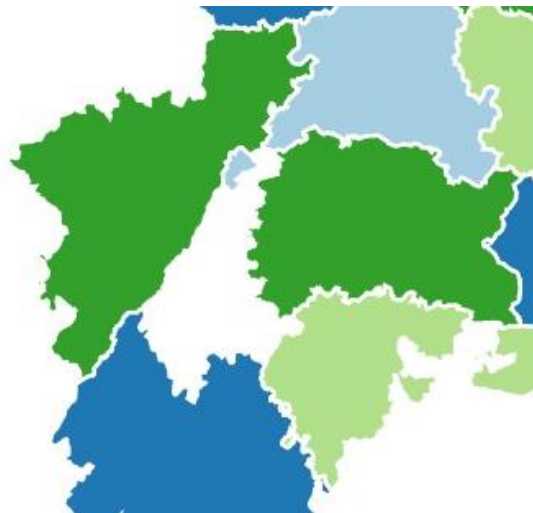
- Traag...
- Wel eerste resultaat:
  - Rajasthan, India
  - 4 kleuren



V1

## METHODE: Single Color priority

- Heuristische depth-first
- Landvolgorde
  - Nog maar 1 kleur over? Voorrang!
- Pruning: alleen beschikbare kleuren voor kids

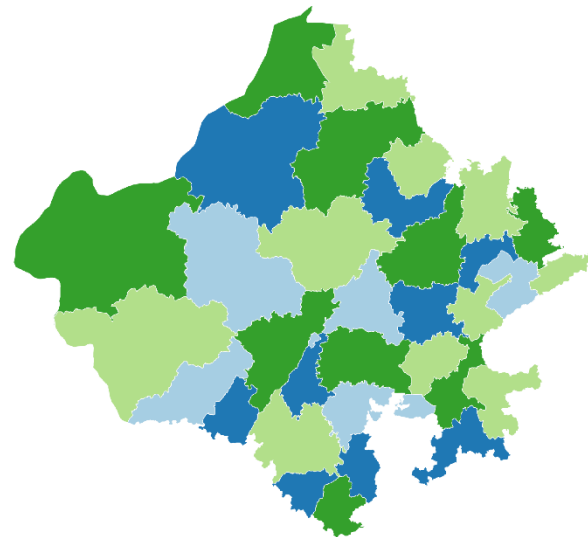
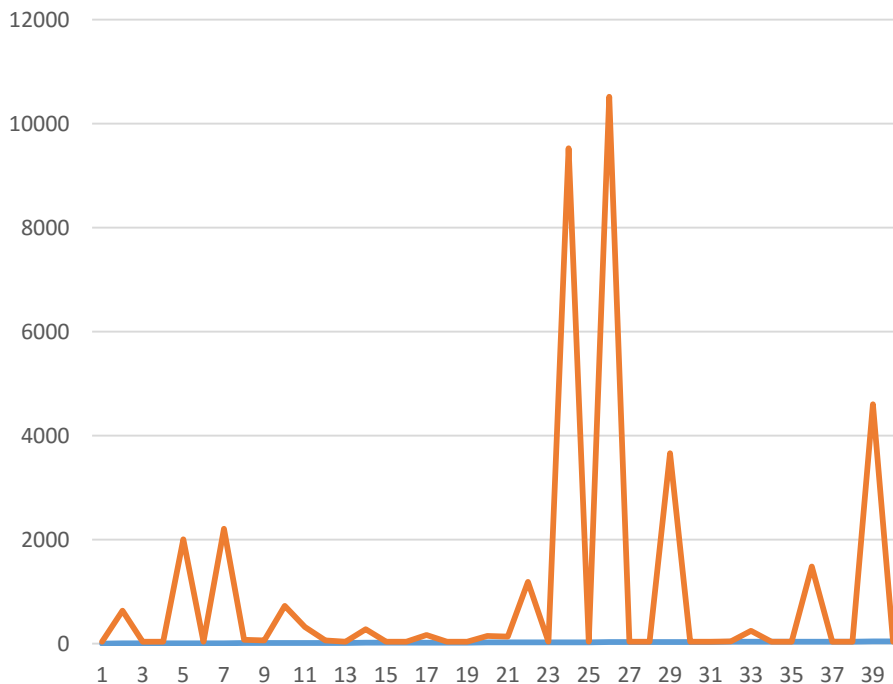


V2

# RESULTAAT: Single Color priority

- Snelheidstesten voor kaart 1: Rajasthan, India

Aantal stappen per run



V2

## METHODE: Aantal buren

- Heuristische depth-first
- Landvolgorde
  - Sorteren op aantal buren
  - Nog maar 1 kleur over? Voorrang!
- Pruning: alleen beschikbare kleuren voor kids
- Werkt ook met netwerken

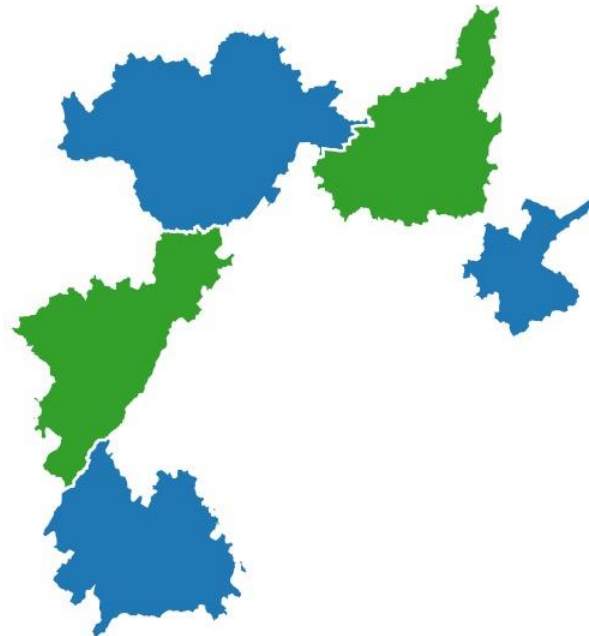


V3

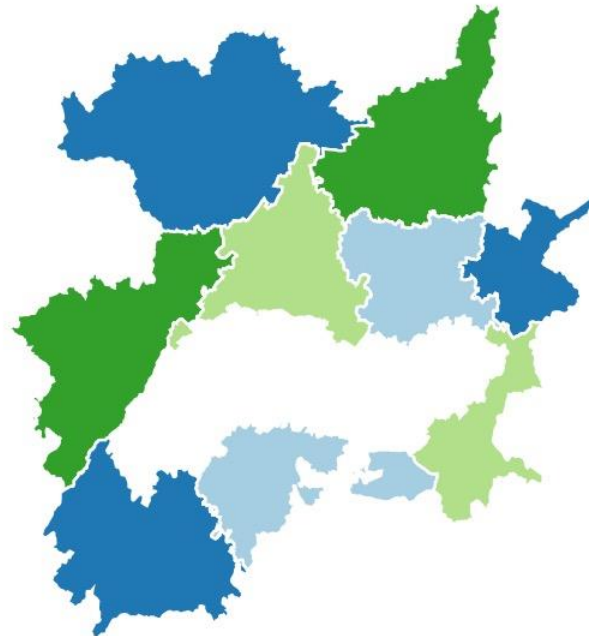
Frame: 1



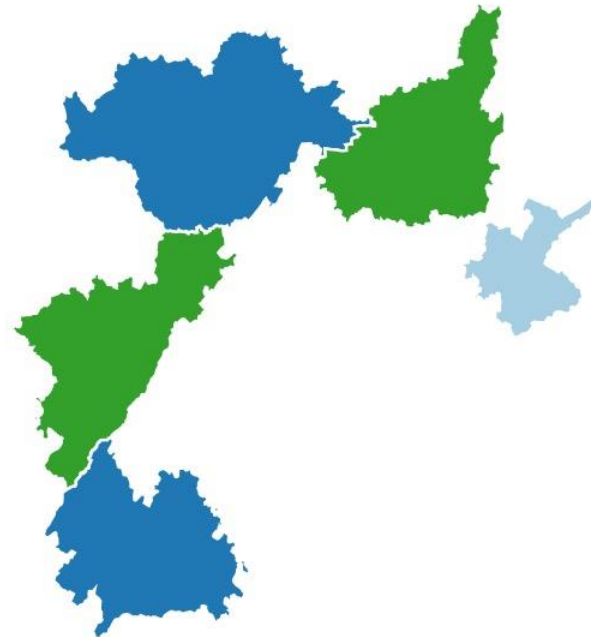
Frame: 10



Frame: 19

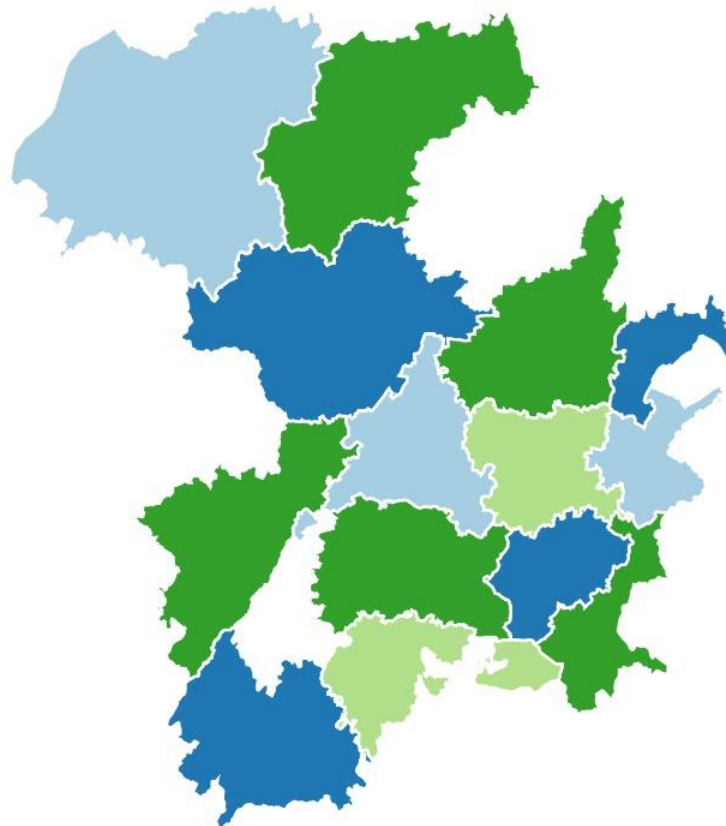


Frame: 20



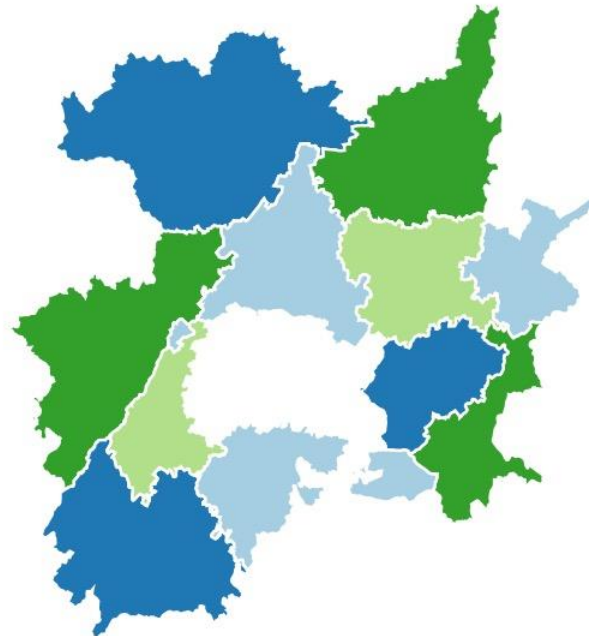


Frame: 36



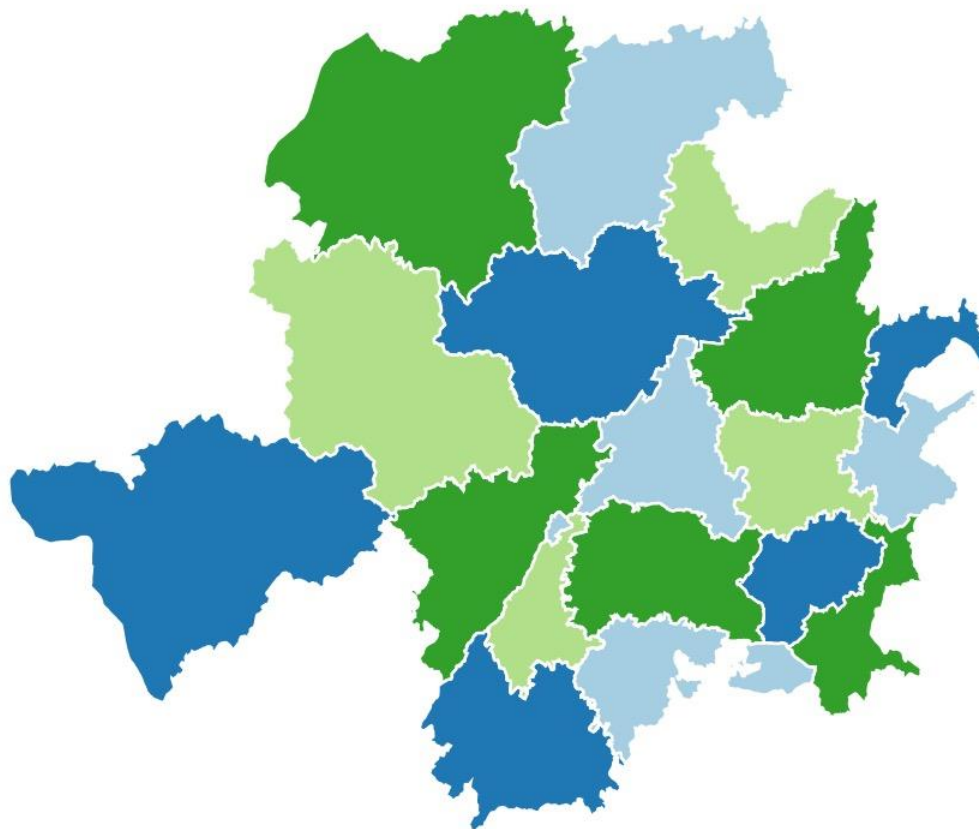
V3

Frame: 37



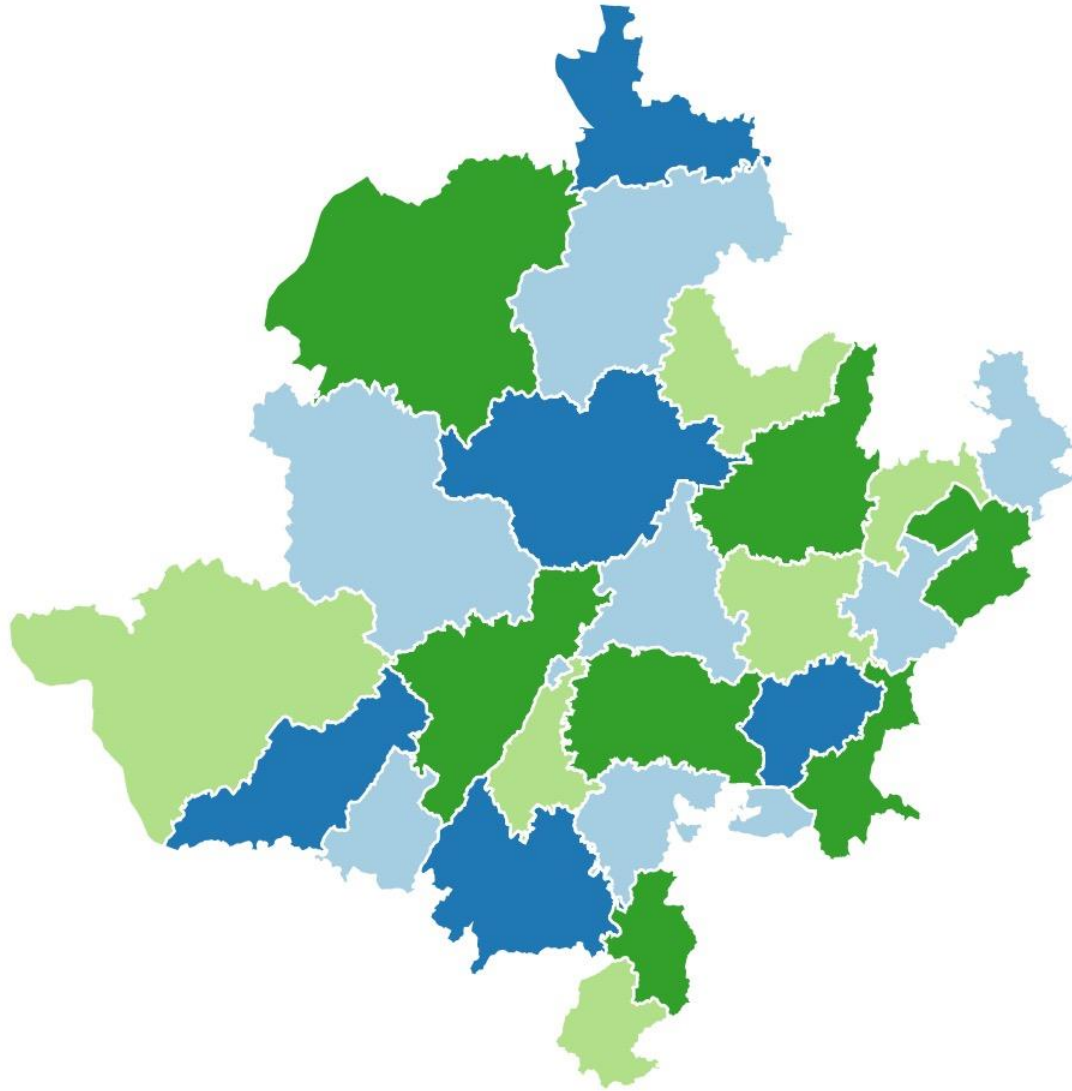
V3

Frame: 51



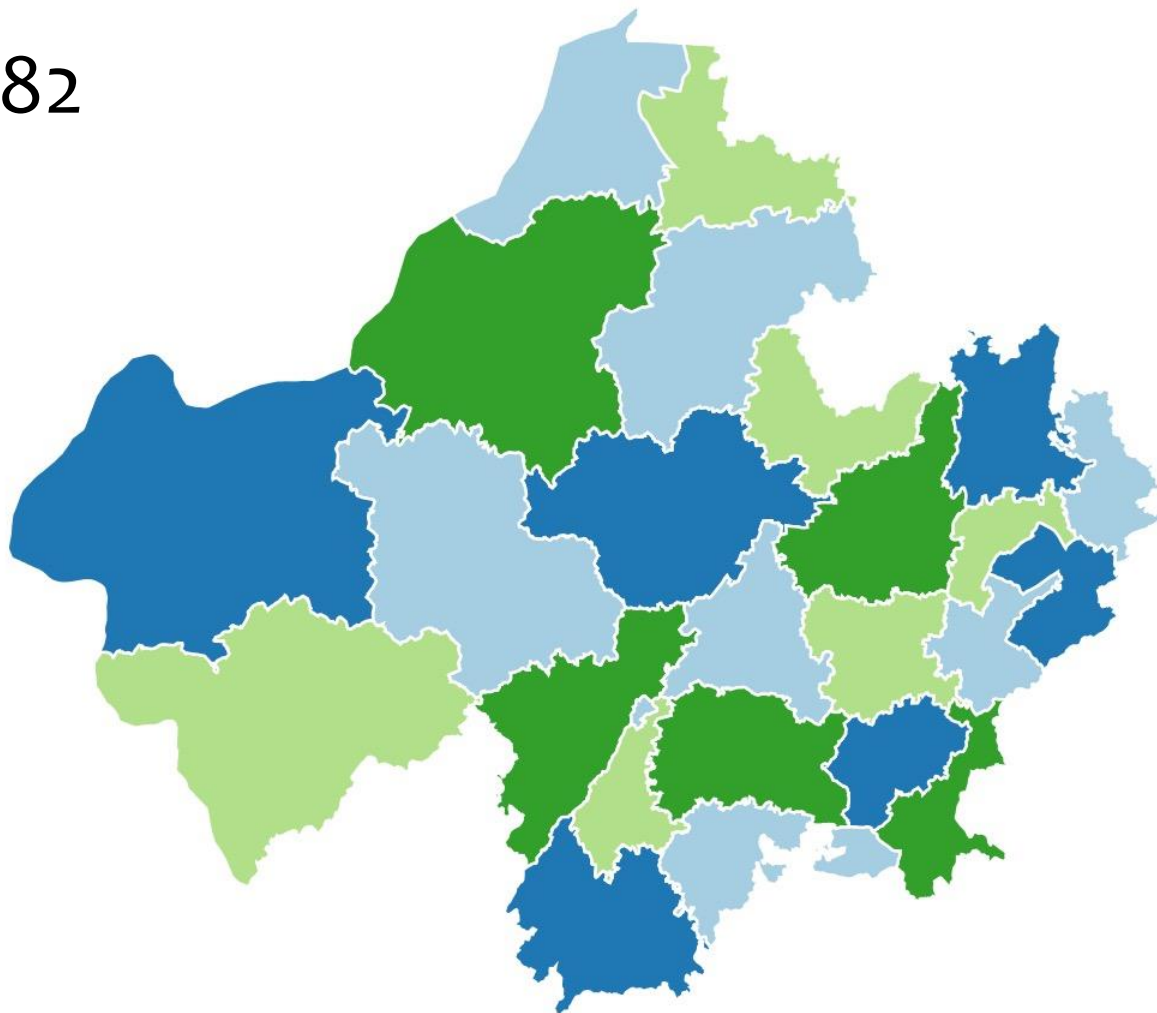
V3

Frame: 71



V3

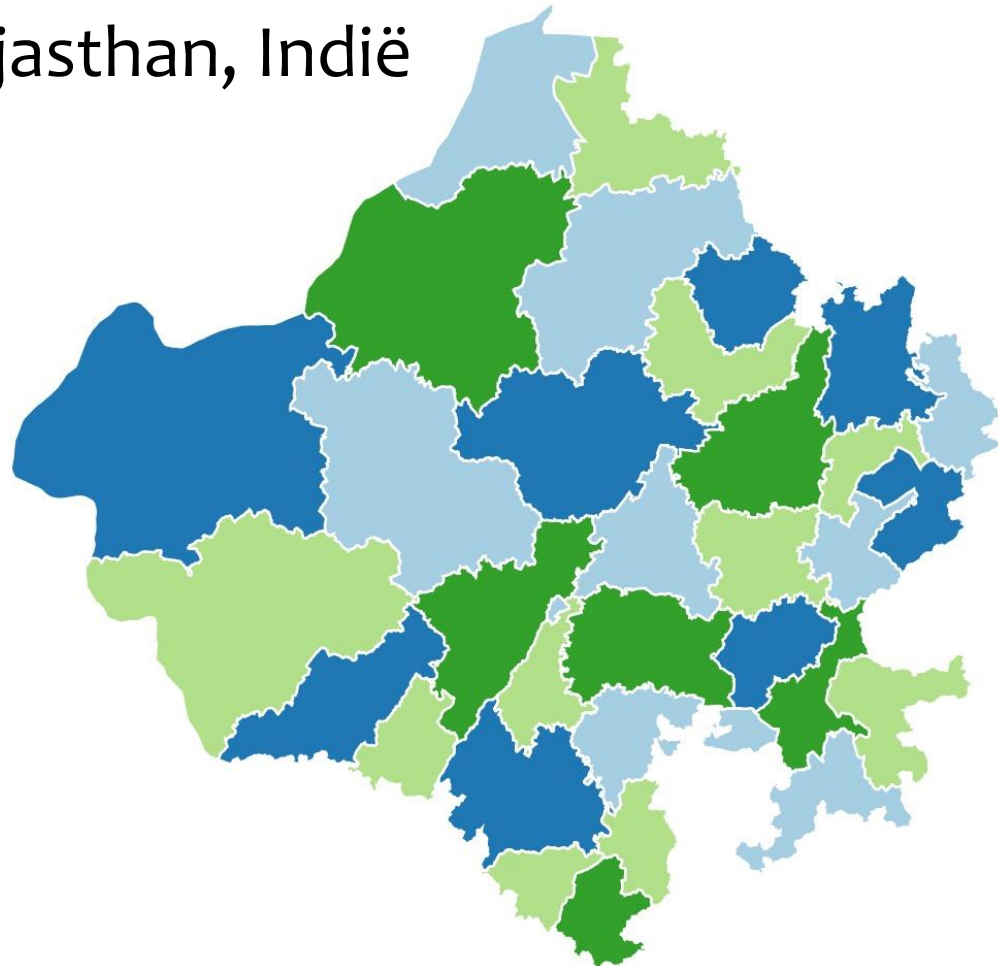
Frame: 82



V3

## RESULTAAT: Aantal buren

- Kaarten: Rajasthan, Indië
- 4 kleuren

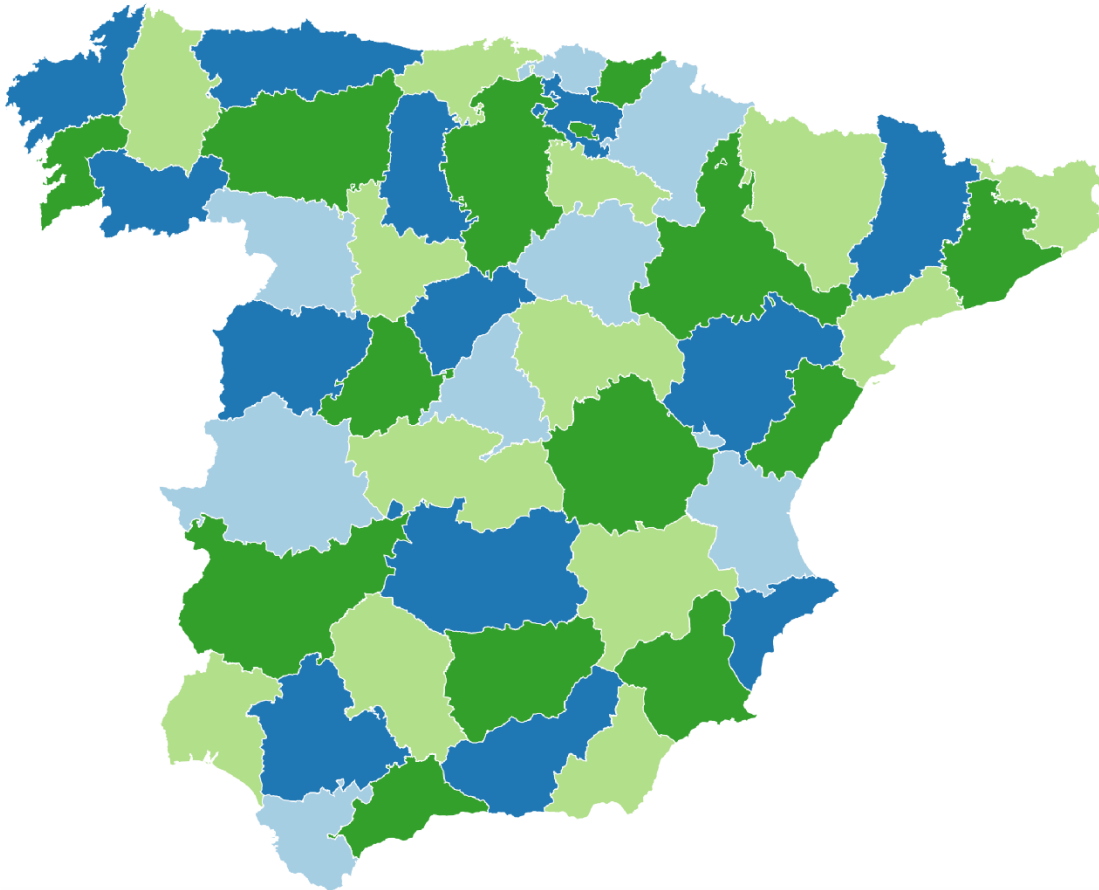


Frame: 94

V3

## RESULTAAT: Aantal buren

- Kaarten: Spanje 4 kleuren

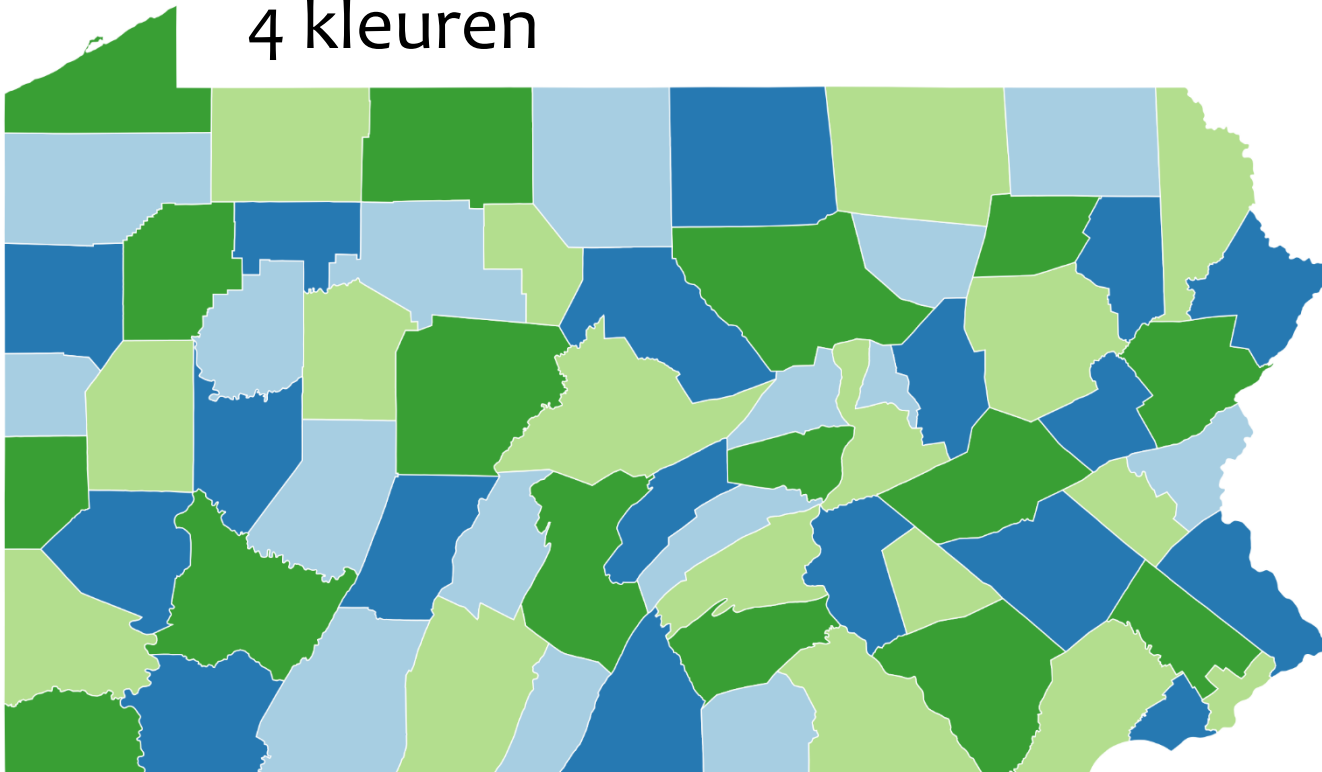


V3

## RESULTAAT: Aantal buren

- Kaarten: Pennsylvania, USA

4 kleuren



V3



# RESULTAAT: Aantal buren

- Netwerk 1

4 kleuren

60	22		84	39		43	62		18	56		92	37		42	54		13	26		09	63		96	61		00	86
57	40		54	30		01	38		48	84		94	08		07	32		56	42		21	17		85	29		16	50
78	98		94	86		89	91		03	91		23	72		59	54		22	33		51	39		79	72		00	46
07	13		32	27		86	08		73	37		29	13		17	11		00	51		80	47		54	38		51	56
75	70		89	90		20	28		86	35		02	37		29	62		15	97		35	05		37	54		71	13
63	57		09	91		66	51		32	80		04	12		16	58		56	57		15	16		69	25		94	95
25	43		92	51		55	23		37	79		24	89		80	04		73	00		24	71		45	88		24	38
43	91		93	00		41	64		40	31		13	22		47	04		81	92		54	60		18	31		01	24
18	19		21	96		67	99		65	29		95	00		03	83		66	14		00	99		56	10		18	53
68	27		92	22		45	06		03	82		72	67		83	39		84	89		39	61		14	07		36	46
03	74		28	75		38	65		73	71		22	54		26	03		23	90		30	34		66	05		43	20
73	46		24	67		05	52		77	36		31	13		36	96		87	28		66	14		39	36		51	09
14	99		62	19		94	19		01	33		87	17		72	06		91	79		32	11		61	25		02	20
59	64		03	63		64	62		31	78		16	56		35	10		58	16		91	83		27	36		42	34
82	18		23	53		65	02		09	58		46	41		20	44		55	84		44	77		96	30		67	31
22	15		34	08		36	03		00	73		61	60		83	53		81	56		75	29		50	47		61	66
54	09		26	06		90	56		16	34		42	94		63	72		84	12		33	38		55	43		23	83
50	06		54	99		97	46		39	23		09	18		48	28		65	09		38	22		28	78		79	36
32	08		01	14		05	58		71	32		10	93		85	66		53	06		51	43		11	00		41	18
73	20		20	33		20	26		24	44		43	24		19	63		47	22		45	79		98	47		25	59
16	03		86	74		46	60		61	43		68	57		72	97		82	36		41	94		51	58		38	52
86	98		20	38		34	89		03	53		78	51		19	18		44	49		07	90		89	40		93	03
78	99		00	89		03	28		98	86		27	77		29	33		41	30		04	88		66	96		38	88
86	35		82	71		61	98		68	98		94	89		99	15		26	84		03	53		18	74		62	71
31	54		04	61		16	28		77	46		26	62		02	00		10	22		36	84		07	03		46	68
83	89		84	95		08	95		79	02		79	87		18	68		30	88		92	53		53	43		17	47

V3

# RESULTAAT: Aantal buren

- Netwerk 2 4 kleuren

69	84		02	37		93	52		28	60		13	90		83	52		42	01		74	15		68	57		19	53
27	29		71	81		23	73		84	75		06	40		87	51		26	28		74	38		43	63		08	70
45	91		63	74		64	08		22	57		82	91		85	60		62	07		74	51		32	30		45	09
84	71		51	25		11	00		61	99		35	41		67	99		70	51		77	02		97	19		34	39
61	82		06	51		14	65		43	25		43	96		73	65		67	25		91	48		53	64		98	83
12	48		99	97		47	64		92	39		73	83		99	68		08	03		32	78		63	03		23	65
48	37		83	58		42	97		31	46		31	21		16	99		72	28		81	85		08	38		48	70
03	93		42	70		36	33		89	88		11	56		43	39		31	34		79	35		52	84		63	06
14	49		07	45		72	82		69	87		11	51		80	95		97	53		26	25		39	67		09	41
05	53		82	24		80	24		29	48		97	28		21	58		45	17		08	46		31	36		60	63
79	82		90	65		56	94		08	63		63	16		21	73		98	53		32	33		36	84		25	59
21	48		46	79		20	06		23	22		58	00		25	80		79	28		89	14		66	56		06	79
43	95		60	81		31	07		55	22		76	18		62	05		88	38		61	47		35	11		83	32
28	36		65	00		72	83		17	96		53	21		06	95		81	24		48	78		55	20		16	03
92	91		64	46		93	02		80	39		55	00		46	86		07	62		44	28		14	98		22	40
09	13		28	10		24	12		16	61		37	90		63	25		24	77		63	78		78	08		10	68
90	29		69	60		23	87		67	85		96	71		33	97		95	03		32	01		88	33		30	50
24	85		71	83		96	57		97	26		64	53		87	78		34	13		16	40		15	60		05	56
96	05		04	44		30	96		51	13		89	99		32	58		43	76		02	83		26	67		33	59
36	75		11	60		67	74		90	51		89	18		52	07		13	52		93	86		43	69			
29	41		90	87		80	54		56	65		75	11		92	27		03	70		87	47		91	37			
14	60		67	76		53	80		34	18		35	68		86	21		37	03		05	37		96	66			
34	84		81	22		15	10		91	65		20	00		33	11		61	21		71	31		12	44			
56	50		09	96		09	90		76	94		04	63		37	33		75	55		82	80		21	50			

V3

# RESULTAAT: Aantal buren

- Netwerk 3                      4 kleuren

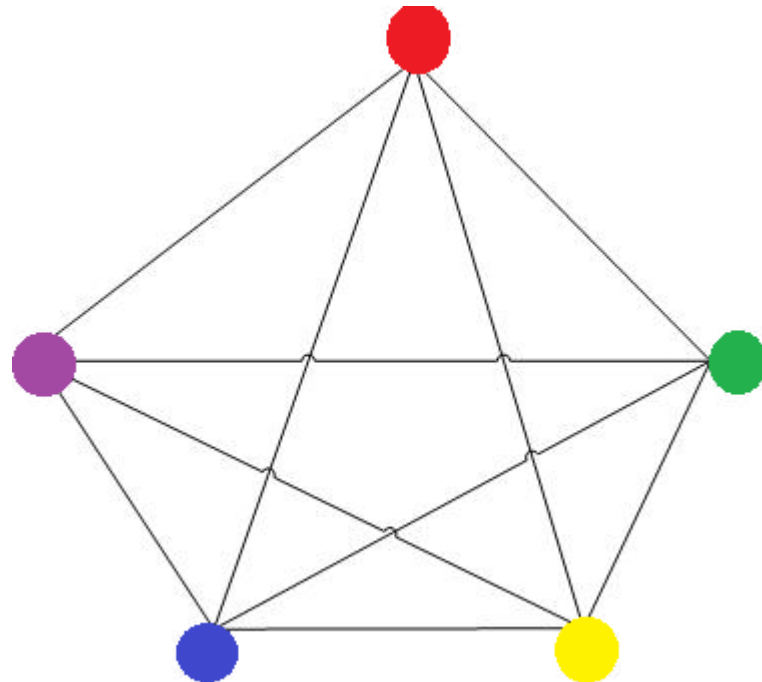
69	84		02	37		93	52		28	60		13	90		83	52		42	01		74	15		68	57		19	53
27	29		71	81		23	73		84	75		06	40		87	51		26	28		74	38		43	63		08	70
45	91		63	74		64	08		22	57		82	91		85	60		62	07		74	51		32	30		45	09
84	71		51	25		11	00		61	99		35	41		67	99		70	51		77	02		97	19		34	39
61	82		06	51		14	65		43	25		43	96		73	65		67	25		91	48		53	64		98	83
12	48		99	97		47	64		92	39		73	83		99	68		08	03		32	78		63	03		23	65
48	37		83	58		42	97		31	46		31	21		16	99		72	28		81	85		08	38		48	70
03	93		42	70		36	33		89	88		11	56		43	39		31	34		79	35		52	84		63	06
14	49		07	45		72	82		69	87		11	51		80	95		97	53		26	25		39	67		09	41
05	53		82	24		80	24		29	48		97	28		21	58		45	17		08	46		31	36		60	63
79	82		90	65		56	94		08	63		63	16		21	73		98	53		32	33		36	84		25	59
21	48		46	79		20	06		23	22		58	00		25	80		79	28		89	14		66	56		06	79
43	95		60	81		31	07		55	22		76	18		62	05		88	38		61	47		35	11		83	32
28	36		65	00		72	83		17	96		53	21		06	95		81	24		48	78		55	20		16	03
92	91		64	46		93	02		80	39		55	00		46	86		07	62		44	28		14	98		22	40
09	13		28	10		24	12		16	61		37	90		63	25		24	77		63	78		78	08		10	68
90	29		69	60		23	87		67	85		96	71		33	97		95	03		32	01		88	33		30	50
24	85		71	83		96	57		97	26		64	53		87	78		34	13		16	40		15	60		05	56
96	05		04	44		30	96		51	13		89	99		32	58		43	76		02	83		26	67		33	59
36	75		11	60		67	74		90	51		89	18		52	07		13	52		93	86		43	69			
29	41		90	87		80	54		56	65		75	11		92	27		03	70		87	47		91	37			
14	60		67	76		53	80		34	18		35	68		86	21		37	03		05	37		96	66			
34	84		81	22		15	10		91	65		20	00		33	11		61	21		71	31		12	44			
56	50		09	96		09	90		76	94		04	63		37	33		75	55		82	80		21	50			



V3

# Hoeveel kleuren nodig?

- Patronen ontdekken
- Kaarten: oneven aantal geeft 4 kleuren
- Gemeenschappelijke connecties



V4

## METHODE: Toepassen controle theorie

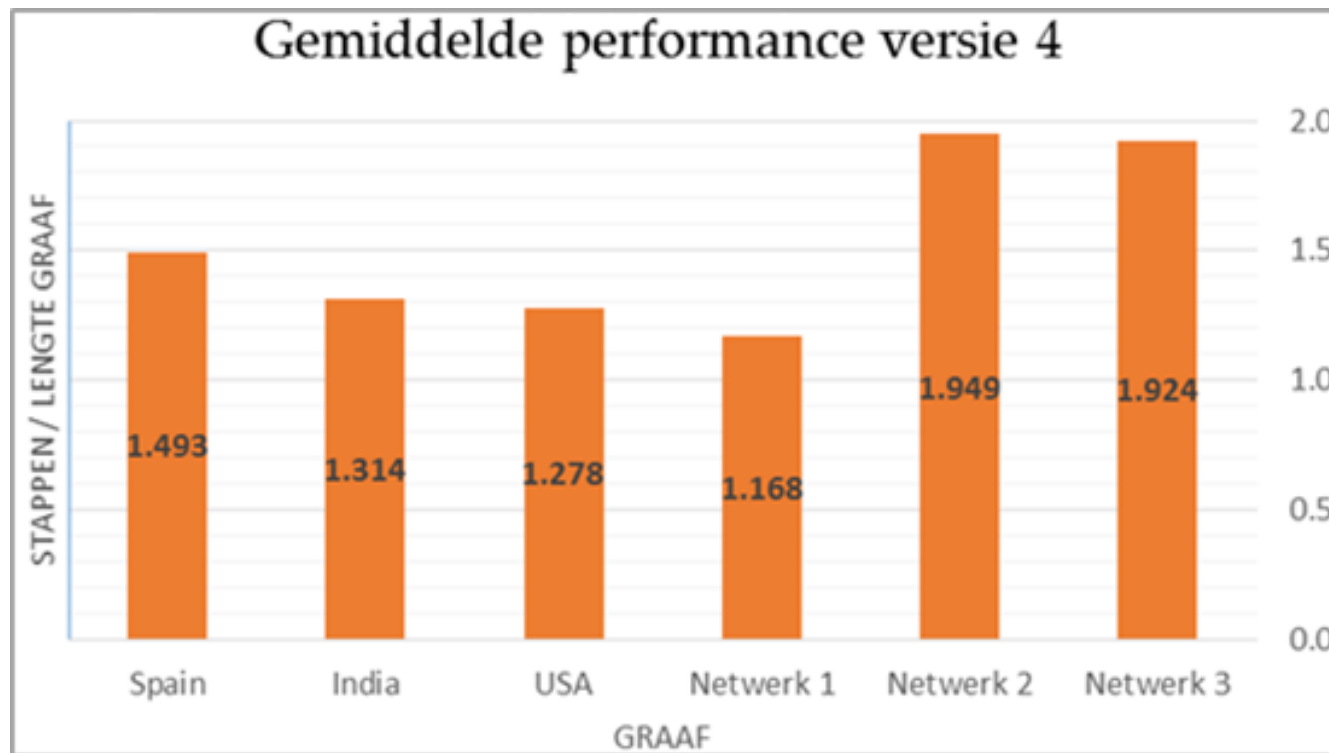
- Begin bij onderschatting m.b.v. controle methode
- Landvolgorde
  - Sorteren op aantal buren
  - Nog maar 1 kleur over? Voorrang!
- Pruning: alleen beschikbare kleuren voor kids



V4

## RESULTAAT: Toepassen controle theorie

- Ondanks vertragingen



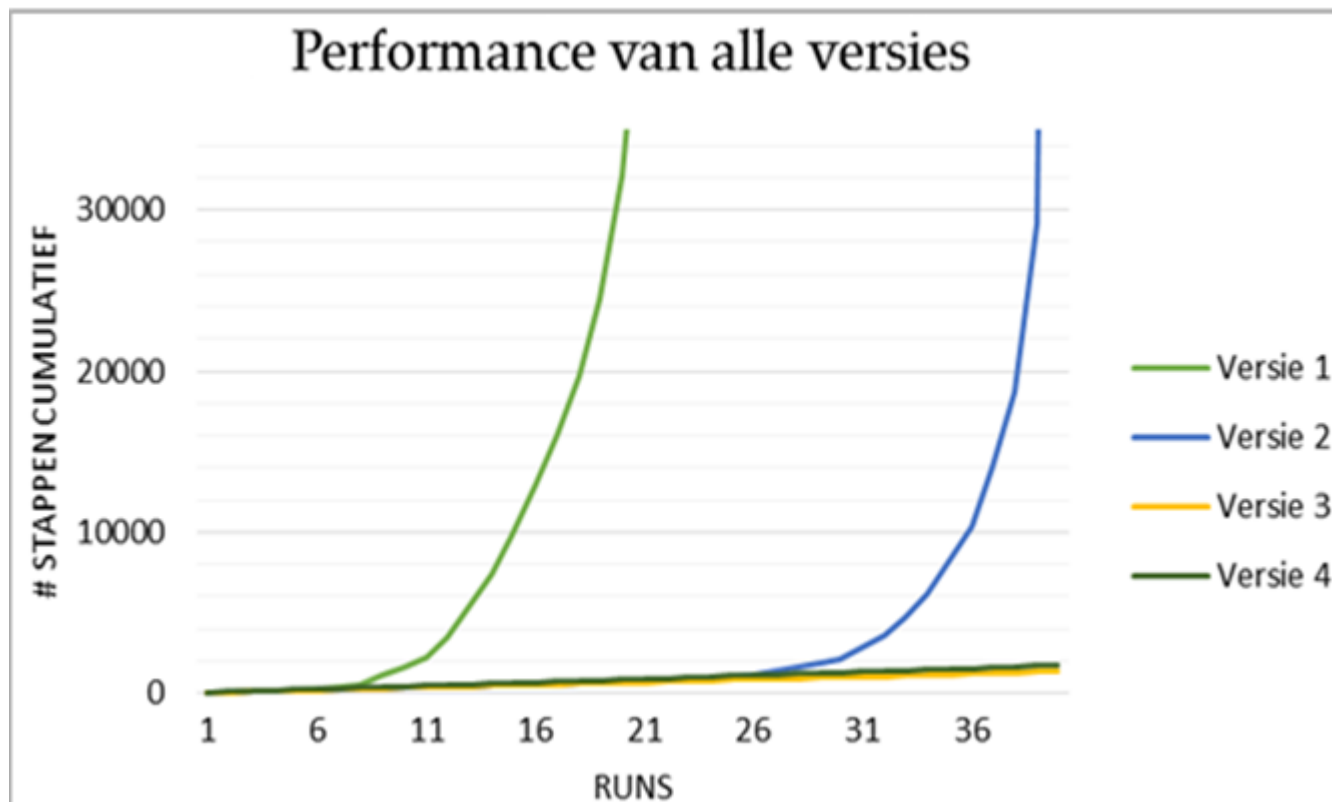
V4

# Conclusie



# Conclusie

- Algoritme werkt snel
- Toepassingen buiten de casus





**Opmerkingen, tips  
of vragen?**