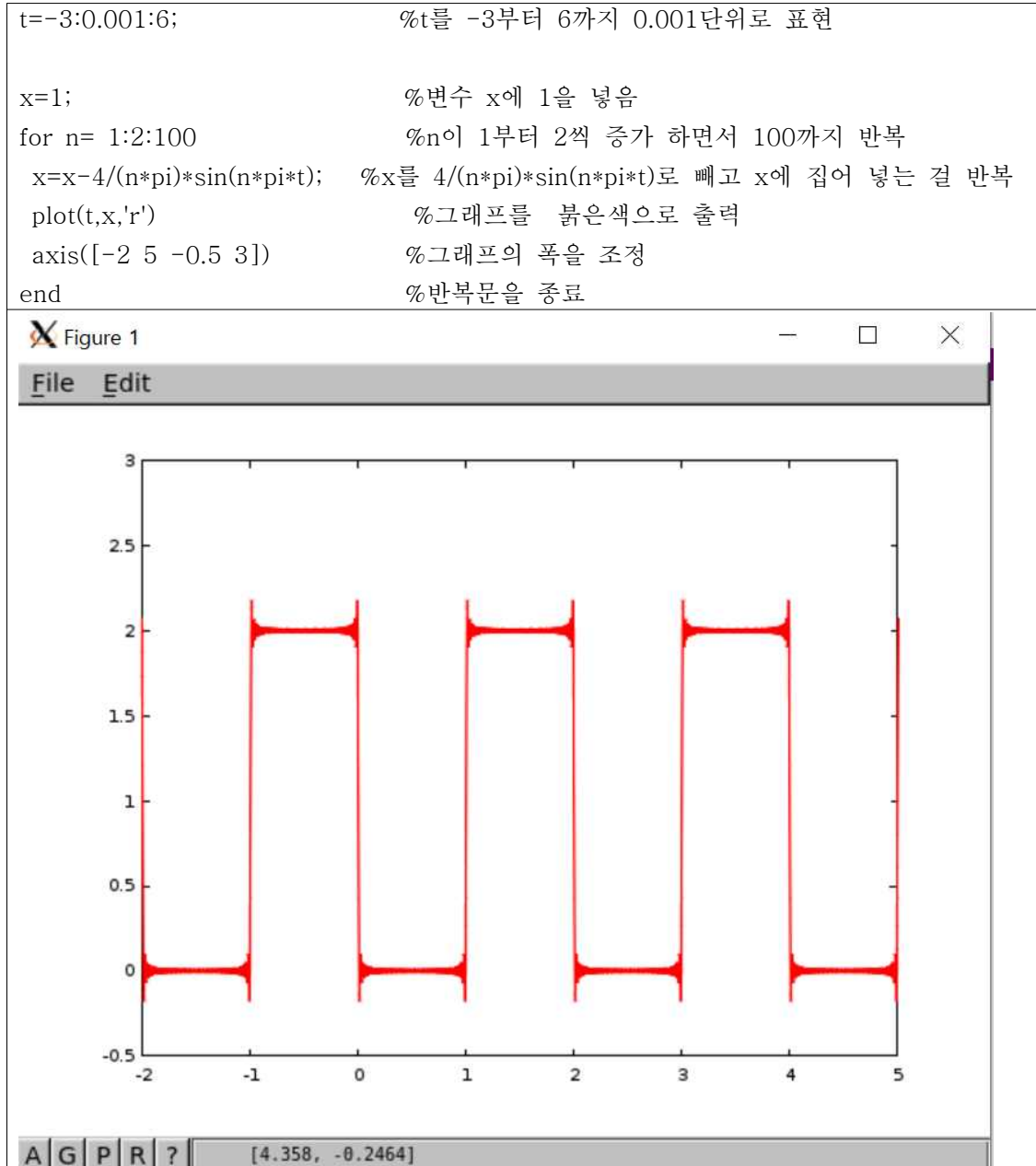


(1) 다음 주기 신호 $x(t)$ 를 푸리에 시리즈로 나타내고, 그 결과를 그래프로 그려라.



주기 $T=2$ 이고, 각주파수 $w_0=2\pi f_0=\frac{2\pi}{T}=\pi$ 이다. $a_0=\frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt=\frac{1}{2}\int_1^2 2dt$ 이다. ($x(t)$ 에
서 t 가 0~1일 때는 0이고, 1~2일 때는 2이기 때문)

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(nw_0 t) dt = \frac{2}{2} \int_0^2 x(t) \cos(n\pi t) dt = \int_1^2 2 \cos(n\pi t) dt = \frac{2}{n\pi} [\sin(n\pi t)]_1^2 = \frac{2}{n\pi} (\sin 2n\pi - \sin n\pi) \text{이다. } a_1 = 0, a_2 = 0, a_3 = 0, a_4 = 0 \text{이므로 } a_n = 0 \text{이다.}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(nw_0 t) dt = \frac{2}{2} \int_0^2 x(t) \sin(n\pi t) dt = \int_1^2 2 \sin(n\pi t) dt = -\frac{2}{n\pi} [\cos(n\pi t)]_1^2 =$$

$$-\frac{2}{n\pi}(\cos(2n\pi) - \cos(n\pi)) = \frac{2(\cos(n\pi) - \cos(2n\pi))}{n\pi}$$
 이다.

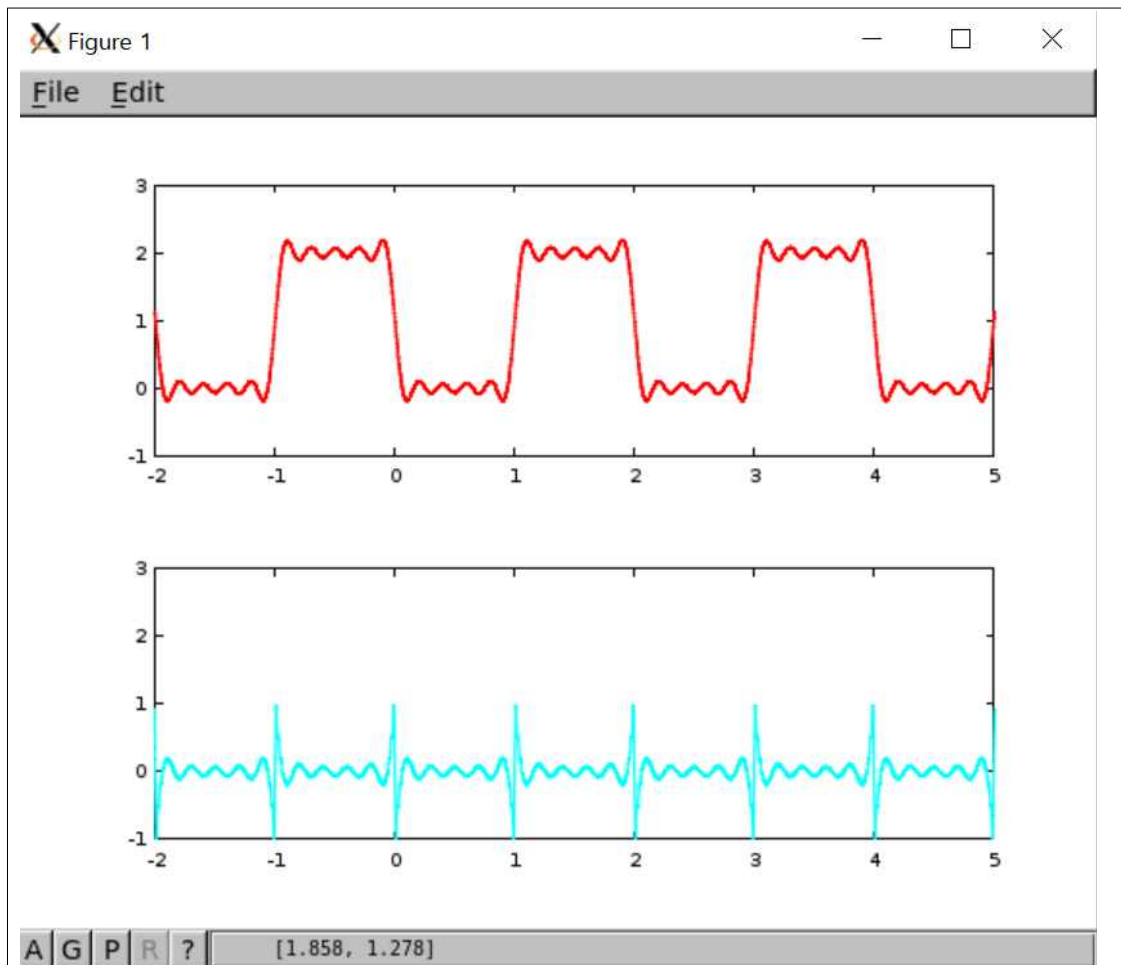
$b_1 = -\frac{4}{\pi}, b_2 = 0, b_3 = -\frac{4}{3\pi}, b_4 = 0$ 이므로 n 은 홀수일 때 $-\frac{4}{n\pi}$ 이고 n 은 짝수일 때 0이다. 따라서 $x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t))$ 이므로

$x(t) = 1 - \frac{4\sin(\pi t)}{\pi} - \frac{4\sin(3\pi t)}{3\pi} - \frac{4\sin(5\pi t)}{5\pi} - \dots - \frac{4\sin(n\pi t)}{n\pi}$ 이다. 그래서 이걸 octave 위 소스로 썰을 때 $x = a_0 = 1$ 이고 반복문을 사용하여 $-4/(n\pi) \cdot \sin(n\pi t)$ 를 계속 더하여 표현하였다.

(2) 앞의 푸리에 시리즈 결과를 이용해 신호를 분석하라(저주파 성분 & 고주파 성분, 각각의 주파수 성분 신호)

A. 저주파 성분 & 고주파 성분

<code>t=-3:0.001:6;</code>	%t를 -3부터 6까지 0.001단위로 표현
<code>x=1;</code>	%변수 x에 1을 넣음
<code>for n= 1:2:10</code>	%n이 1부터 2씩 증가 하면서 10까지 반복
<code> x=x-4/(n*pi)*sin(n*pi*t);</code>	%x를 4/(n*pi)*sin(n*pi*t)로 빼고 x에 집어 넣는 걸 반복
<code> subplot(2,1,1), plot(t,x,'r')</code>	%그래프를 붉은색으로 출력
<code> axis([-2 5 -1 3])</code>	%그래프의 폭을 조정
<code>end</code>	%반복문을 종료
 <code>x=0;</code>	 %변수 x에 0을 넣음
<code>for n= 11:2:100</code>	%n이 11부터 2씩 증가 하면서 100까지 반복
<code> x=x-4/(n*pi)*sin(n*pi*t);</code>	%x를 4/(n*pi)*sin(n*pi*t)로 빼고 x에 집어 넣음
<code> subplot(2,1,2), plot(t,x,'c')</code>	%그래프를 청록색으로 출력
<code> axis([-2 5 -1 3])</code>	%그래프의 폭을 조정
<code>end</code>	%반복문을 종료

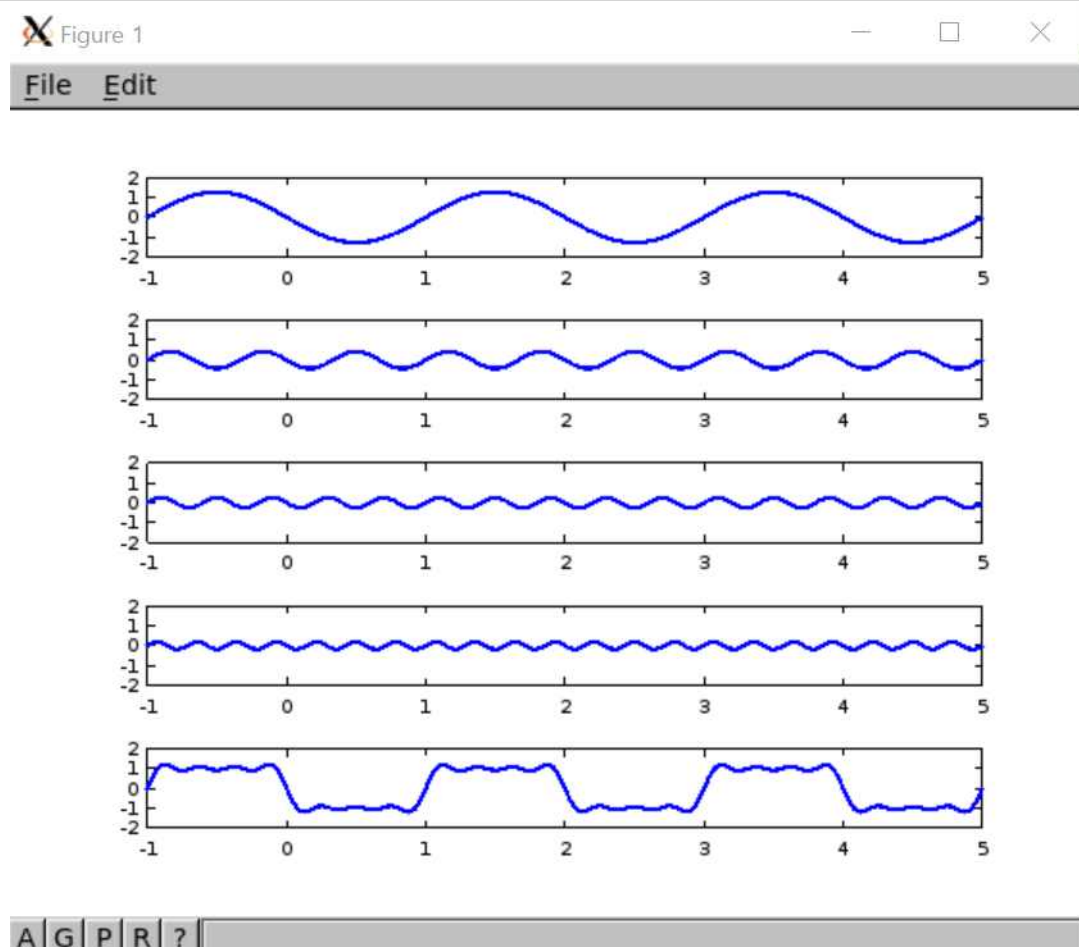


n은 10이하인 부분을 저주파로, n이 11이상인 그래프를 고주파 그래프로 나누었다. 첫 번째 그래프는 저주파 신호로 원신호에서 신호변화가 거의 없는 부분이고 두 번째 신호는 고주파 신호로 원신호에서 신호의 변화가 급격히 있는 부분이다.

B. 각각의 주파수 성분신호

<code>t=-2:0.001:5;</code>	%t를 -2부터 5까지 0.001단위로 표현
<code>x1=-4/pi*sin(pi*t);</code>	%변수 x1을 $-4/\pi \sin(\pi t)$ 로 선언
<code>subplot(5,1,1), plot(t, x1)</code>	%그래프를 출력
<code>axis([-1 5 -2 2])</code>	%그래프의 폭을 조정
<code>x3=-4/(3*pi)*sin(3*pi*t);</code>	%변수 x3을 $-4/(3\pi) \sin(3\pi t)$ 로 선언
<code>subplot(5,1,2), plot(t, x3)</code>	%그래프를 출력
<code>axis([-1 5 -2 2])</code>	%그래프의 폭을 조정
<code>x5=-4/(5*pi)*sin(5*pi*t);</code>	%변수 x5을 $-4/(5\pi) \sin(5\pi t)$ 로 선언
<code>subplot(5,1,3), plot(t, x5)</code>	%그래프를 출력
<code>axis([-1 5 -2 2])</code>	%그래프의 폭을 조정
<code>x7=-4/(7*pi)*sin(7*pi*t);</code>	%변수 x7을 $-4/(7\pi) \sin(7\pi t)$ 로 선언

subplot(5,1,4), plot(t, x7)	%그래프를 출력
axis([-1 5 -2 2])	%그래프의 폭을 조정
x=x1+ x3+ x5+ x7;	%변수 x를 x1+ x3+ x5+ x7로 선언
subplot(5,1,5), plot(t,x)	%그래프를 출력
axis([-1 5 -2 2])	%그래프의 폭을 조정



첫 번째 그래프는 $x_1 = \frac{-4\sin(\pi t)}{\pi}$, 두 번째 그래프는 $x_3 = \frac{-4\sin(3\pi t)}{3\pi}$, 세 번째 그래프는 $x_5 = \frac{-4\sin(5\pi t)}{5\pi}$, 네 번째 그래프는 $x_7 = \frac{-4\sin(7\pi t)}{7\pi}$, 마지막 그래프 x는 위 그래프를 모두 더한 것이고, $-4/(n\pi) \cdot \sin(n\pi t)$ 를 n을 점점 증가 시키면서 x에 더하면 문제 (1)의 그래프의 모양과 비슷해 질 것이다.