

Homework 4

Deadline:
1401/02/20
23:59



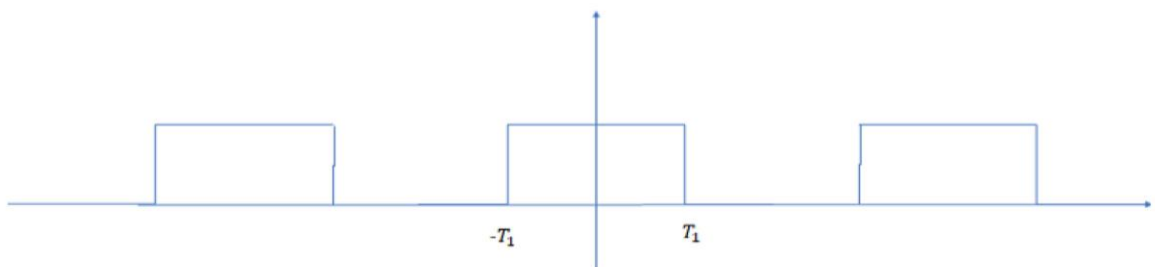
signal and systems

۱- ثابت کنید که تبدیل فوری سیگنال گوسی، به صورت سیگنال گوسی در حوزه فرکانس است. (دقت شود که میانگین گوسی غیر صفر است)

$$g_{\sigma}(t) = \exp\left(-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

راهنمایی یک: $\int_{-\infty}^{\infty} g_{\sigma}(t) dt = 1$ راهنمایی دو:

۲- مطلوب است تبدیل فوری سیگنال مقابل. $x(t)$ سیگنال پریودیک با تناوب T و $T_1 = T/2$ است.



۳- در سری فوری $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \varphi_k(t)$ و $c_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) \exp(-jk\omega_0 t) dt$ و نمایش می دهیم: $x(t)$ $\xrightarrow{Fs} c_k$ در این صورت رابطه بین c_k ها و b_k ها را در سیستمی که با معادله زیر توصیف می شود بیابید؟

$$\sum_{k=0}^{N-1} b_k y^{(k)}(t) = \sum_{k=0}^{M-1} c_k x^{(k)}(t)$$

۴- فرض کنید تبدیلی مانند $M(x(t))$ تعریف می کنیم که

$$M(x(t)) = x(t) * h(t)$$

$$M^2(x(t)) = x(t) * (x(t) * h(t)) = x(t) * h(2t)$$

$$M^n(x(t)) = x(t) * h(nt)$$

در این صورت تبدیل فوری $M^n(x(t))$ را بیابید.

۵- الف: رابطه پارسوال بیان شده در زیر را اثبات نمایید.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)g^*(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)G^*(\omega) d\omega$$

ب: به کمک رابطه پارسوال (رابطه فوق) حاصل انتگرال زیر را محاسبه نمایید:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin t}{t} e^{-2t} u(t) dt$$

۶- اگر $x(t)$ دارای طیف $X(\omega)$ باشد مطلوب است رسم طیف

الف: $y(t) = x(t) * x(t)$

ب: $z(t) = y(t) \cos^2 100t$

