

## تجزیه سیگنال و محاسبه انرژی سیگنال

1- فرض کنید یک سیگنال گسسته  $x(n)$  در نقاط منحصر به فرد  $(n_k, y_k) = (n_k, x(n_k))$  معلوم باشد، بطوریکه  $0 \leq k \leq N$  همچنین فرض کنید چند جمله‌ای‌های درجه سه درونیاب در بازه  $[n_k, n_{k+1}]$  تعریف شود:

$$p(t) = a_k(t - n_k)^3 + b_k(t - n_k)^2 + c_k(t - n_k) + d_k$$

الف) اگر نقاط درونیابی شده از گره‌های  $(n_k, y_k)$  عبور کند، نشان دهید:  $y_k = d_k$ .

ب) دو مشتق  $p_k'$  و  $p_k''$  را برای هر  $k$  محاسبه کنید و نشان دهید اگر  $D_k = p_k''(n_k)$  و  $E_k = p_k''(n_{k+1})$  آنگاه  $a_k$  و  $b_k$  را می‌توان بر حسب  $D_k$  و  $E_k$  نوشت.

ج) فرض کنید برای چند  $k$ ،  $D_k$  و  $E_k$  معلوم باشد. نشان دهید که می‌توانیم ضرایب چند جمله‌ای درجه سه درونیاب  $p(t)$  در بازه‌ی  $[n_k, n_{k+1}]$  بدست آوریم.

2-  $P_\infty$  و  $E_\infty$  دو سیگنال زیر را محاسبه کنید.

$$x_1(t) = e^{j(2t + \frac{\pi}{4})} \quad \text{الف)}$$

$$x_2(n) = \cos(\frac{\pi}{4} n) \quad \text{ب)}$$

نکته:

$$E_\infty = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad \text{پیوسته}$$

$$P_\infty = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt$$

$$E_\infty = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^{+N} |x[n]|^2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2 \quad \text{گسسته}$$

$$P_\infty = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{+N} |x[n]|^2$$

3- ارتوگونال یا ارتونرمال بودن مجموعه‌ی زیر را بررسی کنید.

$$\psi = \{\cos kt, \sin kt; k \in \mathbb{Z}\}$$