

예제 1.

3개의 청색, 2개의 적색, 3개의 녹색볼펜이 들어 있는 상자에서 임의로 2개를 추출하고자 한다.  $X$ 를 청색볼펜의 수,  $Y$ 를 적색볼펜의 수라고 할 때,

(1) 결합확률분포  $f(x, y)$ 를 구하라.

(풀이)  $(x, y)$ 의 가능한 쌍은  $(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1), (0, 2)$ 와  $(2, 0)$ 이다. 이 중에서  $f(1, 1)$ 은 하나의 청색볼펜과 적색볼펜이 선택될 확률이다. 8개 중에서 2개를 뽑는 경우의 수는  $\binom{8}{2} = 28$ 가지이다. 3개의 청색볼펜 중 하나가 선택되고 2개의 적색볼펜

중 하나가 선택되는 경우의 수는  $\binom{3}{1}\binom{2}{1} = 6$ 이다. 따라서  $f(1, 1) = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$ 이다. 같은

방법으로 다른 경우에 대해서도 확률을 계산할 수 있으며 계산 결과가 [표 1]에 나타나 있다. [표 1]의 결합확률분포가 다음과 같은 식으로 표시될 수 있다.

[표 1] 결합확률분포

$f(x, y)$		$x$			행의 합
		0	1	2	
$y$	0				
	1				
	2				
열의 합					

(2)  $A = \{(x, y) | x + y \leq 1\}$ 이라고 할 때  $P[(X, Y) \in A]$ 를 구하라.

(풀이)

예제 2.

[표 1]의 열과 행의 합이 각각  $X$ 와  $Y$ 의 주변분포가 됨을 증명하라.

(풀이)

예제 3.

[예제 1]에서  $Y=1$ 로 주어졌을 때  $X$ 의 조건부 분포를 구하고 그것을 이용하여  $P(X=0|Y=1)$ 을 구하라.

(풀이)

예제 4.

어느 과자회사에서는 크림, 토피 그리고 땅콩에 각각 연한 초코릿과 진한 초코릿을 입힌 과자상자를 취급하고 있다. 임의로 하나의 과자상자를 선택했을 때  $X$ 와  $Y$ 를 각각 크림초코릿 중 연한 초코릿과 진한 초코릿의 비율이라고 하면, 결합확률분포는 다음과 같이 주어진다.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{5}(2x + 3y), & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(1)  $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = 1$ 을 증명하라.

(풀이)

(2)  $A = \left\{ (x, y) \mid 0 < x < \frac{1}{2}, \frac{1}{4} < y < \frac{1}{2} \right\}$ 일 때,  $P[(X, Y) \in A]$ 를 구하라.

(풀이)

예제 5.

[예제 4]의 결합확률분포에 대하여  $g(x)$ 와  $h(y)$ 를 구하라.

(풀이)

예제 6.

$X$ 와  $Y$ 를 각각 단위온도변화량과 어떤 원자가 방출하는 스펙트럼변화율을 나타내는 확률변수라 할 때, 확률변수  $(X, Y)$ 에 대한 결합밀도함수는 다음과 같다고 한다.

$$f(x, y) = \begin{cases} 10xy^2, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(1) 주변밀도함수  $g(x), h(y)$ 와 조건부밀도함수  $f(y|x)$ 를 구하라.

(풀이)

(2) 온도가 0.25단위 높아졌을 때, 스펙트럼변화량이 0.5보다 클 확률을 구하라.

(풀이)

예제 7.

결합확률분포가 다음과 같이 주어졌을 때,  $g(x)$ ,  $h(y)$  그리고  $f(x|y)$ 를 구하고

$P\left(\frac{1}{4} < X < \frac{1}{2} \mid Y = \frac{1}{3}\right)$ 의 값을 구하라.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{4}(1 + 3y^2), & 0 < x < 2, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(풀이)