

- 1계 선형 상미분방정식의 일반형

$$y' + p(x)y = r(x)$$

- 위와 같은 형태의 미분방정식이 1계 선형 상미분방정식
- 비선형 상미분방정식은 이와 같은 형태로 표현되지 않는 경우
- 제차와 비제차

$$y' + p(x)y = r(x)$$

- $r(x)$ 는 입력값으로  $y$ 를 변화시키는 외부요인
- $r(x) = 0$ 일 때, 제차(Homogeneous, 동차)
- $r(x) \neq 0$ 일 때, 비제차(Nonhomogeneous, 비동차)
- 제차방정식은 해가 특정 조건을 만족하며, 일반적으로 지수함수 형태의 해를 가짐.
- 비제차방정식은 제차방정식의 해에 특수해를 더한 형태로 표현됨.
- $y' + 2y = 0$ 은 제차방정식의 예시로 해는  $y = Ce^{-2x}$
- $y' + 2y = 3$ 은 비제차방정식의 예시로 해는  $y = Ce^{-2x} + \frac{3}{2}$

## 1계 선형 상미분방정식

$$y'(t) + p(t)y(t) = g(t)$$

- $y'(t)$ : 함수  $y(t)$ 의 1계 도함수
- $p(t)$ : 독립 변수  $t$ 의 함수로, 미분 방정식의 계수
- $g(t)$ : 독립 변수  $t$ 의 함수로, 비동차항을 나타냄

## 해법

### 1. 일반해를 찾는 방법:

- 동차 방정식을 먼저 풀이:  $y'(t) + p(t)y(t) = 0$
- 동차 방정식의 해는  $y_h(t) = Ce^{-\int p(t) dt}$
- 비동차 방정식의 특수해  $y_p(t)$ 를 찾음
- 전체 일반해:  $y(t) = y_h(t) + y_p(t)$

### 1. 적분 인자를 이용한 해법:

- 적분 인자  $\mu(t) = e^{\int p(t) dt}$ 를 사용하여 미분 방정식을 풀 수 있음
- 미분 방정식에  $\mu(t)$ 를 곱한 후 정리하면  $y(t)$ 에 대해 직접적인 적분을 통해 해를 구할 수 있음

## 인구 모델링 예시

### 1. 지수 성장 모델

- 지수 성장 모델은 일정한 비율로 인구가 증가하는 상황을 나타냄.
- 미분방정식으로 표현하면 다음과 같음.

$$\frac{dP(t)}{dt} = r \cdot P(t)$$

- 여기서
- $P(t)$ : 시간  $t$ 에서의 인구
- $r$ : 성장률 (고정된 값)

#### 초기 조건

- 초기 인구  $P(0) = P_0$

#### 해

- 이 미분방정식의 해는 다음과 같음.

$$P(t) = P_0 \cdot e^{rt}$$

% 인구 모델링을 위한 MATLAB 코드

% 초기 인구

P0 = 1000; % 예: 1000명

% 성장률

r = 0.02; % 예: 2% 성장률

% 시간 범위

t = 0:1:50; % 0년부터 50년까지

% 인구 계산

P = P0 \* exp(r \* t);

% 그래프 그리기

figure;

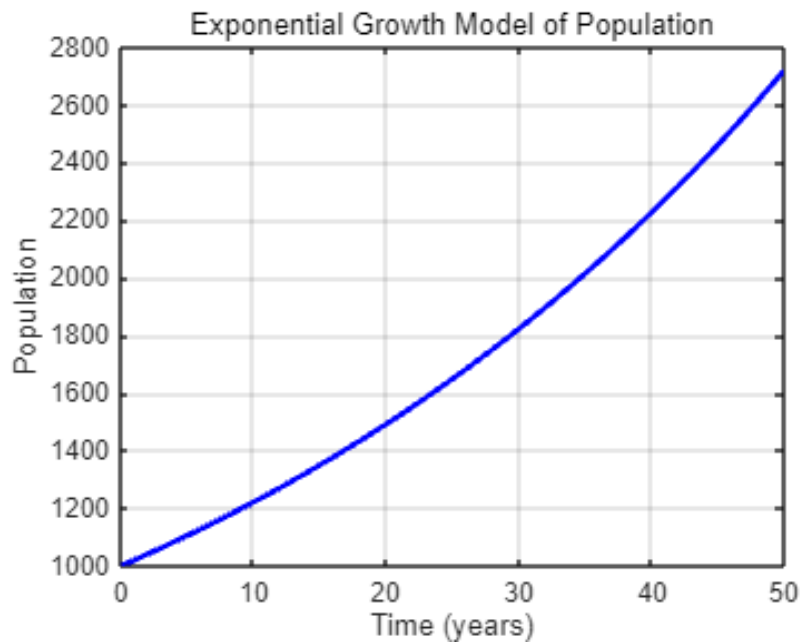
plot(t, P, 'b-', 'LineWidth', 2);

xlabel('Time (years)');

ylabel('Population');

title('Exponential Growth Model of Population');

grid on;



- 시간에 따른 인구 변화가 지수적으로 증가

## 2. RL 회로 해석

- RL 회로는 저항기(R)와 인덕터(L)로 구성된 회로.
- Kirchhoff의 전압 법칙을 적용하면 다음과 같은 미분방정식이 유도됨.

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = V(t)$$

- $L$ : 인덕턴스 (H)
- $R$ : 저항 ( $\Omega$ )
- $i(t)$ : 시간  $t$ 에서의 전류 (A)
- $V(t)$ : 시간  $t$ 에서의 전압 (V)
- 입력 전압이 일정한 경우,  $V(t) = V_0$ :

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = V_0$$

% RL 회로 해석을 위한 MATLAB 코드

% 회로 파라미터

L = 0.5; % 인덕턴스 (H)

R = 10; % 저항 ( $\Omega$ )

V0 = 5; % 입력 전압 (V)

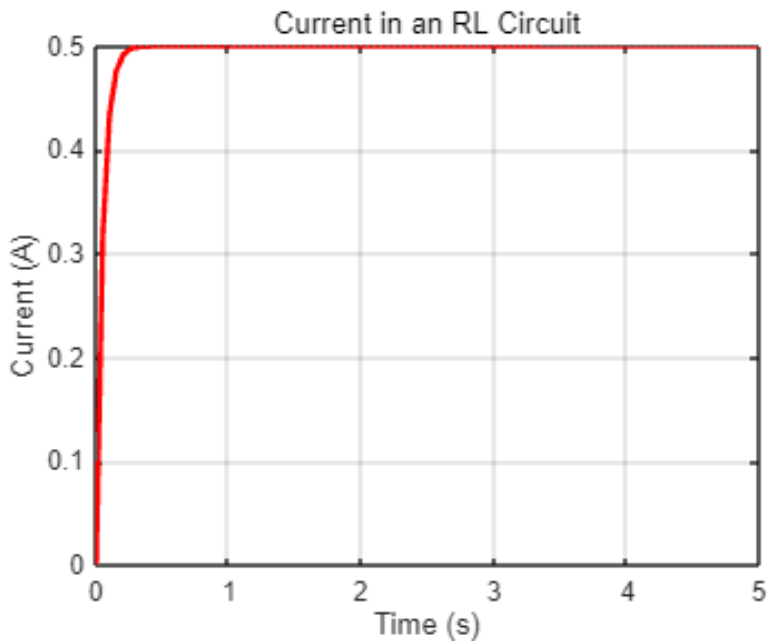
% 초기 조건 및 시간 범위

i0 = 0; % 초기 전류 (A)

t = linspace(0, 5, 100); % 시간 범위 (0 ~ 5초)

```
% RL 회로의 미분 방정식의 해
i = (V0 / R) * (1 - exp(-R * t / L));

% 그래프 그리기
figure;
plot(t, i, 'r-', 'LineWidth', 2);
xlabel('Time (s)');
ylabel('Current (A)');
title('Current in an RL Circuit');
grid on;
```



- 시간에 따른 RL 회로의 전류 변화가 지수적으로 증가하는 모습을 보여줌.
- 회로의 최종 전류는  $\frac{V_0}{R}$ 에 수렴.
- 초기에는 전류가 급격하게 증가하지만, 시간이 지남에 따라 점점 안정화되어 일정한 값에 도달함.

### 3. 화학 반응 속도

- 1차 반응의 경우 반응물 A가 시간에 따라 소모되는 속도는 다음과 같이 표현됨.

$$\frac{d[A]}{dt} = -k[A]$$

- [A]: 반응물 농도
- k: 반응 속도 상수
- 해는 다음과 같음:

$$[A](t) = [A]_0 e^{-kt}$$

% 화학 반응 속도를 위한 MATLAB 코드

% 반응 파라미터

k = 0.3; % 반응 속도 상수 (1/s)

A0 = 1.0; % 초기 농도 (mol/L)

% 시간 범위

t = linspace(0, 10, 100); % 시간 범위 (0 ~ 10초)

% 화학 반응 속도의 해

A = A0 \* exp(-k \* t);

% 그래프 그리기

figure;

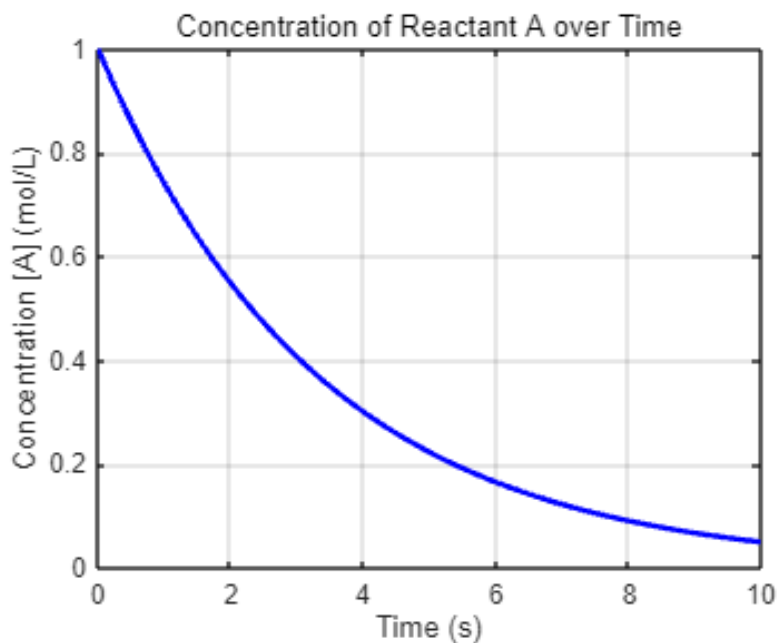
plot(t, A, 'b-', 'LineWidth', 2);

xlabel('Time (s)');

ylabel('Concentration [A] (mol/L)');

title('Concentration of Reactant A over Time');

grid on;



- 1차 반응에서 반응물 농도가 시간이 지남에 따라 지수적으로 감소하는 모습을 보여줌.
- 초기 농도에서 시작하여 점차적으로 감소하며,  $t$ 가 커질수록 변화율이 감소.
- 이는 반응물이 소비됨에 따라 반응 속도가 느려지는 현상을 나타냄.

## 1차 제차 선형 상미분 방정식 해법

### 1. 1계 제차 선형 상미분방정식 해의 특징

- 방정식:  $y' + p(x)y = 0$

- 특징:
- 입력이 없을 때 해를 구하는 경우임.
- 오로지 시스템의 특성에 따라 해가 결정됨.

## 2. 1계 제차 선형 상미분방정식 해법

- 해법 과정:
- 미분 방정식을 분리 변수법을 이용하여 다음과 같이 정리:

$$\frac{dy}{y} = -p(x)dx$$

- 양변을 적분하여:

$$\ln |y| = - \int p(x)dx + C$$

$$y = Ce^{-\int p(x)dx}$$

- 일반해:

$$y(x) = Ce^{-\int p(x)dx}$$

- 특수한 경우:
- $y > 0$  또는  $y < 0$ 일 때  $y = Ce^{-\int p(x)dx}$
- $y(x) = 0$ 은 자명한 해(Trivial Solution)

## 뉴턴의 냉각법칙

- 식으로 표현하면 다음과 같음:  $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{env})dt$
- $T(t)$ : 시간  $t$ 에서의 물체의 온도
- $T_{env}$ : 주변 환경의 온도 (상수)
- $k$ : 냉각 상수 (양의 값)

## 1. 변수분리형 상미분 방정식으로 풀기

1. 방정식을 재배열하여 변수분리:  $\frac{dT}{T - T_{env}} = -k$

2. 양변을 적분:  $\int \frac{1}{T - T_{env}} dT = \int -k dt$

3. 적분 결과:  $\ln |T - T_{env}| = -kt + C$

4. 지수화하여 정리:

$$|T - T_{env}| = e^{-kt+C}$$

$$T - T_{env} = Ce^{-kt} \text{ (여기서 } C \text{는 } e^C \text{로 치환)}$$

1. 최종 해:  $T(t) = T_{env} + Ce^{-kt}$

- $C$ : 초기 조건에 따라 결정되는 상수
- 초기 온도  $T(0) = T_0$ 이면  $C = T_0 - T_{env}$

## 2. 비제차 선형 상미분방정식으로 풀기

- 주어진 방정식:  $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{env})dt$
- 이를 정리하면 비제차 선형 상미분방정식의 형태가 됨:  $\frac{dT}{dt} + kT = kT_{env}$
- $\frac{dT}{dt} + p(t)T = g(t)$  형태에서  $p(t) = k$ 이고  $g(t) = kT_{env}$

## 풀이 과정

### 1. 동차 방정식의 일반해를 구함:

- 먼저 동차 방정식:  $\frac{dT_h}{dt} + kT_h = 0$
- 이 방정식의 해를 구하기 위해  $\frac{dT_h}{dt} = -kT_h$ 를 분리 변수법으로 풀면:

$$\frac{1}{T_h} dT_h = -k dt$$

$$\int \frac{1}{T_h} dT_h = \int -k dt$$

$$\ln |T_h| = -kt + C$$

$$T_h = C_1 e^{-kt}$$

- 따라서 동차 방정식의 일반해는:  $T_h(t) = C_1 e^{-kt}$

### 1. 특수해를 구함:

- 비제차 방정식의 특수해  $T_p(t)$ 를 구함.
- 이 방정식의 특수해를 상수 함수  $T_p = T_{env}$ 로 가정:  $\frac{dT_p}{dt} = 0$
- 이를 비제차 방정식에 대입:  $kT_{env} = kT_{env}$
- 이 식이 성립하므로  $T_p = T_{env}$ 는 특수해가 될 수 있음.

#### 1. 전체 해를 구함:

- 전체 해는 동차 방정식의 해와 비제차 방정식의 특수해의 합으로 표현:

$$T(t) = T_h(t) + T_p(t)$$

$$T(t) = C_1 e^{-kt} + T_{env}$$

#### 1. 초기 조건을 이용하여 상수 $C_1$ 결정:

- 초기 조건  $T(0) = T_0$ 를 이용하면:

$$T(0) = C_1 e^0 + T_{env} = T_0$$

$$C_1 = T_0 - T_{env}$$

#### 1. 최종 해: $T(t) = T_{env} + (T_0 - T_{env})e^{-kt}$

### 결론

- 두 방법 모두 동일한 해를 제공함:  $T(t) = T_{env} + (T_0 - T_{env})e^{-kt}$
- 비제차 선형 상미분방정식의 해법을 사용하여도 뉴턴의 냉각법칙을 정확하게 풀 수 있음.
- 해는 다음과 같음:

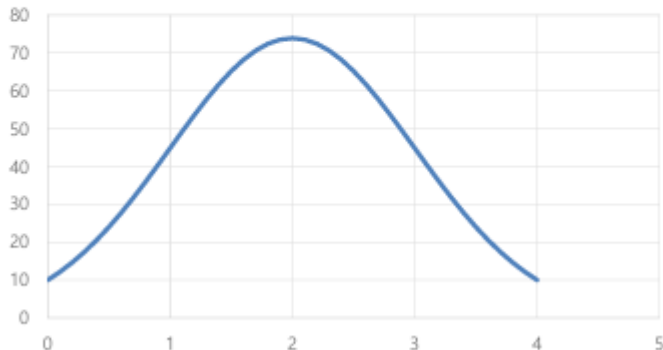
$$T(t) = T_{env} + (T_0 - T_{env})e^{-kt}$$

- 이 결과는 시간이 지남에 따라 물체의 온도가 주변 온도  $T_{env}$ 에 지수적으로 수렴하는 것을 보여줌.
- 비제차 상미분방정식을 푸는 과정에서 동차해와 특수해를 찾는 방법이 사용됨.



## 1 초깃값 문제

[예]  $\frac{dy}{dt} + (t-2)y = 0$ ,  $y(0) = 10$ 의 해를 구하라.



### 1. 초깃값 문제

- 주어진 미분방정식:  $\frac{dy}{dt} + (t-2)y = 0$ ,  $y(0) = 10$
- 이 문제는 1계 선형 상미분방정식의 형태로 주어짐.
- 초기 조건  $y(0) = 10$ 을 이용하여 해를 찾을 수 있음.

### 풀이

#### 1. 동차 방정식 형태:

- 주어진 방정식은 이미 동차 방정식의 형태임.

#### 1. 적분 인자를 이용한 해법:

- 적분 인자  $\mu(t)$ 는  $e^{\int (t-2) dt} = e^{\frac{t^2}{2}-2t}$ 로 계산됨.
- 방정식에  $\mu(t)$ 를 곱하여 정리함:

$$e^{\frac{t^2}{2}-2t} \frac{dy}{dt} + (t-2)e^{\frac{t^2}{2}-2t} y = 0$$

- 이를 통해 적분 후 해를 구할 수 있음.

#### 1. 일반해:

$$y(t) = C e^{-\frac{t^2}{2}+2t}$$

- 초기 조건  $y(0) = 10$ 을 적용하여  $C$  값을 구함:

$$y(0) = Ce^0 = C = 10$$

## 1. 최종 해:

$$y(t) = 10e^{-\frac{t^2}{2} + 2t}$$

```
% 미분방정식 정의
ode = @(t, y) -(t - 2) .* y;

% 초기 조건
y0 = 10;

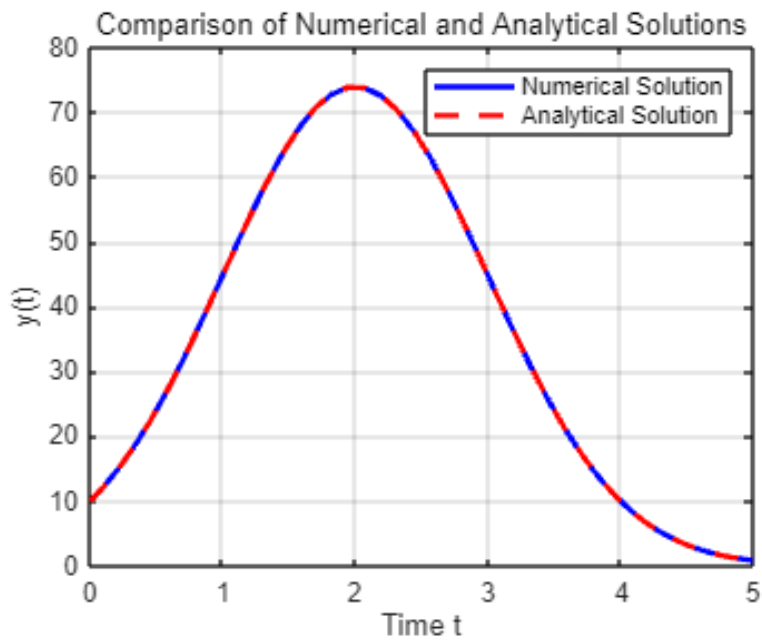
% 시간 범위
tspan = [0 5];

% ode45를 사용하여 미분방정식 풀기
[t, y] = ode45(ode, tspan, y0);

% 미분방정식의 변화량 계산
dydt = ode(t, y);

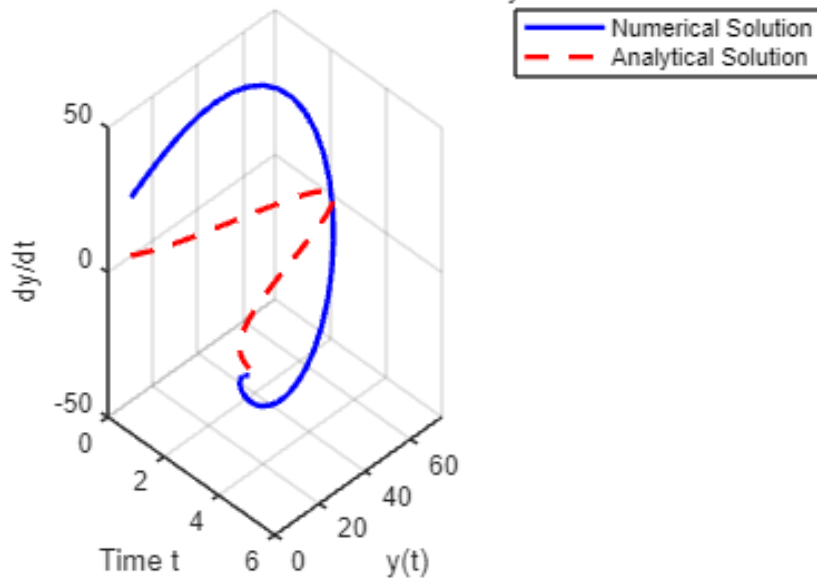
% 해석적 해 구하기 (수치해와 같은 시간 간격 사용)
y_analytic = y0 * exp(-t.^2 / 2 + 2 * t);

% 수치해와 해석적 해의 일치성 확인을 위한 2D 그래프 그리기
figure;
plot(t, y, 'b-', 'LineWidth', 2); % 수치해
hold on;
plot(t, y_analytic, 'r--', 'LineWidth', 2); % 해석적 해
xlabel('Time t');
ylabel('y(t)');
title('Comparison of Numerical and Analytical Solutions');
legend('Numerical Solution', 'Analytical Solution');
grid on;
```



```
% 3D 그래프 그리기
figure;
plot3(t, y, dydt, 'b-', 'LineWidth', 2); % 수치해
hold on;
plot3(t, y_analytic, zeros(size(t)), 'r--', 'LineWidth', 2); % 해석적 해
xlabel('Time t');
ylabel('y(t)');
zlabel('dy/dt');
title('3D Visualization of Initial Value Problem with Analytical Solution');
legend('Numerical Solution', 'Analytical Solution');
grid on;
view(45, 30); % 그래프의 뷰 각도 조정
```

## ation of Initial Value Problem with Analytical Solution



### 해석적 해의 기울기와 수치적 기울기의 차이

- 해석적 해를 이용하면 정확한 기울기를 계산할 수 있음.
- 반면에, 수치적 해에서는 각 시간 단계에서의 변화량을 기반으로 기울기를 계산하기 때문에 작은 차이가 발생할 수 있음.
- 특히, 3D 그래프에서는 이러한 기울기의 미세한 차이가 더욱 부각되어 보일 수 있음.
- 2차원에서는 해석적 해와 수치적 해의  $y(t)$  값이 일치하지만, 3차원에서 나타나는 작은 차이는 수치 미분에 내재된 근사 오차 때문임.
- 이러한 오차는 수치적 방법의 특성상 불가피하며, 특히 미분 값의 정확도를 요구하는 3차원 시각화에서 더 두드러지게 나타날 수 있음.
- 하지만 이러한 차이는 대부분의 경우 무시할 수 있을 정도로 작으며, 수치적 해가 해석적 해의 거동을 전반적으로 잘 나타내고 있음을 의미함.

## 2 유체역학에서의 응용

**[예]** 물탱크의 바닥에 형성된 구멍을 통해 물이 유출될 때 수위의 변화를 구하라.  
(단, 토리첼리의 법칙에 의해 물의 속도는  $v = 0.6\sqrt{2gh}$ 임)

### 2. 유체역학에서의 응용

- 물탱크의 바닥에 형성된 구멍을 통해 물이 유출될 때 수위의 변화를 구하는 문제.
- 토리첼리의 법칙에 따르면 물의 속도는  $v = 0.6\sqrt{2gh}$ 임.

## 모델링

- 유량  $Q$ 는 다음과 같이 표현됨:

$$Q = A \cdot v = A \cdot 0.6 \sqrt{2gh}$$

- $A$ : 구멍의 단면적
- $h$ : 수위 높이
- $g$ : 중력 가속도
- 물탱크의 부피 변화율은 수위의 변화율과 관련됨:

$$\frac{dV}{dt} = -A \cdot 0.6 \sqrt{2gh}$$

- 부피  $V$ 와 수위  $h$ 는 탱크의 단면적  $A_t$ 에 의해 다음과 같이 관계가 있음:

$$V = A_t h \quad \Rightarrow \quad \frac{dV}{dt} = A_t \frac{dh}{dt}$$

- $V$ : 탱크 내부의 유체 부피 ( $\text{m}^3$ )
- $A_t$ : 탱크의 수직 단면적 ( $\text{m}^2$ )
- $h$ : 유체의 수위 또는 높이 ( $\text{m}$ )

## 방정식

- 따라서:

$$A_t \frac{dh}{dt} = -A \cdot 0.6 \sqrt{2gh}$$

- 이를 정리하여 변수분리형 미분방정식으로 만들 수 있음:

$$\frac{dh}{\sqrt{h}} = -\frac{A \cdot 0.6 \sqrt{2g}}{A_t} dt$$

% 유체역학 문제를 위한 MATLAB 코드

% 상수 정의

A = 0.01; % 구멍의 단면적 ( $\text{m}^2$ )

A\_t = 1; % 물탱크의 단면적 ( $\text{m}^2$ )

g = 9.81; % 중력 가속도 ( $\text{m/s}^2$ )

initial\_height = 2; % 초기 수위 ( $\text{m}$ )

% 미분방정식 정의

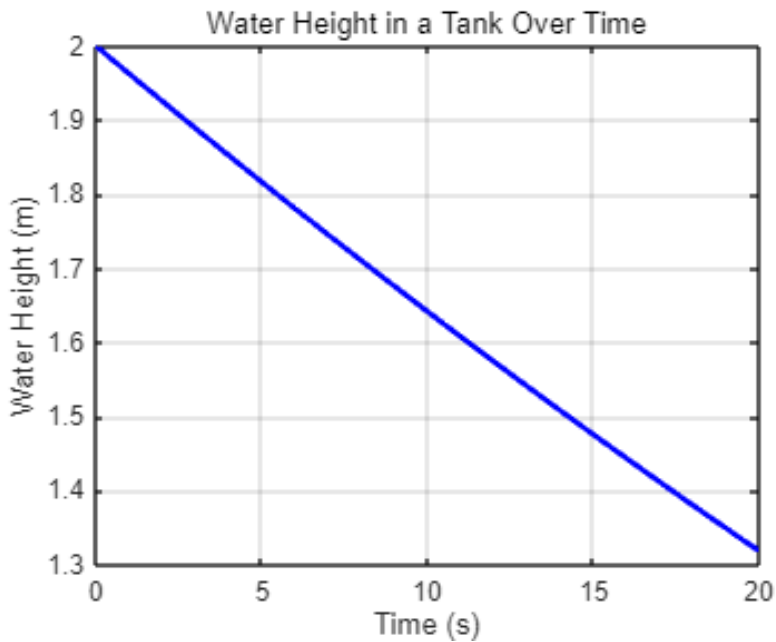
ode = @(t, h) - (A / A\_t) \* 0.6 \* sqrt(2 \* g \* h);

% 시간 범위

tspan = [0 20]; % 0에서 20초까지

```
% ode45를 사용하여 미분방정식 풀기
[t, h] = ode45(ode, tspan, initial_height);

% 그래프 그리기
figure;
plot(t, h, 'b-', 'LineWidth', 2);
xlabel('Time (s)');
ylabel('Water Height (m)');
title('Water Height in a Tank Over Time');
grid on;
```



유체역학 문제의 미분방정식은 다음과 같은 형태로 나타남:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{A}{A_t} \cdot 0.6 \sqrt{2gh}$$

이 미분방정식의 해를 구하기 위해 변수분리법을 적용할 수 있음. 일반적인 해는 다음과 같이 구할 수 있음:

$$\int \frac{1}{\sqrt{h}} dh = -\frac{A}{A_t} \cdot 0.6 \sqrt{2g} \int dt$$

$$2 \sqrt{h} = -\frac{A}{A_t} \cdot 0.6 \sqrt{2g} \cdot t + C$$

$$\sqrt{h} = -\frac{A}{A_t} \cdot 0.3 \sqrt{2g} \cdot t + \frac{C}{2}$$

$$h(t) = \left( -\frac{A}{A_t} \cdot 0.3 \sqrt{2g} \cdot t + \frac{C}{2} \right)^2$$

초기 조건을 적용하면,  $C$  값은 초기 수위에 의해 결정됨.

```

% 상수 정의
A = 0.01; % 구멍의 단면적 (m^2)
A_t = 1; % 물탱크의 단면적 (m^2)
g = 9.81; % 중력 가속도 (m/s^2)
initial_height = 2; % 초기 수위 (m)

% 미분방정식 정의
ode = @(t, h) - (A / A_t) * 0.6 * sqrt(2 * g * h);

% 시간 범위
tspan = [0 20]; % 0에서 20초까지

% ode45를 사용하여 미분방정식 풀기
[t, h] = ode45(ode, tspan, initial_height);

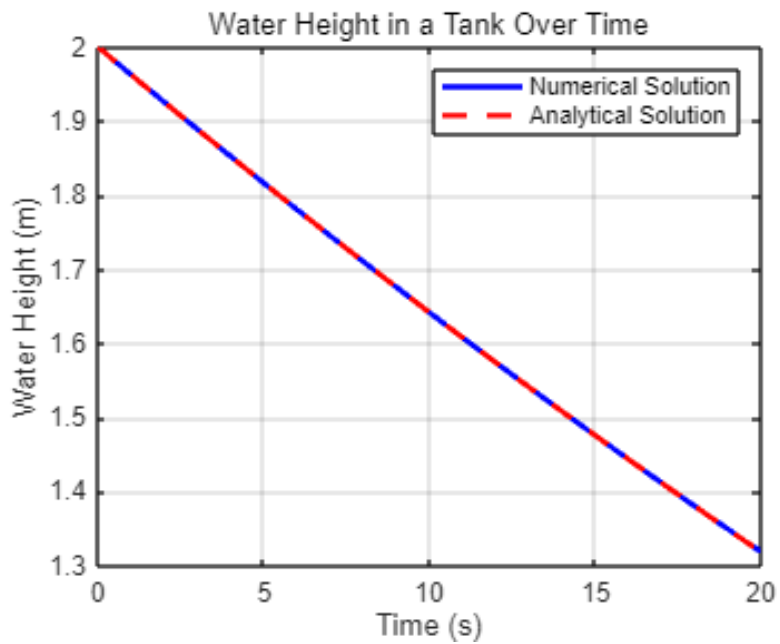
% 해석적 해 구하기
C = 2 * sqrt(initial_height);
h_analytic = (-(A / A_t) * 0.3 * sqrt(2 * g) * t + C / 2).^2;

% 수치해의 변화율 계산
dhdt_numerical = ode(t, h);

% 해석적 해의 변화율 계산
dhdt_analytic = - (A / A_t) * 0.6 * sqrt(2 * g * h_analytic);

% 2D 그래프 그리기
figure;
plot(t, h, 'b-', 'LineWidth', 2); % 수치해
hold on;
plot(t, h_analytic, 'r--', 'LineWidth', 2); % 해석적 해
xlabel('Time (s)');
ylabel('Water Height (m)');
title('Water Height in a Tank Over Time');
legend('Numerical Solution', 'Analytical Solution');
grid on;

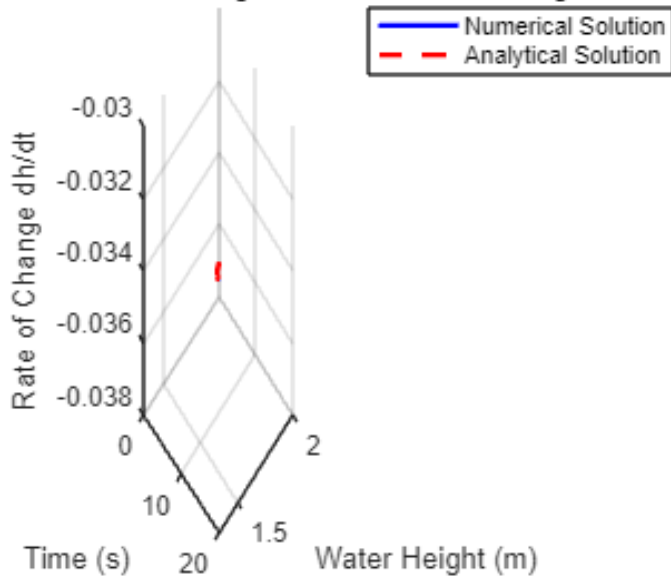
```



```
% 3D 그래프 그리기
figure;
plot3(t, h, dhdt_numerical, 'b-', 'LineWidth', 2); % 수치해 3D
hold on;
plot3(t, h_analytic, dhdt_analytic, 'r--', 'LineWidth', 2); % 해석적 해 3D
xlabel('Time (s)');
ylabel('Water Height (m)');
zlabel('Rate of Change dh/dt');
title('3D Visualization of Water Height and Its Rate of Change');
legend('Numerical Solution', 'Analytical Solution');
grid on;
view(45, 30); % 그래프의 뷰 각도 조정
```



Plot of Water Height and Its Rate of Change



해석적 해 구하기:

- $C = 2\sqrt{h_0}$ 를 사용하여 해석적 해를 계산.
- $h(t) = \left(-\frac{A}{A_t} \cdot 0.3 \sqrt{2g} \cdot t + \frac{C}{2}\right)^2$  형태의 해석적 해를 구함.

해석:

- 수치적 해와 해석적 해는 전체적으로 잘 일치하며, 이를 통해 유체 역학 문제에 대한 모델링이 성공적으로 이루어졌음을 알 수 있습니다.
- 3D 그래프에서 보이는 미세한 불일치는 수치적 근사에 의한 것으로, 실제 해석적 모델링에서는 발생할 수 있는 일반적인 현상입니다.

% 상수 정의

```
A = 0.01; % 구멍의 단면적 (m^2)
A_t = 1; % 물탱크의 단면적 (m^2)
g = 9.81; % 중력 가속도 (m/s^2)
initial_height = 2; % 초기 수위 (m)
```

% 해석적 해 수식

```
constantC = 2 * sqrt(initial_height);
h = @(t) (max(0, constantC/2 - (A/A_t) * 0.3 * sqrt(2*g) * t)).^2;
dhdt = @(t) - (A/A_t) * 0.6 * sqrt(2 * g * h(t)); % 수위 변화율
```

% 시간 범위

```
t_max = constantC/(2 * (A/A_t) * 0.3 * sqrt(2*g)); % 수위가 0이 되기 전까지의 시간
t = linspace(0, t_max, 500); % 시간 범위 설정
```

```

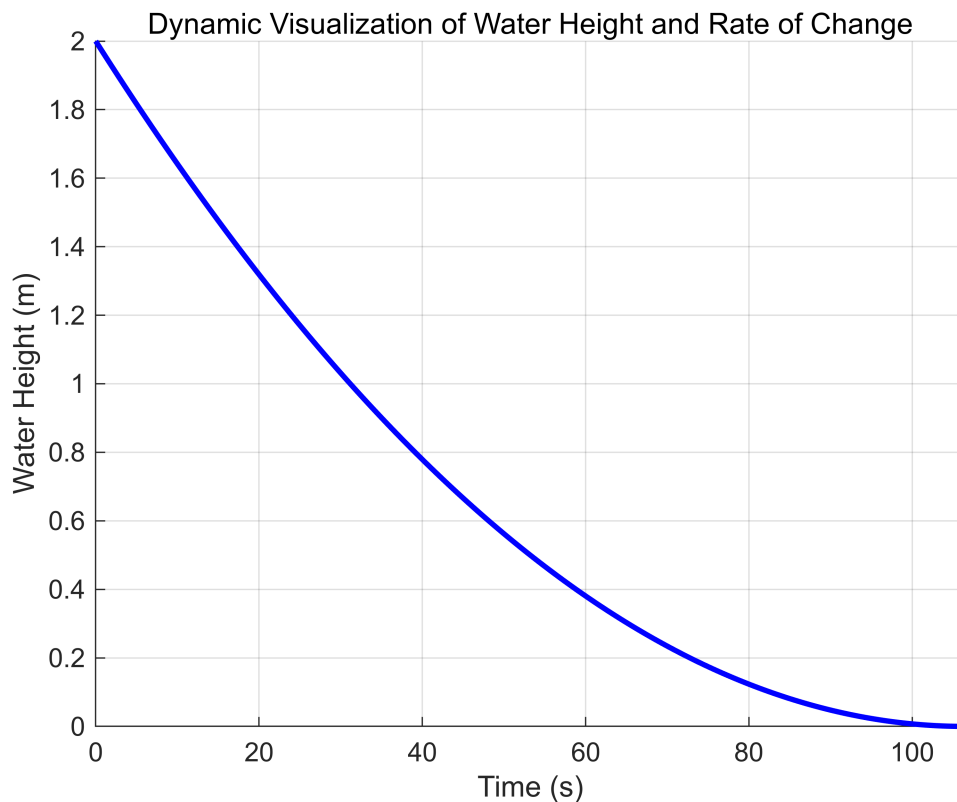
% 수위와 변화율 계산
h_values = h(t);
dhdt_values = dhdt(t);

% 동적 그래프 생성
figure;
hold on;
grid on;
xlabel('Time (s)');
ylabel('Water Height (m)');
zlabel('Rate of Change (dh/dt)');
title('Dynamic Visualization of Water Height and Rate of Change');
xlim([0, t_max]);
ylim([0, initial_height]);
zlim([min(dhdt_values), 0]);

% 애니메이션 그리기
for i = 1:length(t)
    plot3(t(1:i), h_values(1:i), dhdt_values(1:i), 'b', 'LineWidth', 2);
    drawnow;
end

hold off;

```



## 문제

전하가  $Q = 10\text{mC}$  충전된 정전용량이  $C = 50\mu\text{F}$  인 축전기를 저항기에 연결함

전하량의 시간에 따른 변화량  $Q(t)$  를 구하여라(단, 축전기 양단의 전압,  $V$ , 전하량  $Q$ , 정전용량  $C$  간에는  $Q = CV$  관계가 성립한다.)

## 문제 설명

- 초기 전하량  $Q_0 = 10\text{mC}$
- 정전용량  $C = 50\mu\text{F}$
- 저항  $R = 10\text{k}\Omega$

## 1계 제차 선형 상미분방정식 유도

1. 축전기의 전압과 전하량의 관계:  $CV(t) = \frac{Q(t)}{C}$
2. 옴의 법칙에 따른 저항에 걸리는 전압:  $V_R(t) = I(t)R$
3. 전류와 전하량의 관계:  $dI(t) = -\frac{dQ(t)}{dt}$  (방전이므로 음수)

회로에서의 전압에 대한 키르히호프의 법칙(KVL)을 적용하면:

$$V(t) = V_R(t)$$

$$(-dQ(t)dt) \frac{Q(t)}{C} = R \left( -\frac{dQ(t)}{dt} \right)$$

이를 정리하면:

$$\frac{dQ(t)}{dt} + \frac{1}{RC} Q(t) = 0$$

이것은 1계 제차 선형 상미분방정식의 표준 형태  $y'(t) + p(t)y(t) = 0$ 에 해당하며, 여기서:

$$p(t) = \frac{1}{RC} \text{ 일반 해 풀이}$$

상미분방정식의 해는:

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

여기서:

- $Q_0$ 는 초기 전하량
- $\frac{1}{RC}$ 는 시스템의 시간 상수의 역수

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

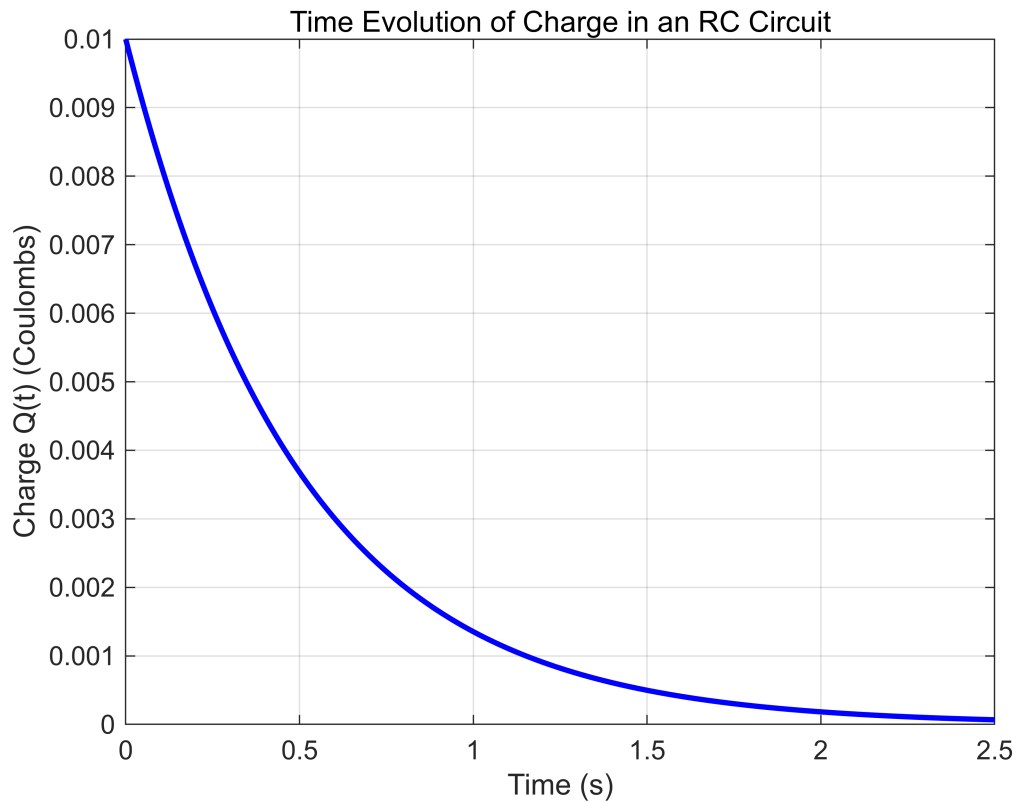
```
% 상수 정의
Q0 = 10e-3; % 초기 전하량 (Coulombs)
C = 50e-6; % 정전용량 (Farads)
R = 10e3; % 저항 (Ohms)

% 시간 상수 (RC)
tau = R * C;

% 시간 범위 설정
t = linspace(0, 5 * tau, 1000); % 최대 5*RC까지

% 1계 제차 선형 상미분방정식의 해
Q_t = Q0 * exp(-t / tau);

% 그래프 그리기
figure;
plot(t, Q_t, 'b', 'LineWidth', 2);
xlabel('Time (s)');
ylabel('Charge Q(t) (Coulombs)');
title('Time Evolution of Charge in an RC Circuit');
grid on;
```



```
% 상수 정의
Q0 = 10e-3; % 초기 전하량 (Coulombs)
C = 50e-6; % 정전용량 (Farads)
R = 10e3; % 저항 (Ohms)

% 시간 상수 (RC)
tau = R * C;

% 시간 범위 설정
t_max = 5 * tau; % 최대 5*RC까지
t = linspace(0, t_max, 500); % 시간 벡터 생성

% 시간에 따른 전하량 변화
Q_t = Q0 * exp(-t / tau);
I_t = -Q0 / tau * exp(-t / tau); % 전류 I(t) = -dQ/dt

% 3D 그래프 생성
figure;
hold on;
grid on;
```

```

xlabel('Time (s)');
ylabel('Charge Q(t) (Coulombs)');
zlabel('Current I(t) (A)');
title('3D Visualization of Charge and Current in RC Circuit');
xlim([0, t_max]);
ylim([0, Q0]);
zlim([min(I_t), 0]);
view(3); % 3D 뷰 설정

% 3D 애니메이션 그리기
for i = 1:length(t)
    plot3(t(1:i), Q_t(1:i), I_t(1:i), 'b', 'LineWidth', 2);
    drawnow;
end

hold off;

```

