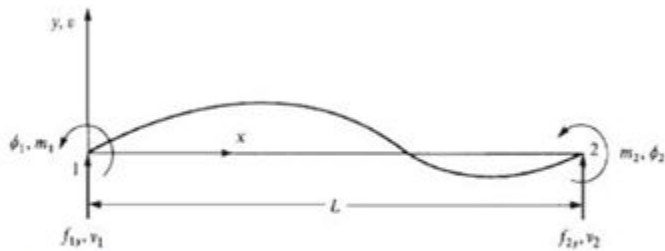


7.1 보 (Beam)

- **정의:** 보는 길고, 좁고, 긴다란 구조 부재로 일반적으로 비틀림 또는 축효과에 반대되는 중요한 굽힘효과를 생성하는 횡하중에 구속되는 구조물입니다.
- **표기:**
- v^i : 국지 절점변위를 나타냅니다.
- ϕ^i : 회전을 나타냅니다.
- m^i : 모멘트를 나타냅니다.
- f^i : 국지 절점력을 나타냅니다.
-



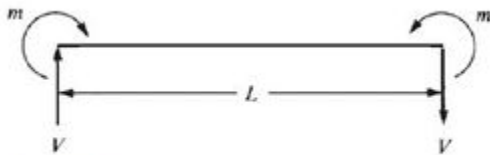
■ Figure 4-1 Beam element with positive nodal displacements, rotations, forces, and moments

그림 분석 (Figure 4-1):

- 보의 요소는 절점 변위와 회전, 모멘트 및 힘에 대한 관계를 보여줍니다.

7.2 보 이론의 기초 (Basic Theory of Beams)

- **모멘트 방향:** 시계반대방향이 양의 방향으로 정의됩니다.
- **회전:** 시계반대방향이 양의 방향으로 정의됩니다.
- **힘:** Y축 양의 방향에서 양(+)의 값입니다.
- **변위:** 양의 Y방향에서 양(+)의 값입니다.
-



■ Figure 4-2 Beam theory sign conventions for shear forces and bending moments

그림 분석 (Figure 4-2):

- 보 이론에서 전단력과 굽힘 모멘트의 부호 체계가 명시되어 있습니다.

1. 병진운동 (Translational Motion)

- **정의:** 물체의 모든 점이 같은 방향, 같은 속도, 같은 거리만큼 이동하는 운동.

- 예를 들어, 자동차가 직선 도로를 달릴 때 차량 전체가 동일한 방향으로 이동하는 경우를 생각할 수 있습니다.
- 특징:
 - 모든 입자의 속도와 가속도가 동일합니다.
 - 이동 중 각 지점 사이의 상대적 거리는 변하지 않습니다.
- 병진운동의 종류:
 - 직선 병진운동: 물체가 직선 경로를 따라 움직임. (예: 엘리베이터의 상하 이동)
 - 곡선 병진운동: 물체가 곡선 경로를 따라 움직임. (예: 축구공의 포물선 운동)
- 수식:
 - 운동 방정식: $F = ma$
 - F : 힘 (N, 뉴턴)
 - m : 질량 (kg)
 - a : 가속도 (m/s^2)
 - 운동 에너지: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$
 - E_k : 운동 에너지 (J, 줄)
 - v : 속도 (m/s)

2. 회전운동 (Rotational Motion)

- 정의: 물체가 고정된 축을 중심으로 회전하는 운동.
- 예를 들어, 바퀴가 회전하거나 문을 열 때의 운동을 생각할 수 있습니다.
- 특징:
 - 각 점마다 원을 그리며 이동하며, 원의 중심과의 거리에 따라 속도가 달라집니다.
 - 물체의 각 지점마다 서로 다른 속도와 가속도를 가집니다.
- 회전운동의 종류:
 - 고정 축 회전운동: 물체가 특정한 축을 중심으로 회전하는 운동. (예: 팬의 회전)
 - 자유 회전운동: 회전축이 이동하거나 바뀔 수 있는 회전운동. (예: 공중에서 회전하는 스케이트 선수)
- 수식:
 - 회전 운동 방정식: $\tau = I\alpha$
 - τ : 토크 (Nm, 뉴턴 미터)
 - I : 관성모멘트 ($kg \cdot m^2$)
 - α : 각가속도 (rad/s^2)
 - 회전 에너지: $E_r = \frac{1}{2}I\omega^2$
 - E_r : 회전 운동 에너지 (J, 줄)
 - ω : 각속도 (rad/s)

3. 병진운동과 회전운동의 비교

구분	병진운동	회전운동
운동의 형태	직선 또는 곡선을 따라 이동	고정된 축을 중심으로 회전
운동량	선형 운동량 $p = mv$	각운동량 $L = I\omega$
힘과 토크	힘 $F = ma$	토크 $\tau = I\alpha$
에너지	$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	$E_r = \frac{1}{2}I\omega^2$

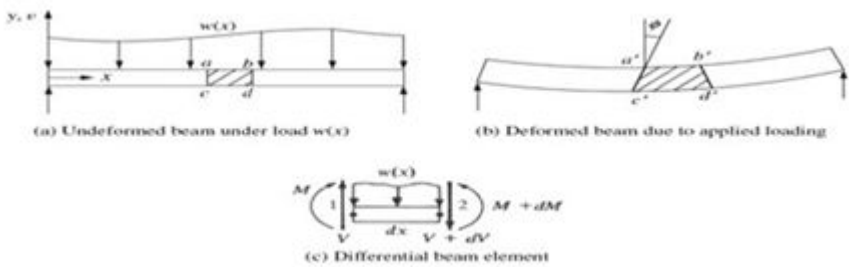
4. 실제 예시

- 병진운동 예시:
 - 열차가 철로를 따라 움직일 때, 열차 전체가 동일한 방향으로 이동하는 전형적인 병진운동입니다.
- 회전운동 예시:
 - 자전거 바퀴가 축을 중심으로 회전할 때, 바퀴의 회전운동을 나타냅니다.

5. 병진운동과 회전운동의 결합

- 실제 물체의 운동은 병진운동과 회전운동이 결합되는 경우가 많습니다.
- 예: 축구공이 바닥을 구르며 이동할 때 축구공은 회전운동과 병진운동을 동시에 수행합니다.

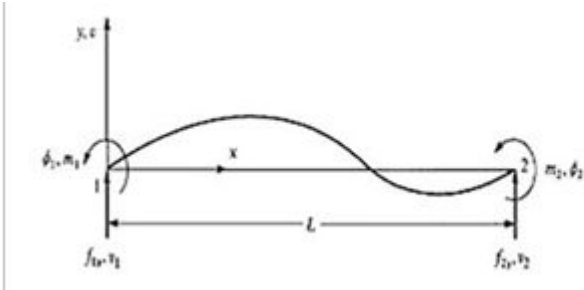
7.3 보 강성행렬: 오일러-베르누이 보 이론



- 오일러-베르누이 보 이론은 미분방정식을 이용하여 중성축에 직각인 평면단면적에 기초를 두며 그 특징을 통해 보의 변형을 유도하는 이론입니다.
- (a) 그림은 외부 하중이 가해지지 않은 상태의 보를 보여줍니다.
- (b) 그림은 하중이 가해졌을 때 변형된 보의 모습을 보여줍니다.

7.4 요소 형태와 변위함수 선정

- 1단계: 절점에 표시를 한다.



- 그림에서 보는 바와 같이 변형된 보는 절점 위치에 따라 변위가 발생합니다.
- **2단계:** 변위함수를 선정하는 것이 중요합니다.
- **횡방향 함수**는 다음과 같은 형태로 표현됩니다. $v(x) = a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4$
- 이 방정식에서 a_1, a_2, a_3, a_4 는 계수로 작용하며 보 요소의 변위에 따라 결정됩니다.

7.5 보 요소 형상함수

- **절점자유도계의 함수 v 표현:**
- 주어진 절점 조건에 따라 보의 변위를 나타내는 함수는 다음과 같습니다.

$$v(0) = v_1 = a_4$$

$$v(L) = v_2 = a_1L^3 + a_2L^2 + a_3L + a_4$$

$$\frac{dv(0)}{dx} = \phi_1 = a_3$$

$$\frac{dv(L)}{dx} = \phi_2 = 3a_1L^2 + 2a_2L + a_3$$

- **행렬 형태로 표현:**
- 변위 함수 v 를 행렬 형태로 나타내면: $v = [N]\{d\}$ 여기서 $\{d\}$ 는 자유도 벡터를 나타내며, N 은 형상함수를 포함하는 행렬입니다.
- **형대함수 N_1, N_2, N_3 및 N_4** 는 다음과 같이 정의됩니다:

$$N_1 = \frac{1}{L^3}(2x^3 - 3x^2L + L^3)$$

$$N_2 = \frac{1}{L^2}(x^3 - 2x^2L + xL^2)$$

$$N_3 = \frac{1}{L^3}(-2x^3 + 3x^2L)$$

$$N_4 = \frac{1}{L^2}(x^3 - x^2L)$$

7.6 변형대 변위와 응력대 변위에 대한 관계식 정의

- **3단계:** 변형대 변위와 응력대 변형을 정의합니다.
- 축방향 변위에 대한 관계식이 분명하다는 것을 가정합니다.
- **횡방향 변위에 대한 축방향 변위를 관계짓고 연결:**
- 변형을 $\epsilon_x(x, y) = \frac{du}{dx}$ 에 따라 횡방향 변위와 축방향 변위의 관계를 파악할 수 있습니다.

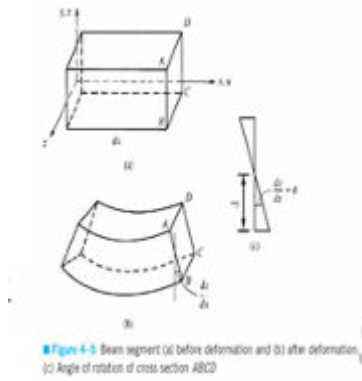


그림 분석:

- 그림에서는 보 요소의 변형과 응력을 보여줍니다.
- 이는 변위와 변형의 수직 분포와 관련된 관계를 강조하고 있습니다.

7.7 요소 강성행렬과 방정식 유도

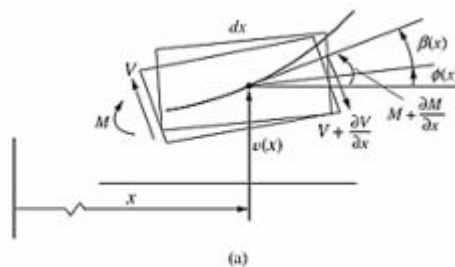
- 4단계는 강성행렬을 유도하는 과정입니다.
- 굽힘 모멘트와 전단력은 다음과 같은 횡방향 함수에 대해 관계합니다.
- 유도한 횡방향 변위함수와 결합하여 굽힘 모멘트를 형성합니다.
- 행렬 형태:
- $[K][K][K]$ 는 횡방향력과 횡방향 변위 및 회전에 대한 굽힘 모멘트와 관계합니다.
- 축 효과는 무시하였습니다.
- 유도된 방정식:

$$m(x) = EI \frac{d^2 v}{dx^2}, \quad V = EI \frac{d^3 v}{dx^3}$$

- 이 식을 통해 전단력과 모멘트에 관한 강성행렬을 구할 수 있습니다.

7.8 보 강성행렬: 티모셴코의 보 이론

- 티모셴코 보 이론은 진동문제를 가진 보의 전단변형을 포함한 이론입니다.



- 그림에서는 보의 휨과 전단력의 관계를 보여줍니다.
- 보의 전체 처짐은 굽힘력과 전단력에 영향을 받습니다.

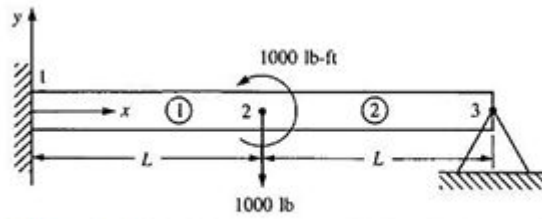
$$\frac{dv}{dx} = \phi(x) + \beta(x)$$

- 이 식은 변위의 구성을 설명하며 절점 1과 2에 대한 자유도를 고려한 강성행렬을 구합니다.
- **강성행렬 표현:**
- 절점과 절점 자유도에 기반한 최종 강성행렬은 다음과 같습니다.

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ f_{y1} \\ f_{y2} \end{bmatrix} = \frac{EI}{L(L^2 + 12g)} \begin{bmatrix} 6L & 6L & -6L \\ (4L^2 + 12g) & (2L^2 - 12g) & -(2L^2 - 12g) \\ (2L^2 - 12g) & (4L^2 - 12g) & -(2L^2 - 12g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \nu_1 \\ \nu_2 \end{bmatrix}$$

7.9 강성행렬의 구조물

- 보를 절점 1~3을 가진 요소로 분리:
- 그림에서 보이듯이 보를 세 부분으로 나누어 절점 1, 2, 3을 설정합니다.
- 적용되는 힘과 모멘트가 존재하기 때문에, 중간에 절점을 포함하여 구조물을 분석합니다.
- 예시:



■ Figure 4-7 Fixed hinged beam subjected to a force and a moment

- 그림의 예시에서는 1,000 lb-ft의 모멘트와 하중이 보의 끝에 작용하는 상황을 나타내고 있습니다.

7.10 보 강성행렬의 구조물

- 직접 강성법을 사용하여 총 강성행렬 구성:
- 두 개의 요소로 이루어진 보의 전체 강성행렬을 유도하기 위해 각 요소의 강성행렬을 결합합니다.
- 유도된 총 강성행렬 표현:

$$\begin{bmatrix} F_{y1} \\ M_1 \\ F_{y2} \\ M_2 \\ F_{y3} \\ M_3 \end{bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L & 0 & 0 \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 & 0 & 0 \\ -12 & -6L & 24 & 0 & -12 & 6L \\ 6L & 2L^2 & 0 & 8L^2 & -6L & 2L^2 \\ 0 & 0 & -12 & -6L & 12 & -6L \\ 0 & 0 & 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \phi_1 \\ v_2 \\ \phi_2 \\ v_3 \\ \phi_3 \end{bmatrix}$$

- **경계조건 및 해석:**
- 경계조건은 절점 1에서의 구속과 절점 3에서의 힌지 지점에서의 변위를 고려하여 해석합니다.

- 이를 통해 $\phi_1 = 0, v_1 = 0, v_3 = 0$ 등의 경계조건을 적용하여 미지의 절점변위 v_2 와 미지의 회전각 ϕ_2 와 ϕ_3 를 구합니다.

예제 7.1문제 설명

- **목표:** 그림 5-1처럼 보의 중앙에 가해진 힘과 모멘트에 의한 변위와 회전을 구하라.
- **조건:** 보는 두 요소로 구성되며, 양끝은 고정되어 있습니다.
- 중앙에는 10kN의 아래 방향 힘과 20kN·m의 모멘트가 작용합니다.
- **재료의 특성:**
 - $E = 210GPa$
 - $I = 4 \times 10^{-4}m^4$
 - 보의 길이는 $L = 3m$ 입니다.

예제 풀이

- 각 보 요소의 강성행렬식을 구하기 위해 $L = 3m$ 인 두 보 요소를 대상으로 강성행렬식을 적용합니다.
- 두 요소의 강성행렬은 각각 다음과 같습니다:

$$[k^{(1)}] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}, [k^{(2)}] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

경계조건

- 경계조건은 다음과 같습니다:

$$v_1 = \phi_1 = v_3 = \phi_3 = 0$$

- 주어진 힘 및 모멘트 $F_y = 1000N, M_z = 20000N \cdot m$ 을 적용합니다.

계산

- 전체 좌표계에 힘과 모멘트의 경계조건을 적용하면 다음과 같은 방정식을 얻습니다.

$$\begin{bmatrix} 1000 \\ 20000 \end{bmatrix} = \frac{(210 \times 10^9)(4 \times 10^{-4})}{27} \begin{bmatrix} 6 & 18 \\ 18 & 72 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ \phi_2 \end{bmatrix}$$

1. 변위 및 회전 계산

- 식 (3)의 결과를 변위 v_2 와 회전각 ϕ_2 에 대해 풀이하면 다음과 같습니다.
- $v_2 = 1.339 \times 10^{-4}m$
- $\phi_2 = 8.928 \times 10^{-5}rad$

2. 각 요소의 국부 절점 힘과 모멘트 계산

- 이 값을 이용하여 각 요소에 작용하는 국부 절점 힘과 모멘트를 구할 수 있습니다.
- **식 (4)**는 전체 좌표계에서 강성 행렬과 절점 변위를 결합하여 구한 결과입니다.

3. 그림 5-2의 분석

- 그림 5-2는 각 요소에 작용하는 힘과 모멘트를 보여줍니다.
- 예를 들어, 요소 1에 대해:
 - $f_{y1}^{(1)} = 10,000N$
 - $m_1^{(1)} = 12,500N \cdot m$
 - $f_{y2}^{(1)} = -10,000N$
 - $m_2^{(1)} = -12,500N \cdot m$

4. 요소 2의 국부 절점 힘과 모멘트 계산

- 마찬가지로 요소 2에 대한 계산을 통해 다음과 같은 결과를 얻을 수 있습니다.
- $f_{y2}^{(2)} = 0$
- $m_2^{(2)} = 2500N \cdot m$
- $f_{y3}^{(2)} = 0$
- $m_3^{(2)} = -2500N \cdot m$

5. 최종 정리 및 결론

- 식 (5), (6)을 이용하여 전체 보 구조물에 작용하는 힘과 모멘트를 구할 수 있으며, 이러한 값을 통해 전단력과 굽힘 모멘트 선도를 얻을 수 있습니다.
- 그림 5-3에 나타난 전단력 및 굽힘 모멘트 선도는 요소별로 각 구간에 대한 힘과 모멘트의 변화를 시각적으로 보여줍니다.

```
% Given Data
E = 210e9; % Young's Modulus in Pa
I = 4e-4; % Moment of inertia in m^4
L = 3; % Length of each beam element in m
P = 10000; % Applied force in N
M = 20000; % Applied moment in Nm

% Stiffness matrix for a single element
k1 = (E * I / L^3) * [12 6*L -12 6*L;
                     6*L 4*L^2 -6*L 2*L^2;
                     -12 -6*L 12 -6*L;
                     6*L 2*L^2 -6*L 4*L^2];

k2 = k1; % Both elements have the same stiffness matrix

% Assembling global stiffness matrix (6x6 matrix because we have 2 elements)
```



```

K_global = zeros(6, 6);

% Adding k1 to K_global
K_global(1:4, 1:4) = K_global(1:4, 1:4) + k1;

% Adding k2 to K_global
K_global(3:6, 3:6) = K_global(3:6, 3:6) + k2;

% Display the global stiffness matrix
disp('Global Stiffness Matrix K:');

```

Global Stiffness Matrix K:

```
disp(K_global);
```

```

1.0e+08 *

    0.3733    0.5600   -0.3733    0.5600         0         0
    0.5600    1.1200   -0.5600    0.5600         0         0
   -0.3733   -0.5600    0.7467         0   -0.3733    0.5600
    0.5600    0.5600         0    2.2400   -0.5600    0.5600
         0         0   -0.3733   -0.5600    0.3733   -0.5600
         0         0    0.5600    0.5600   -0.5600    1.1200

```

```

% Apply boundary conditions
% Displacement at node 1 (v1, ϕ1) and node 3 (v3, ϕ3) are zero (fixed supports)
% Extract the reduced stiffness matrix for unknown displacements (v2, ϕ2)
K_reduced = K_global(3:4, 3:4);

% Load vector corresponding to forces acting on node 2
F = [P; M];

% Solving for displacements
d = K_reduced \ F;

% Display the displacement and rotation
fprintf('Displacement at node 2: %f m\n', d(1));

```

Displacement at node 2: 0.000134 m

```
fprintf('Rotation at node 2: %f rad\n', d(2));
```

Rotation at node 2: 0.000089 rad

```

% Calculate forces and moments in each element
F_element1 = k1 * [0; 0; d]; % Considering fixed support at node 1
F_element2 = k2 * [d; 0; 0]; % Considering fixed support at node 3

% Display the results
fprintf('Forces and Moments in Element 1:\n');

```

Forces and Moments in Element 1:

```
disp(F_element1);
```

```
0
-2500
0
2500
```

```
fprintf('Forces and Moments in Element 2:\n');
```

Forces and Moments in Element 2:

```
disp(F_element2);
```

```
10000
17500
-10000
12500
```

```
% Enhanced Visualization
```

```
figure;
```

```
% 1. Plotting the deformation shape
```

```
subplot(3,1,1);
```

```
x1 = linspace(0, L, 100);
```

```
deflection1 = F_element1(1) * x1.^2 / (2 * E * I); % Deflection shape approximation  
for Element 1
```

```
plot(x1, deflection1, 'r', 'LineWidth', 2);
```

```
hold on;
```

```
x2 = linspace(L, 2*L, 100);
```

```
deflection2 = F_element2(1) * (x2 - L).^2 / (2 * E * I); % Deflection shape  
approximation for Element 2
```

```
plot(x2, deflection2, 'b', 'LineWidth', 2);
```

```
title('Deflection Shape of the Beam');
```

```
xlabel('Length (m)');
```

```
ylabel('Deflection (m)');
```

```
legend('Element 1', 'Element 2');
```

```
grid on;
```

```
% 2. Plotting the shear force diagram
```

```
subplot(3,1,2);
```

```
plot([0 L], [F_element1(1) F_element1(1)], 'r', 'LineWidth', 2);
```

```
hold on;
```

```
plot([L 2*L], [F_element2(1) F_element2(1)], 'b', 'LineWidth', 2);
```

```
title('Shear Force Diagram');
```

```
xlabel('Length (m)');
```

```
ylabel('Shear Force (N)');
```

```
legend('Element 1', 'Element 2');
```

```
grid on;
```

```
% Marking points of interest
```

```
plot(L, F_element1(1), 'ko', 'MarkerFaceColor', 'k'); % Indicate the point between  
elements
```

```

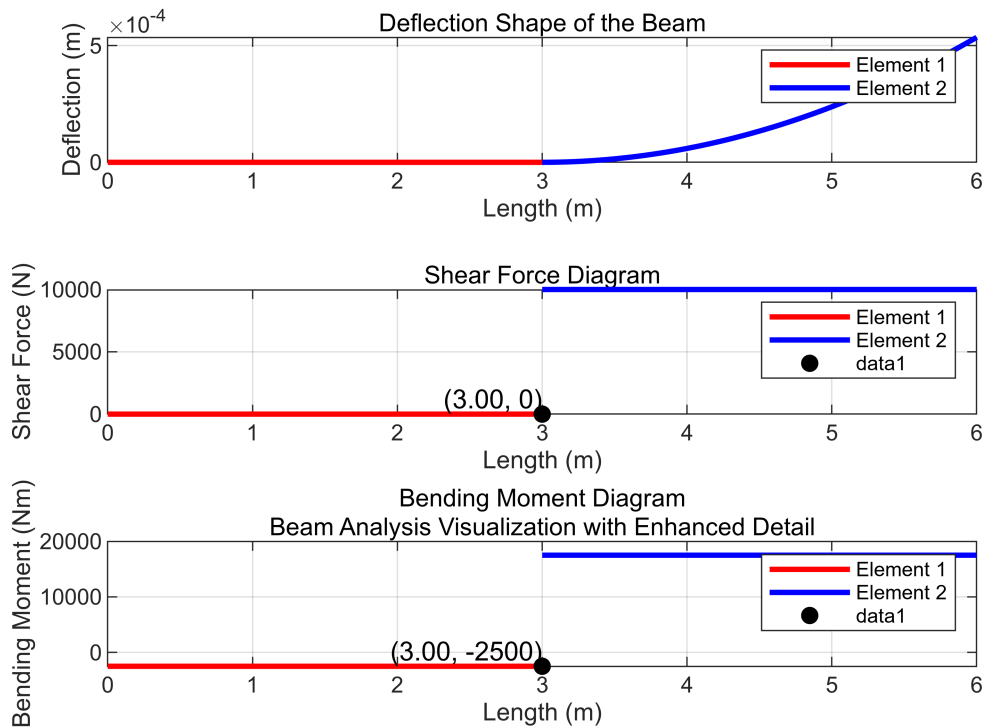
text(L, F_element1(1), sprintf('(%0.2f, %0.0f)', L, F_element1(1)),
'VerticalAlignment', 'bottom', 'HorizontalAlignment', 'right');

% 3. Plotting the bending moment diagram
subplot(3,1,3);
moment1 = F_element1(2) * ones(size(x1)); % Constant bending moment in Element 1
moment2 = F_element2(2) * ones(size(x2)); % Constant bending moment in Element 2
plot(x1, moment1, 'r', 'LineWidth', 2);
hold on;
plot(x2, moment2, 'b', 'LineWidth', 2);
title('Bending Moment Diagram');
xlabel('Length (m)');
ylabel('Bending Moment (Nm)');
legend('Element 1', 'Element 2');
grid on;

% Marking points of interest
plot(L, moment1(end), 'ko', 'MarkerFaceColor', 'k'); % Indicate the point between
elements
text(L, moment1(end), sprintf('(%0.2f, %0.0f)', L, moment1(end)),
'VerticalAlignment', 'bottom', 'HorizontalAlignment', 'right');

% Display additional information
subtitle('Beam Analysis Visualization with Enhanced Detail');

```



예제 7.2: 내부 힌지를 포함하는 보 문제의 풀이문제 설명

- 그림 4-34에서 보 요소는 절점 2에 힌지를 가지고 있습니다.
- 균일 단면보의 변위와 회전각, 요소 하중을 구하는 것이 목표입니다.
- 보의 굽힘 강성은 EI 로 일정하다고 가정합니다.

주어진 데이터

- 단 보의 굽힘 강성은 일정한 EI 로 가정합니다.
- 보의 길이는 $L = a + b$ 로 구성되며, 요소 1과 요소 2의 길이는 각각 a 와 b 입니다.

예제 풀이 과정

1. 힌지 위치 고려

- 힌지는 요소 1의 오른쪽 끝에 위치하므로, 절점 2에서 회전 자유도를 가지게 됩니다.

1. 요소 1에 대한 강성행렬 $k^{(1)}$:

- 힌지가 요소의 일부에 위치해 있으므로 강성행렬은 다음과 같습니다.

$$[k^{(1)}] = \frac{3EI}{a^3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- 여기서, EI 는 보의 굽힘 강성, a 는 요소 1의 길이입니다.

1. 요소 2에 대한 강성행렬 $k^{(2)}$:

- 힌지로 인하여 요소 2는 자유도 변화가 생기므로, 다음과 같은 강성행렬이 됩니다.

$$[k^{(2)}] = \frac{3EI}{b^3} \begin{bmatrix} 12 & 6b & -12 & 6b \\ 6b & 4b^2 & -6b & 2b^2 \\ -12 & -6b & 12 & -6b \\ 6b & 2b^2 & -6b & 4b^2 \end{bmatrix}$$

- 여기서 b 는 요소 2의 길이입니다.

3. 전체 강성행렬 구성

- 이제 $k^{(1)}$ 과 $k^{(2)}$ 를 이용하여 전체 시스템의 강성행렬을 구성해야 합니다.

(3) 전체 시스템의 강성행렬을 구성하는 과정

$$\frac{EI}{a^3} \begin{bmatrix} 3 & 12\frac{a}{b} & -6 \\ 12\frac{a}{b} & 4\left(\frac{b}{a}\right)^2 & -6\frac{b}{a} \\ -6 & -6\frac{b}{a} & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P \\ 0 \end{bmatrix}$$

- 여기서, v_2 와 ϕ_2 는 절점 2의 변위 및 회전각이며, P 는 절점 2에 가해진 외부 하중입니다.

4. 변위와 회전각 계산

- 위의 행렬 방정식 (3)을 풀면 회전각 ϕ_2 에 대해 다음과 같은 식을 얻을 수 있습니다: $\phi_2 = \frac{-a^3b^3P}{3(b^3 + a^3)EI}$

5. 각 요소에 작용하는 하중 계산

요소 1의 힘과 모멘트 계산

- ϕ_2 를 통해 요소 1의 반력을 구합니다.
- 다음과 같이 구해진 결과:

$$f_{y1} = \frac{b^3P}{b^3 + a^3}, \quad m_{t1} = \frac{a^3b^3P}{b^3 + a^3}$$

- f_{y1} : 요소 1에서의 전단력
- m_{t1} : 요소 1에서의 굽힘 모멘트

요소 2의 힘과 모멘트 계산

- 동일한 방식으로 요소 2의 반력을 계산합니다:

$$f_{y2} = -\frac{a^3P}{b^3 + a^3}, \quad m_{t2} = \frac{a^3b^3P}{b^3 + a^3}$$

- f_{y2} : 요소 2에서의 전단력
- m_{t2} : 요소 2에서의 굽힘 모멘트

6. 최종 결과

- 위의 결과를 통해 각 요소에 발생하는 전단력과 모멘트를 명확히 알 수 있습니다.
- 요소 1에서는 하중 f_{y1} 가 발생하고, 이와 대응하는 굽힘 모멘트 m_{t1} 가 생성됩니다.
- 요소 2에서는 전단력 f_{y2} 와 모멘트 m_{t2} 가 나타나며, 이는 요소 1과 반대 방향의 힘입니다.

```
% Given data
E = 210e9; % Young's modulus in Pa
I = 4e-4; % Moment of inertia in m^4
```

```

a = 2; % Length of element 1 in m
b = 3; % Length of element 2 in m
P = 10000; % Applied force in N

% Stiffness matrix for the system based on (3)
K_global = (E*I/a^3) * [3, 12*a/b, -6;
                        12*a/b, 4*(b/a)^2, -6*(b/a);
                        -6, -6*(b/a), 4];

% Load vector
F = [-P; 0; 0];

% Solving for v2 and ϕ2
results = K_global \ F;
v2 = results(1);
phi2 = results(2);

% Display results
fprintf('Calculated Displacement v2 = %f m\n', v2);

```

Calculated Displacement v2 = 0.000288 m

```
fprintf('Calculated Rotation ϕ2 = %f rad\n', phi2);
```

Calculated Rotation ϕ2 = -0.000141 rad

```

% Calculating forces and moments for element 1 and element 2
f_y1 = (b^3 * P) / (b^3 + a^3);
m_t1 = (a^3 * b^3 * P) / (b^3 + a^3);

f_y2 = -(a^3 * P) / (b^3 + a^3);
m_t2 = (a^3 * b^3 * P) / (b^3 + a^3);

% Display forces and moments for element 1
fprintf('Element 1 Shear Force f_y1 = %f N\n', f_y1);

```

Element 1 Shear Force f_y1 = 7714.285714 N

```
fprintf('Element 1 Bending Moment m_t1 = %f Nm\n', m_t1);
```

Element 1 Bending Moment m_t1 = 61714.285714 Nm

```

% Display forces and moments for element 2
fprintf('Element 2 Shear Force f_y2 = %f N\n', f_y2);

```

Element 2 Shear Force f_y2 = -2285.714286 N

```
fprintf('Element 2 Bending Moment m_t2 = %f Nm\n', m_t2);
```

Element 2 Bending Moment m_t2 = 61714.285714 Nm

```

% Visualization: Bending moment diagram for both elements
x1 = linspace(0, a, 100);
moment1 = m_t1 * (x1 / a); % Varying moment for Element 1

x2 = linspace(a, a + b, 100);
moment2 = m_t2 * (x2 - a) / b; % Varying moment for Element 2

figure;
plot(x1, moment1, 'r', 'LineWidth', 2);
hold on;
plot(x2, moment2, 'b', 'LineWidth', 2);
title('Bending Moment Diagram');
xlabel('Length (m)');
ylabel('Bending Moment (Nm)');
legend('Element 1', 'Element 2');
grid on;

```

