Pooling Method in Non-Replicated DOE Experiments

# 1. Pooling Method의 이론적 배경

DOE(Design of Experiments)에서 비반복 실험(non-replicated experiments)은 각 실험 조건에 대해 하나의 데이터만 얻을 수 있는 경우를 말합니다. 이러한 실험에서는 실험 내 노이즈나 오차를 추정하는 것이 어려울 수 있습니다. 이때 Pooling Method는 효과(요인들) 중에서 통계적으로 유의하지 않은 작은 효과들을 모아서(noise로 간주) 잔차로 취급함으로써 오차를 추정하는 방법입니다.

Pooling Method는 비반복 실험에서 오차를 추정하기 위해 자주 사용되며, 이렇게 추정된 오차는 실험의 다른 주요 효과의 통계적 유의성을 평가하는 데 사용됩니다. 이는 전통적인 ANOVA(분산분석) 접근법을 사용할 수 없는 상황에서 매우 유용합니다.

# 2. 수식과 계산 방법

Pooling Method는 다음과 같은 단계를 통해 적용됩니다:

1. 효과의 추정:  
각 요인(effect)의 효과는 다음과 같이 계산됩니다:  
E\_i = (y\_+) - (y\_-) / n  
여기서 y\_+는 해당 요인의 고수준(high level)에서의 응답값들의 합, y\_-는 저수준(low level)에서의 응답값들의 합, 그리고 n은 해당 요인에 대한 실험의 횟수입니다.

2. 효과의 분류:  
통계적으로 유의하지 않은 효과들은 오차의 추정값으로 사용되며, 이를 '풀링(pooled)'한다고 표현합니다.

3. 풀링된 오차의 계산:  
풀링된 오차는 유의하지 않은 효과들의 평균 제곱합(Mean Square Error, MSE)으로 계산됩니다:  
Pooled Error = Σ(E\_i^2) / degrees of freedom  
여기서 degrees of freedom(자유도)은 풀링된 효과의 수입니다.

4. F-검정 통계량 계산:  
각 주요 효과에 대해 풀링된 오차를 사용하여 F-검정 통계량을 계산하고, 유의성을 평가합니다:  
F\_i = Mean Square of effect i / Pooled Error  
F-검정 통계량이 주어진 임계값을 넘는 경우, 해당 효과는 유의미하다고 판단합니다.

# 3. 실제 사례

## 사례 1: 제조 공정 최적화

배경: 한 전자기기 제조 공정에서 세 가지 요인(A: 온도, B: 압력, C: 공정 시간)이 제품의 품질에 미치는 영향을 평가하는 비반복 실험을 수행했다고 가정합니다.

실험 데이터:  
- 요인 A: 2.5  
- 요인 B: 0.3  
- 요인 C: 1.0

1. 효과의 분류:  
- 요인 B(0.3)는 매우 작아 유의하지 않은 효과로 간주할 수 있습니다.  
- 요인 C(1.0)도 상대적으로 작지만, 일단 보류합니다.

2. 풀링된 오차의 계산:  
- 요인 B의 효과를 풀링하여 오차로 사용합니다:  
Pooled Error = 0.3^2 / 1 = 0.09

3. F-검정 통계량 계산:  
- 요인 A에 대한 F-검정 통계량:  
F\_A = 2.5^2 / 0.09 = 69.44  
- 요인 C에 대한 F-검정 통계량:  
F\_C = 1.0^2 / 0.09 = 11.11  
F-분포의 임계값과 비교하여 요인 A는 매우 유의미한 효과로 간주될 수 있고, 요인 C는 임계값에 따라 유의미할 수도, 그렇지 않을 수도 있습니다.

## 사례 2: 화학 반응 최적화

배경: 화학 반응 공정에서 촉매 농도(X), 반응 시간(Y), 온도(Z)가 반응 속도에 미치는 영향을 평가하는 비반복 실험을 수행했다고 가정합니다.

실험 데이터:  
- 요인 X: 1.8  
- 요인 Y: 0.2  
- 요인 Z: 1.2

1. 효과의 분류:  
- 요인 Y(0.2)는 유의하지 않은 효과로 간주하고, 이를 풀링합니다.

2. 풀링된 오차의 계산:  
- 요인 Y의 효과를 풀링하여 오차로 사용합니다:  
Pooled Error = 0.2^2 / 1 = 0.04

3. F-검정 통계량 계산:  
- 요인 X에 대한 F-검정 통계량:  
F\_X = 1.8^2 / 0.04 = 81.0  
- 요인 Z에 대한 F-검정 통계량:  
F\_Z = 1.2^2 / 0.04 = 36.0  
이 결과는 요인 X와 Z가 모두 유의미한 효과를 가지며, 요인 Y는 유의미하지 않은 것으로 간주됩니다.

# 4. 결론

Pooling Method는 비반복 실험에서 유의미한 오차를 추정하기 위한 중요한 방법론입니다. 통계적으로 유의하지 않은 작은 효과들을 풀링하여 오차로 사용하는 방식은, 실험에서의 노이즈를 효과적으로 처리할 수 있게 해줍니다. 이 방법은 실험 데이터가 제한적이고 반복 실험이 불가능한 상황에서 특히 유용하며, 주요 효과들을 평가하고 최적화할 때 중요한 정보를 제공합니다.