해상도(Resolution)와 실험설계에서의 역할

# 1. 해상도(Resolution)란 무엇인가?

해상도(Resolution)는 실험설계에서 요인들 간의 교호작용(interaction)을 얼마나 명확하게 구분할 수 있는지를 나타내는 지표입니다. 해상도가 높을수록 각 요인이나 교호작용들이 서로 구분되며, 실험 결과를 명확하게 해석할 수 있게 됩니다.

해상도는 실험설계의 품질을 평가하는 중요한 지표이며, 실험에서 사용하는 설계의 복잡성과 관련이 있습니다. 해상도는 로마 숫자로 표시되며, 숫자가 클수록 더 높은 해상도를 의미합니다.

# 2. 해상도의 정의와 수식

해상도는 다음과 같이 정의할 수 있습니다:

- 해상도 R: 설계에서 제일 짧은 얽힘(confounding) 길이에 해당하는 항의 길이. 길이는 요인의 개수로 정의됩니다.

R = min(term length)  
여기서 term length는 주효과(main effect)와 교호작용(interaction) 항을 구성하는 요인들의 개수입니다. 예를 들어, 주효과 A의 길이는 1, 2차 교호작용 AB의 길이는 2로 계산됩니다.

# 3. 완전요인 설계와 부분요인 설계의 해상도

## 완전요인 설계

완전요인 설계는 가능한 모든 요인 조합에 대해 실험을 수행하는 설계를 의미합니다. 예를 들어, 8개의 2-수준 요인에 대해 완전요인 설계를 한다면 2^8 = 256개의 실험이 필요합니다. 이 경우, 모든 요인과 교호작용이 독립적으로 분석될 수 있습니다.

## 부분요인 설계

부분요인 설계(fractional factorial design)는 모든 조합을 사용하지 않고, 일부 조합만을 사용하여 실험을 수행하는 설계입니다. 이는 실험 횟수를 줄이면서도 주요한 정보를 얻고자 할 때 유용합니다. 그러나 이러한 설계에서는 일부 요인이나 교호작용이 얽힐 수 있습니다.

# 4. 해상도에 따른 부분요인 설계의 예시

## 1/2 부분요인 설계 (Resolution VIII)

설계 설명: 8개의 요인에서 1/2 부분요인 설계를 사용하면 2^{8-1} = 128번의 실험이 필요합니다.

해상도 VIII: 해상도 VIII의 의미는 주효과가 7차 이상의 교호작용과 얽힌다는 것입니다. 이 설계에서는 대부분의 주효과와 주요 2차 교호작용들이 독립적으로 분석될 수 있습니다. 요약하자면, 높은 해상도로 인해 매우 명확한 해석이 가능합니다.

## 1/4 부분요인 설계 (Resolution V)

설계 설명: 1/4 부분요인 설계를 사용하면 2^{8-2} = 64번의 실험이 필요합니다.

해상도 V: 해상도 V에서는 주효과가 3차 교호작용(three-factor interaction)과 얽히지 않지만, 4차 교호작용과 얽힐 수 있습니다. 이는 주효과와 2차 교호작용을 명확히 평가할 수 있지만, 3차 교호작용에 대해서는 약간의 불확실성이 있을 수 있음을 의미합니다.

## 1/8 부분요인 설계 (Resolution IV)

설계 설명: 1/8 부분요인 설계를 사용하면 2^{8-3} = 32번의 실험이 필요합니다.

해상도 IV: 해상도 IV의 의미는 주효과가 3차 교호작용과 얽히지 않지만, 2차 교호작용이 다른 2차 교호작용과 얽힐 수 있다는 것입니다. 이 설계에서는 주효과는 명확히 평가되지만, 2차 교호작용을 독립적으로 분석하기 어렵습니다.

# 5. 해상도의 수학적 접근

해상도는 설계 매트릭스의 생성 방법에 따라 결정됩니다. 요인 A, B, C, D 등의 조합에 따라 교호작용들이 형성되고, 어떤 교호작용이 얽힐지(즉, confounding)이 결정됩니다.

예를 들어, 8개의 요인에서 1/2 부분요인 설계를 고려할 때, 설계 매트릭스를 생성하는 방법에 따라 주효과가 어느 교호작용과 얽히는지가 결정됩니다. 이때 해상도가 결정되며, 가장 짧은 얽힘 길이가 해상도를 정의합니다.

# 6. 실제 사례

사례: 자동차 엔진 성능 최적화  
8개의 요인(예: A: 연료 유형, B: 압축 비율, C: 점화 타이밍, D: 배기량 등)이 엔진 성능에 미치는 영향을 평가한다고 가정합니다.

- 완전요인 설계: 256번의 실험이 필요하며, 모든 요인과 교호작용을 명확히 분석할 수 있습니다.  
- 1/2 부분요인 설계: 128번의 실험으로 해상도 VIII 설계를 사용할 수 있습니다. 여기서 주효과는 거의 모든 교호작용과 독립적으로 분석됩니다.  
- 1/4 부분요인 설계: 64번의 실험으로 해상도 V 설계를 사용할 수 있습니다. 주효과와 2차 교호작용을 명확히 분석할 수 있습니다.  
- 1/8 부분요인 설계: 32번의 실험으로 해상도 IV 설계를 사용할 수 있습니다. 주효과를 분석할 수 있지만, 2차 교호작용 간의 얽힘이 발생할 수 있습니다.

# 7. 결론

해상도(Resolution)는 실험설계에서 매우 중요한 개념으로, 각 요인 및 교호작용 간의 얽힘(confounding)을 이해하고, 실험 결과를 해석하는 데 필수적입니다. 해상도가 높을수록 요인과 교호작용을 독립적으로 분석할 수 있지만, 실험 횟수가 증가하게 됩니다. 부분요인 설계에서는 해상도를 적절히 선택하여 최소한의 실험으로 최대의 정보를 얻는 것이 중요합니다.