1. 근 구하기 **vs** 최적화 문제 **(Optimization)**

- **근 구하기**:
- 근 구하기는 함수 $f(x)$가 0이 되는 지점, 즉 $f(x)=0$을 만족하는 x 값을 찾는 문제입니다. 주로 방정식의 해를 구하는 과정에서 사용되며, 수치적 방법으로는 뉴턴-랩슨(Newton-Raphson)법, 이분법(bisection method) 등이 있습니다.
- 예시: $f(x)=x^2-4$일 때, 이 함수의 근은 $x=\pm 2$입니다. 이 지점에서 $f(x)=0$이 됩니다.
- **최적화 문제**:
- 최적화는 함수 $f(x)$의 최소값 또는 최대값을 찾는 문제입니다. 이는 주어진 자원이나 조건 내에서 가장 효율적인 결과를 도출하는 데 목적이 있습니다.
- 예시: $f(x)=x^2+3x+2$ 함수에서 최소값은 $x=-\frac{3}{2}$에서 발생합니다. 이 지점에서 함수 값이 최소가 됩니다.
- **차이점**:
- 근 구하기는 함수가 0이 되는 x 값을 찾는 것이 목적입니다.
- 최적화 문제는 함수가 가장 작거나 큰 값을 갖는 지점을 찾는 것이 목적입니다.
- **서술적 모델 vs 설정적 모델**:
- **서술적 모델 (Descriptive Model)**: 기존 데이터를 기반으로 현상을 설명하거나 패턴을 도출하는 모델입니다. 이 모델은 과거 데이터를 분석하여 현재 상태를 이해하거나 예측합니다.
- 예시: 주어진 데이터에서 단순히 평균을 계산하는 모델은 서술적 모델의 예입니다.
- **설정적 모델 (Prescriptive Model)**: 특정 목표를 달성하기 위해 최적의 해결책을 제시하는 모델입니다. 이 모델은 현재의 상태를 기반으로 최선의 의사결정을 내리는 데 목적이 있습니다.
- 예시: 자원을 어떻게 배분해야 이익을 극대화할 수 있는지 계산하는 모델이 설정적 모델입니다.

2. 그래프 설명

- 함수 f(x)f(x)f(x)의 그래프에서 여러 지점이 있습니다:
- **Root (근)**: 함수 값이 0이 되는 지점입니다. $f(x)=0$이 되는 x 값이 이 지점에 해당합니다. 그래프에서 x 축과 교차하는 지점입니다.
- **Maximum (최대값)**: 함수가 최고점에 도달하는 지점입니다. 이때 함수의 기울기인 $f'(x)=0$이고, 기울기의 변화율인 $f''(x)<0$입니다.
- **Minimum (최소값)**: 함수가 최저점에 도달하는 지점입니다. 이때 역시 기울기 $f'(x)=0$이지만, $f''(x)>0$이어야 합니다.
- **변곡점**: 함수의 기울기가 변화하는 지점입니다. 즉, 오목과 볼록이 바뀌는 점입니다.

최적화 문제에서는 이러한 함수의 최대값과 최소값을 찾는 것이 핵심입니다. 최적화 문제에서 많이 사용되는 수학적 도구 중 하나는 미분법입니다. 함수의 미분을 통해 기울기가 0이 되는 지점 (극점)을 찾고, 그 지점이 최대값인지 최소값인지를 판단합니다.

3. 구체적인 공학 최적화 문제 예시

1) 최소 중량 및 최대 강도의 항공기 설계:

- 항공기 설계에서 중요한 문제는 중량을 최소화하면서도 강도를 최대화하는 것입니다. 중량을 줄이면 연료 효율이 좋아지지만, 강도나 안전성이 저하될 수 있습니다. 따라서 이 두 요소 간의 균형을 맞추기 위해 최적화가 필요합니다.
- 이 경우는 구조 최적화(structural optimization) 문제가 될 수 있으며, 해석적 접근이나 수치적 방법을 통해 해결합니다.

2) 우주선 최적 궤도:

- 우주선의 연료를 최소화하면서 특정 목표 지점까지 이동하는 궤도를 구하는 것이 중요한 문제입니다. 궤도 역학(orbital mechanics)에서 연료를 절약하기 위한 최적 궤도를 찾아야 하며, 이를 위해 수학적 최적화 기법을 활용합니다.

3) 최소 비용의 토목 공학 구조물 설계:

- 건물이나 다리 같은 구조물을 설계할 때 비용을 최소화하는 것이 목표입니다. 이는 주어진 자재로 구조의 안전성을 유지하면서 비용을 줄이는 최적화 문제입니다. 기하학적, 재료적 제약을 고려하여 최적화 알고리즘을 통해 해결합니다.

4) 위치 에너지를 최소화하는 구조물 자동 예측:

- 구조물의 위치 에너지를 최소화하기 위한 설계는 특히 지반 공학에서 중요합니다. 자연적인 재난이나 외부 하중에 대비해 구조물이 안정적인 상태를 유지할 수 있도록 최적화해야 합니다.

5) 최소 비용 재료 절약 방법:

- 제조 과정에서 사용되는 재료의 양을 최소화하면서도 제품의 품질이나 강도는 유지하는 것이 중요한 문제입니다. 이를 위해 최적화 방법을 사용하여 재료 사용을 최소화하는 설계를 찾아냅니다.

6) 여러 도시를 방문하는 가장 짧은 경로 **(Traveling Salesman Problem, TSP)**:

- 여러 도시를 방문해야 할 때, 이동 경로의 총 거리를 최소화하는 경로를 찾는 문제입니다. 이는 대표적인 조합 최적화 문제로, 수많은 해법이 제시되었으며, 최근에는 메타휴리스틱 기법 등이 많이 사용됩니다.

7) 최적 제작 계획 스케줄링 **(**대기 시간과 준비 시간 최소화**)**:

- 생산 공정에서 대기 시간과 준비 시간을 최소화하여 생산성을 극대화하는 문제입니다. 이는 공정 스케줄링 최적화 문제로, 이를 해결하기 위해 다양한 알고리즘 (예: 유전자 알고리즘, 시뮬레이션 최적화)이 사용됩니다.

8) 최소 오차를 갖는 통계 분산과 모델:

- 통계 분석에서 최소 오차를 갖는 모델을 구하는 것이 목표입니다. 이는 회귀 분석(regression analysis)이나 기계 학습에서 중요한 문제로, 최소 제곱법(Least Squares Method) 등 다양한 방법을 사용해 해결합니다.

9) 최적 파이프라인 회로 설계:

- 물이나 가스 같은 유체를 효율적으로 운반하는 파이프라인을 설계할 때, 파이프의 길이, 직경, 재료 등을 고려하여 최소 비용으로 최대 성능을 낼 수 있는 설계를 구하는 문제입니다.

10) 재고 제어:

- 재고를 적절히 관리하여 비용을 절감하고, 품절이나 과잉 재고를 방지하는 문제입니다. 재고 관리에서는 EOQ(Economic Order Quantity) 모델과 같은 최적화 기법이 사용됩니다.

18.1 최적화와 공학 문제

1. 문제 개요

- **목표**: 낙하산이 수송기에서 떨어질 때 충격 속도가 $v_c = 20 m/s$보다 낮아야 합니다.
- 충격 속도를 제한함으로써 지면에 도달했을 때 물자가 손상되지 않도록 하는 것이 중요합니다.
- **조건**: 최소 비용으로 낙하산의 크기 r와 개수 n를 구하는 것이 목표입니다.

2. 제시된 수식 및 변수 설명

- **낙하산 표면적** A:
- 낙하산의 표면적은 반구형을 가정하여 계산됩니다.
- 공식: $A = 2\pi r^2$
- 여기서 r은 낙하산의 반경입니다.
- **질량을 낙하산에 연결하는 줄의 길이** ℓ:
- 줄의 길이는 낙하산의 반경과 관련이 있습니다.
- 공식: $\ell = \sqrt{2}\, r$
- 줄의 길이는 낙하산 반경에 비례적으로 늘어나는 형태입니다.
- **낙하산 항력 계수** c:
- 항력 계수는 낙하산이 공기를 가로지르며 발생하는 저항력을 나타냅니다.
- 공식: $c = k_c A$
- 여기서 k_c는 항력에 대한 상수, A는 낙하산의 표면적입니다.
- **낙하산의 각 개에 배당된 질량** m:
- 낙하산의 개수에 따라 한 개당 담당하는 물자의 질량이 나뉩니다.
- 공식: $m = \dfrac{M_t}{n}$
- 여기서 M_t는 총 질량, n은 낙하산의 개수입니다.
- **낙하산 대당 가격**:
- 낙하산의 가격은 제작하는 데 필요한 재료와 비용에 따라 달라집니다.
- 공식: $c_0 + c_1\ell + c_2 A^2$
- 여기서 c_0, c_1, c_2는 각각 상수로, 재료와 제작 비용을 나타냅니다.

3. 모델 구축 설명

- 주어진 문제를 해결하기 위해, 우리는 낙하산의 크기 r와 개수 n를 조정해 비용을 최소화하는 동시에 충격 속도를 제한하는 최적화를 진행해야 합니다.
- **충격 속도 제한**: 낙하산의 크기와 개수는 충격 속도와 밀접한 관계가 있습니다. 낙하산의 개수를 늘리거나 크기를 키우면 항력이 커지고, 그 결과 충격 속도는 줄어듭니다.
- **비용 최소화**: 그러나 낙하산을 크게 만들거나 개수를 늘리면 비용이 증가합니다. 이 두 가지 상충하는 요소를 고려하여 적절한 r과 n을 찾아야 합니다.
- **목표 함수**: 총 비용을 최소화하기 위한 목표 함수는 다음과 같습니다.

$$\text{총 비용} = n \times (c_0 + c_1\ell + c_2A^2)$$

- 여기서 ℓ과 A는 각각 낙하산 반경 r에 의존합니다. 이 식은 r과 n의 함수로 표현되며, 이를 미분하여 최소화할 수 있습니다.
- **제약 조건**: 충격 속도가 $20m/s$ 이하가 되어야 한다는 제약 조건이 있습니다. 낙하산의 크기와 개수는 이 제약 조건을 만족하는 방향으로 최적화되어야 합니다.

4. 최적화 방법

- 이 문제는 수치적 최적화 방법을 통해 해결할 수 있습니다. 주어진 비용 함수를 최소화하고, 충격 속도 제한 조건을 만족시키기 위한 r과 n의 값을 찾는 것이 목표입니다.
- 일반적으로 이러한 문제는 **라그랑주 승수법**을 사용하여 제약 조건 하에서 최적화를 수행할 수 있습니다. 또는 **비선형 최적화 알고리즘**을 활용하여 수치적 접근을 시도할 수 있습니다.

1. 목적 함수와 제약 조건 분석목적 함수 **(Cost Function)**

낙하산의 비용을 최소화하기 위한 목적 함수는 다음과 같습니다:

$$Cost = n(c_0 + c_1\ell + c_2A^2)$$

여기서:

- n: 낙하산의 개수
- c_0: 고정 비용 (낙하산 자체의 기본 비용)
- c_1: 줄의 길이에 따른 비용
- c_2: 낙하산의 표면적에 따른 비용
- ℓ: 줄의 길이 ($\ell = \sqrt{2}\,r$, 낙하산의 반경 r에 따라 결정됨)
- A: 낙하산의 표면적 $A = 2\pi r^2$)

목적 함수의 해석:

- 낙하산의 개수 n이 많을수록 비용이 증가하며, 낙하산의 크기 A가 커질수록 비용이 제곱으로 증가합니다.
- 줄의 길이 ℓ 역시 낙하산의 반경 rrr에 의해 영향을 받습니다. 따라서 r이 증가하면 낙하산 표면적과 줄 길이도 커지며, 이로 인해 비용이 증가합니다.

제약 조건

제약 조건은 물자가 안전하게 떨어지도록 하는 물리적 한계를 설정합니다:

- **속도 제약**:
- $v(t) \leq v_c$
- 여기서 $v_c = 20\, m/s$는 충격 속도의 상한값입니다. 이는 낙하산이 물자를 안전하게 지면에 착륙시킬 수 있도록 보장하는 중요한 조건입니다.
- **개수 제약**:$n \geq 1$낙하산의 개수는 최소 1개 이상이어야 하며, 낙하산이 없거나 음수인 경우는 물리적으로 말이 되지 않기 때문에 이러한 제약이 추가됩니다.

2. 속도와 위치에 대한 수식적 모델링속도 함수 v(t)v(t)v(t)

낙하산을 통해 떨어지는 물체의 속도는 시간에 따라 변화합니다. 공기의 저항(항력)에 의해 속도가 변하는 모델은 다음과 같습니다:

$$v(t) = \frac{gm}{c}\left(1 - e^{-\frac{ct}{m}}\right)$$

여기서:

- g: 중력 가속도
- m: 낙하산에 매달린 물체의 질량
- c: 항력 계수 (낙하산의 표면적에 의존함)

이 식은 **속도가 처음에는 빠르게 증가**하지만, 공기 저항에 의해 시간이 지남에 따라 **점점 느려지는 양상**을 나타냅니다.**위치 함수** $z(t)$

물체가 시간 t에 따른 위치 변화는 속도 함수의 적분으로 얻을 수 있습니다:

$$z(t) = z_0 + \frac{gm}{c}t + \frac{gm^2}{c^2}\left(e^{-\frac{ct}{m}} - 1\right)$$

여기서:

- z_0: 초기 높이
- $z(t)$: 시간 t에 따른 물체의 위치

이 함수는 물체가 낙하하는 동안의 높이 변화를 나타냅니다. 이를 통해 물체가 지면에 도달하는 데 걸리는 시간을 계산할 수 있습니다.

3. 낙하산 설계 변수의 정의 및 관계식낙하산의 표면적 A

낙하산의 표면적은 낙하산의 반경 rrr에 의해 결정됩니다. 이때 낙하산의 표면적은 다음과 같이 정의됩니다:

$$A = 2\pi r^2$$

즉, 반경 r이 커질수록 낙하산의 표면적이 기하급수적으로 증가하며, 이는 항력 계수 c와 낙하 속도에 직접적인 영향을 미칩니다.

줄의 길이 ℓ

낙하산에 연결된 줄의 길이는 낙하산의 반경에 따라 달라지며, 다음과 같은 관계를 가집니다:

$$\ell = \sqrt{2}\, r$$

즉, 반경 rrr이 커질수록 줄의 길이도 증가합니다.

항력 계수 c

항력 계수는 낙하산의 표면적에 따라 달라집니다:

$$c = k_c A$$

즉, 낙하산의 표면적이 커지면 항력도 커지며, 이는 속도를 줄이는 데 기여합니다. 그러나 항력이 너무 커지면 비용이 급격히 증가할 수 있습니다.

4. 낙하산 개수 n와 물체의 질량 m

낙하산의 개수 n은 물체의 총 질량을 낙하산의 개수로 나눈 값에 의해 각 낙하산이 감당해야 할 질량을 결정합니다:

$$m = \frac{M_t}{n}$$

여기서 M_t는 물체의 총 질량입니다. 낙하산의 개수가 많아지면 각 낙하산이 감당해야 할 질량은 줄어들지만, 낙하산의 개수가 많아질수록 비용은 증가합니다. 이 둘 간의 균형을 맞추는 것이 최적화 문제의 핵심입니다.

5. 최적화 문제의 형태와 해결 과정

최적화 문제는 다음과 같은 형태로 정의됩니다:

최적화 문제의 형식화

1. 목적 함수:

$$\text{Cost} = n(c_0 + c_1\ell + c_2A^2)$$

- 비용을 최소화하는 것이 최적화 문제의 목적입니다.
- 제약 조건:

- 속도 제약: $cv(t) \le v_c$
- 개수 제약: $n \ge 1$

이 문제를 해결하려면 목적 함수를 최소화하면서 제약 조건을 만족시키는 낙하산의 크기 r와 개수 n를 찾아야 합니다. 이를 해결하기 위해 **라그랑주 승수법, 수치적 최적화 기법** 등을 사용할 수 있습니다.

6. 함수 계산량 최소화

이 문제에서 낙하산의 크기 r, 개수 n, 줄의 길이 ℓ, 표면적 A, 항력 계수 c 등의 변수들이 상호 종속적이므로, 이를 수학적으로 단순화하는 것이 필요합니다. 함수 계산 수를 줄이기 위해 **수치적 근사 방법**을 적용하거나, **비선형 최적화 알고리즘**을 활용할 수 있습니다.

```
% MATLAB code for parachute optimization problem

% Given constants
g = 9.81;    % gravity acceleration (m/s^2)
v_c = 20;    % maximum allowed velocity (m/s)
M_t = 500;   % total mass of supplies (kg)
k_c = 0.5;   % proportionality constant for drag coefficient
z0 = 100;    % initial height (m)
c0 = 100;    % base cost of a parachute
c1 = 50;     % cost factor for line length
c2 = 30;     % cost factor for parachute area
max_iter = 1000;  % maximum iteration for optimization

% Objective function: total cost
cost_function = @(n, r) n * (c0 + c1 * sqrt(2) * r + c2 * (2 * pi * r^2));

% Function to calculate velocity v(t)
velocity_function = @(r, n, t) (g * M_t / (n * k_c * 2 * pi * r^2)) * (1 - exp(-(k_c * 2 * pi * r^2 * t) / (M_t / n)));

% Function to calculate the position z(t)
position_function = @(r, n, t) z0 + (g * M_t / (k_c * 2 * pi * r^2)) * t + (g * M_t^2 / (k_c^2 * (2 * pi * r^2)^2)) * (exp(-(k_c * 2 * pi * r^2 * t) / (M_t / n)) - 1);

% Constraint: velocity at impact should be less than or equal to vc
constraint_velocity = @(r, n, t) velocity_function(r, n, t) - v_c;

% Time to hit the ground (when z(t) = 0)
root_function = @(r, n) fzero(@(t) position_function(r, n, t) - 0, 10);  % approximate time to hit the ground

% Optimization function: minimize the cost
objective_function = @(x) cost_function(x(1), x(2));

% Nonlinear constraint (velocity constraint)
nonlcon = @(x) deal([], constraint_velocity(x(1), x(2), root_function(x(1), x(2))));

% Initial guess for n (number of parachutes) and r (radius)
x0 = [5, 10];  % initial guess for n and r

% Bounds for n and r
lb = [1, 1];   % lower bounds (n >= 1, r >= 1)
ub = [100, 50]; % upper bounds (example values)

% Options for the optimization solver
options = optimoptions('fmincon', 'Display', 'iter', 'MaxIterations', max_iter);
```

```
% Solve the optimization problem
[x_opt, fval] = fmincon(objective_function, x0, [], [], [], [], lb, ub, nonlcon,
options);
```

```
                                            First-order      Norm of
 Iter F-count            f(x)  Feasibility   optimality         step
    0       3    9.828331e+04    1.376e+01    1.329e+04
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-569.262의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
    1       8    6.648768e+04    1.350e+01    1.088e+04    2.303e+00
    2      11    1.550215e+04    1.992e+01    1.325e+04    4.624e+00
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
    3      15    2.062903e+04    1.802e+00    1.074e+05    4.969e+00
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-4624.1의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
    4      19    9.462914e+03    1.002e+00    9.747e+04    2.053e+00
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
    5      24    8.398058e+03    9.265e-01    8.583e+04    1.974e-01
    6      27    7.444880e+03    6.401e-02    5.689e+03    1.750e-01
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-3266.8의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
    7      37    7.008427e+03    1.136e-02    3.484e+03    8.486e-02
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
```

```
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
    8      47    6.903749e+03    6.341e-03    3.422e+03    2.087e-02
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
    9      56    6.851348e+03    1.368e-03    3.390e+03    1.045e-02
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
```

```
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
   10      65    6.825300e+03    3.656e-04    3.373e+03    5.211e-03
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
   11      75    6.818798e+03    2.286e-05    3.369e+03    1.302e-03
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
```

```
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
   12      88    6.818088e+03    2.788e-07    3.369e+03    1.423e-04
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
   13     100    6.817933e+03    1.370e-08    3.368e+03    3.112e-05
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
```

```
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
   14     111    6.817865e+03    2.632e-09    3.368e+03    1.361e-05
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
   15     122    6.817835e+03    5.057e-10    3.368e+03    5.956e-06
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
```

```
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
   16     133    6.817822e+03    9.994e-11    3.368e+03    2.606e-06
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
   17     144    6.817810e+03    7.694e-11    3.368e+03    2.280e-06
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
```

```
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
   18     159    6.817810e+03    2.700e-13    3.368e+03    1.247e-07
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
```

```
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
   19     173    6.817810e+03    1.421e-14    3.368e+03    1.364e-08
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
```

```
   20     184    6.817810e+03    1.066e-14    3.368e+03    1.193e-08
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...
   21     200    6.817810e+03    7.105e-15    3.368e+03    3.263e-10
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-6543.6의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
```

```
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
fzero 종료: 탐색하는 동안 NaN 또는 Inf 함수 값이 발생했기 때문에
 부호 변경이 포함된 구간 탐색을 중단했습니다.
(-2307.05의 함수 값은 Inf입니다.)
함수를 확인하거나 다른 시작 값으로 다시 시도하십시오.
비선형 제약 조건 함수가 NaN을(를) 반환했습니다. 새 점을 시도하는 중...

국소 최솟값이 있을 수 있습니다. 제약 조건이 충족되었습니다.

현재 스텝의 크기가 스텝 크기 허용오차 값보다 작고
제약 조건이 제약 조건 허용오차의 값 이내에서
충족되기 때문에 fmincon이(가) 중지되었습니다.

<중지 기준 세부 정보>
```

```matlab

% Display the results
fprintf('Optimal number of parachutes (n): %.2f\n', x_opt(1));
```

```
Optimal number of parachutes (n): 4.76
```

```matlab
fprintf('Optimal parachute radius (r): %.2f m\n', x_opt(2));
```

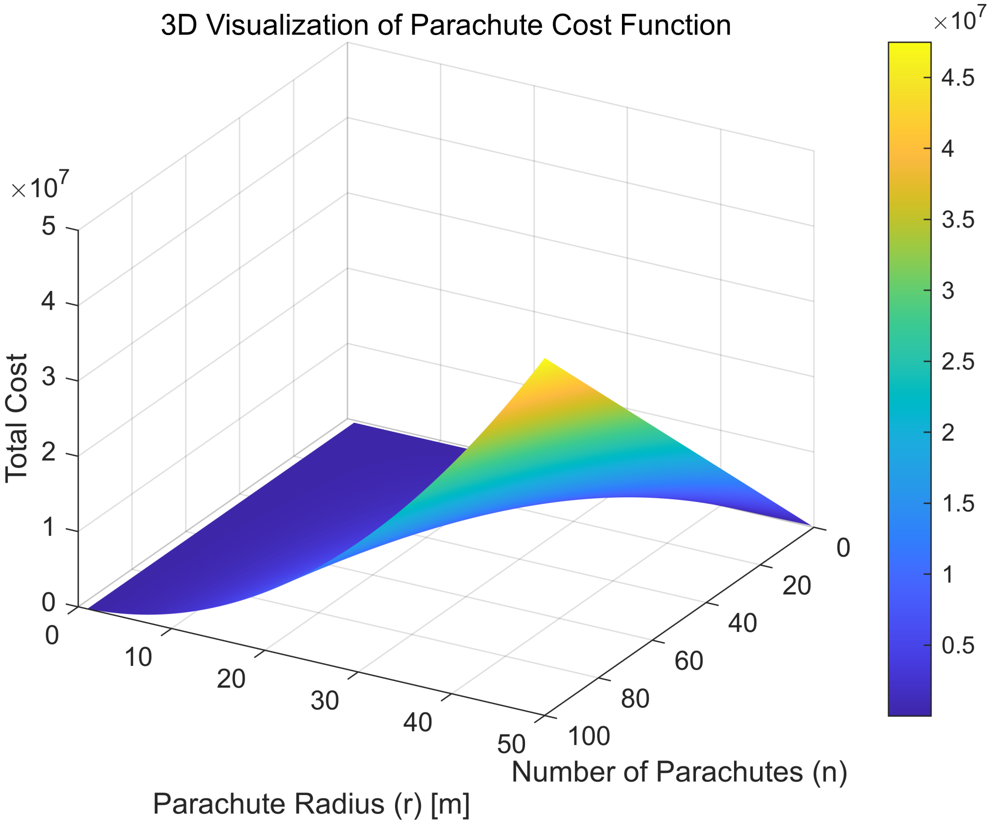
```
Optimal parachute radius (r): 2.48 m
```

```matlab
fprintf('Minimum cost: %.2f\n', fval);
```

```
Minimum cost: 6817.81
```

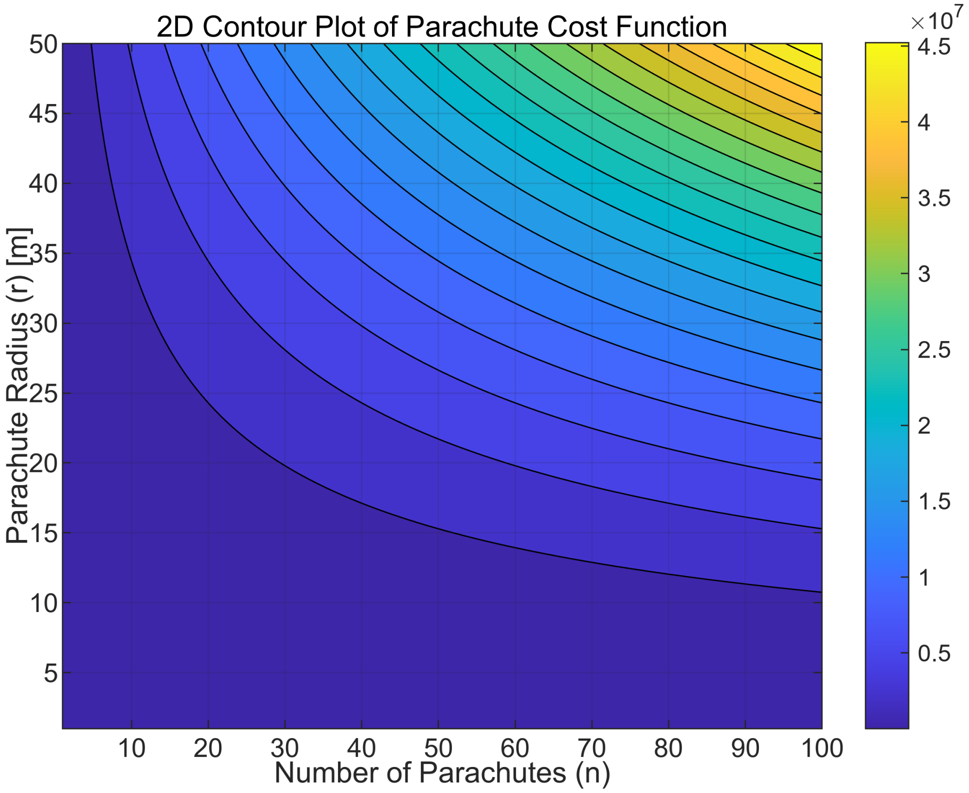
```matlab
% 3D Visualization of the parachute cost function

% Parameters
g = 9.81;     % gravity acceleration (m/s^2)
M_t = 500;    % total mass of supplies (kg)
k_c = 0.5;    % drag coefficient constant
z0 = 100;     % initial height (m)
c0 = 100;     % base cost of a parachute
```

```
c1 = 50;     % cost factor for line length
c2 = 30;     % cost factor for parachute area
v_c = 20;    % maximum allowed velocity (m/s)

% Cost function for visualization
cost_function = @(n, r) n .* (c0 + c1 * sqrt(2) * r + c2 * (2 * pi * r.^2));

% Define the range of n (parachute number) and r (radius)
n_vals = linspace(1, 100, 100);  % parachute numbers from 1 to 100
r_vals = linspace(1, 50, 100);   % radius from 1 to 50 meters

% Create mesh grid for 3D plotting
[N, R] = meshgrid(n_vals, r_vals);

% Calculate cost values for each pair of n and r
Cost = cost_function(N, R);

% Create a 3D surface plot of the cost function
figure;
surf(N, R, Cost);

% Add labels and title
xlabel('Number of Parachutes (n)');
ylabel('Parachute Radius (r) [m]');
zlabel('Total Cost');
title('3D Visualization of Parachute Cost Function');
colorbar;  % Add color bar to show cost magnitude

% Customize the view angle
view(120, 30);

% Enhance the plot appearance
shading interp;  % Smooth surface shading
grid on;
```

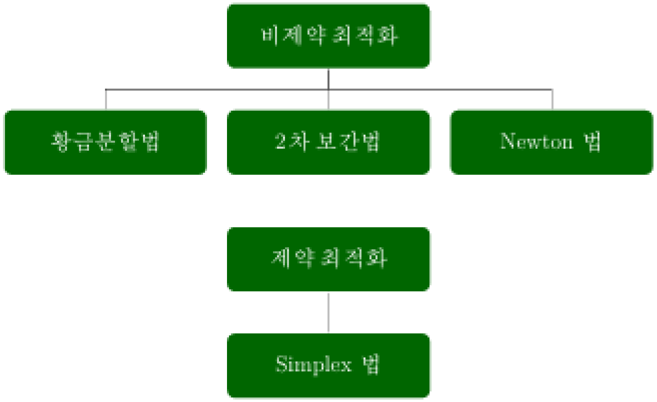


```
% 2D Contour Visualization of the Parachute Cost Function

% Parameters
g = 9.81;     % gravity acceleration (m/s^2)
M_t = 500;    % total mass of supplies (kg)
k_c = 0.5;    % drag coefficient constant
z0 = 100;     % initial height (m)
c0 = 100;     % base cost of a parachute
c1 = 50;      % cost factor for line length
c2 = 30;      % cost factor for parachute area
v_c = 20;     % maximum allowed velocity (m/s)

% Cost function for visualization
cost_function = @(n, r) n .* (c0 + c1 * sqrt(2) * r + c2 * (2 * pi * r.^2));

% Define the range of n (parachute number) and r (radius)
n_vals = linspace(1, 100, 100);  % parachute numbers from 1 to 100
r_vals = linspace(1, 50, 100);   % radius from 1 to 50 meters

% Create mesh grid for 2D plotting
[N, R] = meshgrid(n_vals, r_vals);

% Calculate cost values for each pair of n and r
```

```
Cost = cost_function(N, R);

% Create a 2D contour plot of the cost function
figure;
contourf(N, R, Cost, 20);  % 20 levels for the contour

% Add labels and title
xlabel('Number of Parachutes (n)');
ylabel('Parachute Radius (r) [m]');
title('2D Contour Plot of Parachute Cost Function');
colorbar;  % Add color bar to show cost magnitude

% Enhance plot appearance
grid on;
```



18.3 최적화 기법



1. 비제약 최적화 (Unconstrained Optimization)

제약 조건이 없는 상태에서 함수의 최대값 또는 최소값을 찾는 문제를 해결하는 방법입니다. 주로 목적 함수의 기울기와 곡률 정보를 이용하여 최적 해를 찾아가는 방식입니다. 비제약 최적화에서 사용되는 대표적인 알고리즘은 다음과 같습니다.

1) 황금분할법 (Golden Section Method)

- **개념**: 구간 내에서 최적점을 찾기 위해 구간을 줄여가며 최적화를 진행하는 방법입니다. 주로 1차원 최적화 문제에 사용됩니다.
- **원리**: 주어진 구간을 특정 비율(황금비율, 약 0.618)로 나누고, 그 중 작은 쪽의 구간에서 최적점을 탐색하는 방식입니다. 이렇게 구간을 점차 좁혀가며 최소값 또는 최대값을 찾습니다.
- **장점**: 도함수가 필요 없기 때문에 비분화 가능 함수에서도 적용할 수 있습니다.
- **단점**: 고차원 문제에서는 적용이 어렵고, 수렴 속도가 느릴 수 있습니다.

2) 2차 보간법 (Quadratic Interpolation Method)

- **개념**: 함수의 2차 다항식을 사용하여 최적 해를 추정하는 방법입니다.
- **원리**: 함수의 일부 구간에서 2차 다항식을 통해 함수를 근사하고, 그 근사 함수의 극값을 찾아서 최적 해를 구합니다. 이를 반복적으로 적용하여 정확한 최적 해에 수렴합니다.
- **장점**: 함수의 곡률을 고려하므로, 단순한 탐색 방법보다 수렴 속도가 빠를 수 있습니다.
- **단점**: 함수가 매끄럽게 정의되어 있어야 하며, 초기 조건에 민감할 수 있습니다.

3) Newton 법 (Newton's Method)

- **개념**: 함수의 도함수와 이차 도함수를 이용하여 빠르게 수렴하는 최적화 방법입니다.
- **원리**: 뉴턴 법은 함수의 기울기(도함수)와 곡률(이차 도함수)을 이용해 현재 지점에서의 기울기를 조정하여 최적점을 빠르게 찾아가는 방식입니다. 반복적인 업데이트 과정을 통해 근사값을 개선해 나갑니다.
- **장점**: 수렴 속도가 매우 빠릅니다. 특히, 2차 함수의 경우에는 한 번의 반복으로 최적 해를 찾을 수 있습니다.
- **단점**: 도함수와 이차 도함수를 계산해야 하므로 계산 비용이 높을 수 있으며, 초기 추정값에 따라 잘못된 방향으로 수렴할 수 있습니다.

2. 제약 최적화 (Constrained Optimization)

제약 조건이 있는 상태에서 함수의 최적값을 찾는 문제를 다룹니다. 제약 조건은 주로 등식 또는 부등식 형태로 주어지며, 이를 만족하는 해를 찾아야 합니다. 제약 최적화에서는 일반적으로 **Simplex 방법**이 많이 사용됩니다.

Simplex 법 (Simplex Method)

- **개념**: 선형 계획법(Linear Programming, LP) 문제를 해결하기 위한 알고리즘입니다. 제약 조건이 있는 다차원 공간에서 최적의 해를 찾아가는 방식입니다.
- **원리**: 단순형 법은 기본 feasible solution에서 시작하여 인접한 해로 이동하면서 목적 함수의 값을 개선해 나갑니다. 각 단계에서 최적의 방향으로 이동하며, 최종적으로 최적 해에 도달합니다.
- **장점**: 선형 계획 문제에서 매우 효율적이며, 전 세계적으로 다양한 산업에서 활용되고 있습니다.
- **단점**: 비선형 문제에는 적용이 어렵습니다. 초기 조건에 따라 계산 시간이 달라질 수 있습니다.

3. 최적화 기법의 선택 기준

- **비제약 최적화**는 제약 조건이 없는 문제에 적합하며, 주로 기울기 기반의 알고리즘(뉴턴법 등)이 사용됩니다.
- **제약 최적화**는 제약 조건을 포함하는 문제에서 사용되며, 선형 계획법에서 주로 Simplex 방법을 사용합니다.