# 크사이를 활용하여 잔여오차를 계산하는 예시

## 1. 배경

- Taylor 급수 전개를 통해 함수의 값을 근사할 때, 실제 값과 근사치 사이에는 잔여오차가 존재함.  
- 크사이(ξ)는 이 잔여오차를 구하는 데 사용되며, 특히 함수의 고차 미분 값을 통해 오차의 크기를 결정.

## 2. 예시: 함수 의 잔여오차 계산

### (1) Taylor 급수 전개 (수정된 내용)

- Taylor 급수는 미분 가능한 함수 를 특정 점 a 주변에서 다항식으로 근사하는 방법.  
- 함수 의 경우를 고려해보겠음.  
- 이 함수의 1차 Taylor 급수 전개는 첫 번째 미분항까지만 고려한 근사식으로 표현되며, 아래와 같이 나타낼 수 있음:  
- 이 예시에서는 으로 설정하여 주변에서 근사함.  
  
-의 미분은 모든 차수에서 동일하게 가 됨.  
- 에서 함수와 그 미분값을 계산하면:  
  
- 1차 Taylor 급수 전개는 다음과 같이 표현:  
- 즉, 를 주변에서 1차 근사하면 로 나타낼 수 있음.  
  
- 이 근사는 가 에 매우 가까울 때 함수의 실제 값에 대한 유용한 근사값을 제공.  
 예를 들어 일 때, 근사값은:  
  
- 이때 실제 값은 이며, 근사값과 실제 값 사이의 차이는 잔여항을 통해 측정 가능.  
  
- 1차 근사는 비교적 간단한 근사법이지만, 더 정확한 근사치를 얻기 위해서는 잔여항을 고려해야 함.  
 잔여항은 다음과 같이 나타내며, 여기서 는 과 사이의 어떤 값:  
- 이므로,

### (2) 근사치 계산

- 에서의 근사값을 구하면:

### (3) 잔여오차 계산

- Taylor 급수의 잔여항 은 다음과 같이 표현:  
 여기서 는 과 사이에 있는 어떤 값.  
- 이므로,

### (4) 크사이의 선택과 오차 평가

- 는 과 사이에 있으므로 최대값을 로 선택하여 오차의 최대치를 평가:  
- 이므로,

### (5) 실제 오차 비교

- 실제 값   
- 근사값 과 실제 값의 차이는:  
- 잔여오차 과 실제 오차 는 거의 일치함.

## 3. 요약

- 크사이를 사용하여 잔여오차를 계산할 때, 해당 구간 내의 함수의 고차 미분 값을 통해 오차의 크기를 추정할 수 있음.  
- 위 예시에서, 의 1차 근사를 통해 에서의 값을 구하고 잔여오차를 평가했음.  
- 크사이는 실제 오차를 정확히 알 수는 없지만 그 오차의 상한을 계산하는 데 유용하며, 이를 통해 근사치의 신뢰성을 평가할 수 있음.