# 큐잉 이론과 대기행렬

## 1. 큐잉 이론의 이론적 배경과 수식

### 1.1 포아송 분포와 지수 분포

* 포아송 분포와 지수 분포는 큐잉 이론에서 가장 기본적인 확률 분포입니다.
* 포아송 분포: 특정 시간 내에 일어나는 사건의 수를 나타내는 확률 분포로, 도착률 λ를 따르는 고객의 도착 패턴을 설명합니다.
* 공식:

여기서 는 시간 동안의 고객 도착 수이며, 는 평균 도착률입니다.

* 지수 분포: 두 사건 사이의 시간 간격을 나타내며, 서비스 시간이나 도착 간격을 모델링할 때 사용합니다.
* 공식:

여기서 λ는 평균 도착률 또는 서비스율입니다.

### 모델 수식과 이론적 배경

모델은 가장 단순하면서도 중요한 큐잉 모델로, 다음과 같은 가정을 따릅니다:

* 도착 시간과 서비스 시간이 모두 포아송 분포를 따름 (Markovian)
* 하나의 서버가 고객을 처리함
* 대기열 길이는 무한함.

주요 수식

1. 시스템 이용률:

여기서 λ는 도착률, μ는 서비스율을 나타냅니다. ρ < 1일 때 시스템이 안정적임을 의미합니다.

1. 평균 시스템 내 고객 수 ():

이는 도착률이 서비스율에 가까울수록 시스템 내 고객 수가 증가함을 의미합니다.

1. 평균 대기 시간 ():

고객이 대기열에서 대기하는 평균 시간을 계산합니다.

1. 평균 시스템 체류 시간 ():

고객이 시스템 전체에서 소비하는 총 시간입니다.

### 1.3 모델 수식과 이론적 배경

이 모델은 개의 서버가 있는 상황을 모델링합니다.

1. (시스템이 비어있는 확률):
2. 평균 대기 고객 수 ():

이는 모델과는 달리, 여러 서버가 있을 때의 대기 고객 수를 정확하게 계산합니다.

1. 평균 시스템 내 고객 수 (L):

이는 대기열에 있는 고객과 이미 서비스를 받고 있는 고객을 합친 수입니다.

### 1.4 모델 이론과 Pollaczek-Khinchine 공식

모델은 서비스 시간이 임의의 일반 분포를 따를 때 사용되는 모델입니다.

평균 대기 고객 수 ():

여기서 는 서비스 시간의 분산을 의미하며, 시스템 변동성의 영향을 나타냅니다.

## 2. 실제 사례를 통한 적용 예시

### 2.1 슈퍼마켓 계산대 ( 모델)

상황 : 슈퍼마켓에 3개의 계산대가 있으며, 고객은 평균적으로 1분마다 도착하고, 각 계산대는 평균적으로 3분마다 고객을 처리합니다.

분석:

* λ = 1 (고객/분), μ = 1/3 (고객/분), c = 3
* 시스템 이용률:
* 안정적인 시스템이며, 공식에 따라 를 계산할 수 있습니다.

### 2.2 콜센터 운영 ( 모델)

상황 : 콜센터에 상담원 1명이 있고, 전화는 2분마다 평균적으로 걸려오며, 상담 시간의 평균은 4분, 분산은 16분입니다.

분석:

* (통화/분), (통화/분), 서비스 시간 분산
* 이를 통해 평균적으로 4명의 고객이 대기한다는 것을 알 수 있습니다.

## 3. 큐잉 이론의 실제적 활용과 의의

* **효율적인 자원 배치**: 은행, 병원, 콜센터 등에서 대기 시간을 줄이고 효율적으로 인력을 배치하는 데 사용됩니다.
* **제조 공정 최적화**: 생산 라인의 병목 현상을 줄이고 생산 속도를 최적화합니다.
* **IT 시스템**: 네트워크 대역폭 관리, 서버의 부하 균형을 유지하는 데 활용됩니다.