Journal of the Korean Data & Information Science Society
2009, **20**(3), 475–483

한국데이터정보과학회지

일반 자기회귀 이분산 모형을 이용한 시계열 자료 분석†

김삼용[1] · 김진아[2]

[12]중앙대학교 통계학과

접수 2009년 2월 2일, 수정 2009년 4월 30일, 게재확정 2009년 5월 19일

요 약

본 연구에서는 한국종합주가지수 데이터를 이용하여 다양한 비선형 시계열 모형들을 소개하였다. 조건부 평균의 선형 모형으로는 상수항 모형, 자기회귀 모형을 살펴보았으며, 비선형 모형으로는 분계점 자기회귀 모형, 지수적 자기회귀 모형을 살펴보았다. 조건부 분산 모형으로는 일반 자기회귀 이분산 모형과 지수적 일반 자기회귀 이분산 모형, Glosten 등 (1993)의 모형 그리고 일반화 이항멱변환 분계점 일반 자기회귀 이분산 모형을 살펴보았다. 한편, 일반화 이항멱변환 분계점 일반 자기회귀 이분산 모형은 대표적 비대칭성 이분산성 모형인 Zakoian (1993) 모형과 Li와 Li (1996) 모형을 효과적으로 통합할 수 있는 변형된 모형이다. 본 연구에서는, 한국종합주가지수 데이터를 분석하여 새로운 모형의 효율성을 증명하였다.

주요용어: 비대칭성, 예측, 이항멱변환 분계점 일반 자기회귀 이분산 모형, 최대가능도법.

1. 서론

시계열 모형에서 주가, 이자율, 환율 등과 같은 경제 시계열 자료에서는 시간의 추이에 따라 변동성이 매우 급격하게 변하므로 이분산성을 고려할 필요가 있다. 이러한 이분산성을 고려한 모형으로는 Engle (1982)에 의해 최초로 ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) 모형이 제시되었고, Bollerslev (1986)는 이를 일반화한 GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) 모형을 제시하였다.

한편, 이분산성 모형의 연구와 더불어 비대칭성 (asymmetric) 이분산성 모형에 관한 연구도 활발하게 진행되었다. 대표적인 비대칭성 이분산성 모형으로는 Zakoian (1993)의 TARCH (Threshold GARCH) 모형과 Li와 Li (1996)의 TARCH (Threshold ARCH) 모형이 있다. 또한, Zakoian (1993)과 Li와 Li (1996) 의 비대칭성 이분산성에서의 가장 큰 차이인 오차항의 차수를 일반화한 모형으로는 Kim과 Hwang (2005)의 이항 멱변환 TARCH (Binary Power-Transformation Threshold ARCH) 모형이 있다.

본 논문에서는 Kim과 Hwang (2005)이 제시한 이항 멱변환 TARCH 모형에 과거 자기의 변동성을 추가한 일반화 이항 멱변환 TGARCH 모형 (Generalized Binary Power-Transformation Threshold GARCH)을 바탕으로 한국종합주가지수 (KOSPI)의 수익률 자료를 이용하여 조건부 평균 모형과 조건부 분산 모형에 선형 및 비선형 형태를 결합시켜 다양한 시계열 모형을 소개하고 비교하고자 한다. 또

† 본 연구는 2008년도 중앙대학교 교수 연구년 연구비 지원에 의한 것임.
[1] 교신저자: (156-756) 서울시 동작구 흑석동 221, 중앙대학교 통계학과, 교수.
E-mail: sahm@cau.ac.kr
[2] (156-756) 서울시 동작구 흑석동 221, 중앙대학교 통계학과, 석사과정.

한 새롭게 제시한 일반화 이항 멱변환 TGARCH (GPT-TGARCH) 모형과 기존의 이분산성 모형들과의 비교를 통하여 재무시계열에서의 우수함을 보이고자 한다. 한편, 본 논문의 연구결과 새롭게 제시된 GPT-TGARCH 모형의 경우 다른 비선형 이분산성 모형들에 비하여 RMSE (root mean squared error) 기준으로 상당히 우수함을 확인 할 수 있다.

2. 다양한 시계열 모형의 소개

2.1. 조건부 이분산 모형

ARCH 모형

ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) 모형은 조건부 분산을 모형화하고 예측하기 위하여 Engle (1982)에 의해 제시되었다. 이는 오차의 이분산성을 고려한 최초의 모형으로 t시점의 오차항 ϵ_t 의 분산이 이전 시점들의 오차값의 선형 결합 식으로 표현된다는 것으로 ARCH(q) 모형은 식 (2.1)과 같이 표현한다.

$$\begin{gathered}\epsilon_t = \sqrt{h_t}e_t, e_t \sim iidN(0,1),\\ h_t = \omega + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \epsilon_{t-j}^2,\\ 0 < \omega,\ 0 \le \alpha_j,\ 0 \le \sum_{j=1}^{q} \alpha_j < 1.\end{gathered} \tag{2.1}$$

이 모형을 차수 q인 ARCH 모형 또는 ARCH(q) 모형이라 하며 $0 \le \sum_{j=1}^{q} \alpha_j < 1$ 은 정상성을 만족하는 조건이다.

GARCH 모형

Engle (1982)의 ARCH(q) 모형에서는 현재의 오차항들에 대한 분산을 과거시점의 오차항들에 대한 제곱의 선형함수로 나타냈는데, 실증분석에서 ARCH(q) 모형은 비교적 긴 시차를 필요로 한다는 것이 알려졌다. 이러한 경우 모수들을 동시에 추정하는데 많은 어려움이 있다. 이러한 이유로 Engle (1982)이 제시한 ARCH 모형을 발전시켜 Bollerslev (1986)가 GARCH 모형을 제안하였다. 한편, GARCH(p,q) 모형은 식 (2.2)과 같이 표현한다.

$$\begin{gathered}\epsilon_t = \sqrt{h_t}e_t, e_t \sim iidN(0,1),\\ h_t = \omega + \sum_{j=1}^{p} \beta_j h_{t-j} + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \epsilon_{t-i}^2,\\ 0 < \omega, 0 \le \alpha_i, \beta_j < 1, 0 \le \sum_{j=1}^{p} \beta_j + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i < 1.\end{gathered} \tag{2.2}$$

EGARCH 모형

Nelson (1991)에 의해 제시된 EGARCH (Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) 모형은 GARCH 모형의 변동성에 대한 충격에 대한 대칭적 효과의 결점을 보완하여 변동성의 비대칭성을 반영한 모형으로 오차의 분산 예측 모형에 로그변환을 하였다. GARCH 모

형은 분산 예측 모형이므로 항상 0보다 커야 하는 제약조건 때문에 상수항과 오차항의 계수값이 0보다 커야 하지만 EGARCH 모형에서는 분산예측 모형에 로그변환을 함으로써 예측 모형에서 각 계수값이 0보다 커야 하는 제약 조건이 필요가 없게 되었다. 따라서 이전 시점의 오차가 현시점의 오차에 미치는 영향이 음의 효과를 나타낼 수 있다. EGARCH(p,q) 모형은 식 (2.3)과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} \epsilon_t &= \sqrt{h_t}e_t, e_t \sim iidN(0,1), \\ \ln(h_t) &= \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i g(e_{t-i}) + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \ln(h_{t-j}), \\ g(e_t) &= \theta e_t + \gamma[|e_t| - E(|e_t|)]. \end{aligned} \tag{2.3}$$

GJR-GARCH 모형

Glosten et al. (1993)에 의해 제시된 GJR-GARCH 모형은 뉴스의 충격이 비대칭적 효과가 존재하는지 여부를 분석하기 위하여 S_{t-1}^- 라는 모의변수(dummy variable)를 추가하였다. GJR-GARCH(p,q) 모형(이하 GJR로 표기)은 식 (2.4)과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_t &= \sqrt{h_t}e_t, e_t \sim iidN(0,1), \\ h_t &= \omega + \sum_{j=1}^{p} \beta_j h_{t-j} + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{r} \gamma_i \epsilon_{t-i}^2 S_{t-i}^-, \\ S_{t-i}^- &= \begin{cases} 0, & \varepsilon_{t-i} < 0, \\ 1, & \varepsilon_{t-i} > 0. \end{cases} \end{aligned} \tag{2.4}$$

이항멱변환 (Binary Power Transformation) TARCH 모형

Kim과 Hwang (2005)이 제안한 이항멱변환 (binary power transformation) TARCH (Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)모형은 Zakoian 모형과 Li와 Li 모형에서의 가장 큰 차이인 이분산성 모형에서의 과거 오차의 차수를 모수로 선정하여 다양한 차수에서 이를 추정하였다. 한편, 그들에 의해 처음 제시된 이항멱변환 TARCH(1) 모형은 식 (2.5)과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_t &= \sqrt{h_t}e_t, e_t \sim iidN(0,1), \\ h_t &= [\omega + \alpha_1^+ (\epsilon_{t-1}^+)^{2r} + \alpha_1^- (\epsilon_{t-1}^-)^{2r}]^{1/r}, \\ \epsilon_t^+ &= \max(\epsilon_t, 0), \epsilon_t^- = \min(\epsilon_t, 0). \\ 0 &< \omega, \alpha_1^+, \alpha_1^- > 0. \end{aligned} \tag{2.5}$$

여기서 $r = 1$ 이라면 위에서 제시된 모형은 Li와 Li의 TARCH(1) 모형과 일치하며, $r = 1/2$ 라면 Zakoian의 TARCH(1) 모형과 일치하게 된다. 뿐만 아니라 실수 r 의 변화에 따라 다양한 TARCH(1) 모형을 만들어 낼 수 있다.

일반화 멱변환 (Generalized Power Transformation) TGARCH 모형

본 논문에서는 Kim과 Hwang (2005)이 제시한 이항 멱변환 TARCH 모형에 과거 자기의 변동성 $h_{t-1}, h_{t-2}, \ldots.$ 을 추가한 일반화 멱변환 TGARCH모형(이하 GPT-TGARCH로 표기)을 고려해 보았

다. GPT-TGARCH(1,1) 모형은 식 (2.6)과 같이 표현 할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\epsilon_t = \sqrt{h_t}e_t, e_t \sim iidN(0,1), \\ &h_t = [\omega + \alpha_1^+(\epsilon_{t-1}^+)^{2r} + \alpha_1^-(\epsilon_{t-1}^-)^{2r} + \beta_1 h_{t-1}]^{1/r}, \\ &\epsilon_t^+ = \max(\epsilon_t, 0), \epsilon_t^- = \min(\epsilon_t, 0). \\ &0 < \omega, \alpha_1^+, \alpha_1^- > 0 \end{aligned} \tag{2.6}$$

여기서 $r = 1$ 일 경우 이는 GARCH 모형과 유사해진다. GARCH 모형의 경우 대칭적이어서 좋은 뉴스와 나쁜 뉴스에 대하여 동일하게 반응하여 자료의 중요한 특징을 찾아내지 못한다는 결점이 있는 반면, GPT-TGARCH 모형의 경우 $\epsilon_{t-1} < 0$ 인 경우 α_1^- 로, $\epsilon_{t-1} \geq 0$ 인 경우 α_1^+ 로 나타내어 오차항의 부호에 따라 변동성을 다르게 반영한다.

또한, 이 모형은 Kim과 Hwang (2005)이 제시한 이항 멱변환 TARCH 모형에서와 같이 실수 r 의 변화에 따라 다양한 TGARCH(1,1) 모형을 만들어 낼 수 있어 기존의 비대칭성 이분산성모형인 EGARCH 모형과 GJR모형에서 $r = 1$ 로 고정시킨 경우에 비해 훨씬 현실에 맞는 모형을 만들어 낼 것으로 생각된다.

3. 분석 모형의 설정 및 추정

3.1. 모형의 설정 및 자료분석

이 절에서는 한국종합주가지수 (KOSPI)의 수익률에 대한 최적의 모형을 구축하고자 다양한 형태의 조건부 평균 모형과 조건부 분산 모형을 제시하고자 한다. 이를 위해 사용된 모형은 앞서 설명한 시계열 모형들을 이용한 형태로 각각의 모형 식은 표 3.1과 같다.

여기서, 조건부 평균 식은 식 (3.1)과 같이 선형 (linear)과 비선형 (nonlinear)을 고려하여 상수항 모형, AR(1) 모형, TAR(1) 모형, EAR(1) 모형을 고려하였으며, 조건부 분산 식은 식 (3.2)와 같이 GARCH(1,1) 모형, EGARCH(1,1) 모형, GJR(1,1) 모형, 그리고 Kim과 Hwang (2005)이 제시한 이항멱변환 모형에 과거 자기의 변동성을 추가한 즉, 일반화 이항멱변환 모형인 GPT-TGARCH(1,1) 모형을 고려하였다. 한편, 오차항 ϵ_t 는 서로 독립이고 표준정규분포 혹은 t -분포를 따르는 확률변수로 가정하였다.

표 3.1 평균 모형과 분산 모형

구분	표기법	식	
평균 모형	상수항	$y_t = \mu + \epsilon_t$	(3.1)
	AR(1)	$y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + \epsilon_t$	
	TAR(1)	$y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1}^+ + \phi_2 y_{t-1}^- + \epsilon_t$ $y_t^+ = \max(y_t, 0), y_t^- = \min(y_t, 0)$	
	EAR(1)	$y_t = \mu + (\phi_1 + \phi_2 e^{-y_{t-1}^2})y_{t-1} + \epsilon_t$	
이분산 모형	GARCH(1,1)	$h_t = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$ $0 < \omega, 0 \leq \alpha_1, \beta_1 < 1, 0 \leq \alpha_1 + \beta_1 < 1$	(3.2)
	EGARCH(1,1)	$\ln(h_t) = \omega + \alpha_1(\lvert\epsilon_{t-1}\rvert + \gamma_1 \epsilon_{t-1}) + \beta_1 \ln(h_{t-1})$	
	GJR(1,1)	$h_t = \omega + \beta_1 h_{t-1} + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \epsilon_{t-1}^2 S_{t-1}^-$ $S_{t-1}^- = \begin{cases} 0, & \epsilon_{t-1} \geq 0 \\ 1, & \epsilon_{t-1} < 0 \end{cases}$	
	GPT-TGARCH(1,1)	$h_t = [\omega + \alpha_1^+(\epsilon_{t-1}^+)^{2r} + \alpha_1^-(\epsilon_{t-1}^-)^{2r} + \beta_1 h_{t-1}]^{1/r}$ $\epsilon_t^+ = \max(\epsilon_t, 0), \epsilon_t^- = \min(\epsilon_t, 0)$, $0 < \omega, 0 \leq \alpha_1^+, \alpha_1^-, \beta_1$	

모수추정 방법은 최대가능도법 (MLE)으로 추정하였으며, 사후검증 방법으로는 RMSE (root mean squared error)로 예측값과 실측값간의 차이를 비교하였다.

모의실험의 종합주가지수 (KOSPI) 자료의 기간은 외환위기 포함 유무에 따라 두 기간으로 나누었다. 이는 외환위기 이후 주가의 변동성이 급격히 변화한 것을 고려하여 두 기간에서의 모형들을 비교하기 위함이다. 한편, 사후검증기간은 2008년 1월 3일 ~ 2008년 10월 31일로 동일시 두어, 두 기간에서 구한 각 모형별 예측값과 사후검증기간의 실제값들을 바탕으로 RMSE 값들을 비교하여 어느 기간에서의 RMSE 값들이 더 0에 가까운지 비교하고자 한다.

3.2. 모형의 추정

상수항-조건부 분산 모형 추정

표 3.2는 조건부 평균방정식을 상수항으로 두고 조건부 분산 모형으로는 앞서 설명한 GARCH(1,1) 모형, EGARCH(1,1) 모형, GJR(1,1) 모형과 새롭게 제시된 일반화 이항멱변환 모형인 GPT-TGARCH(1,1) 모형을 결합한 모형들의 모수 추정 결과들이다. 오차항의 분포는 t-분포로 가정, 자유도는 추정하였다. 이 결과는 SAS ETS를 이용하여 추정한 결과이고, 앞으로의 결과들도 역시 이 프로그램을 이용하였다.

평균방정식의 상수항은 두 기간과 모든 모형에서 유의한 것으로 나타났으며, 분산방정식의 경우 두 기간 모두 GPT-TGARCH 모형의 상수항을 제외하고는 모든 모형의 추정치가 적어도 5%의 유의수준에서 유의한 것으로 추정되었다. 한편, 새롭게 제시된 상수항-GPT-TGARCH(1,1) 모형의 경우 기존의 다른 ARCH류 모형들에 비하여 LL값도 다소 높은 편이며, Q-통계량 역시 나쁘지 않아 모형이 상대적으로 우수하다고 할 수 있다.

표 3.2 상수항-조건부 분산 모형 (오차항 t-분포)

구분	IMF 포함기간(1996.1.3 ~ 2007.12.28)				IMF 이후기간(2001.1.2 ~ 2007.12.28)			
평균	상수항				상수항			
μ	0.0008	0.0007	0.0007	0.0007	0.0015	0.0013	0.0014	0.0014
분산	GARCH	EGARCH	GJR	GPT-TGARCH	GARCH	EGARCH	GJR	GPT-TGARCH
ω	0.0000	-0.0940	0.0000	0.0000	0.0000	-0.2602	0.0000	0.0001
α_1	0.0581	0.1451	0.0368		0.0479	0.1408	0.0243	
β_1	0.9211	0.9902	0.9171	0.9211	0.9221	0.9723	0.9087	0.9074
γ_1		-0.2520	0.0449			-0.4130	0.0530	
α_1^+				0.0604				0.0614
α_1^-				0.1231				0.1758
r				0.7581				0.5988
자유도	8.3930	8.4358	8.5185	8.5303	6.3569	6.6453	6.5960	6.6733
자유도	8.4380	8.5308	8.7731	8.6830	6.4135	6.7503	6.7795	6.6721

AR(1)-조건부 분산 모형 추정

표 3.3는 조건부 평균방정식을 전기의 수익률 (y_{t-1})를 고려한 평균방정식 모형으로 그 결과를 살펴보면 다음과 같다.

평균방정식의 상수항은 두 기간, 모든 모형에서 유의한 것으로 나타났으나 전기의 수익률 계수인 ϕ_1의 추정값의 경우 IMF 포함기간에서는 1% 유의수준에서 유의한 결과를 IMF 이후기간에서는 모두 10% 유의수준에서 조차 유의하지 않는 상반된 결과를 나타냈다. 이를 통하여 불확실성이 높은 시기일 수 록 전기의 수익률 (y_{t-1})에 영향을 받는다고 할 수 있다.

다음으로 분산방정식의 경우 IMF 포함기간과 IMF 이후기간의 GPT-TGARCH 모형에서의 전기의 수익률에 대한 비대칭성을 나타내는 모수들의 유의확률 값이 상반된 결과를 나타냈다.

표 3.3 AR(1)-조건부 분산 모형 (오차항 t-분포)

구분	IMF 포함기간(1996.1.3 ∼ 2007.12.28)				IMF 이후기간(2001.1.2 ∼ 2007.12.28)			
평균	AR(1)				AR(1)			
μ	0.0007	0.0006	0.0005	0.0005	0.0015	0.0013	0.0013	0.0013
ϕ_1	0.0793	0.0790	0.0818	0.0811	0.0152	0.0143	0.0238	0.0277
분산	GARCH	EGARCH	GJR	GPT-TGARCH	GARCH	EGARCH	GJR	GPT-TGARCH
ω	0.0000	-0.0974	0.0000	0.0000	0.0000	-0.2641	0.0000	0.0000
α_1	0.0592	0.1480	0.0360		0.0486	0.1422	0.0783	
β_1	0.9200	0.9897	0.9164	0.9177	0.9213	0.9718	0.9062	0.9069
γ_1		-0.2707	0.0494			-0.4234	0.0579	
α_1^+				0.0409				0.0277
α_1^-				0.0951				0.0939
r				0.9322				0.9241
자유도	8.4380	8.5308	8.7731	8.6830	6.4135	6.7503	6.7795	6.6721

TAR(1)-조건부 분산 모형 추정

표 3.4는 조건부 평균방정식은 전기의 수익률 (y_{t-1})의 부호에 따라 기울기가 달라지는 이른바 비대칭성을 고려한 평균방정식 모형으로 그 결과를 살펴보면 다음과 같다.

평균방정식의 모수추정결과 IMF 포함기간에는 비대칭성을 나타내는 모수 ϕ_1 과 ϕ_2 가 모두 5% 유의수준에서 유의한 결과를 나타내는 반면, IMF 이후기간에는 비대칭성 모수가 모두 유의하지 않음을 알 수 있다.

표 3.4 TAR(1)-조건부 분산 모형 (오차항 t-분포)

구분	IMF 포함기간(1996.1.3 ∼ 2007.12.28)				IMF 이후기간(2001.1.2 ∼ 2007.12.28)			
평균	TAR(1)				TAR(1)			
μ	0.0006	0.0005	0.0004	0.0004	0.0011	0.0010	0.0010	0.0010
ϕ_1	0.0971	0.0903	0.0935	0.0927	0.0539	0.0467	0.0528	0.0439
ϕ_2	0.0618	0.0686	0.0690	0.0693	-0.0230	-0.0245	-0.0070	-0.0205
분산	GARCH	EGARCH	GJR	GPT-TGARCH	GARCH	EGARCH	GJR	GPT-TGARCH
ω	0.0000	-0.0984	0.0000	0.0000	0.0000	-0.2723	0.0000	0.0001
α_1	0.0597	0.1485	0.0359		0.0475	0.1408	0.0237	
β_1	0.9201	0.9897	0.9166	0.9185	0.9230	0.9709	0.9074	0.9053
γ_1		-0.2729	0.0489			-0.4256	0.0559	
α_1^+				0.0431				0.0658
α_1^-				0.0987				0.1939
r				0.9062				0.5638
자유도	8.8904	8.3379	8.8102	8.7990	6.4228	6.7603	6.6631	6.8743

EAR(1)-조건부 분산 모형 추정

표 3.5는 조건부 평균방정식에 전기의 수익률 (y_{t-1})의 지수적 자기회귀 모형을 고려한 방정식으로 평균방정식의 경우 IMF 포함기간에서의 EAR(1)-EGARCH(1,1) 모형을 제외하고는 모든 모형에서 5% 유의수준에서 유의한 결과를 나타냈으며, 분산방정식의 경우는 앞서 설명한 모형별 모수 추정치들과 유사한 의미로 해석된다.

한편, 여기서도 새롭게 제시된 EAR(1)-GPT-TGARCH(1,1) 모형의 경우 두 기간 모두 다른 모형들에 비하여 LL 값 및 Q 값이 비교적 높아 모형이 우수함을 알 수 있다.

표 3.5 EAR(1)-조건부 분산 모형 (오차항 t-분포)

구분	IMF 포함기간(1996.1.3 ∼ 2007.12.28)				IMF 이후기간(2001.1.2 ∼ 2007.12.28)			
평균	EAR(1)				EAR(1)			
μ	0.0007	0.0005	0.0005	0.0005	0.0014	0.0012	0.0013	0.0013
ϕ_1	-17.901	-17.897	-17.899	-17.899	-26.122	-25.828	-26.119	-26.120
ϕ_2	18.004	17.999	18.006	18.004	26.164	25.867	26.167	26.161
분산	GARCH	EGARCH	GJR	GPT-TGARCH	GARCH	EGARCH	GJR	GPT-TGARCH
ω	0.0000	-0.0920	0.0000	0.0000	0.0000	-0.2514	0.0000	0.0001
α_1	0.0583	0.1454	0.0360		0.0471	0.1383	0.0748	
β_1	0.9215	0.9904	0.9179	0.9222	0.9236	0.9733	0.9107	0.9116
γ_1		-0.264	0.0469			-0.4098	0.0492	
α_1^+				0.0551				0.0612
α_1^-				0.1233				0.1729
r				0.7688				0.5910
자유도	8.6039	8.5649	8.7596	8.7379	6.4364	6.7358	6.5641	6.2874

앞서 추정한 모형별 모수 추정치를 바탕으로 예측값을 구하여 실제값과의 차이를 RMSE를 이용하여 비교한 결과 두 기간별 RMSE는 표 3.6과 표 3.7과 같이 나타났다. 한편, 사후검증기간은 두 기간 모두 동일 시점인 2008년 1월 3일 ∼ 2008년 10월 31일이므로 표 3.6의 RMSE 값들이 작은 것으로 보아 IMF 포함기간이 예측의 정확도가 더 높다고 할 수 있다. 즉, 제 2 금융위기인 현재의 주식데이터 자료의 예측의 경우 외환위기 (불확실성 시기)를 포함하여 분석한 모형이 사후검증기간의 예측값 (불확실성 시기)를 더 잘 반영 할 수 있다고 할 수 있다.

또한, 표 3.6에서 GARCH 모형보다는 EGARCH 모형이 그리고 GJR 모형과 GPT-TGARCH 모형이 RMSE 기준으로 예측의 정확도가 더 우수하다고 할 수 있다. 조건부 평균 모형의 경우에도 상수항 모형보다는 선형인 AR(1) 모형에서 그리고 비선형 모형인 TAR(1) 모형과 EAR(1) 모형으로 예측의 정확도가 우수하다고 할 수 있다. 특히 새롭게 제시된 GPT-TGARCH 모형의 경우 예측의 정확도 면에서도 우수함을 알 수 있다.

표 3.7 역시 RMSE 결과를 살펴보면 조건부 분산 모형으로는 EGARCH 모형이 가장 예측의 정확도가 높으며, GPT-TGARCH, GJR, GARCH 모형 순으로 나타났다.

표 3.6 RMSE 예측결과 (IMF 포함기간 : 1996.1.3 ∼ 2007.12.28)

모형	상수항	AR(1)	TAR(1)	EAR(1)
GARCH(1,1)	0.02331	0.02331	0.02329	0.02331
EGARCH(1,1)	0.02329	0.02328	0.02328	0.02328
GJR(1,1)	0.02329	0.02328	0.02327	0.02328
GPT-TGARCH(1,1)	0.02329	0.02328	0.02326	0.02328

표 3.7 RMSE 예측결과 (IMF 이후기간 : 2001.1.2 ∼ 2007.12.28)

모형	상수항	AR(1)	TAR(1)	EAR(1)
GARCH(1,1)	0.02344	0.02343	0.02337	0.02343
EGARCH(1,1)	0.02339	0.02339	0.02334	0.02339
GJR(1,1)	0.02335	0.02340	0.02335	0.02340
GPT-TGARCH(1,1)	0.02340	0.02340	0.02335	0.02339

4. 결론

본 연구에서는 한국종합주가지수의 수익률 변화에 조건부 평균 모형과 조건부 분산 모형에 선형 및 비선형 모형을 결합시켜 다양한 시계열 모형을 비교하였다. 조건부 평균 모형으로는 상수항 모형, AR 모형, TAR 모형, EAR 모형을 살펴보았으며, 조건부 분산 모형으로는 GARCH 모형, EGARCH 모형, GJR 모형 그리고 새롭게 제시된 GPT-TGARCH 모형을 살펴보았다.

한편, 새롭게 제시된 GPT-TGARCH 모형의 경우 비대칭적 효과를 나타내는 α_1^+ , α_1^- 의 모수 추정 결과 AR(1)-GPT-TGARCH(1,1) 모형의 IMF 이후 기간을 제외한 모든 모형 및 두 기간에서 유의한 결과를 나타내며, GPT-TGARCH(1,1) 모형은 로그우도함수 값 및 적합도 검증 그리고 사후검증인 RMSE 예측의 정확도 면에서 다른 모형들과 비교하여 상당히 우수함을 알 수 있었다.

또한, 불확실성이 높은 시기(제 2의 금융위기인 현재 시점)의 자료를 예측하기 위해서는 불확실성을 포함한 (IMF 포함) 기간의 자료가 RMSE 기준으로 예측력이 더 높다고 할 수 있었다. 그리고 최종 RMSE 기준에서 예측력을 고려할 때, IMF 포함기간에서의 TAR(1)-GPT-TGARCH(1,1) 모형이 가장 우수하다고 할 수 있다.

참고문헌

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, **31**, 307-327.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, **50**, 987-1008.

Glosten, L. R, Jegannathan, R. and Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess on stock. *Journal of Finance*, **48**, 1779-1801.

Kim, S. and Hwang, S. Y. (2005). Binary random power approach to modelling asymmetric conditional heteroscadasticity. *Journal of the Korean Statistical Society*, **1**, 61-71.

Kim, S. Y. and Chong, T. S. (2005). An estimating function approach for threshold-ARCH models. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **16**, 33-40.

Kim, S. Y., Lee, S. D. and Jeong A. R. (2005). On asymmeticity for power transformaed TARGH model. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **16**, 271-281.

Li, C. W. and Li, W. K. (1996). On a double-threshold autoregressive heteroscedastic time series model. *Journal of Applied Economics*, **11**, 253-274.

Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, **59**, 347-370.

Zakoian, J. M. (1993). Threshold ARCH models and asymmetries in volatility. *Joutnal of Applied. Econometrics*, **8**, 31-49.

Journal of the Korean Data & Information Science Society
2009, **20**(3), 475–483

Analyzing financial time series data using the GARCH model

Sahm Kim[1] · Jina Kim[2]

[12]Department of Statistics, Chung-Ang University

Received 2 February 2009, revised 30 April 2009, accepted 19 May 2009

Abstract

In this paper we introduced a class of nonlinear time series models to analyse KOSPI data. We introduce the Generalized Power-Transformation TGARCH (GPT-TGARCH) model and the model includes Zakoian (1993) and Li and Li (1996) models as the special cases. We showed the effectiveness and efficiency of the new model based on KOSPI data.

Keywords: Forecast, GPT-TGARCH model, likelihood method, maximum, non-symmetry.

[1] Corresponding author: Professor, Department of Statistics, Chung-Ang University, 221 Heukseok-Dong, Dongjak-Gu Seoul 156-756, Korea. E-mail: sahm@cau.ac.kr
[2] Graduate Student, Department of Statistics, Chung-Ang University, 221 Heukseok-Dong, Dongjak-Gu Seoul 156-756, Korea.