

확률적 변동성 모형을 이용한 원화 환율 변동성 추정¹⁾

천도현²⁾ · 김지훈³⁾ · 김병천⁴⁾

요약

본 연구에서는 GARCH 타입의 모형 보다 환율 변화를 잘 추정하는 것으로 알려진 확률적 변동성 모형으로 주요 원화 환율을 추정하였다. 실증 분석을 위하여 원/달러, 원/엔, 원/유로, 원/파운드 총 네 개의 주요 환율의 변동성을 확률적 변동성 모형과 GARCH(1,1) 모형을 이용하여 추정하고 비교 분석하였다. 추정 결과 모든 환율에 대해 확률적 변동성 모형의 적합도가 GARCH(1,1) 모형보다 높은 것으로 나타났다. 정규성 검정 결과 GARCH(1,1) 모형이 변동성의 극단치를 잘 추정하지 못하는 데 반해 확률적 변동성 모형은 극단적인 변동성 또한 잘 추정하는 것으로 나타났다. 변동성의 변화가 심할 경우 극단치 추정에서 경쟁력이 있는 확률적 변동성 모형이 GARCH(1,1) 모형 보다 높은 적합성을 보이는 것으로 판단된다. 외표본 검정 결과 원/유로 환율의 경우 확률적 변동성 모형이 예측력이 높으며, 다른 환율들의 경우 GARCH(1,1) 모형의 예측력이 높게 나타남을 확인하였다.

주요용어 : 확률적 변동성 모형, GARCH, 원화환율, 변동성추정, MCMC

1. 서론

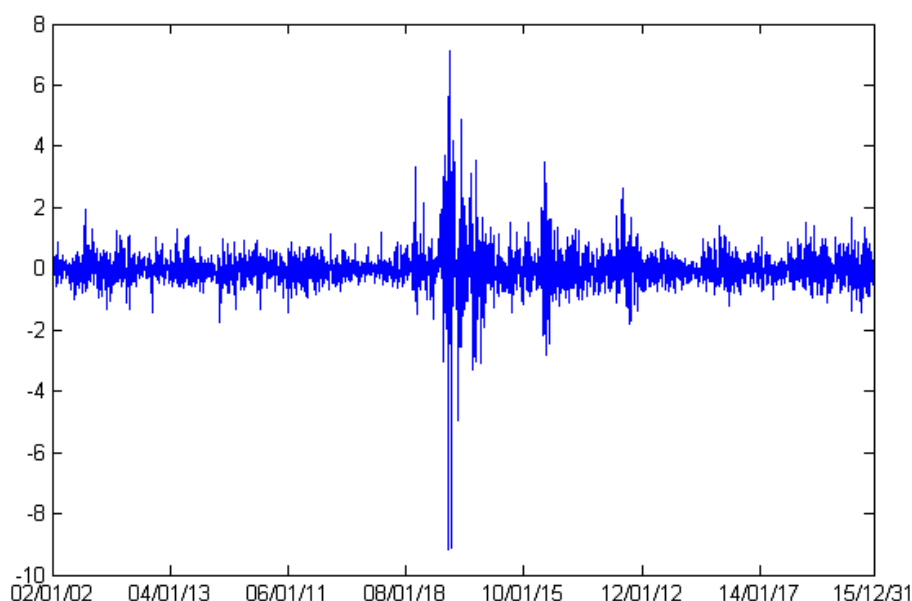
재무 및 경제학 연구들은 금융 변수 및 거시 변수들의 변동성이 경제에 주는 영향의 중요성에 주목하고 있다. 소규모 개방 경제인 한국에서 환율은 중요한 거시 금융 변수로 작용하고 있으며, 환율의 변동성 추정은 여전히 한국 거시경제 및 금융 시장에서 중요한 문제로 남아있다. 기존의 환율을 추정한 모형들은 분산의 자기상관을 포함하는 모형으로 환율의 변동성을 잘 설명할 수 있음을 보여주고 있다. <그림 1.1>은 2002년 1월 2일부터 2015년 12월 31일까지의 원-달러 환율의 일별 로그 수익률을 보여준다. 그림에서 2008년과 2010년 기간 글로벌 금융위기와 유럽재정위기의 영향으로 환율 수익률의 변동성이 증가한 후 수개월에서 수년까지 높은 변동성이 유지되는 것을 확인할 수 있다.

1) 본 연구는 천도현의 학위논문에서 일부를 발췌하였음.

2) 서울특별시 동대문구 청량리동 회기로 85, KAIST 경영대학, 박사과정. E-mail: dohyun0323@business.kaist.ac.kr

3) 교신저자. 서울특별시 동대문구 청량리동 회기로 85, KAIST 경영대학, 박사과정. E-mail: jihunkim79@gmail.com

4) 서울특별시 동대문구 청량리동 회기로 85, KAIST 경영대학, 교수. E-mail: bckim@business.kaist.ac.kr



〈그림 1.1〉 원-달러 환율 일별 수익률

선형 시계열 모형인 ARIMA 모형은 시간에 따른 분산의 변화를 모델링하기 위한 대표적인 모형이다. 하지만 환율 시계열 자료는 시간에 따른 분산의 변동이 크기 때문에 ARIMA 모형의 설명력이 높지 않은 것으로 알려져 있다. 큰 분산의 변동성을 가진 자료의 변동성을 설명하기 위하여 Engle(1982)은 자기회귀 조건부 이분산 모형(ARCH)을 제시하였으며, Bollerslev(1986)와 Nelson(1991)은 일반화된 ARCH 모형(GARCH) 모형을 제시하였다. 해외의 실증 연구들은 이러한 ARCH/GARCH 모형이 환율의 움직임을 잘 설명하는 것을 보여 주고 있다.

Martens(2001)는 GARCH 모형을 이용해 마르크/달러, 엔/달러 환율 수익률을 추정하여 일중 환율 수익률이 일중 변동성에 영향을 미치는지 살펴보았고, Alexander and Lazar(2006)은 Normal Mixture GARCH(1,1) 모형을 이용하여 달러/파운드, 달러/유로, 달러/엔 환율 수익률의 조건부 분산을 추정하였다. Rapach(2008)는 달러/캐나다 달러, 달러/덴마크 크로네, 달러/마르크, 달러/엔, 달러/노르웨이 크로네, 달러/스위스 프랑, 달러/파운드 환율 수익률의 변동성을 추정하기 위해 GARCH 모델에 구조적 변화를 도입한 모형을 사용하였다. Edwards and Rigobon(2009)은 ARCH와 GARCH 모형을 사용하여 달러/칠레 페소 환율 변동성을 추정하였고, Olowe(2009)는 나이지리아 나이라/달러 환율을 다양한 종류의 GARCH 모형으로 추정하였다. 그리고 GARCH 타입 모형으로 환율 변동성을 예측하는 경우 GARCH(1,1) 모형의 설명력이 가장 우수한 것으로 나타났다 (Hansen and Lunde, 2005; Hull, 2006; Silvey, 2007; Xiao and Aydemir, 2007). GARCH 모형은 MLE 방법을 이용하여 쉽게 추정할 수 있다는 장점이 있지만 변동성 시계열 과정을 1차 선형식으로 가정한 모형이다. 이에 반해 확률적 변동성 모형(Stochastic Volatility Model)은 MLE 방법을 이용하여 추정할 수 없지만 변동성 시계열과정을 지수적으로 가정하고 있기 때문에 변수의 특성에 따라 더 올

바른 모형을 선택하는 것이 중요하다.

이산적 시간에서 분산이 잠재 확률 변수(h_t)에 따라 결정되는 확률적 변동성 모형은 Taylor(1982)에 의해 처음으로 고안되었고, Taylor(1986)은 모형의 기본적인 통계적 특성들을 유도했다. 확률적 변동성 모형의 기본적인 경제학적 성질에 대해서는 Jacquier, Polson, and Rossi(1994), Shephard(1996), Ghysels, Harvey, and Renault(1996) 등이 다루었다. 확률적 변동성 모형 모수를 추정하는 방법으로는 Tanner and Wong(1987)이 제시한 마코프 체인 몬테 카를로 (MCMC) 방법이 있으며, 본 연구에서도 MCMC 방법론을 이용하여 확률적 변동성 모형의 모수를 추정하였다. MCMC 방법론과 관련된 기존 연구로는 Metropolis et al.(1953), Hastings(1970), Geman and Geman(1984), Gelfand and Smith(1990), Gilks, Richardson, and Spiegelhalter(1995) 등이 있으며 특히 Tanner(1996), Chib and Greenberg(1995) 등은 Metropolis-Hastings 알고리즘에 대한 구체적인 방법론을 제시하였고, Kim, Shephard, and Chib(1998)은 확률적 변동성 모형 모수들을 추정하는 개선된 베이저안 방법론을 제시하였다.

자기상관을 고려하여 환율의 변동성을 추정하는 여러 가지 모형들 중에서 확률적 변동성 모형은 가장 성공적으로 환율의 변동성을 추정하는 모형 중 하나로 알려져 있는데, 많은 연구들은 확률적 변동성 모형을 이용해 환율의 변동성을 추정할 경우 일반적으로 GARCH 타입 모형보다 좋은 성과를 내는 것을 확인했다. Kim, Shephard, and Chib(1998)은 1981년 10월 1일부터 1985년 6월 28일까지의 파운드/달러, 마르크/달러, 엔/달러, 스위스 프랑/달러의 주중 일별 환율 수익률에 대해 MCMC를 이용해서 추정한 확률적 변동성 모형의 적합도가 GARCH(1,1) 모형보다 높음을 보였다.

본 연구에서는 확률적 변동성 모형을 사용하여 원화 환율의 변동성을 분석하고 있다. MLE 방식으로 모수를 추정한 GARCH 모형과 베이저안 방식으로 모수를 추정한 확률적 변동성 모형의 설명력을 비교하기 위해 Kim, Shephard, and Chib(1998)의 방법론을 사용하였다. Kim, Shephard, and Chib(1998)은 Pitt and Shephard(1999b)가 제시한 필터링 방법을 발전시켜 베이저안 방법으로 추정한 확률적 변동성 모형에 대한 우도 및 정규성 검정 방법론을 제시하였다. 본 연구에서는 해당 비교 방법론을 도입하여 확률적 변동성 모형과 GARCH(1,1) 모형의 적합도를 비교하였다.

다양한 자기상관 모형을 도입하여 원화 환율의 변동성을 분석하는 실증 연구들은 다음과 같다. Lee(2000)는 1997년 7월 1일부터 1998년 6월 30일까지의 일별 원/달러 환율을 ARMA-GARCH 모형과 ARMA-SV 모형으로 추정하여 고정환율제와 변동환율제 사이의 환율 변동성 변화를 연구했다. 오문석·이상근(2000)은 1990년 3월부터 1996년 12월까지의 월말 원/달러 환율 데이터를 이용하여 자산시장접근모형, random walk 모형, ARIMA 모형의 원/달러 환율 표본 내·외 예측력을 비교하였고 그 결과 단기 표본외 예측력은 random walk 모형이, 장기 표본외 예측력은 실질이자율 모형과 종합 모형이 우세하다는 것을 보여주었다. 최생림·형남원(2003)은 1991년 1월 3일부터 2002년 10월 1일까지의 일별 원-달러 자료를 이용하여 분석했을 때, 장기 환율 변동성 예측에서는 장기기억을 고려하는 FGARCH 모형의 예측력이 탁월하다고 주장했다. 이윤석(2007)은 1990년부터 2006년까지의 원/달러 일일 환율을 분석했을 때 경

제이론에 입각한 펀더멘털 모형보다 시계열 모형인 AR모형과 ARY 모형의 예측력이 우수함을 보였고, 여기에 한·미간 인플레이션을 차이를 가미한 모형의 예측력이 가장 우수하다고 결론지었다. 이근영(2009)은 두 개의 기간 (2001년 1월 18일에서 2004년 12월 30일, 2005년 1월 3일부터 2007년 10월 31)의 원-달러 일일 환율 분석했을 때 국내 변수보다는 선진국 주가와 같은 해외변수가 더욱 유의하다고 주장하였다. 문창권(2010)은 1998년 1월 4일부터 2009년 12월 31일까지의 월별 원-달러 환율 데이터로 분석했을 때, GARCH(1,1) 모형이 환율 수익률 변동성의 자기상관 문제를 해결하지는 못하지만 자료를 적절하게 가공할 경우 GARCH(1,1) 모형의 분석력이 높아진다고 결론 내렸다. 김보미·김재희(2013)는 1996년 1월 3일부터 2012년 1월 31일까지의 일별 원-달러 환율을 이용해 ARIMA(2,1,2) 모형과 ARIMA(1,1,0)+IGARCH(1,1) 모형의 예측력을 비교하였고, 그 결과 ARIMA(1,1,0)+IGARCH(1,1) 모형이 실제 환율의 변동성을 잘 반영한다는 결론을 내렸다.

선행 연구들을 종합해보았을 때 주요 원화 환율의 변동성을 이용한 많은 연구들이 있었지만 본 연구에서 사용한 확률적 변동성 모형을 사용한 경우는 거의 없었으며, 대부분의 연구들은 GARCH 타입 모형으로 환율의 변동성을 분석하였다. 본 연구는 원화 환율 변화를 확률적 변동성 모형을 이용해서 추정하고, 확률적 변동성 모형을 통해 환율을 추정할 경우 대표본에서 적합성이 높다는 것을 보여준 것에 의의가 있다. 본 연구에서는 원화 환율의 대표본에서 일관적으로 확률적 변동성 모형이 GARCH(1,1) 모형 보다 우수한 설명력을 보여주고 있음을 확인했으며, 외표본 검정 결과 원/유로 환율의 경우 확률적 변동성 모형이 예측력이 높으며, 다른 환율들의 경우 GARCH(1,1) 모형의 예측력이 높게 나타남을 보이고 있다.

본 연구는 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 환율의 변동성을 추정하기 위한 모형으로 분산의 자기상관 성질이 포함되어있는 확률적 변동성 모형과 GARCH(1,1) 모형의 방법론을 소개하고 확률적 변동성 모형의 모수를 추정하기 위한 MCMC 알고리즘을 설명한다. 그리고 모형 간 비교를 위한 우도 검정 방법과 잔차에 대한 정규성 검정 방법을 서술한다. 3장에서는 주요 원화 환율 데이터로 확률적 변동성 모형과 GARCH(1,1) 모형의 모수를 추정하고 두 모형의 우도검정과 잔차에 대한 정규성 검정을 통하여 원화 환율 변동성에 어떤 모형이 더 적합한 모형인지 비교 분석한다. 4장에서는 외표본 검정을 통해 두 모형의 예측력을 비교하고, 마지막 5장에서는 연구의 결론을 제시한다.

2. 모형 및 방법론

2.1 확률적 변동성 모형

y_t 를 t 시점에서 평균 조정된 자산 수익률이라 하면 확률적 변동성 모형은 식 (2.1), 식 (2.2)와 같이 정의된다.

$$y_t = \beta e^{h_t/2} \epsilon_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.1)$$

$$h_{t+1} = \mu + \phi h_t + \sigma_\eta \eta_t, \quad h_1 \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{1-\phi^2}\right) \quad (2.2)$$

h_t 는 t 시점에서의 로그 분산이며 식 (2.2)와 같이 AR(1) 과정을 따른다고 가정한다. $N(\cdot, \cdot)$ 은 정규분포를 의미하며 ϵ_t 와 η_t 는 $N(0,1)$ 을 따르는 독립적인 백색 소음이다. 모수 β 는 식별의 문제 때문에 추정에 어려움이 있으므로 본 연구에서는 Kim, Shephard, and Chib(1998)의 방법에 따라 $\beta = 1$ 로 표준화 하였다(Pitt and Shephard, 1999a). 식 (2.2)의 AR(1) 과정에서 ϕ 는 로그 분산 h_t 의 지속성으로, σ_η 는 h_t 의 변동성으로 생각할 수 해석할 수 있다.

2.2 GARCH 모형

GARCH 모형은 경제학적, 재무적으로 널리 사용되는 조건부 이분산 모형 중 하나로 $t-1$ 시점까지의 모든 정보가 제공되는 경우 수익률 y_t 의 오차항 e_t 와 분산 σ_t^2 가 시간에 따라 변하는 것으로 가정한다. 아래 식 (2.3)은 기본적인 GARCH(p,q) 모형이다.

$$\begin{aligned} y_t | \theta, Y_{t-1} &\sim N(\mu, \sigma_t^2), \\ e_t &= y_t - \mu, \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i e_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \gamma_j \sigma_{t-j}^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

일반적으로 GARCH 모형에서는 조건부 분산이 과거 조건부 분산과 과거 분산의 선형함수로 주어지며, 시간이 지남에 따라 분산이 장기평균으로 수렴하는 평균-복귀(mean reverting) 모형이다. 이에 따라 분산이 장기평균보다 높을 경우 음의 방향으로, 장기평균보다 낮을 경우 양의 방향으로 장기 평균으로 회귀하는 성질을 가지고 있다.

$$\begin{aligned} e_t &\sim N(0, \sigma_t^2), \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2, \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$L(e_t; y_t) = \sum_{i=1}^n \left(-\log 2\pi - \log \sigma_t - \frac{e_t^2}{2\sigma_t^2} \right) \quad (2.5)$$

GARCH(1,1) 모형은 식 (2.4)와 같이 표현할 수 있다. e_t 가 정규분포를 따르기 때문에 로그우도함수 $L(e_t; y_t)$ 를 식 (2.5)으로 나타낼 수 있으며, 따라서 최대우도추정

(MLE) 방식을 통해 로그우도함수를 최대화하는 모수를 추정할 수 있다. 식 (2.4)에서 γ_1 은 변동성의 자기상관성을 나타내며, 이는 식 (2.2) 확률적 변동성 모형에서의 ϕ 와 유사한 역할을 한다. 모수 α_0 은 자료의 분산의 수렴하는 장기평균을 의미한다.

2.3 마코프 체인 몬테 카를로 (Markov Chain Monte Carlo, MCMC)

확률 변수의 결합 사후 분포를 여러 확률 변수의 조건부 분포로 분리할 수 있다면, 적절한 마코프 체인 샘플러를 이용하여 확률 변수를 샘플링 할 수 있다. 예를 들어 $f(\theta|y, h_t)$ 에서 θ 를 직접 샘플링 할 수 있다면 Gibbs 샘플러를 이용하여 간단하게 샘플링 할 수 있다. 하지만 확률적 변동성 모형의 경우 잠재 확률 변수 h_t 를 $f(h_t|y, \theta)$ 에서 직접적으로 샘플링 할 수 없다. 그러므로 이 경우 Metropolis-Hastings 알고리즘을 적용하여 샘플링 해야 한다. Eraker, Johannes, and Polson(2003)에 의하면 MCMC 추정 방법은 몇 가지 장점을 가지고 있다. (1)잠재 확률 변수를 추정할 수 있으며 (2)추정 오차를 측정할 수 있고 (3)다른 방법론에 비해 샘플링이 우월하며 (4)계산이 효율적이기 때문에 반복된 시뮬레이션을 통해 모형의 정확성을 확인할 수 있다.

확률적 변동성 모형 모수를 추정하는 과정은 Metropolis-Hastings 알고리즘으로 잠재 확률 변수 h_t 와 모수 ϕ 를 샘플링 하는 과정, 그리고 깁스 샘플러로 모수 σ^2 , 모수 μ 를 샘플링 하는 과정으로 이루어져있다. 각각의 모수들을 샘플링하는 세부적인 알고리즘은 <부록>에 첨부하였으며, 종합적인 과정은 다음과 같다.

1. h 와 θ 초기값을 설정한다.
2. $h_t|h_{t-1}, y, \theta, t = 1, \dots, n$ 에서 h_t 를 추출한다.
3. $\sigma_\eta^2|y, h, \phi, \mu, \beta$ 를 추출한다.
4. $\phi|h, \mu, \beta, \sigma_\eta^2$ 를 추출한다.
5. $\mu|h, \phi, \sigma_\eta^2$ 를 추출한다.

2에서 5까지의 과정을 충분히 반복하면 추출한 h_t 표본 분포와 각 모수들의 표본 분포가 사후분포에 수렴한다는 것이 알려져 있으며, 수렴한 모수 표본의 평균은 모수에 대한 점근적 효율 통계량(asymptotically efficient estimator of the posterior mean)임이 알려져 있다(Geweke, 1989).

2.3.1 비효율성 계수

모형에서 추정된 모수의 자기 상관성이 높을수록 추정의 수렴 속도가 떨어진다. 따라서 자기상관이 있는 경우 독립된 샘플에 비해 더 많은 샘플링이 필요하다. 비효율성 계수는 샘플링 된 모수가 자기상관을 가지는 경우, 해당 표본으로 같은 수의 독립 표본과 동일한 수준의 추정 효율성을 갖도록 하게 하기 위해 필요한 샘플링 숫자이다. 비효율성 계수는 i 가 1에서 대역폭만큼 변할 때 Parzen 커널과 시차 i 시계열 상관관계수의 곱의 합으로 구할 수 있다.

$$\text{비효율성 계수} = 1 + 2 \sum_{i=1}^{B_M} K\left(\frac{i}{B_M}\right) \hat{\rho}(i) \quad (2.6)$$

식 (2.6)에서 $\hat{\rho}(i)$ 는 각 모수들의 i 시점 시차에 대한 자기상관계수 추정치이며, i 는 반복수, B_M 은 대역폭을 나타내며 $K(z)$ 는 Parzen 커널이다. 비효율성 계수는 표본의 시계열 상관과 밀접한 관계를 가지고 있으며 비효율성 계수가 크다면 표본의 시계열 상관이 크다고 할 수 있다.

2.4 모형 비교 방법론

2.4.1 확률적 변동성 모형 우도 검정

확률적 변동성 모형의 우도함수 $f(y_{t+1}|Y_t)$ 는 1기 후 예측 (One-step ahead Forecasting) 밀도를 이용하여 추정할 수 있다.

$$f(y_{t+1}|Y_t, \theta) = \int f(y_{t+1}|Y_t, h_{t+1}, \theta) f(h_{t+1}|Y_t, h_t, \theta) f(h_t|Y_t, \theta) dh_{t+1} dh_t \quad (2.7)$$

$$\hat{f}(y_{t+1}|Y_t) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M f(y_{t+1}|h_{t+1}^j) \quad (2.8)$$

$$h_{t+1}^j | h_t^j \sim N(\mu + \phi h_t^j, \sigma_\eta^2) \quad (2.9)$$

우도함수의 추정치 $\hat{f}(y_{t+1}|Y_t)$ 는 식 (2.8)과 같이 M 번의 시뮬레이션 결과를 평균하여 구할 수 있는데, h_t^j 를 j ($1, \dots, M$) 번째 반복에서 생성된 h_t 라 하면, 우도 함수 추정치는 식 (2.9)와 같이 구할 수 있다. 이 때 초기값 h_0^j 가 주어지지 않으므로 식 (2.9)에서는 h_1^j 를 계산할 수 없다. 그러므로 본 연구에서는 샘플링 과정에서 추출한 h_1^j 표본으로 대체하여 사용하였다. 정규분포의 로그우도가 식 (2.10)와 같고, y_t 는 평균이 0 이고 분산이 $\exp(h_t)$ 인 정규분포를 따르므로 y_{t+1} 의 예측 우도는 식 (2.12)과 같이 추정할 수 있다.

$$L_t(\mu, \sigma_t^2, Y_t) = -\frac{\log(2\pi)}{2} - \frac{\log(\sigma_t^2)}{2} - \frac{1}{2\sigma_t^2}(y_t - \mu)^2 \quad (2.10)$$

$$\log f(y_{t+1}|h_{t+1}^j) = -\frac{\log(2\pi)}{2} - \frac{h_{t+1}^j}{2} - \frac{1}{2\exp(h_{t+1}^j)} y_t^2 \quad (2.11)$$

$$\hat{f}(y_{t+1}|Y_t) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \exp(\log f(y_{t+1}|h_{t+1}^j)) \quad (2.12)$$

이 때 Y_t 를 이용하여 h_{t+1} 를 직접적으로 생성할 수 없으므로 h_{t+1}^j 를 생성하여

h_{t+1} 를 추정해야 한다. 따라서 앞서 샘플링을 통해 추출한 각각의 h_t 를 식 (2.9)에 대입하여 h_{t+1} 을 생성하고, 생성한 h_{t+1} 을 식 (2.12)에 적용하여 우도함수 추정치를 구한다. 그리고 추정한 각 시점의 예측 우도에 로그를 취하여 합산하면 최종적으로 확률적 변동성 모형의 예측 로그우도 L 을 구할 수 있다.

$$L = \sum_{t=1}^n \log(\hat{f}(y_t | Y_t)) \quad (2.13)$$

2.4.2. GARCH 모형의 우도 검정

GARCH(1,1) 모형의 예측 우도 함수를 구하기 위해서는 확률적 변동성 모형과 마찬가지로 t 시점의 추정치들을 이용하여 $t+1$ 시점의 분산 추정치를 구해야 한다.

$$\widehat{\sigma_{t+1}^2} = \alpha_0 + \alpha_1 e_t^2 + \gamma_1 \sigma_t^2 \quad (2.14)$$

초기값은 $e_0^2 = \sigma_0^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \gamma_1}$ 임이 알려져 있으므로 각 시점에서의 분산추정치 $\widehat{\sigma_t^2}$ 를 구할 수 있다. 또한 GARCH(1,1) 모형에서 y_t 는 평균이 0이고 분산이 σ_t^2 인 정규 분포를 따르므로 예측 우도 L 은 식 (2.16)과 같이 구할 수 있다.

$$\log f_t = -\frac{\log(2\pi)}{2} - \frac{\log(\widehat{\sigma_t^2})}{2} - \frac{1}{2\widehat{\sigma_{t+1}^2}} y_t^2, \quad (2.15)$$

$$L = \sum_{t=1}^T \log f_t \quad (2.16)$$

2.4.3 확률적 변동성 모형 정규성 검정

앞서 구한 확률적 변동성 모형의 예측 밀도를 이용하여 확률변수 y_{t+1}^2 가 관측치 $y_{t+1}^{o^2}$ 보다 작은 확률 $\Pr(y^2 \leq y_{t+1}^{o^2})$ 을 추정할 수 있다.

$$\Pr(y^2 \leq y_{t+1}^{o^2}) \simeq u_{t+1}^M = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \Pr(y^2 \leq y_{t+1}^{o^2} | h_{t+1}^j, \theta) \quad (2.17)$$

확률적 변동성 모형이 자료의 변동성을 성공적으로 설명한다면 $M \rightarrow \infty$ 일 때 u_{t+1}^M 가 독립적인 균일 분포로 수렴한다는 것이 알려져 있다(Rosenblatt, 1952). 그러므로 M 이 충분히 크다면 정규분포 역함수를 이용하여 $n_t^M = F^{-1}(u_t^M)$ 를 정규분포에 대응시킬 수 있으며, n_t^M 표본분포가 독립인 정규분포에 가깝다는 것은 모형 적합이 잘 이루어

어졌음을 의미한다⁵⁾. n_t^M 시계열의 정규성은 QQ 도표, Kolmogorov-Smirnov 검정 등으로 확인할 수 있으며, 독립성은 Ljung-Box 검정으로 확인할 수 있다.

3. 실증분석

3.1 환율 자료 설명

본 연구에서 이용한 자료는 주요 4개국 통화에 대한 원화 환율 (원/달러 환율, 원/엔 환율, 원/유로 환율, 원/파운드 환율)자료이며 외국 통화 한 단위당 원화 가격 자료를 이용했다. 기간은 유로화가 통용되기 시작한 2002년 1월 2일부터 2015년 12월 31일 (T=3483)이며 해당 기간의 주중 일별 종가 데이터를 이용했다. 분석을 위해 사용한 % 로그 환율 수익률 y_t 는 식 (3.1)과 같다.

$$y_t = 100((\log r_t - \log r_{t-1}) - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (\log r_i - \log r_{i-1})) \quad (3.1)$$

이 때 r_t 는 t 시점에서의 환율 증가이며, 결과적으로 y_t 는 평균이 보정된 % 로그 수익률이다. <표 3.1>에서는 각 환율 로그 일별수익률의 기초통계량과 Ljung-Box 검정 결과를 보여주고 있다.

<표 3.1> 환율 수익률 통계량 검정

	KRW/USD	KRW/JPY	KRW/EURO	KRW/GBP
평균	-0.0033	-0.0007	0.0026	-0.0027
표준편차	0.6461	0.9242	0.9062	0.8271
최소값	-9.1950	-10.8416	-9.5913	-9.0063
최대값	7.1400	7.0808	7.6962	7.9911
왜도	-0.6329	-0.1951	-0.1317	-0.1972
초과첨도	33.2224	12.8271	7.9516	9.0600
Ljung-Box 검정	351.570 (0.000)	144.795 (0.000)	139.130 (0.000)	151.592 (0.000)

먼저 환율 수익률의 평균은 0에 가까우며 원/달러, 원/유로, 원/파운드 환율의 수익률이 음수인 반면 원/엔 환율의 수익률만 양수로 나타난다. 데이터의 표준편차는 변동성을 측정하는 변수로 사용될 수 있는데, 원-엔 환율 수익률의 표준편차가 0.9242로

5) 본 연구에서는 Kim, Shephard, and Chib(1998)과 같이 M=2500으로 설정했다.

가장 크게, 원/달러 환율 수익률의 표준편차가 0.6461로 가장 작게 나타나 원/엔 환율 수익률의 변동성이 가장 크고 원/달러 환율 수익률의 변동성이 가장 작은 것으로 추정할 수 있다. 환율 수익률의 왜도와 첨도를 수치를 보면 대칭적인 분포이나 정규분포에 비해 꼬리가 두터운 분포임을 확인할 수 있는데, 이는 변동성이 자기상관을 가지고 변동하는 데이터의 특징을 반영한다⁶⁾. Ljung-Box 검정 결과 모든 환율 수익률에 대해 유의수준 5%에서 귀무가설을 기각할 수 있으며, 따라서 시계열 상관이 존재한다고 볼 수 있다.

3.2 확률적 변동성 모형 모수 추정

확률적 변동성 모형 모수를 추정하기 위하여 MCMC 시뮬레이션을 300,000 회 반복 수행 하였으며, 수렴 속도를 높이기 위하여 초기값을 $h_t = \log y_t^2$, $\phi = 0.95$, $\sigma_\eta^2 = 0.01$, $\mu = 0$ 으로 설정했다. <표 3.2>에는 각 환율 수익률 자료의 확률적 변동성 모형 모수 추정 결과와 비효율성 계수가 제시 되어있다. 모형 모수는 300,000회의 반복 수행 자료 중 수렴에 사용되는 초기 290,000개 표본을 제외한 마지막 10,000개 표본의 평균치로 추정했다.

<표 3.2> 확률적 변동성 모형 모수 추정치

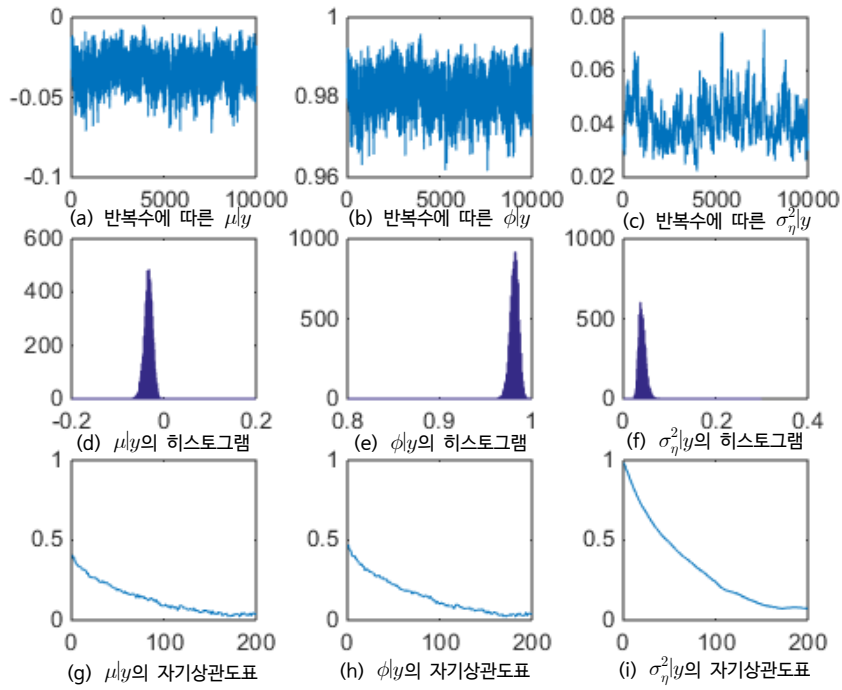
	ϕ		μ		σ_η^2	
	평균	비효율성 계수	평균	비효율성 계수	평균	비효율성 계수
KRW/USD	0.9811	38.7381	-0.0333	33.8698	0.0413	83.4350
KRW/JPY	0.9735	59.7118	-0.0172	41.5800	0.0341	97.0426
KRW/EURO	0.9898	29.9947	-0.0061	17.1055	0.0121	89.0464
KRW/GBP	0.9878	37.9667	-0.0100	26.6998	0.0148	87.6490

식 (2.2)에서 ϕ 는 변동성의 자기상관 정도를 나타내는 모수이다. 환율 변동성 지속성과 관련된 모수 ϕ 의 표준 오차는 모두 0.0003 이하이며 그러므로 모수 추정치는 상대적 차이뿐만 아니라 절대적 차이도 유의하다. <표 3.2>에서 각 환율 수익률의 ϕ 추정치가 1에 가까운 값이 나왔기 때문에 <표 3.1>의 초과 첨도 자료로 예측한 것과 같이 변동성의 자기상관이 크다고 판단할 수 있다. 그 중 원/엔 환율 수익률의 경우 $\phi = 0.9735$ 로 가장 작은 추정값을, 원/유로 환율 수익률의 경우 $\phi = 0.9898$ 로 가장 큰 추정값을 가지고 있으며 이는 원/엔 환율 변동성의 자기상관이 가장 작고, 원/유로 환

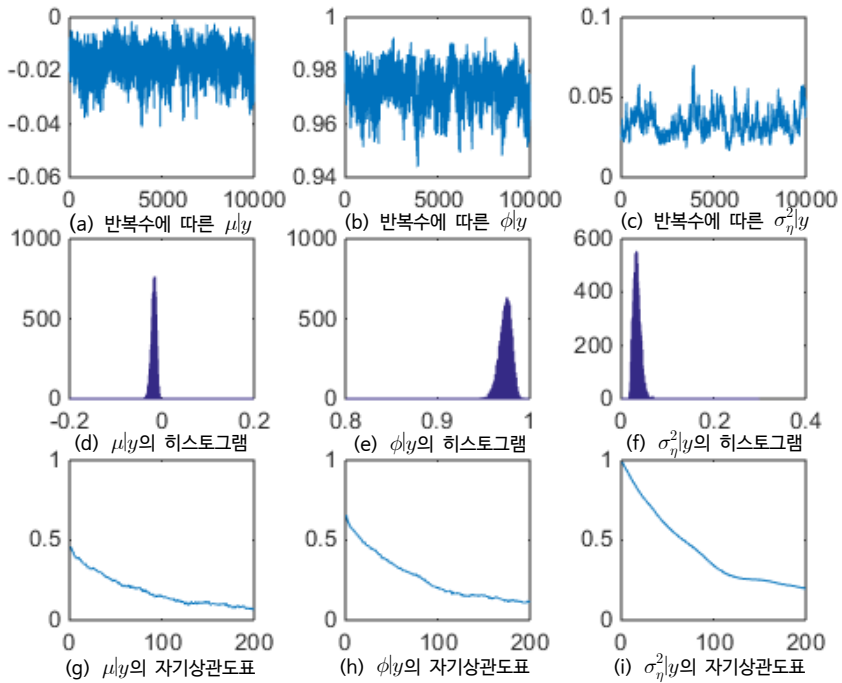
6) 왜도(Skewness)는 3차 적률 값을, 첨도(Kurtosis)는 4차 적률에서 3을 차분한 초과 첨도를 이용하여 구한다 (왜도 = $\frac{E[(x-\mu)^3]}{\sigma^3}$, 초과 첨도 = $\frac{E[(x-\mu)^4]}{\sigma^4} - 3$). 이 때 x 는 표본이며 μ 는 표본의 평균, σ 는 표본의 표준편차이다. 일반적으로 왜도의 경우 절대값이 1보다 작은 경우, 초과 첨도의 경우 절대값이 3보다 작은 경우 정규분포의 왜도, 첨도와 같다고 판단한다

율의 경우가 가장 크다는 것을 의미한다. 모수 σ_η^2 의 표준 오차 또한 모두 0.0008 이하이며 원/달러 환율 수익률의 경우 σ_η^2 추정치가 0.0413로 최대였고, 원/유로 환율 수익률의 경우 σ_η^2 추정치가 0.0121로 최저이다. σ_η^2 는 h_t 의 변동성으로 시계열 변동성의 변동성을 의미하므로 원/달러 환율 수익률의 변동성이 가장 불안정하고 원/유로 환율 수익률의 변동성이 가장 안정적이라고 해석할 수 있다. 결과적으로 원/유로, 원/파운드 환율 수익률의 경우 ϕ 가 크고 σ_η^2 가 작기 때문에 변동성의 지속성이 크며, 원/달러, 원/엔 환율 수익률의 경우 ϕ 가 작고 σ_η^2 가 크기 때문에 지속성이 작다고 볼 수 있다.

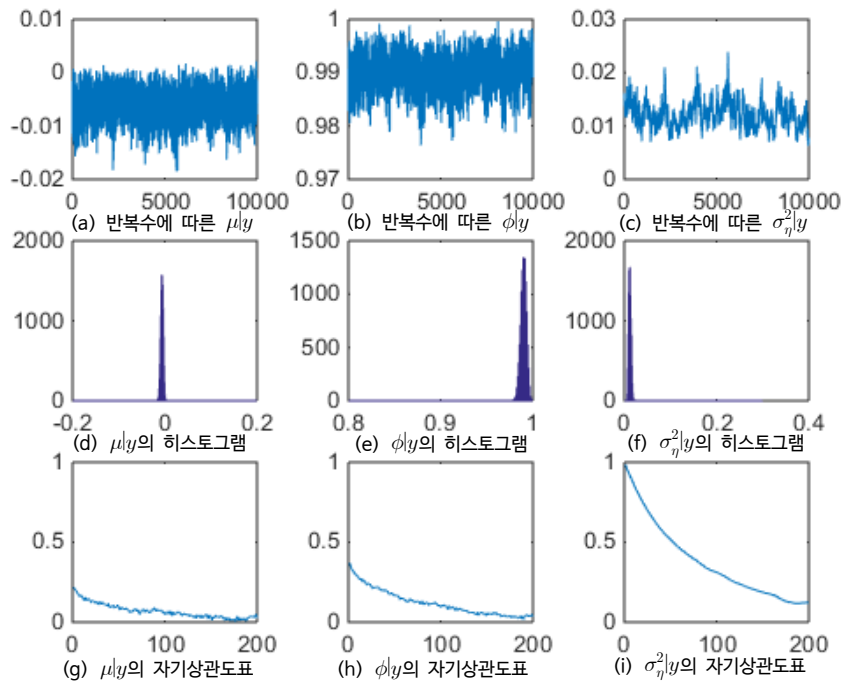
〈그림 3.1〉, 〈그림 3.2〉, 〈그림 3.3〉, 〈그림 3.4〉는 각각 원/달러, 원/엔, 원/유로, 원/파운드 환율 수익률을 확률적 변동성 모형으로 추정한 결과를 나타낸 도표이다. 그래프 (a), (b), (c)는 각각 반복수에 따른 μ, ϕ, σ_η^2 추정치, 그래프 (d), (e), (f)는 각 모수의 주변확률분포의 히스토그램 그래프 (g), (h), (i)는 각 모수 추정치의 자기상관도 표이다.



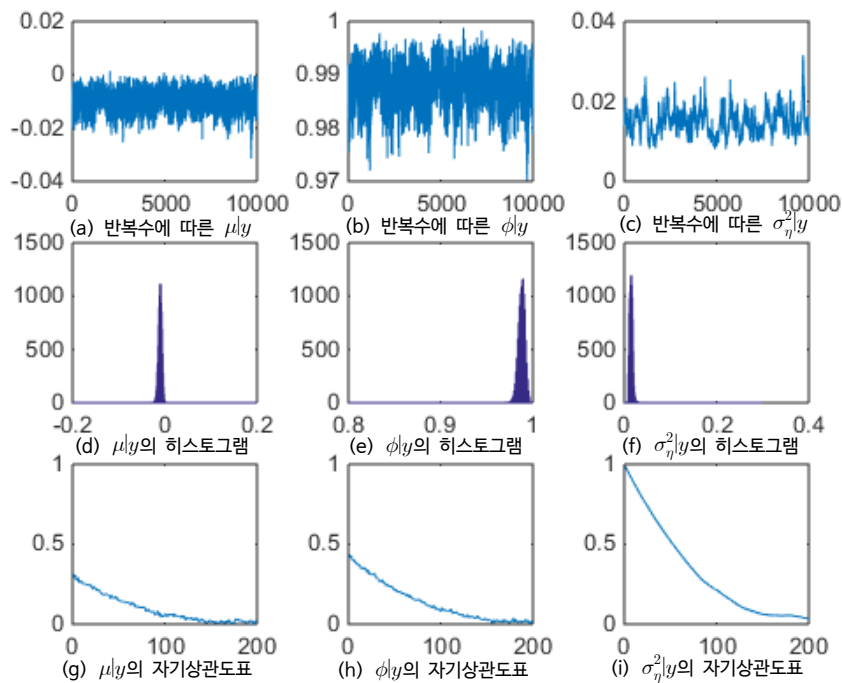
〈그림 3.1〉원/달러 환율의 확률적 변동성 모델 적합 모습



〈그림 3.2〉원/엔 환율의 확률적 변동성 모델 적합 모습



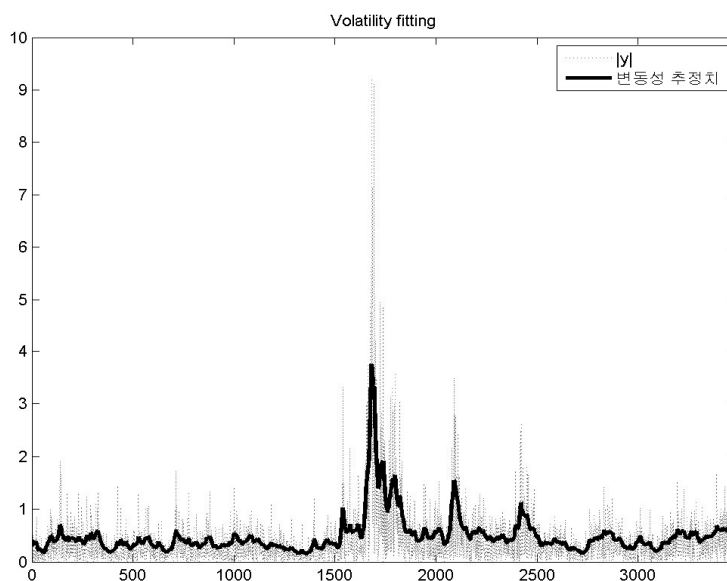
〈그림 3.3〉 원/유로 환율의 확률적 변동성 모형 적합 모습



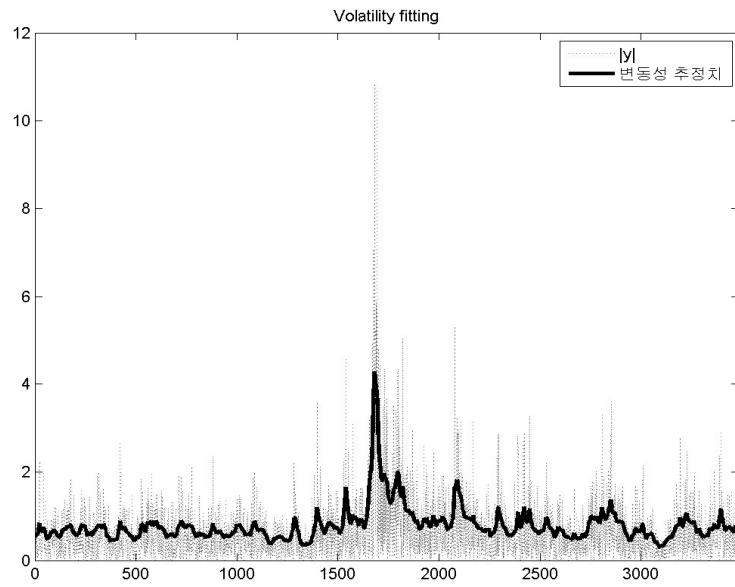
〈그림 3.4〉 원/파운드 환율의 확률적 변동성 모형 적합 모습

〈그림 3.1〉, 〈그림 3.2〉, 〈그림 3.3〉, 〈그림 3.4〉의 (a), (b), (c) 그림을 살펴보면 반복수 대비 모수 표본 값이 비교적 안정적인 형태를 보이며, 모수들이 충분히 수렴했다고 판단할 수 있다. (d), (e), (f) 에서는 각 모수의 주변확률분포가 좌우대칭에 가까운 모양으로 나타나므로 모수 추정치로 모수 $\phi|y$ 표본의 평균을 사용하는 것이 타당하다고 생각된다. 〈표 3.2〉의 비효율성 계수를 보면 σ_η^2 표본의 비효율성 계수가 ϕ 표본의 비효율성 계수와 μ 표본의 비효율성 계수보다 2배 이상 큰 값을 가지는 것을 확인할 수 있다. 또한 각 도표의 (i) 그림에서 제시된 σ_η^2 모수의 시계열 상관이 (g)에서 제시된 μ 와 (h)에서 제시된 ϕ 의 시계열 상관보다 큰 것을 알 수 있는데, 이는 비효율성 계수를 통해 확인할 수 있는 결과와 일관된 결과를 제시한다.

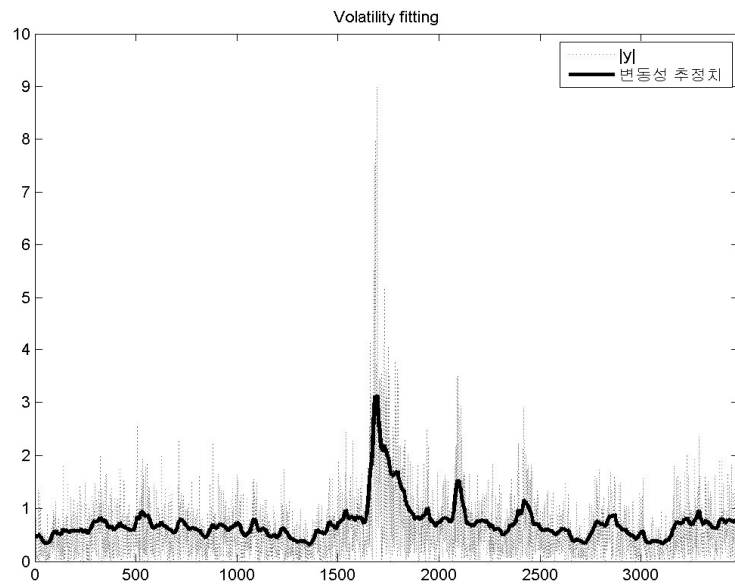
식 (2.1)에 의하면 로그 분산 h_t 가 잘 추정되었을 경우, $e^{h_t/2}$ 가 환율 수익률의 절대값 $|y_t|$ 의 변동을 잘 설명할 수 있다. 〈그림 3.5〉, 〈그림 3.6〉, 〈그림 3.7〉, 〈그림 3.8〉은 각각 $|y_t|$ 와 $e^{h_t/2}$ 를 함께 나타낸 도표로, 모든 환율 수익률에서 h_t 가 잘 추정되어 $|y_t|$ 의 변동성을 잘 설명하는 것을 확인할 수 있다. 이는 〈그림 3.9〉의 GARCH(1,1) 모형의 변동성 추정치와 비교하면 더욱 의미 있는 결과이다.



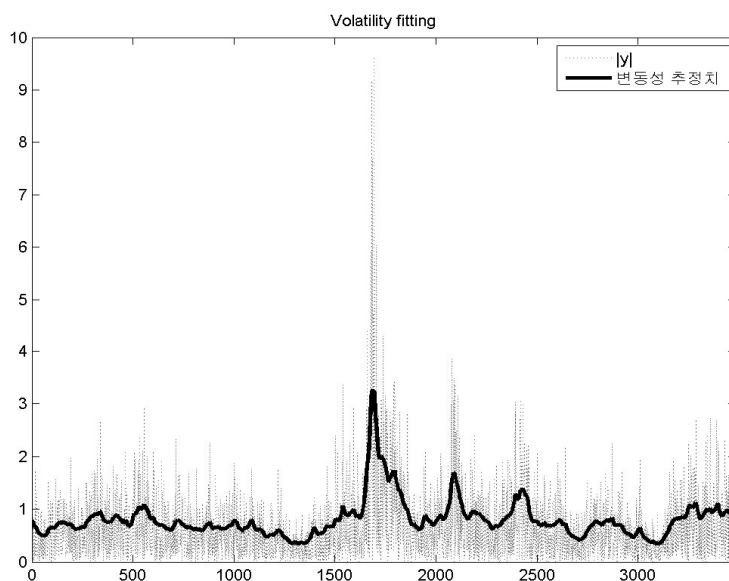
〈그림 3.5〉 원/달러 환율수익률 절대값과 확률적 변동성 모형으로 분석한 환율 수익률의 분산 추정치 비교도표



〈그림 3.6〉 원/엔 환율수익률 절대값과 확률적 변동성 모형으로 분석한 환율 수익률의 분산 추정치 비교도표



〈그림 3.7〉 원/유로 환율수익률 절대값과 확률적 변동성 모형으로 분석한 환율 수익률의 분산 추정치 비교도표



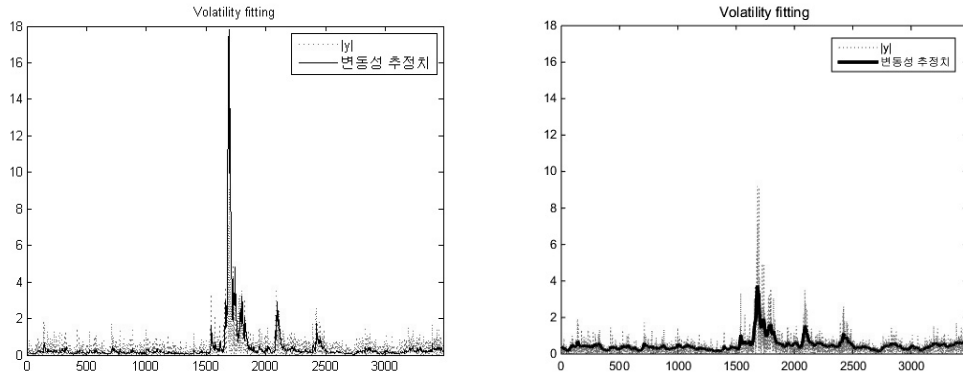
〈그림 3.8〉 원/파운드 환율수익률 절대값과 확률적 변동성 모형으로 분석한 환율 수익률의 분산 추정치 비교도표

3.3 GARCH 모형 모수 추정

〈표 3.3〉 GARCH(1,1) 모형 모수 추정치

	γ_1	α_1	$\gamma_1 + \alpha_1$	α_0
KRW/USD	0.8899	0.09977	0.9896	0.00341
KRW/JPY	0.8978	0.08435	0.9822	0.01360
KRW/EURO	0.9289	0.06549	0.9944	0.00490
KRW/GBP	0.9088	0.07936	0.9882	0.00711

〈표 3.3〉은 환율 수익률을 GARCH(1,1) 모형으로 적합했을 때의 모수 추정치이다. 먼저 각 환율 수익률의 GARCH(1,1) 적합에서 모수 $\gamma_1 + \alpha_1$ 의 값이 1보다 작으므로 모두 정상성을 만족하는 시계열이다. 환율 변동성 지속성과 관련된 모수 γ_1 의 표준 오차가 모두 0.009 이하이며 그러므로 γ_1 의 추정치는 상대적 차이뿐만 아니라 절대적인 차이도 유의하다. 전체적으로 환율 수익률의 GARCH 모형 모수 γ_1 이 확률적 변동성 모형의 모수 ϕ 보다 작게 추정하는데, 이는 확률적 변동성 모형이 변동성의 시계열 상관을 상대적으로 더 크게 추정함을 의미한다. 또한 GARCH 모형에서 원/유로 환율 수익률의 γ_1 모수 추정치가 0.9289로 가장 크게, 원/달러, 원/엔 환율의 γ_1 모수 추정치가 비교적 작게 추정되는데, 이는 확률적 변동성 모형 모수 추정 결과와 같은 결과이다.



〈그림 3.9〉 원-달러 환율 수익률 절대값과 GARCH(1,1) 모형으로 분석한 환율 수익률의 분산 추정치 비교도표(좌)와 확률적 변동성 모형으로 분석한 환율 수익률의 분산 추정치 비교도표(우)

〈그림 3.9〉을 보면 GARCH (1,1)로 추정한 경우 확률적 변동성 모형으로 추정된 경우에 비해 최고점을 지나치게 높게 추정하는 것을 확인할 수 있으며, 이는 극단치에서의 모형 추정치가 두 모형의 차이를 나타낸다는 본 연구의 주장과 일치한다.

3.4 모형 적합도 비교

3.4.1 추정 예측 우도를 통한 모형의 적합도 비교

예측 우도는 모형의 적합도를 평가하는 방법 중 하나로 우도 값이 클수록 예측력이 좋은 모형으로 판단할 수 있다. 또한 정보기준통계량을 통해 시계열 모형을 평가하는 기준으로 AIC(Akaike Information Criterion), BIC(Bayesian Information Criterion), HQC(Hannan Quinn information criterion) 등이 있으며 각 기준을 최소로 하는 모형이 적합도가 높은 모형이다. 이 때 L_{max} 는 최대우도, K 는 모수의 개수, n 은 표본의 크기이다.

$$\begin{aligned} AIC &= -2\log L_{max} + 2K \\ BIC &= -2\log L_{max} + K\log n \\ HQC &= -2\log L_{max} + 2K\log(\log(n)) \end{aligned}$$

〈표 3.4〉는 각 환율 수익률의 로그 우도와 AIC, BIC, HQC를 보여주고 있다. 〈표 3.4〉의 패널(a)는 각 환율 수익률을 확률적 변동성 모형으로 추정했을 때, 그리고 패널(b)는 GARCH(1,1)를 이용해 추정했을 때의 결과를 보여주고 있다.

〈표 3.4〉 모형 비교 통계량

(a) 확률적 변동성 모형

	Log likelihood	AIC	BIC	HQC
KRW/USD	-1834.902	3675.803	3694.270	3682.395
KRW/JPY	-3758.422	7522.845	7541.312	7529.437
KRW/EURO	-3847.626	7701.252	7719.718	7707.844
KRW/GBP	-3452.888	6911.777	6930.244	6918.369

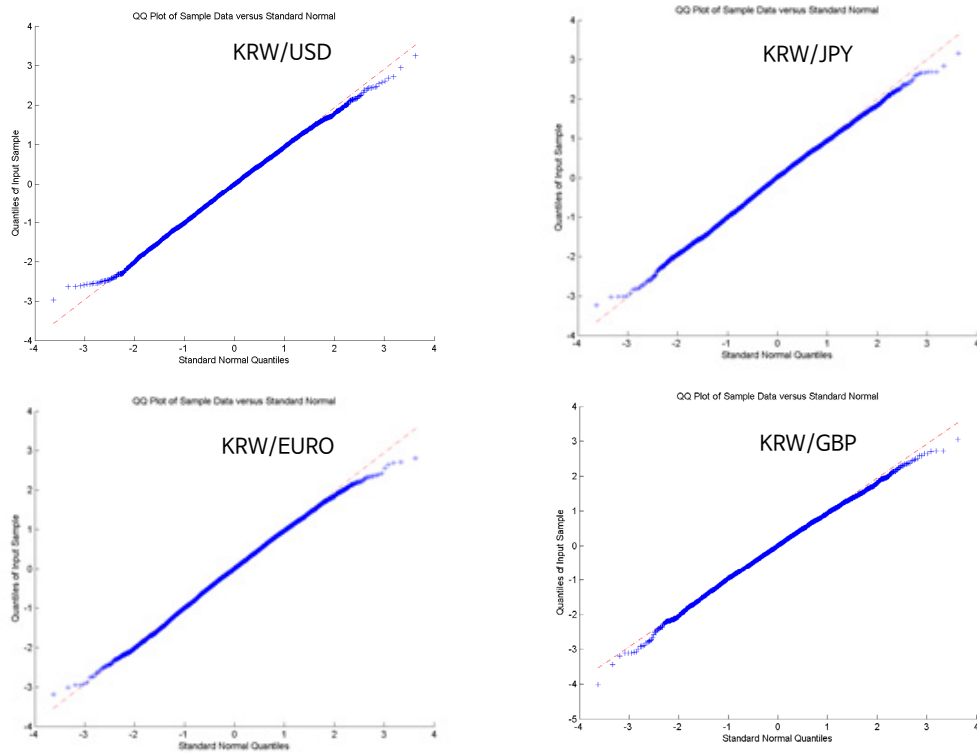
(b) GARCH(1,1) 모형

	Log likelihood	AIC	BIC	HQC
KRW/USD	-2159.628	4325.256	4343.723	4331.848
KRW/JPY	-4042.144	8090.289	8108.756	8096.881
KRW/EURO	-4020.543	8047.085	8065.552	8053.678
KRW/GBP	-3631.662	7269.324	7287.791	7275.916

본 연구에서 사용한 모든 환율 수익률에 대해서 확률적 변동성 모형의 로그 우도가 GARCH(1,1) 모형의 로그 우도 보다 높으므로 확률적 변동성 모형의 적합도가 높다고 볼 수 있다. 또한 AIC, BIC, HQC 기준에서도 일관적으로 확률적 변동성 모형의 적합도가 GARCH(1,1) 모형의 적합도 보다 높게 나타났다. 추가적으로 GARCH(p,q) 모형에서 p,q를 각각 1부터 3까지의 조합해 모형 적합도를 추정해 본 결과 모든 기준에서 확률적 변동성 모형이 GARCH(p,q) 모형보다 우수하다는 결과를 얻을 수 있었다. 그러므로 다른 외국 통화 환율과 마찬가지로 원화 환율에 대해서도 확률적 변동성 모형이 GARCH 모형보다 적합한 모형이라는 결론을 내릴 수 있다.

3.4.2. 확률적 변동성 모형 정규성 검정

〈그림 3.10〉은 각각 원/달러, 원/엔, 원/유로, 원/파운드 환율 수익률의 n_t^M 시계열에 대한 QQ 도표이며, 이를 통해 n_t^M 시계열이 정규분포에 가까운 분포를 가진다는 것을 확인할 수 있다. 〈표 3.5〉는 모형에서 생성된 n_t^M 시계열에 대한 통계량 검정 결과이며, Kolmogorov Smirnov 검정과 Ljung-Box 검정의 경우 통계치와 유의확률(괄호 안)이 주어져 있다.



〈그림 3.10〉 각 환율 수익률 n_t^M 시계열에 대한 QQ 도표

〈표 3.5〉 n_1^M, \dots, n_n^M 통계량 검정

	왜도	초과첨도	K-S 검정	Ljung-Box 검정
KRW/USD	-0.0786	-0.2067	0.0180 (0.204)	71.5024 (0.000)
KRW/JPY	-0.1772	0.0507	0.0203 (0.110)	71.1792 (0.000)
KRW/EURO	-0.0969	-0.1354	0.0174 (0.235)	51.2154 (0.009)
KRW/GBP	-0.1240	-0.2093	0.0145 (0.452)	43.3366 (0.0547)

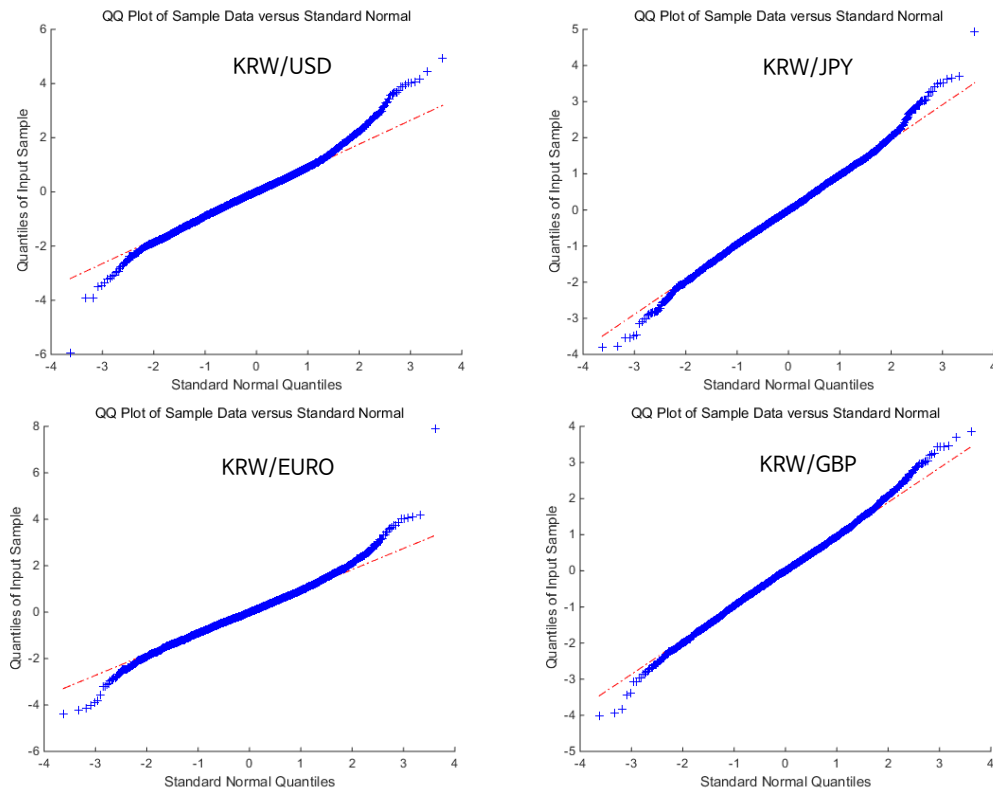
각 환율 수익률 n_t^M 시계열의 왜도, 초과첨도, Kolmogorov-Smirnov 검정 결과를 통해 표본집단 실증 분포가 정규분포와 동일한 분포라고 통계적으로 판단할 수 있다. Ljung-Box 검정 결과 유의수준 5%에서 원/달러, 원/엔 원/유로 환율 수익률의 n_t^M

표본은 귀무가설을 기각할 수 있었던 반면 원/파운드 환율 수익률의 n_t^M 표본은 귀무가설을 기각할 수 없었다. 그러므로 원/달러, 원/엔, 원/유로 환율 수익률의 n_t^M 시계열은 시계열 상관이 있고 원/파운드 환율 수익률의 n_t^M 시계열은 시계열 상관이 없는 독립적인 표본이다.

결과적으로 원/파운드 환율 수익률의 n_t^M 시계열은 독립적인 정규분포를 따르며, 원/달러, 원/엔, 원/유로 환율 수익률의 n_t^M 시계열은 정규분포를 따르지만 독립이라고 볼 수 없다. 확률적 변동성 모델을 이용하여 추정했을 때 원/달러, 원/엔, 원/유로 환율 수익률의 시계열 상관을 완벽하게 제거하지 못한 것은 확률적 변동성 모델이 원 자료에 자기 상관이 없는 경우를 가정한 모형이기 때문이다. 따라서 일별 환율 데이터에 자기상관이 있는 경우 확률적 변동성 모형으로 추정한 경우 n_t^M 시계열이 자기 상관을 가질 수 있다.

3.4.3. GARCH 모형 정규성 검정

시계열 자료의 GARCH 모형 적합도가 높다면 모형 추정 결과 생성된 잔차항 e_t 를 GARCH 표준 편차 σ_t 로 나눈 GARCH 잔차 $\frac{e_t}{\sigma_t}$ 는 독립이며, 평균이 0이고 분산이 1인 정규분포를 따르는 백색소음이 되어야 한다. <그림 3.11>은 각각 원/달러, 원/엔, 원/유로, 원/파운드 환율 수익률 GARCH 잔차의 QQ 도표이다. 네 경우 모두 꼬리 부분의 이상치가 상당히 많이 나오는 것을 볼 수 있는데 이는 GARCH 모형이 변동성의 극단적인 변화를 잘 추정해 내지 못하기 때문으로 보인다. <표 3.6>은 GARCH 잔차에 대한 통계량 검정값이다.



〈그림 3.11〉 각 환율 수익률 GARCH(1,1) 잔차에 대한 QQ 도표

〈표 3.6〉 GARCH 잔차 통계량 검정

	왜도	초과첨도	K-S 검정	Ljung-Box 검정
KRW/USD	0.2800	1.6163	0.0293 (0.005)	91.1293 (0.000)
KRW/JPY	0.2737	2.1137	0.0254 (0.022)	45.9680 (0.031)
KRW/EURO	0.0729	0.6590	0.0155 (0.366)	128.7241 (0.000)
KRW/GBP	0.0517	0.4545	0.0168 (0.274)	100.0294 (0.000)

각 환율 수익률 GARCH 잔차의 왜도 절대값은 모두 1보다 작고 초과 첨도가 3보다 작기 때문에 정규분포의 왜도, 첨도와 같다고 볼 수 있다. Kolmogorov-Smirnov 검정 결과 원/유로, 원/파운드 환율 수익률의 잔차는 정규분포라고 볼 수 있는 반면 원/달러, 원/엔 환율의 경우 환율 수익률의 잔차는 정규분포를 따른다고 볼 수 없다.

GARCH 모형의 잔차는 여전히 꼬리가 두터운 분포이며, Ljung-Box 검정통계량을 통해 자기상관이 상당부분 제거되지 않았음을 확인할 수 있다. 앞서 모수 추정 결과를 보면 GARCH 모형에서 변동성의 자기상관을 의미하는 γ_1 가 확률적 변동성 모형에서 변동성의 자기상관을 의미하는 ϕ 보다 일관적으로 작게 나왔는데, 이를 통해 GARCH 모형은 확률적 변동성 모형과 비교했을 때 변동성의 자기상관을 충분히 잡아내지 못한다는 것을 확인할 수 있다. 결론적으로 GARCH(1,1) 적합으로 생성된 잔차 표본은 독립된 정규분포가 아니며, 모형이 변동성의 자기상관을 충분히 고려하지 못하기 때문에 확률적 변동성 모형의 모형 적합도가 상대적으로 높다.

4. 외표본 검정

마지막으로 모형의 실제 분산 예측력을 비교하기 위해서 외표본 검정을 실시하였다. 2002년 1월 2일부터 2012년 12월 31일 까지($T=2740$)를 내표본으로 설정하고, 2013년 1월 1일부터 2015년 12월 31일 까지($T=743$)를 외표본으로 설정하였다. 구체적인 외표본 검정 방법은 다음과 같다.

4.1 확률적 변동성 모형 외표본 검정

내표본 검정에서 수익률의 로그 분산 h_t^j 를 샘플링 할 때 전체 기간의 자료가 모두 사용되기 때문에 식 (2.9)를 이용하여 h_{t+1} 을 생성한다 해도 $t+1$ 시점 이후의 정보의 영향을 받게 된다. 그러므로 아래와 같은 방식으로 변동성 예측치를 구하여 $t+1$ 시점 이후의 정보의 영향을 전혀 받지 않는 순수한 외표본 변동성 예측치를 생성해야 한다. t 시점까지의 정보만으로 계산한 $t+1$ 시점 변동성 예측치 $h_{f,t}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

1. $t=2740$ 까지의 자료를 이용하여 내표본 h_t 샘플과 ϕ, μ, σ_η^2 모수 추정치를 구한다.
2. 내표본 검정 과정에서 구한 마지막 시점의 $h_t^j(t=2740, h_{2740}^j)$ 를 식 (2.9)에 대입하여 식 (4.1)과 같이 외표본 변동성 예측치 $h_{f,2741}^j$ 를 구한다.

$$h_{f,2741}^j | h_{2740}^j \sim N(\mu^j + \phi^j h_{2740}^j, \sigma_\eta^2) \quad (4.1)$$

3. $t=2741$ 까지의 자료를 이용하여 내표본 h_t^j 샘플과 모수 추정치를 구하고, 같은 방식으로 외표본 변동성 예측치 $h_{f,2742}^j$ 를 구한다.
4. $t=2741$ 에서 $t=3483$ 까지 위 과정을 진행하여 외표본 변동성 예측치 표본 $h_{f,2741}^j, \dots, h_{f,3484}^j$ 를 샘플링 한다.

5. 2번 과정에서 4번 과정까지를 $j=1, \dots, M$ 회 반복하여 M 개의 외표본 변동성 예측치 표본을 샘플링한다.

이 때 전체 기간을 내표본 검정한 결과의 추정치가 $T=2740$ 까지 내표본 검정한 결과의 추정치와 큰 차이가 없으므로 수렴 속도를 빠르게 하기 위하여 내표본 검정에서의 모수 추정치를 매 과정에서의 모수 초기값으로 설정하였다. 또한 h_1, \dots, h_{t-1} 의 초기값은 각각 이전 반복에서 만들었던 표본의 평균값을 이용하였고, h_t 의 초기값은 내표본 검정에서 생성했던 t 시점 표본 h_t 의 평균값을 이용하였다.

4.2 GARCH 모형 외표본 검정

1. $t=2740$ 까지의 자료를 이용하여 MLE 방식으로 $\alpha_0, \alpha_1, \gamma_1$ 모수를 추정한다.
2. 에러 항을 $e_t = y_t$, 분산 초기값을 $\sigma_1^2 = \sum_{t=1}^{2740} y_t^2 / 2740$ 로 설정한다.
3. 식 (2.4)와 초기값, 모수 추정치를 이용하여 $\sigma_2^2, \sigma_3^2, \dots, \sigma_{2741}^2$ 을 순서대로 구한다. 이 때 σ_{2741}^2 은 $t=2740$ 까지의 자료만을 이용하여 구한 순수한 외표본 분산 예측치이다.
4. $t=2740$ 에서 $t=3482$ 까지 위 과정을 진행하여 외표본 분산 예측치 $\sigma_{2741}^2, \dots, \sigma_{3483}^2$ 을 샘플링 한다.

4.3 외표본 예측력 비교

3.4절의 방식을 적용하면 샘플링한 외표본 예측 변동성 표본에 대한 모형의 예측 로그우도를 구할 수 있다. 아래 <표 4.1>은 환율 수익률들을 각각 (a)확률적 변동성 모형과 (b)GARCH(1,1) 모형으로 외표본 검정했을 때의 로그우도, AIC, BIC, HQC 통계량이다.

<표 4.1>외표본 검정 모형 비교 통계량

(a) 확률적 변동성 모형				
	Log likelihood	AIC	BIC	HQC
KRW/USD	-434.286	874.572	893.039	881.164
KRW/JPY	-832.449	1670.898	1689.365	1677.491
KRW/EURO	-805.370	1616.740	1635.207	1623.332
KRW/GBP	-716.656	1439.312	1457.779	1445.904
(b)GARCH(1,1) 모형				
	Log likelihood	AIC	BIC	HQC
KRW/USD	-427.966	861.931	880.398	868.524
KRW/JPY	-826.396	1658.793	1677.260	1665.385
KRW/EURO	-811.060	1628.119	1646.586	1634.711
KRW/GBP	-712.907	1431.814	1450.281	1438.406

원/유로 환율 수익률의 경우 확률적 변동성 모형으로 추정했을 때의 예측로그우도 값이 -805.370, GARCH(1,1) 모형으로 추정했을 때의 예측로그우도 값이 -811.060로 나타나 확률적 변동성 모형의 외표본 예측력이 좋은 것으로 나타났으며, 나머지 환율들에 대해서는 GARCH(1,1) 모형의 외표본 예측력이 더 좋은 것으로 나타났다. 마찬가지로 AIC, BIC, HQC 기준으로 봤을 때 원/유로 환율 수익률의 경우 확률적 변동성 모형의 예측력이 좋았으나 나타났으나 다른 환율들의 경우 GARCH(1,1) 모형 더 예측력이 좋은 것으로 나타났다. 하지만 모형 간 외표본 적합도의 차이를 내표본 적합도 차이와 비교했을 때 상대적으로 외표본 적합도의 차이가 작고, 환율의 종류에 따라서 적절한 모형이 다른 것을 확인할 수 있었다. 그러므로 환율 수익률의 예측력 측면에서는 대체로 GARCH(1,1) 모형이 미세하게 우세하나, 설명력 측면에서는 확률적 변동성 모형이 우세하다고 결론내릴 수 있다.

5. 결론

기존 원화 환율에 대한 실증 연구에서는 환율 변동성을 설명하기 위하여 주로 GARCH 모형을 사용하였으나, 해외의 환율 연구에서는 확률적 변동성 모형이 GARCH 모형보다 우월한 경우가 많았다. 환율 변동성의 정확한 추정은 파생상품을 이용한 환 위험을 헤지하기 위한 파생상품 거래에서도 필요하다. 특히 여러 해외의 연구들은 환위험을 헤지 하기 위해 확률적 변동성 모형을 사용할 경우 가장 효과적임을 보여주고 있다.⁷⁾ 따라서 본 연구는 확률적 변동성 모형을 이용하여 원화 환율의 변동성을 추정하고, 모형 비교를 통해 기존에 주로 사용하던 GARCH(1,1) 모형보다 확률적 변동성 모형이 더욱 적합한 모형임을 확인한 것에 의의가 있다.

모형 모수 추정 결과 원/유로, 원/파운드 환율 수익률의 경우 변동성의 지속성이 크며, 원/달러, 원/엔 환율 수익률의 경우 변동성의 지속성이 작다는 것을 확인할 수 있었다. 확률적 변동성 모형과 GARCH(1,1) 모형에서 변동성의 자기상관을 나타내는 모형 모수를 비교해 보면 확률적 변동성 모형이 변동성의 자기상관을 상대적으로 크게 추정하는 것을 확인할 수 있는데, GARCH(1,1) 모형 잔차의 정규성 검정 결과와 조합하여 볼 때 GARCH(1,1) 모형으로는 환율 변동성의 시계열상관을 충분히 제거하지 못한다는 결론을 내릴 수 있다.

7) Bos, Mahieu, and Van Dijk(2000)은 통화 위험을 헤지하기 위해 변동성 모형으로서 일정한 변동성 모형, GARCH 모형, 확률적 변동성 모형을 가정한 후 헤지 비율을 추정하였는데, 마르크-달러 일별 환율 자료를 이용하여 확률적 변동성 모형으로 변동성을 추정했을 때 가장 효과적인 헤지가 이루어짐을 보여주었다. Malik(2005)는 2001년 12월부터 2002년 3월까지의 파운드/달러, 유로/달러의 시간 당 환율 수익률의 변동성을 비교하기 위해 GARCH, 확률적 변동성 모형을 사용한 결과 고빈도 자료 분석에서는 확률적 변동성 모형의 성능이 가장 우수하다는 것을 보여주었다. Della Corte, Sarno, and Tsiakas(2009) 또한 1976년 1월부터 2004년 12월까지의 달러-파운드, 달러-마르크/유로, 달러/유로, 달러/엔의 월별 환율 수익률의 변동성을 선형회귀, GARCH, 확률적 변동성 모형을 비교한 결과 확률적 변동성 모형이 환율 변동성을 잘 추정한다고 결론지었다.

추정 예측 우도 및 정보기준통계량들로 두 모형의 적합도를 비교해 봤을 때 모든 환율에 대해서 확률적 변동성 모형의 적합도가 높게 나온 것을 확인 할 수 있었다. 또한 잔차에 대한 정규성 검정을 했을 때 확률적 변동성 모형의 잔차는 정규분포에 근접하게 나온 반면 GARCH(1,1) 모형의 잔차는 꼬리 부분의 이상치가 많이 발생했는데, 이는 GARCH(1,1) 모형이 변동성의 극단치를 잘 추정하지 못하며 시계열상관을 충분히 제거하지 못한 것으로 볼 수 있다.

마지막으로 두 모형의 환율 예측력을 비교하기 위하여 외표본 검정을 진행하였으며 그 결과 GARCH(1,1) 모형의 외표본 적합도가 높은 것을 확인할 수 있었고, 이는 GARCH(1,1) 모형의 예측력이 확률적 변동성 모형보다 높다는 것을 의미한다. 하지만 모형 간 외표본 적합도의 차이가 작고, 환율의 종류에 따라 모형의 성능이 달라지므로 환율 수익률의 예측력 측면에서는 GARCH(1,1) 모형이 미세하게 우세하나 설명력 측면에서는 확률적 변동성 모형이 우세하다고 결론내릴 수 있다.

(2017년 5월 16일 접수, 2017년 6월 19일 수정, 2017년 6월 26일 채택)

〈부록〉 MCMC 방법론을 이용한 확률적 변동성 모형 모수 샘플링

〈Step1〉 로그 분산 h_t 샘플링

로그 분산 h_t 의 사후 분포는 아래와 같이 쓸 수 있다. h_t 는 t 시점을 제외한 모든 시점의 h_t 를 의미한다.

$$f(h_t|h_t, y, \theta) \propto f(h_t|h_t, \theta) f(y_t|h_t, \theta) \quad t = 1, \dots, T$$

이 경우 확률 밀도함수의 풀이해(closed form)가 존재하지 않아서 Gibbs 샘플링이 불가능하다. 따라서 표본을 추출하기 위해서는 Metropolis-Hastings 알고리즘을 이용해야 한다. $N(t|a, b)$ 를 평균이 a , 분산이 b 인 정규분포의 확률밀도라 하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} f(h_t|h_t, \theta) &= f(h_t|h_{t-1}, h_{t+1}, \theta) = N(h_t|h_t^*, \theta) \quad t = 1, \dots, T \\ \text{단, } h_t^* &= \mu + \frac{\phi(h_{t-1} - \mu) + (h_{t+1} - \mu)}{(1 + \phi^2)} \\ v^2 &= \frac{\sigma_\eta^2}{1 + \phi^2} \end{aligned}$$

$\exp(-h_t)$ 가 볼록함수이므로 h_t 에 대해 선형이면서 f^* 보다 큰 함수를 정의할 수 있다. $\log f(y|h_t, \theta) = \text{const} + \log f^*(y_t, h_t, \theta)$ 형태로 나타내면 아래와 같은 부등식을 도출 가능하다.

$$\begin{aligned} \log f^*(y_t, h_t, \theta) &= -\frac{1}{2}h_t - \frac{y_t^2}{2}\exp(-h_t) \\ &\leq -\frac{1}{2}h_t - \frac{y_t^2}{2}\exp(-h_t^*)(1 + h_t^*) - h_t\exp(-h_t) \\ &= \log g^*(y_t, h_t, \theta, h_t^*) \\ f(h_t|h_t, \theta)f^*(y_t, h_t, \theta) &\leq N(h_t|h_t^*, v^2)g^*(y_t, h_t, \theta, h_t^*) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

식 (A.1) 부등식 우변을 결합할 수 있으며, 이 함수는 $N(h_t|\mu, v^2)$ 에 대해 선형인 함수임을 알 수 있다. 단, $\mu_t = h_t^* + \frac{v^2}{2}[y_t^2\exp(-h_t^*) - 1]$ 이다. 이제 식 (A.1)의 g^* 를 수용-기각 과정에 적용하여 $f(h_t|h_t, \theta)$ 분포를 따르는 h_t 표본을 추출할 수 있다(Ripley, 1987). 먼저 $N(\mu, v^2)$ 에서 h_t^* 를 추출하고, 추출한 h_t^* 를 f^*/g^* 의 확률로 수용한다. 만약 수용될 경우 h_t^* 가 i 번째 반복 시행에서의 표본 $h_t^{(i)}$ 가 되며, 기각될 경우 $i-1$ 번째 반복

시행에서의 표본 $h_t^{(i-1)}$ 이 $h_t^{(i)}$ 을 대체한다. 위 알고리즘을 모든 $t=1, \dots, T$ 에 대해 수행하면 전체 h_t 시계열 표본을 구할 수 있다.

〈Step2〉 σ_η^2 샘플링

σ_η^2 의 사전분포를 $\sigma_\eta^2 \sim IG(\frac{\sigma_r}{2}, \frac{S_\sigma}{2})$ 라 가정하면, 아래 식으로부터 σ_η^2 를 샘플링 할 수 있다.

$$\sigma_\eta^2 | y, h, \phi, \mu \sim IG\left(\frac{n + \sigma_r}{2}, \frac{S_\sigma + (h_1 - \mu)^2(1 - \phi^2) + \sum_{t=1}^{n-1} ((h_{t+1} - \mu) - \phi(h_t - \mu))^2}{2}\right)$$

이 때 IG 는 역감마함수이며, Kim, Shephard, and Chib(1998)와 동일하게 $\sigma_r = 5$, $S_\sigma = 0.01 \times \sigma_r$ 로 설정하였다.

〈Step3〉 ϕ 샘플링

ϕ^* 를 모수 $(\phi^{(1)}, \phi^{(2)})$ 를 따르는 베타 분포라고 하고, $\phi = 2\phi^* - 1$ 로 정의하면, ϕ 에 대한 사전 분포는 아래 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\pi(\phi) \propto \frac{(1+\phi)^{\phi^{(1)}-1}}{2} \frac{(1-\phi)^{\phi^{(2)}-1}}{2}$$

ϕ 가 가질 수 있는 범위는 $(-1, 1)$ 이며 사전 분포의 평균은 $\frac{2\phi^{(1)}}{\phi^{(1)} + \phi^{(2)}} - 1$ 이다. 본 연구에서는 Kim, Shephard, and Chib(1998)와 동일하게 $\phi^{(1)} = 20$, $\phi^{(2)} = 1.5$, 로 설정하였으므로 ϕ 의 사전 분포의 평균을 0.86으로 가정한 것과 같다. ϕ 의 완전 조건부 확률밀도는 $\pi(\phi)f(h|\mu, \phi, \sigma_\eta^2)$ 과 정비례 관계에 있으며, 아래 식을 만족한다.

$$\log f(h|\mu, \phi, \sigma_\eta^2) \propto -\frac{(h_1 - \mu)^2(1 - \phi^2)}{2\sigma_\eta^2} + \frac{1}{2} \log(1 - \phi^2) - \frac{\sum_{t=1}^{n-1} ((h_{t+1} - \mu) - \phi(h_t - \mu))^2}{2\sigma_\eta^2}$$

우변의 함수는 $\phi^{(1)}, \phi^{(2)}$ 의 값과 관계없이 ϕ 에 대한 오목함수이기 때문에 ϕ 를 수용-기각 과정으로 추출할 수 있다. 이 때 사전 분포를 1차 테일러 전개하여 ϕ 의 평균과 분산을 각각 유도할 수 있다.

$$\hat{\phi} = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} ((h_{t+1} - \mu)(h_t - \mu))}{\sum_{t=1}^{n-1} (h_t - \mu)^2}$$

$$V_{\phi} = \frac{\sigma_{\eta}^2}{\sum_{t=1}^{n-1} (h_t - \mu)^2}$$

먼저 $\phi^* \sim N(\hat{\phi}, V_{\phi})$ 에서 ϕ^* 을 추출하고, 추출한 ϕ^* 가 정해진 범위 내에서 생성되었다면 이 값을 $\exp[g(\phi^*) - g(\phi^{(i-1)})]$ 의 확률로 수용한다. 단 $g(\phi) = \log \pi(\phi) - \frac{(h_1 - \mu)^2(1 - \phi^2)}{2\sigma_{\eta}^2} + \frac{1}{2} \log(1 - \phi^2)$ 이고 $\phi^{(i-1)}$ 은 $i-1$ 번 째 반복에서 추출된 ϕ 이다. 만약 ϕ^* 가 기각된다면, i 번째 샘플 $\phi^{(i)}$ 에는 $\phi^{(i-1)}$ 이 저장된다.

〈Step 4〉 μ 샘플링

μ 의 전체 조건부 확률밀도는 아래 식과 같다. (단, $\mu' = \frac{\mu}{1-\phi}$)

$$\mu' | h, \phi, \sigma_{\eta}^2 \sim N(\hat{\mu}, \sigma_{\mu}^2)$$

$$\hat{\mu} = \sigma_{\mu}^2 \frac{(1 - \phi^2)}{2\sigma_{\eta}^2} h_1 + \frac{(1 - \phi)}{\sigma_{\eta}^2} (h_{t+1} - \phi h_t)$$

$$\sigma_{\mu}^2 = \sigma_{\eta}^2 (n-1)(1 - \phi)^2 + (1 - \phi^2)^{-1}$$

μ 의 경우 확률 밀도의 풀이해가 주어져있으므로 위 분포에서 μ 를 샘플링 할 수 있다.

참고문헌

- 김보미, 김재희 (2013). 일별 환율데이터에 대한 시계열 모형 적합 및 비교 분석, <응용통계연구>, 26(1), 14-27.
- 문창권 (2010). 환율 변동성 측정과 GARCH 모형의 적용: 실용정보처리접근법, <통상정보연구>, 12(1), 99-121.
- 오문석, 이상근 (2000). 환율결정모형의 원/달러환율 예측력 비교, <경영학연구>, 29(4), 711-722.
- 이근영 (2009). 원/달러 환율의 표본외 예측, <국제경제연구>, 15(2), 23-53.
- 이윤석 (2007). 원/달러 환율 예측력 분석에 관한 연구, <한국금융연구원>, 2, 1-80.
- 천도현 (2017). 확률적 변동성 모형을 이용한 원화 환율 변동성 추정. 한국과학기술원 경영대학 경영공학과 석사학위논문.
- 최생림, 형남원 (2003). 환율 변동성 예측 모형의 실증분석 -원/달러 환율을 중심으로, <국제경영연구>, 14(1), 95-109.
- Alexander, C. and Lazar, E. (2006). Normal mixture GARCH (1, 1): Applications to exchange rate modelling, *Journal of Applied Econometrics*, 21(3), 307-336.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-327.
- Bos, C. S., Mahieu, R. J., and Van Dijk, H. K. (2000). Daily exchange rate behavior and hedging of currency risk, *Journal of Applied Econometrics*, 15(6), 671-696.
- Chib, S., and Greenberg, E. (1996). Markov chain Monte Carlo simulation methods in econometrics, *Econometric Theory*, 12(3), 409-431.
- Della Corte, P., Sarno, L. and Tsiakas, I. (2009). An economic evaluation of empirical exchange rate models, *Review of Financial Studies*, 22(9), 3491-3530.
- Edwards, S., and Rigobon, R. (2009). Capital controls on inflows, exchange rate volatility and external vulnerability, *Journal of International Economics*, 78(2), 256-267.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987-1007.
- Eraker, B., Johannes, M., & Polson, N. (2003). The impact of jumps in volatility and returns. *The Journal of Finance*, 58(3), 1269-1300.
- Gelfand, A. E., and Smith, A. F. (1990). Sampling-based approaches to calculating marginal densities, *Journal of the American statistical association*, 85(410), 398-409.
- Geman, S., and Geman, D. (1984). Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images, *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 6, 721-741.

- Geweke, J. (1989). Bayesian inference in econometric models using Monte Carlo integration, *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 57(6), 1317–1339.
- Chib, S. and Greenberg, E. (1995). Understanding the metropolis–hastings algorithm, *The American Statistician*, 49(4), 327–335.
- Ghysels, E., Harvey, A. C., & Renault, E. (1996). 5 *Stochastic volatility*, Handbook of statistics, 14, 119–191.
- Gilks, W. R., Richardson, S., and Spiegelhalter, D. (Eds.). (1995). *Markov chain Monte Carlo in practice*. CRC press.
- Hull, J. C. (2006). *Options, futures, and other derivatives*, Pearson Education India.
- Hansen, P. R. and Lunde, A. (2005). A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH (1, 1)?, *Journal of Applied Econometrics*, 20(7), 873–889.
- Hastings, W. K. (1970). Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications, *Biometrika*, 57(1), 97–109.
- Jacquier, E., Polson, N. G. and Rossi, P. E. (2002). Bayesian analysis of stochastic volatility models, *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(1), 69–87.
- Kim, S., Shephard, N. and Chib, S. (1998). Stochastic volatility: likelihood inference and comparison with ARCH models, *The Review of Economic Studies*, 65(3), 361–393.
- Lee, J. (2000). Change in volatility in the Won/US dollar daily exchange rate: stochastic volatility model, *Asia-Pacific Financial Markets*, 7(1), 83–96.
- Ljung, G. M. and Box, G. E. (1978). On a measure of lack of fit in time series models, *Biometrika*, 65(2), 297–303.
- Malik, A. K. (2005). European exchange rate volatility dynamics: an empirical investigation, *Journal of Empirical Finance*, 12(1), 187–215.
- Martens, M. (2001). Forecasting daily exchange rate volatility using intraday returns, *Journal of International Money and Finance*, 20(1), 1–23.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H. and Teller, E. (1953). Equation of state calculations by fast computing machines, *The Journal of Chemical Physics*, 21(6), 1087–1092.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach, *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 59(2), 347–370.
- Olowe, R. A. (2009). Modelling naira/dollar exchange rate volatility: application of GARCH and assymetric models, *International Review of Business Research Papers*, 5(3), 377–398.
- Pitt, M. K. and Shephard, N. (1999a). Analytic convergence rates and parameterization issues for the Gibbs sampler applied to state space models, *Journal of*

- Time Series Analysis*, 20(1), 63–85.
- Pitt, M. K. and Shephard, N. (1999b). Filtering via simulation: Auxiliary particle filters, *Journal of the American Statistical Association*, 94(446), 590–599.
- Rapach, D. E. and Strauss, J. K. (2008). Structural breaks and GARCH models of exchange rate volatility, *Journal of Applied Econometrics*, 23(1), 65–90.
- Ripley, B. D. (2009). *Stochastic Simulation*, John Wiley & Sons.
- Rosenblatt, M. (1952). Remarks on a multivariate transformation, *The Annals of Mathematical Statistics*, 23(3), 470–472.
- Shephard, N. (1996). Statistical aspects of ARCH and stochastic volatility, *Monographs on Statistics and Applied Probability*, 65, 1–68.
- Silvey, T. (2007). An investigation of the relative performance of GARCH models versus simple rules in forecasting volatility, *Forecasting volatility in the financial markets*, 3, 101–130.
- Tanner, M. A. (1996). *Tools for statistical inference: methods for the exploration of posterior distributions and likelihood functions*, Springer-Verlag, New York.
- Tanner, M. A. and Wong, W. H. (1987). The calculation of posterior distributions by data augmentation, *Journal of the American Statistical Association*, 82(398), 528–540.
- Taylor, S. (1982). *Financial returns modelled by the product of two stochastic processes, a study of daily sugar prices 1961–79*, Time Series Analysis: Theory and Practice 1, Anderson, Amsterdam.
- Taylor, S. (1986). *Modelling Financial Time Series*, John Wiley, New York.
- Xiao, L. and Aydemir, A. (2007). Volatility modelling and forecasting in finance, *Forecasting volatility in the financial markets*, 3, 1–45.

Volatility Estimation with Stochastic Volatility Model: Application in Korean Exchange Market

Dohyun Cheon¹⁾ · Byung Chun Kim²⁾ · Jihun Kim³⁾

Abstract

In this paper, we estimate the important KRW exchange rates as a stochastic volatility model, which is known as better estimate of the exchange rate series than the GARCH type model. We estimate the volatility of KRW/USD, KRW/JPY, KRW/EURO, and KRW/GBP with stochastic volatility model and the GARCH (1,1) model and compare each other. The results show that the fit of the stochastic volatility model is higher than the GARCH (1,1) model. The results of the normality test demonstrate that GARCH (1,1) does not estimate the extremes of the volatility, while the stochastic volatility model estimates extreme volatility well. The extreme values of estimated volatility errors are attributed to the fact that the stochastic volatility model fit in-sample data more suitable than GARCH (1,1). However, the results of the out-of-sample test show that the stochastic volatility model is better only for KRW/EURO exchange rate and the GARCH (1,1) model is better for the other exchange rates in terms of prediction.

Key words : Stochastic Volatility Model, GARCH, KRW exchange rate, Volatility estimation, MCMC

1) Ph.D student, Dept. of Business KAIST, Dongdaemun-gu, Seoul 02455, South Korea; E-mail: dohyun0323@business.kaist.ac.kr

2) Professor, Dept. of Business KAIST, Dongdaemun-gu, Seoul 02455, South Korea; E-mail: bckim@business.kaist.ac.kr

3) (Corresponding author) Ph.D student, Dept. of Business KAIST, Dongdaemun-gu, Seoul 02455, South Korea; E-mail: jihunkim79@gmail.com