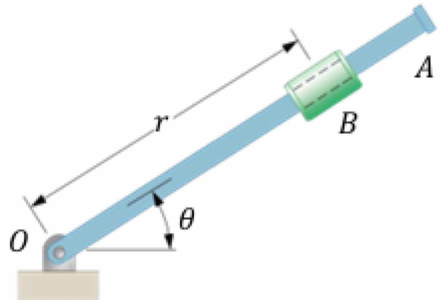
1 반경 방향과 횡 방향 성분



길이가 1 m인 막대 OA는 O를 중심으로 $\theta = 0.12t^2\,(rad)$ 으로 회전한다. t 는 초로 표시된다. 칼라 B 는 O 점으로부터 거리 $r = 1.0 - 0.1t^2$ (m)으로 막대를 따라서 미끄러진다. 막대 OA 가 30° 회전하였을 때 칼라 B 의 속도와 가속도를 구하시오.

문제 요약

- 막대 OA의 길이는 $1\ \mathrm{m}$
- 각도 $\theta = 0.12t^2$ (rad), t는 초
- $r = 1.0 - 0.1t^2(m)$, 칼라 B의 거리
- $\theta = 30^\circ$에서 칼라 B의 속도와 가속도를 구하라.

1. 각도 및 시간 관계

- 각도 θ는 $0.2t^2$로 주어졌습니다.
- 반지름 r은 $1.0 - 0.1t^2$입니다.

2. 각속도와 각가속도

1. 각속도 $\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$:

$$\theta = 0.2t^2$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 0.4t$$

1. 각가속도

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}:$$

$$\alpha = 0.4$$

3. 칼라 B의 속도와 가속도

1. 칼라B의 위치 $r = 1.0 - 0.1t^2$:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt}(1.0 - 0.1t^2) = -0.2t$$

1. 칼라B의 속도 v_B:

$$v_B = \sqrt{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + (r\omega)^2}$$

$$v_B = \sqrt{(-0.2t)^2 + [(1.0 - 0.1t^2) \times 0.4t]^2}$$

1. 칼라 B의 가속도 a_B:

- 가속도에는 두 가지 성분이 있습니다: 접선 가속도와 반경 방향 가속도.

$$a_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r\omega^2$$

$$a_r = -0.2 - (1.0 - 0.1t^2) \times (0.4t)^2$$

$$a_\theta = r\alpha + 2\frac{dr}{dt}\omega$$

$$a_\theta = (1.0 - 0.1t^2) \times 0.4 + 2 \times (-0.2t) \times 0.4t$$

4. $\theta = 30^\circ$일 때 시간 구하기

1. $\theta = 30^\circ = \frac{\pi}{6} rad$일 때:

$$0.2t^2 = \frac{\pi}{6}$$

$$t^2 = \frac{\pi}{1.2} = \frac{5\pi}{6}$$

$$t = \sqrt{\frac{5\pi}{6}}$$

```
% 상수 정의
theta_deg = 30; % 각도 (도 단위)
theta_rad = deg2rad(theta_deg); % 각도 (라디안 단위)

% theta와 r의 함수
theta_coeff = 0.2;
r_coeff = 0.1;

% 시간 계산
t = sqrt(theta_rad / theta_coeff);

% 각속도와 각가속도
omega = 2 * theta_coeff * t;
alpha = 2 * theta_coeff;

% 칼라 B의 위치와 속도
r = 1.0 - r_coeff * t^2;
dr_dt = -2 * r_coeff * t;

% 칼라 B의 속도
v_B = sqrt((dr_dt)^2 + (r * omega)^2);

% 가속도 계산
d2r_dt2 = -2 * r_coeff;
a_r = d2r_dt2 - r * omega^2;
a_theta = r * alpha + 2 * dr_dt * omega;

% 총 가속도
a_B = sqrt(a_r^2 + a_theta^2);

% 결과 출력
fprintf('칼라 B의 속도 v_B: %.4f m/s\n', v_B);
```

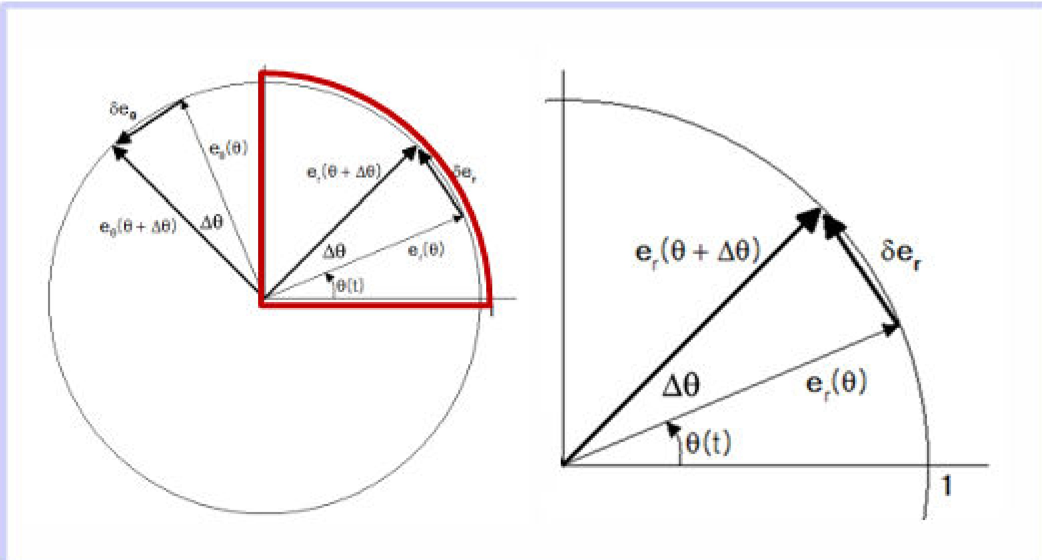
```
칼라 B의 속도 v_B: 0.5770 m/s
```

```
fprintf('칼라 B의 가속도 a_B: %.4f m/s^2\n', a_B);
```

```
칼라 B의 가속도 a_B: 0.5240 m/s^2
```

```
칼라 B의 속도 v_B: 0.5770 m/s
칼라 B의 가속도 a_B: 0.5240 m/s^2
```

1 반경 방향과 횡 방향 성분



반경 방향 및 회전 방향 성분

1. **반경 방향 (e_r)**:

- 물체의 운동 방향이 중심을 향하는 방향입니다.
- 속도와 가속도의 성분 중 원의 중심을 향하는 부분입니다.

1. **회전 방향 (e_θ)**:

- 물체의 운동 방향이 원의 접선 방향을 따라가는 방향입니다.
- 물체의 각속도에 의한 속도 성분이 해당됩니다.

속도와 가속도 성분의 분석

회전 운동에서는 물체의 위치를 극좌표로 표현할 때 속도와 가속도의 두 가지 성분으로 나눌 수 있습니다.

속도 (v)

속도는 반경 방향과 회전 방향의 두 가지 성분으로 나뉩니다:

$$v = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dr}{dt} e_r + r \frac{d\theta}{dt} e_\theta$$

- $\frac{dr}{dt}$: 반경 방향의 변화율 (축방향 속도 성분)

- $\frac{d\theta}{dt}$: 회전 방향의 속도 성분 (각속도 ω로 인한 접선 속도)

가속도 (a)

가속도도 마찬가지로 두 성분으로 나뉩니다:

$$a = \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right)e_r + \left(r\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\right)e_\theta$$

- 반경 방향 가속도 (e_r 성분):

$$a_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

- $\frac{d^2r}{dt^2}$: 반경 방향의 가속도 성분
- $r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$: 원심 가속도 성분 (반경 방향 가속도의 일부)
- 회전 방향 가속도 (e_θ 성분):

$$a_\theta = r\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}$$

- $r\frac{d^2\theta}{dt^2}$: 각가속도에 의한 가속도 성분
- $2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}$: 코리올리 가속도 성분

예시 적용

주어진 조건을 사용하여 구체적으로 적용할 수 있습니다.

$$\theta = 0.2t^2, \quad r = 1.0 - 0.1t^2$$

1. 각속도 (ω):

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 0.4t$$

1. 각가속도 (α):

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0.4$$

1. 반경 방향 속도 및 가속도:

$$\frac{dr}{dt} = -0.2t, \quad \frac{d^2r}{dt^2} = -0.2$$

1. 가속도 성분:

- 반경 방향 가속도:

$$a_r = -0.2 - (1.0 - 0.1t^2)(0.4t)^2$$

- 회전 방향 가속도:

$$a_\theta = (1.0 - 0.1t^2) \times 0.4 + 2 \times (-0.2t) \times 0.4t$$

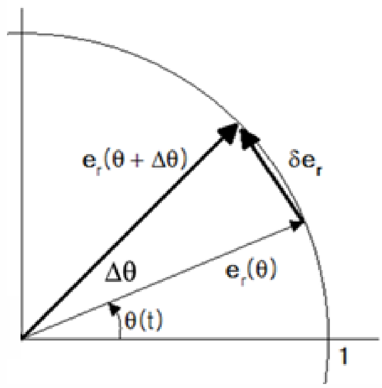
```
% 상수 및 초기 조건
theta_deg = 30; % 각도 (degree)
theta_rad = deg2rad(theta_deg); % 각도 (radian)

% 주어진 수식의 계수
theta_coeff = 0.2;
r_coeff = 0.1;

% 시간 계산
t = sqrt(theta_rad / theta_coeff);

% 각속도와 각가속도 계산
omega = 2 * theta_coeff * t; % d(theta)/dt = 0.4 * t
alpha = 2 * theta_coeff; % d^2(theta)/dt^2 = 0.4

% 반지름 r 및 그에 대한 시간에 따른 변화율
r = 1.0 - r_coeff * t^2; % r = 1.0 - 0.1 * t^2
dr_dt = -2 * r_coeff * t; % dr/dt = -0.2 * t
d2r_dt2 = -2 * r_coeff; % d^2r/dt^2 = -0.2

% 반경 방향 가속도 (a_r)
a_r = d2r_dt2 - r * omega^2;

% 회전 방향 가속도 (a_theta)
a_theta = r * alpha + 2 * dr_dt * omega;

% 칼라 B의 속도 (v_B) 및 가속도 (a_B) 계산
v_B = sqrt((dr_dt)^2 + (r * omega)^2); % 속도
a_B = sqrt(a_r^2 + a_theta^2); % 총 가속도

% 결과 출력
fprintf('칼라 B의 속도 v_B: %.4f m/s\n', v_B);
```

```
칼라 B의 속도 v_B: 0.5770 m/s
```

```
fprintf('칼라 B의 가속도 a_B: %.4f m/s^2\n', a_B);
```

칼라 B의 가속도 a_B: 0.5240 m/s^2

① 반경 방향과 횡 방향 성분



$$\dot{\mathbf{e}}_\mathbf{r} = \frac{d\mathbf{e}_\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\mathbf{e}_\mathbf{r}}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}\frac{d\mathbf{e}_\mathbf{r}}{d\theta}$$

$$\frac{d\mathbf{e}_\mathbf{r}}{d\theta} = \lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{\mathbf{e}_\mathbf{r}(\theta+\Delta\theta) - \mathbf{e}_\mathbf{r}(\theta)}{\Delta\theta}$$

$$= \lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{\Delta\theta\mathbf{e}_\theta}{\Delta\theta} = \boldsymbol{e}_\boldsymbol{\theta}$$

$$\frac{d\mathbf{e}_\mathbf{r}}{dt} = \dot{\theta}\frac{d\mathbf{e}_\mathbf{r}}{d\theta} = \dot{\theta}\mathbf{e}_\boldsymbol{\theta}$$

수식 유도 과정

1. 반경 방향 단위 벡터 e_r의 변화:

- e_r는 반경 방향을 나타내는 단위 벡터로, 원운동에서 각도 θ에 따라 방향이 변화합니다.
- θ가 증가하면 e_r의 방향도 변하는데, 이 변화를 $\Delta\theta$만큼의 각도 변화로 표현할 수 있습니다.

1. 변화율 계산:

- 각도 θ가 $\Delta\theta$만큼 변화할 때 e_r의 변화는 다음과 같이 나타낼 수 있습니다:

$$\frac{de_r}{d\theta} = \lim_{\Delta\theta \to 0} \frac{e_r(\theta + \Delta\theta) - e_r(\theta)}{\Delta\theta}$$

1. **벡터의 변화**:

- $e_r(\theta)$에서 $e_r(\theta + \Delta\theta)$로 변할 때, 그 벡터의 변화는 $\Delta\theta$에 비례하며, 이 변화는 회전 방향 벡터 e_θ와 관련이 있습니다.
- $e_r(\theta + \Delta\theta) - e_r(\theta)$는 $\Delta\theta$만큼의 회전 방향 성분으로 바뀝니다.
- 이 변화는 실제로 $\Delta\theta$에 비례하며, 그 비례 상수는 e_θ입니다.

1. **극한을 통한 미분**:

- 이 변화를 극한으로 나타내면:

$$\frac{de_r}{d\theta} = \lim_{\Delta\theta \to 0} \frac{\Delta\theta e_\theta}{\Delta\theta} = e_\theta$$

1. **최종 결과**:

- 결과적으로, 반경 방향 단위 벡터 e_r의 각도 θ에 대한 미분은 회전 방향 단위 벡터 e_θ와 같습니다:

$$\frac{de_r}{d\theta} = e_\theta$$

해석

- 이 결과는 반경 방향 단위 벡터 e_r가 각도 θ에 따라 변화할 때 그 변화 방향이 항상 회전 방향 단위 벡터 e_θ를 향한다는 것을 보여줍니다.
- 즉, e_r의 변화는 단순히 크기만 변하는 것이 아니라, 방향의 변화로 나타나며, 이 방향의 변화가 바로 e_θ의 방향과 일치함을 의미합니다.

반경 방향 및 회전 방향 성분

1. **반경 방향 단위 벡터 (e_r)의 시간에 따른 변화**:

- 반경 방향 단위 벡터 e_r는 원의 중심을 향하는 방향을 나타내며, 원운동의 경우 시간에 따라 방향이 변합니다.
- e_r의 시간에 따른 변화율은 다음과 같이 나타낼 수 있습니다:

$$\dot{e_r} = \frac{de_r}{dt}$$

1. **회전 방향 단위 벡터 (e_θ)의 정의**:

- 회전 방향 단위 벡터 e_θ는 반경 방향에 대해 수직인 방향을 나타내며, 원의 접선 방향을 따라갑니다.
- e_θ의 변화는 원운동의 각속도에 직접적으로 영향을 받습니다.

수식 유도

- 반경 방향 단위 벡터의 시간 변화는 각속도 $\dot{\theta}$에 따라 회전 방향 단위 벡터 e_θ로 변환됩니다.
- 이 관계는 다음과 같이 유도됩니다:

$$\dot{e_r} = \frac{de_r}{dt} = \frac{de_r}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}\frac{de_r}{d\theta}$$

- 단위 벡터 e_r의 각도에 대한 변화율은:

$$\frac{de_r}{d\theta} = e_\theta$$

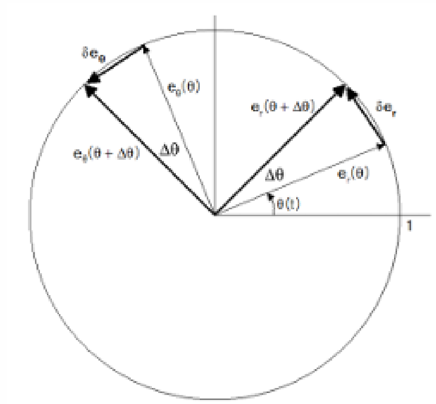
따라서,

$$\dot{e_r} = \dot{\theta}e_\theta$$

해석

- 위의 수식은 반경 방향 단위 벡터 e_r가 시간에 따라 변화할 때, 그 변화가 회전 방향 단위 벡터 e_θ에 비례함을 보여줍니다.
- 각속도 $\dot{\theta}$가 빠를수록 e_r의 변화율도 커집니다.
- 이 수식을 통해 원운동을 하는 물체의 가속도를 분석할 때 반경 방향과 회전 방향의 가속도 성분을 구분할 수 있습니다.

1 반경 방향과 횡 방향 성분



$$\frac{d\mathbf{e_r}}{dt} = \dot{\theta}\frac{d\mathbf{e_r}}{d\theta} = \dot{\theta}\mathbf{e_\theta}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_P(t) &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\,[r(t)\mathbf{e_r}]}{dt} \\ &= \frac{dr}{dt}\mathbf{e_r} + r(t)\frac{d\mathbf{e_r}}{dt} \\ &= \dot{r}(t)\mathbf{e_r} + r(t)\dot{\theta}\mathbf{e_\theta} \\ &= v_r\mathbf{e_r} + v_\theta\mathbf{e_\theta} \end{aligned}$$

$$v_r = \dot{r}(t) \qquad v_\theta = r(t)\dot{\theta}$$

1. 단위 벡터의 변화

- 반경 방향 단위 벡터 e_r와 회전 방향 단위 벡터 e_θ는 각도θ에 따라 변합니다.
- e_r의 변화율은 다음과 같습니다:

$$\frac{de_r}{dt} = \dot{\theta}\frac{de_r}{d\theta} = \dot{\theta}e_\theta$$

이는 e_r의 시간에 대한 변화가 회전 방향 단위 벡터 e_θ와 관련됨을 나타냅니다.

2. 속도 벡터 $\mathbf{v_p}(t)$

- 물체의 위치 벡터 $\mathbf{r}(t) = r(t)e_r$입니다.

- 위치 벡터를 미분하여 속도를 구합니다:

$$\mathbf{v}_\mathbf{p}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d}{dt}[r(t)e_r]$$

- 곱의 미분 법칙을 사용하여 전개하면:

$$\mathbf{v}_\mathbf{p}(t) = \frac{dr}{dt}e_r + r(t)\frac{de_r}{dt}$$

- 이미 구한 $\frac{de_r}{dt} = \dot{\theta}e_\theta$를 대입하면:

$$\mathbf{v}_\mathbf{p}(t) = \dot{r}e_r + r(t)\dot{\theta}e_\theta$$

여기서:

- $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$는 반경 방향 속도 성분입니다.
- $r(t)\dot{\theta}$는 회전 방향 속도 성분입니다.

3. 속도의 두 성분

속도 벡터는 반경 방향 성분과 회전 방향 성분으로 나뉩니다:

- 반경 방향 속도 (v_r):

$$v_r = \dot{r}(t)$$

- 회전 방향 속도 (v_θ):

$$v_\theta = r(t)\dot{\theta}$$

따라서, 속도 벡터를 다음과 같이 표현할 수 있습니다:

$$\mathbf{v}_\mathbf{p}(t) = v_r e_r + v_\theta e_\theta$$

```
% 각도와 반경에 대한 시간 함수
theta = @(t) 0.2 * t.^2; % 각도
r = @(t) 1.0 - 0.1 * t.^2; % 반경

% 시간에서 각속도와 각가속도
omega = @(t) 0.4 * t; % 각속도 d(theta)/dt
alpha = 0.4; % 각가속도 d^2(theta)/dt^2

% 속도 성분 계산
t_value = 2; % 예시로 t = 2에서 계산
vr = @(t) -0.2 * t; % 반경 방향 속도
```

```
vtheta = @(t) r(t) .* omega(t); % 회전 방향 속도

% 속도 계산
vr_value = vr(t_value);
vtheta_value = vtheta(t_value);

fprintf('t = %.2f일 때 반경 방향 속도 v_r: %.4f m/s\n', t_value, vr_value);
```

```
t = 2.00일 때 반경 방향 속도 v_r: -0.4000 m/s
```

```
fprintf('t = %.2f일 때 회전 방향 속도 v_theta: %.4f m/s\n', t_value, vtheta_value);
```

```
t = 2.00일 때 회전 방향 속도 v_theta: 0.4800 m/s
```

위치 벡터 $r(t)$

1. 물체의 위치를 극좌표계로 표현할 때, 위치 벡터 $r(t)$는 다음과 같이 표현됩니다: $\mathbf{r}(t) = r(t)e_r$

여기서:

- $r(t)$: 시간 t에 따른 반경 (크기)
- e_r: 반경 방향 단위 벡터

속도 벡터 $\mathbf{v_p}(t)$ 유도

1. 속도는 위치 벡터를 시간에 대해 미분하여 얻습니다: $\mathbf{v_p}(t) = \frac{d\mathbf{r}(t)}{dt}$이를 $\mathbf{r}(t) = r(t)e_r$에 대입하면:

$$\mathbf{v_p}(t) = \frac{d}{dt}[r(t)e_r]$$

곱의 미분 법칙 적용

1. $r(t)e_r$는 두 함수 $r(t)$와 e_r의 곱이므로, 곱의 미분 법칙을 적용합니다:

$$\mathbf{v_p}(t) = \frac{dr(t)}{dt}e_r + r(t)\frac{de_r}{dt}$$

여기서:

- $\frac{dr(t)}{dt}$: 반경 $r(t)$의 시간에 따른 변화율
- $\frac{de_r}{dt}$: 단위 벡터 e_r의 시간에 따른 변화율

단위 벡터 ere_**rer**의 변화율

1. 앞서 언급한 바와 같이, 단위 벡터 e_r는 각도 θ에 따라 방향이 변하기 때문에 시간에 따른 변화율은 회전 방향 단위 벡터 e_θ와 각속도 $\dot{\theta}$에 의해 결정됩니다:

$$\frac{de_r}{dt} = \dot{\theta} e_\theta$$

최종 속도 벡터 식

1. 이제 이 결과를 속도 벡터 식에 대입하면:

$$\mathbf{v_p}(t) = \frac{dr(t)}{dt} e_r + r(t)\dot{\theta} e_\theta$$

이를 간단히 나타내면:

$$\mathbf{v_p}(t) = \dot{r} e_r + r\dot{\theta} e_\theta$$

여기서:

- $\dot{r} = \frac{dr(t)}{dt}$: 반경 방향 속도
- $r\dot{\theta}$: 회전 방향 속도

1 반경 방향과 횡 방향 성분

$$\frac{d\mathbf{e_r}}{dt} = \dot{\theta}\frac{d\mathbf{e_r}}{d\theta} = \dot{\theta}\mathbf{e_\theta} \qquad \mathbf{v}_P = \dot{r}(t)\mathbf{e_r} + r(t)\dot{\theta}\mathbf{e_\theta}$$

$$\boldsymbol{a}_P(t) = \frac{d\mathbf{v}_P(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[\dot{r}(t)\mathbf{e_r} + r(t)\dot{\theta}\mathbf{e_\theta}]$$

$$= \ddot{r}\mathbf{e_r} + \dot{r}\dot{\mathbf{e}}_\mathbf{r} + \dot{r}\dot{\theta}\mathbf{e_\theta} + r\ddot{\theta}\mathbf{e_\theta} + r\dot{\theta}\dot{\mathbf{e}}_\mathbf{\theta}$$

1. 속도 벡터 $\mathbf{v_p}(t)$

- 물체의 속도 벡터는 다음과 같이 표현됩니다:

$$\mathbf{v_p}(t) = \dot{r}(t)e_r + r(t)\dot{\theta}e_\theta$$

여기서:

- $\dot{r}(t)$: 반경 방향 속도
- $\dot{\theta}$: 각속도
- e_r: 반경 방향 단위 벡터
- e_θ: 회전 방향 단위 벡터

2. 속도 벡터의 미분

- 가속도 벡터 $\mathbf{a_p}(t)$를 얻기 위해 속도 벡터 $\mathbf{v_p}(t)$를 시간에 대해 미분합니다:

$$\mathbf{a_p}(t) = \frac{d\mathbf{v_p}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[\dot{r}(t)e_r + r(t)\dot{\theta}e_\theta]$$

3. 미분 과정

- 곱의 미분 법칙을 적용하여 각 항을 미분합니다:

1. $\dot{r}(t)e_r$의 미분:

$$\frac{d}{dt}[\dot{r}(t)e_r] = \ddot{r}(t)e_r + \dot{r}(t)\frac{de_r}{dt}$$

- $\ddot{r}(t)$: 반경 방향 가속도
- $\frac{de_r}{dt} = \dot{\theta}e_\theta$이므로,

$$\frac{d}{dt}[\dot{r}(t)e_r] = \ddot{r}(t)e_r + \dot{r}(t)\dot{\theta}e_\theta$$

1. $r(t)\dot{\theta}e_\theta$의 미분:

$$\frac{d}{dt}[r(t)\dot{\theta}e_\theta] = \frac{dr(t)}{dt}\dot{\theta}e_\theta + r(t)\ddot{\theta}e_\theta + r(t)\dot{\theta}\frac{de_\theta}{dt}$$

- $\frac{de_\theta}{dt} = -\dot{\theta}e_r$이므로,

$$\frac{d}{dt}[r(t)\dot{\theta}e_\theta] = \dot{r}(t)\dot{\theta}e_\theta + r(t)\ddot{\theta}e_\theta - r(t)\dot{\theta}^2e_r$$

4. 가속도 벡터의 최종 표현

- 위의 두 항을 모두 합치면 가속도 벡터 $\mathbf{a_p}(t)$를 얻을 수 있습니다:

$$\mathbf{a_p}(t) = \ddot{r}(t)e_r + \dot{r}(t)\dot{\theta}e_\theta + \dot{r}(t)\dot{\theta}e_\theta + r(t)\ddot{\theta}e_\theta - r(t)\dot{\theta}^2 e_r$$

정리하면,

$$\mathbf{a_p}(t) = (\ddot{r}(t) - r(t)\dot{\theta}^2)e_r + (r(t)\ddot{\theta} + 2\dot{r}(t)\dot{\theta})e_\theta$$

5. 결론

- 이 결과는 원운동을 하는 물체의 가속도를 반경 방향과 회전 방향으로 분해하여 나타냅니다.
- 반경 방향 가속도:

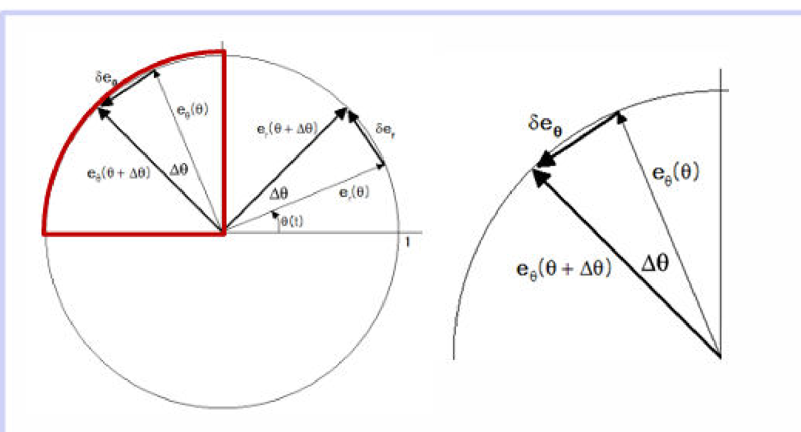
$$a_r = \ddot{r}(t) - r(t)\dot{\theta}^2$$

- 이는 중심에서 바깥쪽으로 향하는 가속도를 나타냅니다.
- 회전 방향 가속도:

$$a_\theta = r(t)\ddot{\theta} + 2\dot{r}(t)\dot{\theta}$$

- 이는 접선 방향으로의 가속도를 나타냅니다.

1 반경 방향과 횡 방향 성분



단위 벡터의 변화

1. **반경 방향 단위 벡터 (e_r)**:

- 원의 중심을 향하는 방향을 나타내는 벡터입니다.

- 각도 θ에 따라 방향이 변합니다.
- 그림에서 $e_r(\theta)$가 $e_r(\theta + \Delta\theta)$로 변하는 것을 볼 수 있습니다.
- 이 변화는 각도 $\Delta\theta$에 의해 발생하며, 회전 방향 벡터 e_θ로 변환됩니다.

1. **회전 방향 단위 벡터 (e_θ)**:

- 원의 접선 방향을 나타내는 벡터입니다.
- e_r의 방향 변화에 따라 e_θ도 함께 변합니다.
- $e_\theta(\theta)$에서 $e_\theta(\theta + \Delta\theta)$로 변화하는 모습이 그림에 나타나 있습니다.

수식 유도

그림을 통해 단위 벡터의 변화율을 유도할 수 있습니다:

1. **반경 방향 단위 벡터의 변화**:

- e_r의 각도에 대한 변화율은:

$$\frac{de_r}{d\theta} = e_\theta$$

- 이는 각도θ가 $\Delta\theta$만큼 변할 때 e_r의 변화가 e_θ 방향으로 발생함을 의미합니다.
- 따라서, 시간에 대한 변화율은:

$$\frac{de_r}{dt} = \dot{\theta} e_\theta$$

1. **회전 방향 단위 벡터의 변화**:

- 마찬가지로 e_θ의 각도에 대한 변화율은:

$$\frac{de_\theta}{d\theta} = -e_r$$

- 시간에 대한 변화율은:

$$\frac{de_\theta}{dt} = \dot{\theta}(-e_r) = -\dot{\theta} e_r$$

해석

- e_r와 e_θ의 변화는 각속도 $\dot{\theta}$에 직접적으로 의존하며, 서로 수직인 두 벡터가 원운동을 하는 동안 어떻게 변화하는지를 보여줍니다.

- 반경 방향 단위 벡터 e_r는 회전 방향 단위 벡터 e_θ의 방향으로 변화하며, 이 변화는 각속도에 의해 결정됩니다.
- 회전 방향 단위 벡터 e_θ는 반경 방향 단위 벡터 e_r의 반대 방향으로 변화합니다.

1 반경 방향과 횡 방향 성분

$$\dot{\mathbf{e}}_\theta = \frac{d\mathbf{e}_\theta}{dt} = \frac{d\mathbf{e}_\theta}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}\frac{d\mathbf{e}_\theta}{d\theta}$$

$$= \lim_{\Delta\theta \to 0} \frac{\mathbf{e}_\theta(\theta + \Delta\theta) - \mathbf{e}_\theta(\theta)}{\Delta\theta}$$

$$= \lim_{\Delta\theta \to 0} \frac{-\Delta\theta \mathbf{e}_r}{\Delta\theta}$$

$$= -\mathbf{e}_r$$

$$\frac{d\mathbf{e}_\theta}{dt} = \dot{\theta}\frac{d\mathbf{e}_\theta}{d\theta}$$

$$= -\dot{\theta}\mathbf{e}_r$$

회전 방향 단위 벡터의 변화

1. 회전 방향 단위 벡터의 미분:

- 회전 방향 단위 벡터 e_θ의 시간에 따른 변화율을 구하기 위해 e_θ를 시간에 대해 미분합니다.

$$\dot{e_\theta} = \frac{de_\theta}{dt}$$

1. 각도에 대한 미분:

- e_θ를 각도 θ에 대해 미분한 후, θ를 시간에 대해 미분합니다:

$$\dot{e_\theta} = \frac{de_\theta}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}\frac{de_\theta}{d\theta}$$

- 여기서 $\dot{\theta}$는 각속도입니다.

1. **미분의 정의**:

- 단위 벡터 e_θ의 각도에 대한 변화율을 정의합니다:

$$\frac{de_\theta}{d\theta} = \lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{e_\theta(\theta+\Delta\theta) - e_\theta(\theta)}{\Delta\theta}$$

1. **변화의 방향**:

- 그림에 따르면, e_θ가 $\Delta\theta$만큼 변할 때, 이 변화는 반경 방향 벡터 e_r와 관련이 있습니다.
- 변화량은 $-\Delta\theta e_r$로 나타납니다.

$$\frac{de_\theta}{d\theta} = \lim_{\Delta\theta\to 0}\frac{-\Delta\theta e_r}{\Delta\theta} = -e_r$$

1. **최종 결과**:

- 따라서, 회전 방향 단위 벡터의 시간에 따른 변화율은:

$$\dot{e_\theta} = \dot{\theta}(-e_r) = -\dot{\theta}e_r$$

해석

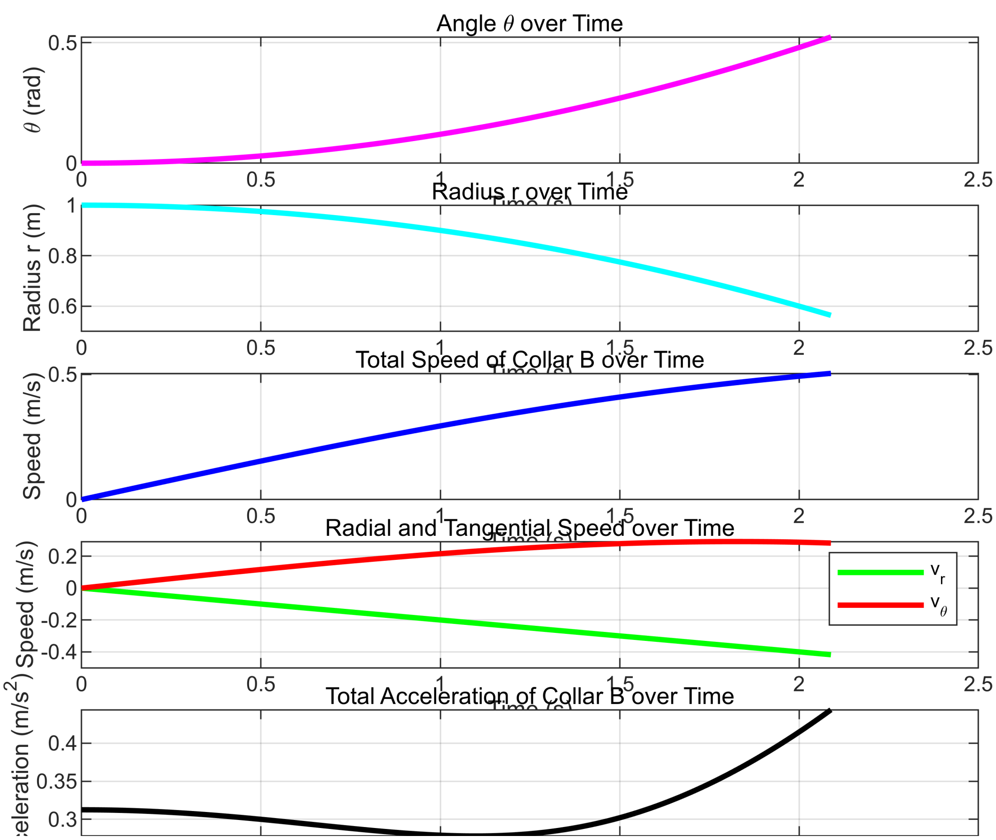
- 이 결과는 회전 방향 단위 벡터 e_θ가 각속도$\dot{\theta}$에 비례하여 반경 방향 단위 벡터 e_r의 반대 방향으로 변화함을 나타냅니다.
- 즉,e_θ의 변화는 원운동의 반경 방향으로의 변화를 나타내며, 이 변화는 각속도에 의해 결정됩니다.

- 회전 방향 단위 벡터 e_θ의 변화율은 e_r와 반비례 관계를 가집니다.

```
% 각도 및 거리 수식
theta_coeff = 0.12;
r_coeff = 0.1;

% 회전 각도 및 시간 계산
theta_target = pi/6; % 30 degrees in radians
t_target = sqrt(theta_target / theta_coeff); % t when theta = 30 degrees

% 시간 벡터 생성
t = linspace(0, t_target, 500);
```

```
% 각도 및 반경 계산
theta = theta_coeff * t.^2;
r = 1.0 - r_coeff * t.^2;

% 각속도 및 각가속도 계산
omega = 2 * theta_coeff * t; % d(theta)/dt
alpha = 2 * theta_coeff; % d^2(theta)/dt^2 is constant

% 반경 방향 속도 및 가속도
dr_dt = -2 * r_coeff * t;
d2r_dt2 = -2 * r_coeff;

% 속도 계산
vr = dr_dt; % 반경 방향 속도
vtheta = r .* omega; % 회전 방향 속도
v_B = sqrt(vr.^2 + vtheta.^2); % 전체 속도

% 가속도 계산
ar = d2r_dt2 - r .* omega.^2; % 반경 방향 가속도
atheta = r * alpha + 2 * dr_dt .* omega; % 회전 방향 가속도
a_B = sqrt(ar.^2 + atheta.^2); % 전체 가속도

% 동적 그래프 그리기
figure;
for i = 1:length(t)
    clf; % 기존 플롯 지우기

    subplot('Position', [0.1 0.8 0.8 0.15]); % [left bottom width height]
    plot(t(1:i), theta(1:i), 'm', 'LineWidth', 2);
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('\theta (rad)');
    title('Angle \theta over Time');
    grid on;

    subplot('Position', [0.1 0.6 0.8 0.15]);
    plot(t(1:i), r(1:i), 'c', 'LineWidth', 2);
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('Radius r (m)');
    title('Radius r over Time');
    grid on;

    subplot('Position', [0.1 0.4 0.8 0.15]);
    plot(t(1:i), v_B(1:i), 'b', 'LineWidth', 2);
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('Speed (m/s)');
    title('Total Speed of Collar B over Time');
    grid on;

    subplot('Position', [0.1 0.2 0.8 0.15]);
```

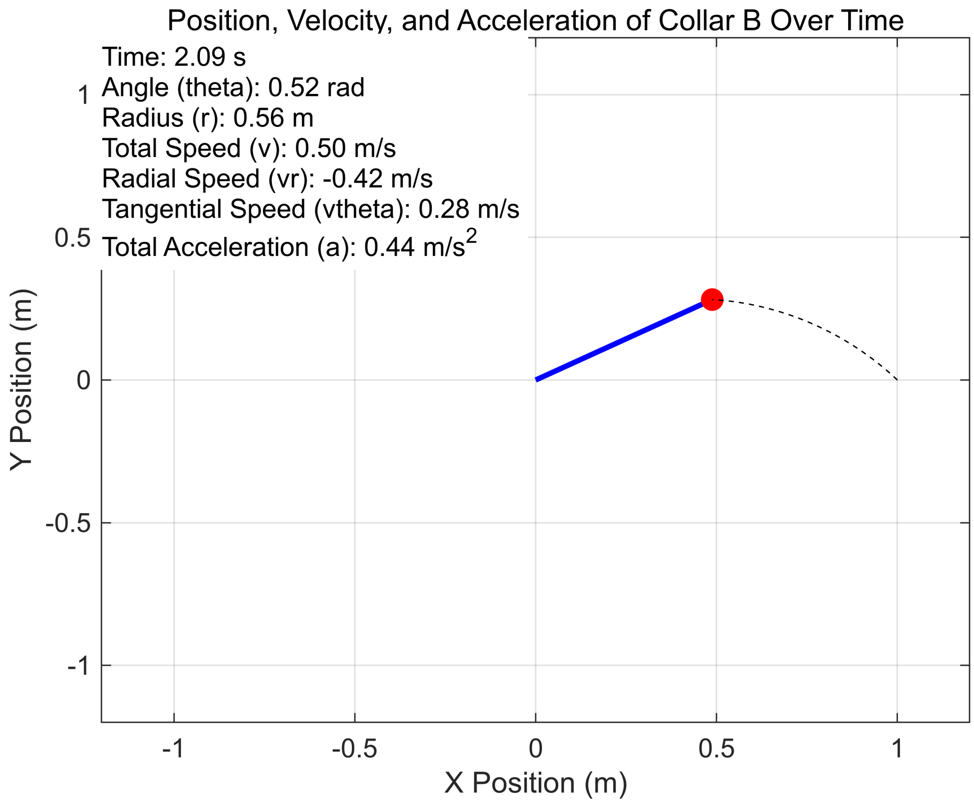
```
    plot(t(1:i), vr(1:i), 'g', 'LineWidth', 2);
    hold on;
    plot(t(1:i), vtheta(1:i), 'r', 'LineWidth', 2);
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('Speed (m/s)');
    legend('v_r', 'v_\theta');
    title('Radial and Tangential Speed over Time');
    grid on;

    subplot('Position', [0.1 0.0 0.8 0.15]);
    plot(t(1:i), a_B(1:i), 'k', 'LineWidth', 2);
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('Acceleration (m/s^2)');
    title('Total Acceleration of Collar B over Time');
    grid on;

    drawnow;
end
```




```
% 각도 및 거리 수식
theta_coeff = 0.12;
r_coeff = 0.1;
```

```
% 회전 각도 및 시간 계산
theta_target = pi/6; % 30 degrees in radians
t_target = sqrt(theta_target / theta_coeff); % t when theta = 30 degrees

% 시간 벡터 생성
t = linspace(0, t_target, 500);

% 각도 및 반경 계산
theta = theta_coeff * t.^2;
r = 1.0 - r_coeff * t.^2;

% 직교 좌표로 변환
x = r .* cos(theta);
y = r .* sin(theta);

% 각속도 및 각가속도 계산
omega = 2 * theta_coeff * t; % d(theta)/dt
alpha = 2 * theta_coeff; % d^2(theta)/dt^2 is constant

% 반경 방향 속도 및 가속도
dr_dt = -2 * r_coeff * t;
d2r_dt2 = -2 * r_coeff;

% 속도 계산
vr = dr_dt;
vtheta = r .* omega;
v_B = sqrt(vr.^2 + vtheta.^2); % 전체 속도

% 가속도 계산
ar = d2r_dt2 - r .* omega.^2; % 반경 방향 가속도
atheta = r * alpha + 2 * dr_dt .* omega; % 회전 방향 가속도
a_B = sqrt(ar.^2 + atheta.^2); % 전체 가속도

% 2D 동적 그래프 그리기
figure;
hold on;
axis equal;
xlim([-1.2, 1.2]);
ylim([-1.2, 1.2]);
xlabel('X Position (m)');
ylabel('Y Position (m)');
title('Position, Velocity, and Acceleration of Collar B Over Time');

% 동적 그래프
for i = 1:length(t)
    clf; % 기존 플롯 지우기

    % 막대 OA 그리기
    plot([0, x(i)], [0, y(i)], 'b', 'LineWidth', 2);
    hold on;
```

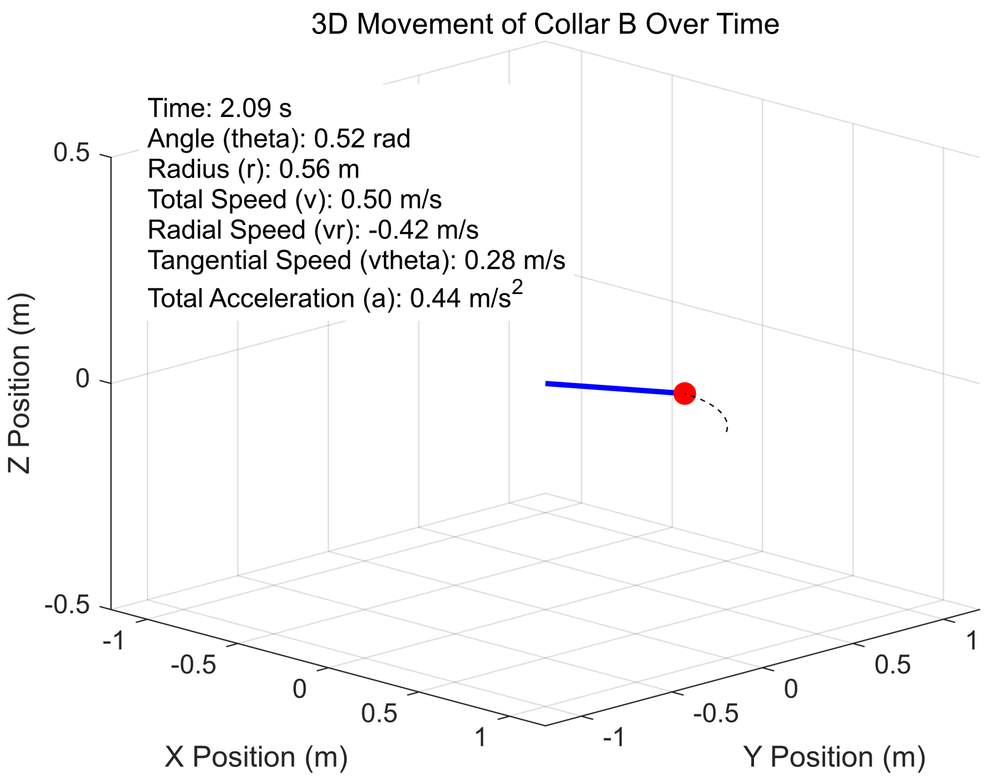
```matlab
    % 칼라 B 위치 그리기
    plot(x(i), y(i), 'ro', 'MarkerSize', 8, 'MarkerFaceColor', 'r');

    % 궤적 그리기
    plot(x(1:i), y(1:i), 'k--');

    % 정보 표시
    info_text = {
        sprintf('Time: %.2f s', t(i)),
        sprintf('Angle (theta): %.2f rad', theta(i)),
        sprintf('Radius (r): %.2f m', r(i)),
        sprintf('Total Speed (v): %.2f m/s', v_B(i)),
        sprintf('Radial Speed (vr): %.2f m/s', vr(i)),
        sprintf('Tangential Speed (vtheta): %.2f m/s', vtheta(i)),
        sprintf('Total Acceleration (a): %.2f m/s^2', a_B(i))
    };

    % 텍스트 표시 (그래프 위쪽에 위치하도록 조정)
    text(-1.2, 0.8, info_text, 'FontSize', 10, 'BackgroundColor', 'w');

    xlim([-1.2, 1.2]);
    ylim([-1.2, 1.2]);
    grid on;
    xlabel('X Position (m)');
    ylabel('Y Position (m)');
    title('Position, Velocity, and Acceleration of Collar B Over Time');

    drawnow; % 업데이트된 플롯 그리기
end
hold off;
```



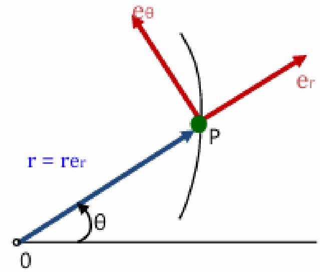

```
% 각도 및 거리 수식
theta_coeff = 0.12;
r_coeff = 0.1;

% 회전 각도 및 시간 계산
theta_target = pi/6; % 30 degrees in radians
t_target = sqrt(theta_target / theta_coeff); % t when theta = 30 degrees

% 시간 벡터 생성
t = linspace(0, t_target, 500);

% 각도 및 반경 계산
theta = theta_coeff * t.^2;
r = 1.0 - r_coeff * t.^2;

% 직교 좌표로 변환 (3D 표현을 위해 z 좌표를 0으로 설정)
x = r .* cos(theta);
y = r .* sin(theta);
z = zeros(size(t)); % z 값은 0으로 고정 (2D 평면을 3D 공간에 표시)

% 각속도 및 각가속도 계산
omega = 2 * theta_coeff * t; % d(theta)/dt
alpha = 2 * theta_coeff; % d^2(theta)/dt^2 is constant

% 반경 방향 속도 및 가속도
```

```
dr_dt = -2 * r_coeff * t;
d2r_dt2 = -2 * r_coeff;

% 속도 계산
vr = dr_dt;
vtheta = r .* omega;
v_B = sqrt(vr.^2 + vtheta.^2); % 전체 속도

% 가속도 계산
ar = d2r_dt2 - r .* omega.^2; % 반경 방향 가속도
atheta = r * alpha + 2 * dr_dt .* omega; % 회전 방향 가속도
a_B = sqrt(ar.^2 + atheta.^2); % 전체 가속도

% 3D 동적 그래프 그리기
figure;
hold on;
axis equal;
xlim([-1.2, 1.2]);
ylim([-1.2, 1.2]);
zlim([-0.5, 0.5]); % z축 범위 설정
xlabel('X Position (m)');
ylabel('Y Position (m)');
zlabel('Z Position (m)');
title('3D Movement of Collar B Over Time');

% 동적 그래프
for i = 1:length(t)
    clf; % 기존 플롯 지우기

    % 막대 OA 그리기
    plot3([0, x(i)], [0, y(i)], [0, z(i)], 'b', 'LineWidth', 2);
    hold on;

    % 칼라 B 위치 그리기
    plot3(x(i), y(i), z(i), 'ro', 'MarkerSize', 8, 'MarkerFaceColor', 'r');

    % 궤적 그리기
    plot3(x(1:i), y(1:i), z(1:i), 'k--');

    % 정보 표시
    info_text = {
        sprintf('Time: %.2f s', t(i)),
        sprintf('Angle (theta): %.2f rad', theta(i)),
        sprintf('Radius (r): %.2f m', r(i)),
        sprintf('Total Speed (v): %.2f m/s', v_B(i)),
        sprintf('Radial Speed (vr): %.2f m/s', vr(i)),
        sprintf('Tangential Speed (vtheta): %.2f m/s', vtheta(i)),
        sprintf('Total Acceleration (a): %.2f m/s^2', a_B(i))
    };
```

```
    % 텍스트 표시 (3D 공간에서 위치 조정)
    text(-1.1, -1.1, 0.4, info_text, 'FontSize', 10, 'BackgroundColor', 'w');

    xlim([-1.2, 1.2]);
    ylim([-1.2, 1.2]);
    zlim([-0.5, 0.5]);
    grid on;
    xlabel('X Position (m)');
    ylabel('Y Position (m)');
    zlabel('Z Position (m)');
    title('3D Movement of Collar B Over Time');

    view(45, 20); % 3D 보기 각도 설정
    drawnow; % 업데이트된 플롯 그리기
end
hold off;
```



① 반경 방향과 횡 방향 성분



$$\frac{d\mathbf{e_r}}{dt} = \dot{\theta}\mathbf{e_\theta} \qquad \frac{d\mathbf{e_\theta}}{dt} = -\dot{\theta}\mathbf{e_r}$$

$$\mathbf{v}_P = \dot{r}(t)\mathbf{e_r} + r(t)\dot{\theta}\mathbf{e_\theta}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}_P(t) &= \frac{d\mathbf{v}_P(t)}{dt} \\ &= \ddot{r}\mathbf{e_r} + \dot{r}\dot{\mathbf{e}}_\mathbf{r} + \dot{r}\dot{\theta}\mathbf{e_\theta} + r\ddot{\theta}\mathbf{e_\theta} + r\dot{\theta}\dot{\mathbf{e}}_\theta \\ &= (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e_r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\mathbf{e_\theta} \\ &= a_r\mathbf{e_r} + a_\theta\mathbf{e_\theta} \end{aligned}$$

1. 단위 벡터의 변화

- 반경 방향 단위 벡터 (e_r)와 회전 방향 단위 벡터 (e_θ)는 시간에 따라 변합니다. 이 변화를 수식으로 표현하면 다음과 같습니다:

$$\frac{de_r}{dt} = \dot{\theta}e_\theta$$

$$\frac{de_\theta}{dt} = -\dot{\theta}e_r$$

- $\dot{\theta}$는 각속도입니다.
- e_r의 변화는 e_θ 방향으로, e_θ의 변화는 e_r의 반대 방향으로 이루어집니다.

2. 속도 벡터 $\mathbf{v_p}(t)$

- 물체의 속도 벡터는 반경 방향과 회전 방향의 합으로 표현됩니다:

$$\mathbf{v_p}(t) = \dot{r}(t)e_r + r(t)\dot{\theta}e_\theta$$

- $\dot{r}(t)$: 반경 방향 속도
- $r(t)\dot{\theta}$: 회전 방향 속도

3. 가속도 벡터 $\mathbf{a_p}(t)$

- 가속도는 속도를 시간에 대해 미분하여 얻습니다:

$$\mathbf{a_p}(t) = \frac{d\mathbf{v_p}(t)}{dt}$$

$$\mathbf{a_p}(t) = \frac{d}{dt}[\dot{r}(t)e_r + r(t)\dot{\theta}e_\theta]$$

- 곱의 미분 법칙을 적용하여 각 항을 미분합니다:

$$\dot{r}(t)e_r\text{의 미분:}\frac{d}{dt}[\dot{r}(t)e_r] = \ddot{r}(t)e_r + \dot{r}(t)\frac{de_r}{dt}$$

$$\frac{de_r}{dt} = \dot{\theta}e_\theta$$

이므로,

$$\frac{d}{dt}[\dot{r}(t)e_r] = \ddot{r}(t)e_r + \dot{r}(t)\dot{\theta}e_\theta$$

1. $r(t)\dot{\theta}e_\theta$의 미분:

$$\frac{d}{dt}[r(t)\dot{\theta}e_\theta] = \frac{dr(t)}{dt}\dot{\theta}e_\theta + r(t)\ddot{\theta}e_\theta + r(t)\dot{\theta}\frac{de_\theta}{dt}$$

$$\frac{de_\theta}{dt} = -\dot{\theta}e_r$$

이므로,

$$\frac{d}{dt}[r(t)\dot{\theta}e_\theta] = \dot{r}(t)\dot{\theta}e_\theta + r(t)\ddot{\theta}e_\theta - r(t)\dot{\theta}^2e_r$$

4. 가속도 벡터의 최종 표현

- 위의 두 항을 모두 합쳐서 가속도 벡터를 완성합니다:

$$\mathbf{a_p}(t) = \ddot{r}(t)e_r + \dot{r}(t)\dot{\theta}e_\theta + \dot{r}(t)\dot{\theta}e_\theta + r(t)\ddot{\theta}e_\theta - r(t)\dot{\theta}^2 e_r$$

정리하면,

$$\mathbf{a_p}(t) = (\ddot{r}(t) - r(t)\dot{\theta}^2)e_r + (r(t)\ddot{\theta} + 2\dot{r}(t)\dot{\theta})e_\theta$$

5. 가속도의 구성 요소

- **반경 방향 가속도 (a_r):**

$$a_r = \ddot{r}(t) - r(t)\dot{\theta}^2$$

- $\ddot{r}(t)$: 반경 방향 가속도
- $-r(t)\dot{\theta}^2$: 원심 가속도

- **회전 방향 가속도** (a_θ):

$$a_\theta = r(t)\ddot{\theta} + 2\dot{r}(t)\dot{\theta}$$

- $r(t)\ddot{\theta}$: 각가속도에 의한 가속도
- $2\dot{r}(t)\dot{\theta}$: 코리올리 가속도

$$\boxed{\begin{aligned} \mathbf{v}_P &= \dot{r}(t)\mathbf{e_r} + r(t)\dot{\theta}\mathbf{e_\theta} \\ \boldsymbol{a}_P &= (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e_r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\mathbf{e_\theta} \\ v_r &= \dot{r}(t) \qquad v_\theta = r(t)\dot{\theta} \\ a_r &= \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \qquad a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} \end{aligned}}$$

속도 벡터 **($\mathbf{v_p}$)**

- 물체의 속도는 반경 방향 속도와 회전 방향 속도의 합으로 표현됩니다.

$$\mathbf{v_p} = \dot{r}(t)e_r + r(t)\dot{\theta}e_\theta$$

- $\dot{r}(t)$: 반경 방향 속도
- $r(t)\dot{\theta}$: 회전 방향 속도
- e_r, e_θ: 각각 반경 및 회전 방향 단위 벡터

가속도 벡터 ($\mathbf{a_p}$)

- 속도 벡터를 시간에 대해 미분하여 가속도를 구합니다:

$$\mathbf{a_p} = \frac{d\mathbf{v_p}}{dt} = \ddot{r}(t)e_r + r(t)\ddot{\theta}e_\theta + \dot{r}(t)\dot{\theta}e_\theta + r(t)\dot{\theta}^2(-e_r)$$

정리하면,

$$\mathbf{a_p} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)e_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})e_\theta$$

반경 방향 및 회전 방향 성분

1. **반경 방향 속도 및 가속도**:

- 반경 방향 속도 (v_r):

$$v_r = \dot{r}(t)$$

- 반경 방향 가속도 (a_r):

$$a_r = \ddot{r}(t) - r(t)\dot{\theta}^2$$

- 여기서 $r(t)\dot{\theta}^2$는 원심력에 의한 가속도를 나타냅니다.

1. **회전 방향 속도 및 가속도**:

- 회전 방향 속도 (v_θ):

$$v_\theta = r(t)\dot{\theta}$$

- 회전 방향 가속도 (a_θ):

$$a_\theta = r(t)\ddot{\theta} + 2\dot{r}(t)\dot{\theta}$$

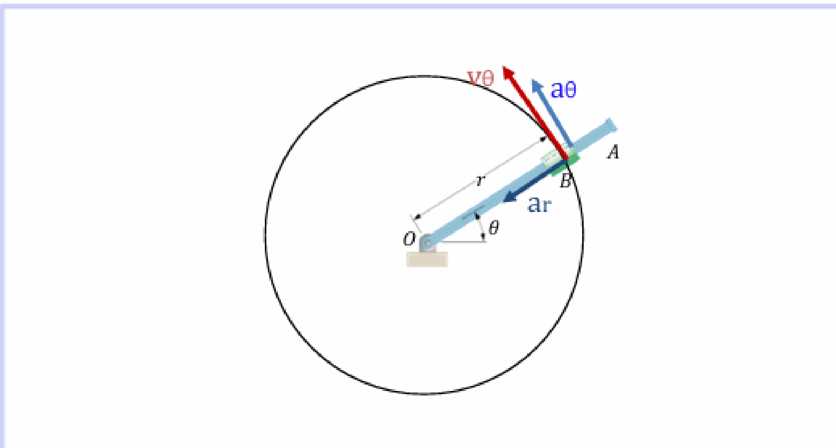
- $2\dot{r}(t)\dot{\theta}$는 코리올리 가속도를 나타냅니다.

요약

- **속도**는 두 성분으로 나눌 수 있습니다:

- 반경 방향 속도 ($v_r = \dot{r}(t)$)
- 회전 방향 속도 ($v_\theta = r(t)\dot{\theta}$)
- **가속도**는 두 성분으로 나눌 수 있습니다:
- 반경 방향 가속도 ($a_r = \ddot{r}(t) - r(t)\dot{\theta}^2$)
- 회전 방향 가속도 ($a_\theta = r(t)\ddot{\theta} + 2\dot{r}(t)\dot{\theta}$)

① 반경 방향과 횡 방향 성분



r이 상수(일정)이면,

$$v_r = 0 \qquad v_\theta = r\dot{\theta}$$

$$a_r = -r\dot{\theta}^2 \qquad a_\theta = r\ddot{\theta}$$

상황 설명

- **반경 r이 일정:**
- 물체가 원 궤도를 따라 움직이고 있으며, 반경 r은 변하지 않는 상수입니다.
- 이 경우, 반경 방향으로의 속도 성분은 0이 됩니다.

속도 및 가속도 성분

1. 속도 성분:

- **반경 방향 속도 (v_r)**: $v_r = \dot{r}(t) = 0$
- r이 상수이므로, 반경 방향으로의 속도 변화는 없습니다.
- **회전 방향 속도 (v_θ)**:$v_\theta = r\dot{\theta}$
- 회전 방향 속도는 반경 r과 각속도 $\dot{\theta}$의 곱으로 나타납니다.
- 이는 물체가 일정한 반경을 따라 회전할 때의 접선 속도를 나타냅니다.

1. 가속도 성분:

- **반경 방향 가속도 (a_r)**: $a_r = -r\dot{\theta}^2$
- 반경 방향 가속도는 원심 가속도만 남습니다. 이 가속도는 원의 중심으로부터 바깥쪽을 향하며, 크기는 $r\dot{\theta}^2$에 비례합니다.
- **회전 방향 가속도 (a_θ)**: $a_\theta = r\ddot{\theta}$
- 회전 방향 가속도는 반경과 각가속도 $\ddot{\theta}$의 곱으로 나타납니다.
- 이는 각가속도가 있을 때 접선 방향으로의 가속도를 나타냅니다.

요약

- **반경 r이 일정할 때**:
- **반경 방향 속도**는 0입니다. ($v_r = 0$)
- **회전 방향 속도**는 $v_\theta = r\dot{\theta}$로 나타납니다.
- **반경 방향 가속도**는 원심 가속도인 $a_r = -r\dot{\theta}^2$로 나타납니다.
- **회전 방향 가속도**는 $a_\theta = r\ddot{\theta}$로 나타납니다.

추가 상세 설명

1. 가속도 벡터의 정의

- 가속도는 속도 벡터를 시간에 대해 미분하여 얻습니다:

$$dt\mathbf{a_p}(t) = \frac{d\mathbf{v_p}(t)}{dt}$$

- 속도 벡터는 다음과 같이 표현됩니다:

$$\mathbf{v_p}(t) = \dot{r}(t)e_r + r(t)\dot{\theta}e_\theta$$

여기서,

- $\dot{r}(t)$: 반경 방향 속도
- $r(t)\dot{\theta}$: 회전 방향 속도
- e_r, e_θ: 반경 및 회전 방향 단위 벡터

2. 가속도 벡터의 미분

- 가속도를 구하기 위해 속도 벡터를 시간에 대해 미분합니다:

$$\mathbf{a_p}(t) = \frac{d}{dt}[\dot{r}(t)e_r + r(t)\dot{\theta}e_\theta]$$

3. 미분 과정

- 미분을 곱의 미분 법칙을 이용하여 각 항을 미분합니다:

1. **첫 번째 항** $\dot{r}(t)e_r$의 미분:

$$\frac{d}{dt}[\dot{r}(t)e_r] = \ddot{r}(t)e_r + \dot{r}(t)\frac{de_r}{dt}$$

- 여기서 $\ddot{r}(t)$는 반경 방향의 가속도입니다.
- 단위 벡터 e_r의 시간에 대한 미분은 $\dfrac{de_r}{dt} = \dot{\theta}e_\theta$이므로,

$$\frac{d}{dt}[\dot{r}(t)e_r] = \ddot{r}(t)e_r + \dot{r}(t)\dot{\theta}e_\theta$$

1. **두 번째 항** $r(t)\dot{\theta}e_\theta$의 미분:

$$\frac{d}{dt}[r(t)\dot{\theta}e_\theta] = \frac{dr(t)}{dt}\dot{\theta}e_\theta + r(t)\frac{d\dot{\theta}}{dt}e_\theta + r(t)\dot{\theta}\frac{de_\theta}{dt}$$

- 여기서 $\dfrac{de_\theta}{dt} = -\dot{\theta}e_r$이므로,

$$\frac{d}{dt}[r(t)\dot{\theta}e_\theta] = \dot{r}(t)\dot{\theta}e_\theta + r(t)\ddot{\theta}e_\theta - r(t)\dot{\theta}^2e_r$$

4. 가속도 벡터의 조합

- 위에서 얻은 결과를 조합하여 가속도 벡터를 구성합니다:

$$\mathbf{a_p}(t) = \ddot{r}(t)e_r + \dot{r}(t)\dot{\theta}e_\theta + \dot{r}(t)\dot{\theta}e_\theta + r(t)\ddot{\theta}e_\theta - r(t)\dot{\theta}^2e_r$$

5. 정리

- 이를 다시 정리하면 다음과 같습니다:

$$\mathbf{a_p}(t) = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)e_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})e_\theta$$

여기서,

- **반경 방향 가속도** (a_r) : $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$
- $\ddot{r}$: 반경 방향의 가속도
- $-r\dot{\theta}^2$: 원심 가속도
- **회전 방향 가속도** (a_θ): $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$
- $r\ddot{\theta}$: 각가속도에 의한 가속도
- $2\dot{r}\dot{\theta}$: 코리올리 가속도