로렌츠 변환을 통한 빛의 파동 방정식 보존

# 1. 이론적 배경

갈릴레이 변환은 고전 역학에서 서로 다른 관성계 사이의 좌표 변환을 다룹니다. 이 변환은 시간과 공간을 절대적인 개념으로 취급하므로, 빛과 같은 파동 현상에 대해 문제를 일으킵니다. 빛의 속도는 진공에서 항상 일정한 값인 c를 가지므로, 관성계에 관계없이 빛의 속도가 변하지 않아야 합니다. 그러나 갈릴레이 변환은 각 관성계에서 시간과 공간을 다르게 취급하여 빛의 속도가 변하는 문제를 일으킵니다.

아인슈타인은 특수 상대성 이론을 통해 빛의 속도가 모든 관성계에서 일정하다는 사실을 바탕으로, 물리 법칙이 모든 관성계에서 동일하게 적용되어야 한다고 주장했습니다. 이를 실현하기 위해, 공간과 시간의 변환을 절대적으로 두지 않고 상대적으로 취급하는 로렌츠 변환을 제안했습니다.

# 2. 맥스웰 방정식과 빛의 파동 방정식

## (1) 맥스웰 방정식의 개요

맥스웰 방정식은 전자기장을 설명하는 기본 방정식입니다. 전기장 E와 자기장 B는 다음 네 가지 방정식으로 표현됩니다:  
  
1. 가우스 법칙 (전기):  
∇ · E = ρ / ε₀  
  
2. 가우스 법칙 (자기):  
∇ · B = 0  
  
3. 패러데이의 법칙:  
∇ × E = -∂B/∂t  
  
4. 앙페르-맥스웰 법칙:  
∇ × B = μ₀J + μ₀ε₀ ∂E/∂t

## (2) 빛의 파동 방정식 유도

진공에서 전하 ρ = 0, 전류 J = 0인 상황을 가정하면, 맥스웰 방정식에서 전기장과 자기장 각각에 대한 파동 방정식을 유도할 수 있습니다.  
먼저 패러데이 법칙과 앙페르-맥스웰 법칙에서 미분 연산을 이용하여 전기장 E에 대한 파동 방정식을 구합니다:  
  
패러데이 법칙:  
∇ × E = -∂B/∂t  
  
이를 시간에 대해 미분한 후, 앙페르-맥스웰 법칙을 대입하여 계산하면 빛의 파동 방정식을 얻게 됩니다:  
∂²E/∂t² = c²∇²E  
  
여기서 c는 빛의 속도로, 다음과 같이 정의됩니다:  
c = 1 / √(μ₀ε₀)

# 3. 로렌츠 변환을 통한 파동 방정식 보존

## (1) 로렌츠 변환의 정의

로렌츠 변환은 서로 다른 관성계 사이에서 공간과 시간이 어떻게 변하는지를 정의합니다. 기준계 S에서 S'로 변환할 때 로렌츠 변환은 다음과 같습니다:  
  
x' = γ(x - vt)  
t' = γ(t - v/c² x)  
  
여기서 γ는 로렌츠 인자로, 다음과 같이 정의됩니다:  
γ = 1 / √(1 - v²/c²)  
  
로렌츠 변환은 시간이 절대적이지 않고, 속도 v에 따라 상대적으로 변하게 되며, 이는 빛의 속도가 모든 관성계에서 동일하다는 특성을 보존하는 데 중요한 역할을 합니다.

## (2) 파동 방정식의 로렌츠 변환 적용

로렌츠 변환을 빛의 파동 방정식에 적용하여 모든 관성계에서 동일한 형태를 유지하는지 확인합니다. 원래 파동 방정식은:  
  
∂²E/∂t² = c²∇²E  
  
로렌츠 변환을 적용한 새로운 좌표계에서 시간과 공간 미분은 다음과 같이 변환됩니다:  
∂/∂t = γ(∂/∂t' + v ∂/∂x')  
∂/∂x = γ(∂/∂x' + v/c² ∂/∂t')  
  
이를 빛의 파동 방정식에 적용하면, 전기장 E와 자기장 B 모두 동일한 형태의 파동 방정식을 만족하게 됩니다. 즉, 빛의 속도는 로렌츠 변환 하에서 동일하게 유지되며, 모든 관성계에서 빛의 파동 방정식은 동일한 형태로 유지됩니다.

## (3) 로렌츠 변환의 의미

이 과정을 통해 다음과 같은 중요한 결과를 얻게 됩니다:  
- 빛의 속도는 모든 관성계에서 동일하게 유지됩니다.  
- 맥스웰 방정식에서 유도된 빛의 파동 방정식은 로렌츠 변환을 거친 후에도 동일한 형태를 유지합니다.  
- 이는 특수 상대성 이론의 핵심 원리로, 물리 법칙이 모든 관성계에서 동일하게 적용된다는 것을 증명합니다.

# 4. 구체적 사례: 빛의 속도 불변성과 로렌츠 변환

## (1) 빛의 속도 불변성 실험

마이컬슨-몰리 실험은 빛의 속도가 지구의 운동에 관계없이 일정하다는 사실을 실험적으로 증명했습니다. 지구가 운동하는 방향과 반대 방향에서 빛의 속도가 동일하게 측정되었으며, 이는 갈릴레이 변환으로 설명할 수 없었습니다. 이 결과는 로렌츠 변환을 통해 빛의 속도가 모든 기준계에서 일정함을 확인할 수 있는 이론적 근거가 되었습니다.

## (2) 로렌츠 수축과 시간 지연

로렌츠 변환은 빛의 속도를 일정하게 유지하기 위해 공간의 수축과 시간의 지연이라는 개념을 도입합니다. 즉, 한 관성계에서 움직이는 물체는 공간적으로 수축하고, 시간이 느리게 흐르는 것으로 관측됩니다. 이 현상은 고속으로 움직이는 입자나 물체에서 실험적으로 관측되었습니다.

# 5. 결론

- 맥스웰 방정식에서 유도된 빛의 파동 방정식은 갈릴레이 변환 하에서는 보존되지 않으며, 이는 빛의 속도가 모든 관성계에서 동일해야 한다는 요구와 충돌합니다.  
- 특수 상대성 이론의 로렌츠 변환을 적용하면, 시간과 공간이 상대적으로 변하여 빛의 속도가 모든 관성계에서 일정하게 유지되며, 이로 인해 빛의 파동 방정식도 동일한 형태로 보존됩니다.  
- 이 이론은 마이컬슨-몰리 실험과 같은 실험적 결과를 설명하며, 물리 법칙이 모든 관성계에서 동일하게 적용된다는 중요한 결론을 이끌어냅니다.