1. 두 힘이 같은 방향으로 작용할 때**:**

- 두 힘 F_A와 F_B가 같은 방향으로 작용하면, 두 힘은 서로 더해져서 **합력 F_C**를 형성합니다.
- 이때 두 힘의 합력은 최대가 됩니다. 각도가 0도일 때, 즉 두 힘이 같은 방향일 때, 합력은 두 힘의 크기를 더한 값이 됩니다.

2. 합력의 범위**:**

- 두 힘이 동일한 방향이 아닐 때, 합력의 크기는 다음과 같이 범위 내에서 결정됩니다:

$$F_1 - F_2 \leq F \leq F_1 + F_2$$

- 여기서 $F_1 \geq F_2$일 때, 합력의 최소값은 두 힘의 차이고, 최대값은 두 힘의 합입니다.

3. 예시**:**

- $F_1 = 7N, F_2 = 5N$일 때, 합력 F의 범위는:

$$7N - 5N \leq F \leq 7N + 5N$$

- 즉, $2N \leq F \leq 12N$
- 따라서 합력은 최소 $2N$에서 최대 $12N$ 사이의 값이 됩니다.

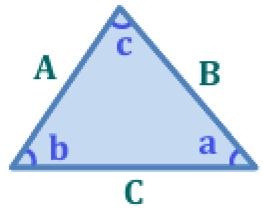
4. 코사인 법칙 **(Law of Cosines):**

- **코사인 법칙**은 두 힘이 작용할 때 그 힘들의 합력의 크기를 구하는 데 사용됩니다.
- 삼각형의 세 변과 각을 이용하여 다음과 같은 식으로 표현됩니다:

$$A = \sqrt{B^2 + C^2 - 2BC \cdot \cos a}$$

- 이 식은 두 힘 B와 C의 크기와 그들 사이의 각도 a를 이용해 합력 A의 크기를 구하는 방법입니다.

코사인의 법칙	사인의 법칙
합력을 구함	합력의 방향을 결정



코사인의 법칙

$$\mathbf{A} = \sqrt{\mathbf{B}^2 + \mathbf{C}^2 - 2\mathbf{BC}\cos \mathbf{a}}$$

$$\mathbf{B} = \sqrt{\mathbf{C}^2 + \mathbf{A}^2 - 2\mathbf{CA}\cos b}$$

$$\mathbf{C} = \sqrt{\mathbf{A}^2 + \mathbf{B}^2 - \mathbf{AB}\cos \mathbf{c}}$$

사인의 법칙

$$\frac{\mathbf{A}}{\sin \mathbf{a}} = \frac{\mathbf{B}}{\sin \mathbf{b}} = \frac{\mathbf{C}}{\sin \mathbf{c}}$$

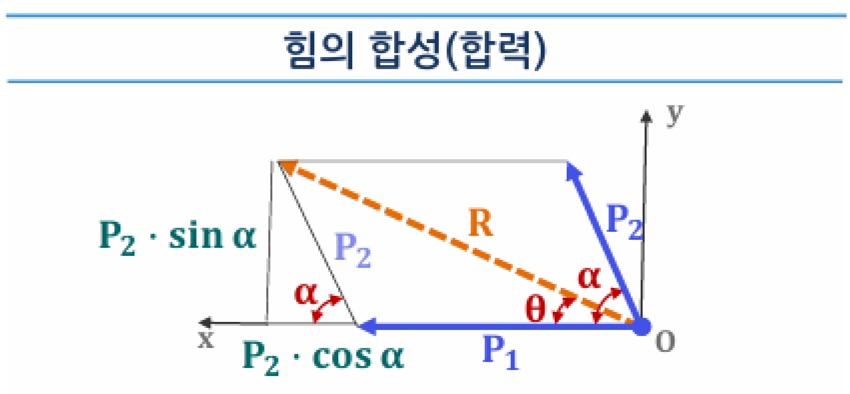
5. 사인 법칙 **(Law of Sines):**

- **사인 법칙**은 두 힘의 합력의 **방향**을 구하는 데 사용됩니다. 삼각형의 각과 대응하는 변의 비율이 일정하다는 원리에 기반합니다.
- 다음과 같은 식으로 표현됩니다:

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

- 이 식을 사용하여 두 힘의 방향과 각도를 계산할 수 있습니다.

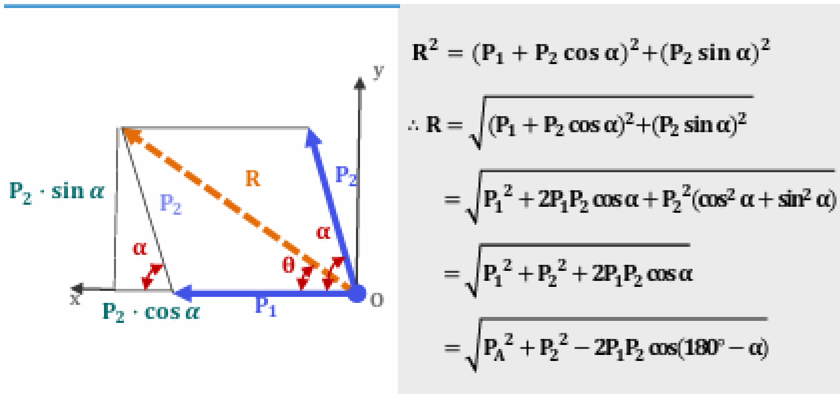
6. 두 힘의 합성 **(**벡터 합성**):**



- 두 힘 P_1과 P_2는 서로 다른 방향으로 작용하고 있습니다. 이를 벡터로 나타내어 합력을 구하는 과정입니다.

- 힘의 벡터를 이동하여 삼각형을 구성한 후, 이 삼각형에서 **피타고라스 정리**를 적용하여 합력 R을 구할 수 있습니다.

7. 힘의 합력 **(R):**



- 두 벡터 P_1과 P_2가 이루는 각도 α에 따라 합력 R의 크기를 계산할 수 있습니다.
- P_2의 성분을 $\cos\alpha$와 $\sin\alpha$로 나누어, 각각 x축과 y축에 대한 성분을 계산합니다.
- 이 성분들을 사용하여 R^2을 다음과 같이 구합니다:

$$R^2 = (P_1 + P_2\cos\alpha)^2 + (P_2\sin\alpha)^2$$

- 여기에서, R의 크기를 구할 수 있으며, 피타고라스 정리를 적용하여 합력을 계산합니다.

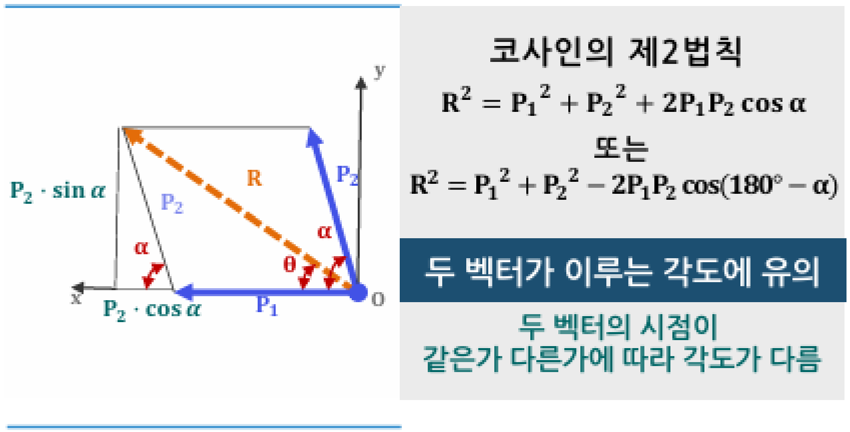
8. 최종 식**:**

- 위 식을 풀어서 정리하면, 두 힘 사이의 각도 α에 따른 합력을 다음과 같이 표현할 수 있습니다:

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos\alpha}$$

- 이 식은 두 힘이 이루는 각도에 따라 합력의 크기를 계산하는 공식입니다. 특히 각도 α에 따라 두 힘의 상호작용이 달라져서 합력도 달라집니다.

9. 두 벡터가 이루는 각도에 따른 합력 구하기 **(**코사인의 제**2**법칙**):**



- 두 벡터 P_1과 P_2가 이루는 각도 α를 기준으로, 벡터 합력 R의 크기를 구할 수 있습니다.
- **코사인의 제2법칙**을 적용하여, 합력 R^2는 다음과 같이 계산됩니다:

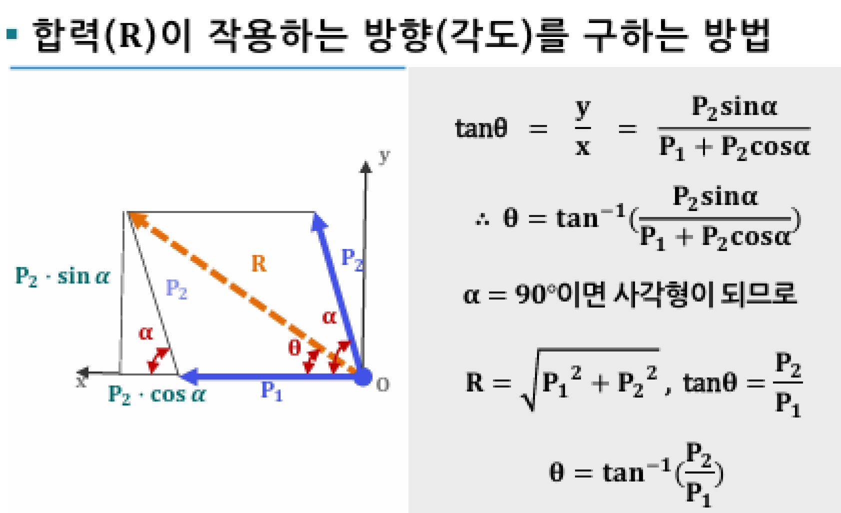
$$R^2 = P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2 \cos\alpha$$

- 또는,

$$R^2 = P_1^2 + P_2^2 - 2P_1P_2 cos(180 \circ -\alpha)$$

- 이는 두 벡터의 각도가 180도일 때 벡터 합력이 최소화되는 점을 반영하고 있습니다.

10. 합력(R)의 방향**(**각도**)**을 구하는 방법**:**



- 벡터 성분을 기준으로 합력 R이 작용하는 방향을 계산할 수 있습니다.
- **탄젠트 관계**를 통해 각도를 계산할 수 있으며, 수직 성분과 수평 성분을 고려하여 다음과 같이 구합니다:

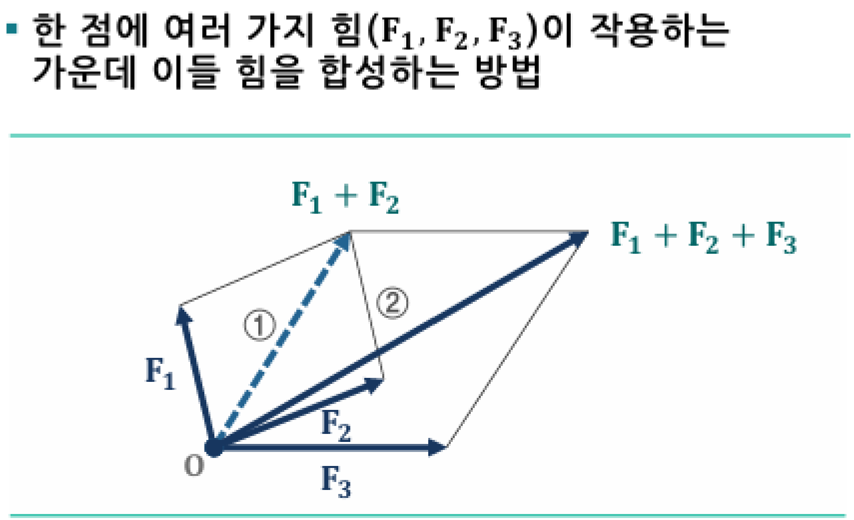
$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{P_2 \sin\alpha}{P_1 + P_2 \cos\alpha}$$

- 이를 정리하면:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{P_2 \sin\alpha}{P_1 + P_2 \cos\alpha}\right)$$

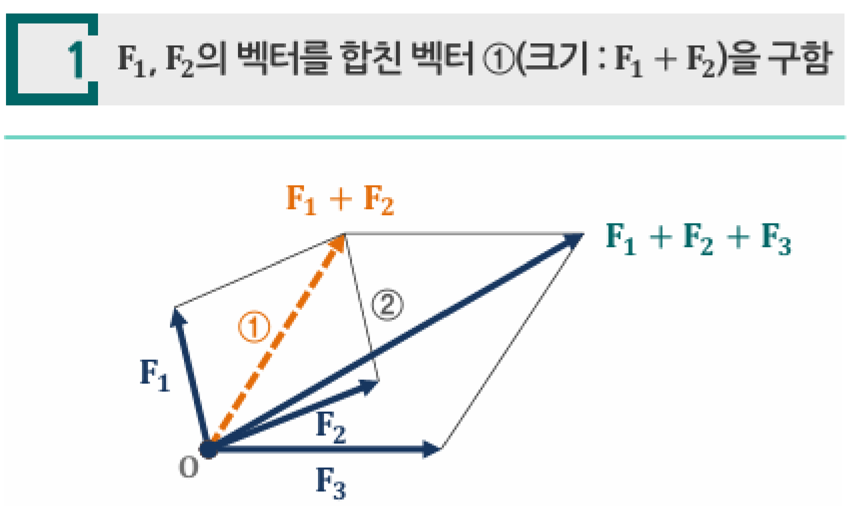
- 이 식을 통해 두 힘의 벡터 성분에 따른 **합력의 방향(각도)**을 구할 수 있습니다.

11. 여러 힘의 합성 방법 **(**도해법**):**



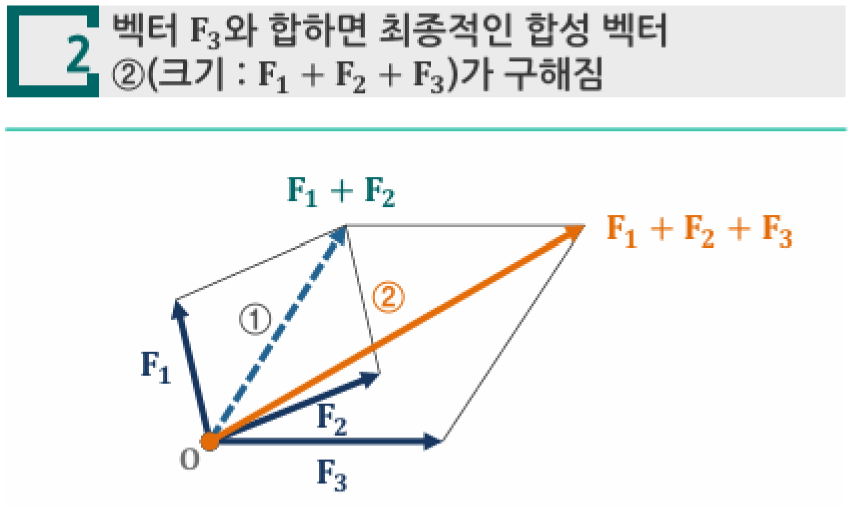
- 이미지에서는 **세 개의 힘 F_1, F_2, F_3**가 한 점에 작용하고 있습니다.
- 이때, **첫 번째 단계**로 F_1과 F_2를 합성하여 하나의 합력 벡터 $F_1 + F_2$를 구합니다.
- 두 힘을 더한 결과를 새로운 벡터로 표시하고, 이 벡터를 시작점으로 F3F_3F3를 추가하여 최종적인 합력 $F_1 + F_2 + F_3$을 구하는 방식입니다.

12. 첫 번째 단계 **(**벡터 F_1과 F_2합성**):**



- 첫 번째 단계에서는 **벡터 F_1**과 **벡터 F_2**를 더하여 합력 벡터 $F_1 + F_2$를 구합니다.
- 이를 도해법으로 표현하면, 벡터 F_1에서 벡터 F_2를 끝점에 연결하여 합력 벡터를 얻습니다.

13. 두 번째 단계 (최종 합력 구하기):



- 두 번째 단계에서는 벡터 $F_1 + F_2$에 벡터 F_3를 추가하여 최종적인 합력 $F_1 + F_2 + F_3$를 구합니다.
- 벡터 합성을 순차적으로 수행하여 최종적으로 물체에 작용하는 하나의 합력을 구할 수 있습니다.

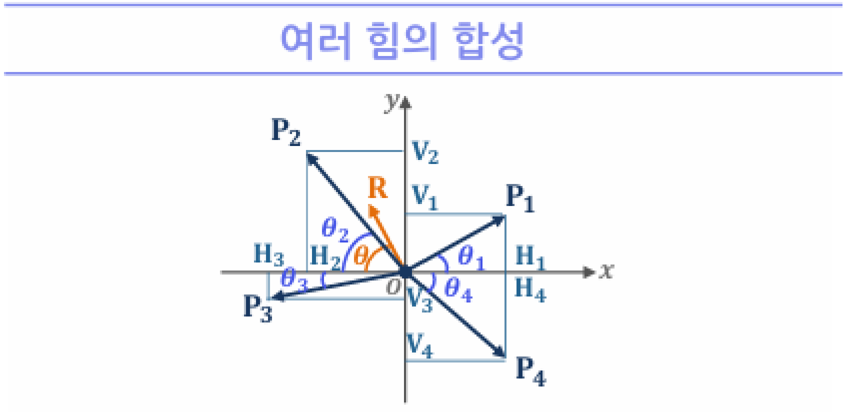
14. 첫 번째 단계:F_1과 F_2의 합성

- 먼저, 벡터 F_1과 F_2를 합성하여 **합력 $F_1 + F_2$**를 구합니다.
- 벡터 F_1의 끝점에 벡터 F_2를 연결하여 새로운 벡터 $F_1 + F_2$가 생성됩니다.
- 이를 통해 첫 번째 합성 벡터(①)가 구해집니다.

15. 두 번째 단계: $F_1 + F_2$와 F_3의 합성

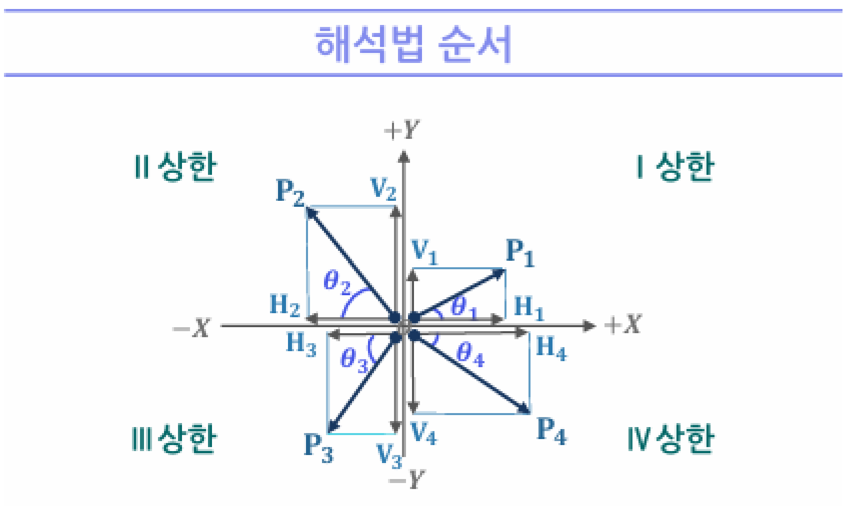
- 첫 번째 단계에서 구한 벡터 $F_1 + F_2$와 벡터 F_3를 합성하여 최종적인 **합력 $F_1 + F_2 + F_3$**를 구합니다.
- 두 번째 벡터 F_3를 첫 번째 합성 벡터 $F_1 + F_2$의 끝점에 연결하여 새로운 합력 벡터 $F_1 + F_2 + F_3$가 구해집니다.
- 이로써 최종적인 합성 벡터(②)가 완성됩니다.

17. 여러 힘의 합성



- 여러 힘이 한 점에 작용할 때, 이 힘들을 각각 **수직 성분**과 **수평 성분**으로 나누어 합력을 구할 수 있습니다.
- 이미지에서 여러 힘 P_1, P_2, P_3, P_4가 각각 다른 방향으로 작용하고 있으며, 이를 수평 및 수직 성분으로 분해하여 나타낸 것이 H_1, H_2, V_1, V_2입니다.
- 합력 R은 각 성분들을 종합하여 구할 수 있으며, 각 성분의 크기와 방향에 따라 결정됩니다.

18. 해석법 순서



- 해석법을 사용하여 힘의 성분을 구할 때는 **부호**에 유의해야 하며, 부호는 **오른손 법칙**을 따릅니다.
- 이미지 하단에 있는 그림에서는 4개의 사분면을 나누어 각각의 방향에 따라 성분들이 어떻게 계산되는지를 보여줍니다.
- **I** 사분면: P_1, H_1, V_1
- **II** 사분면: P_2, H_2, V_2
- **III** 사분면: P_3, H_3, V_3
- **IV** 사분면: P_4, H_4, V_4

19. 힘의 수평 성분**(Horizontal Component,** ΣH**)**

$$\sum \mathbf{H} = \mathbf{H_1} + \mathbf{H_2} + \mathbf{H_3} + \mathbf{H_4}$$
$$= \mathbf{P_1 cos\theta_1} - \mathbf{P_2 cos\theta_2} - \mathbf{P_3 cos\theta_3} + \mathbf{P_4 cos\theta_4}$$

$$\Sigma H = H_1 + H_2 + H_3 + H_4 = P_1 \cos\theta_1 - P_2 \cos\theta_2 - P_3 \cos\theta_3 + P_4 \cos\theta_4$$

- 여기서 P_1, P_2, P_3, P_4는 각 힘의 크기이고, $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$는 각 힘의 방향에 대한 각도입니다.
- 코사인 함수는 힘의 수평 성분을 구할 때 사용되며, 방향에 따라 부호가 달라집니다.

20. 힘의 수직 성분**(Vertical Component,** ΣV**)**

$$\sum \mathbf{V} = \mathbf{V_1} + \mathbf{V_2} + \mathbf{V_3} + \mathbf{V_4}$$
$$= \mathbf{P_1 sin\theta_1} + \mathbf{P_2 sin\theta_2} - \mathbf{P_3 sin\theta_3} - \mathbf{P_4 sin\theta_4}$$

$$\Sigma V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = P_1 \sin\theta_1 + P_2 \sin\theta_2 - P_3 \sin\theta_3 - P_4 \sin\theta_4$$

- 사인 함수는 힘의 수직 성분을 구하는 데 사용됩니다.
- 각도에 따른 힘의 방향에 따라 부호가 달라집니다.

합력	작용방향
$\mathbf{R} = \sqrt{(\sum \mathbf{H})^2 + (\sum \mathbf{V})^2}$	$\mathbf{tan\theta} = \frac{\sum \mathbf{V}}{\sum \mathbf{H}}$ $\mathbf{\theta} = \mathbf{tan^{-1}}(\frac{\sum \mathbf{V}}{\sum \mathbf{H}})$

21. 합력(R)의 계산

$$R = \sqrt{(\Sigma H)^2 + (\Sigma V)^2}$$

- 두 힘의 성분(수평 및 수직 성분)을 피타고라스 정리에 의해 합력으로 변환하는 방법입니다.
- ΣH와 ΣV는 각각 수평 및 수직 성분의 합입니다.
- 이 값들을 제곱하여 더한 뒤, 그 제곱근을 구하면 최종적으로 한 점에 작용하는 합력 R을 얻습니다.

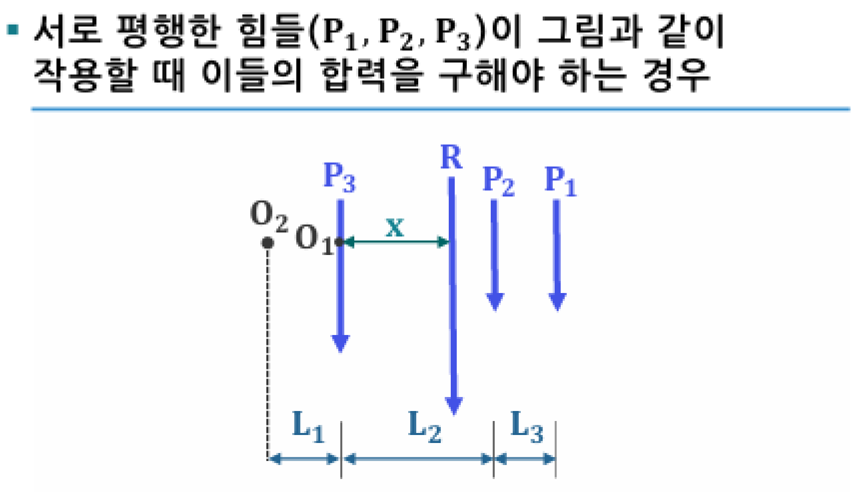
22. 합력의 작용 방향**(Angle of Resultant,** θ**)**

$$\tan\theta = \frac{\Sigma V}{\Sigma H}, \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\Sigma V}{\Sigma H}\right)$$

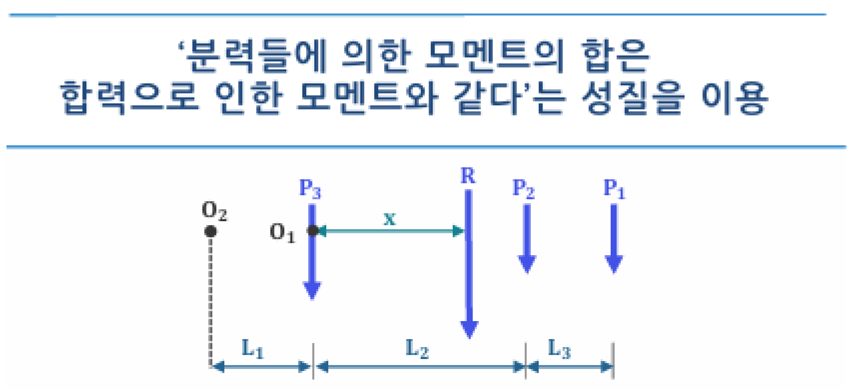
- 합력의 방향 θ는 수직 성분과 수평 성분의 비율을 이용하여 구합니다.
- 이때, 탄젠트 함수의 역함수(아크탄젠트)를 사용하여 각도를 계산합니다.

23. 평행한 힘의 정의

- 그림에서 P_1, P_2, P_3는 평행한 힘들로 모두 수직 방향으로 작용합니다.
- 각 힘은 서로 다른 위치에서 작용하며, 이들의 합력 R을 구해야 합니다.
- 각 힘의 작용점과 기준점 사이의 거리 L_1, L_2, L_3가 주어져 있습니다.



24. 모멘트 평형을 이용한 합력의 위치 구하기



$$\sum M_{O_1} = 0 \Rightarrow R \times x = P_2 \times l_2 + P_1 \times (l_2 + l_3)$$

$$\therefore x = \frac{P_2 \times l_2 + P_1 \times (l_2 + l_3)}{R}$$

- 이 문제에서는 '분력들에 의한 모멘트의 합은 합력에 의한 모멘트와 같다'는 성질을 사용합니다.

- 기준점 O_1에 대해 모멘트의 합을 구하면, 각 힘이 미치는 모멘트의 총합과 합력 R이 동일한 모멘트를 만들어야 합니다.

$$\Sigma M_{O_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad R \times x = P_2 \times l_2 + P_1 \times (l_2 + l_3)$$

- 여기서 R은 합력이고, x는 합력이 작용하는 위치입니다.
- 이 방정식을 통해 합력의 작용점을 구할 수 있습니다.

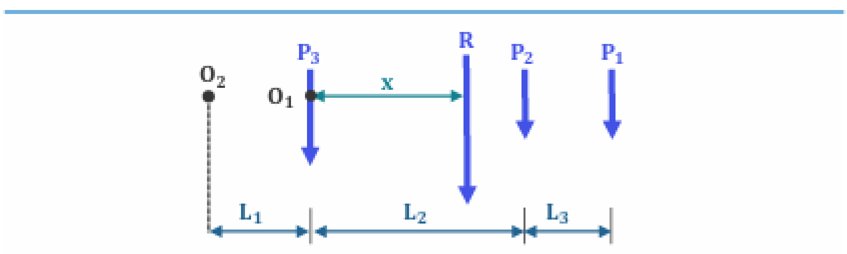
25. 합력의 작용점 구하기

- 위 모멘트 방정식을 변형하여 합력의 위치 x를 구할 수 있습니다.

$$Rx = \frac{P_2 \times l_2 + P_1 \times (l_2 + l_3)}{R}$$

- 이 식은 각 힘의 모멘트 합을 합력으로 나눈 값으로, 이때 R은 각 힘의 크기의 합입니다.
- 즉, 평행한 힘들의 모멘트를 이용해 합력이 작용하는 위치를 구할 수 있습니다.

26. 모멘트 평형식의 두 번째 방식



또는

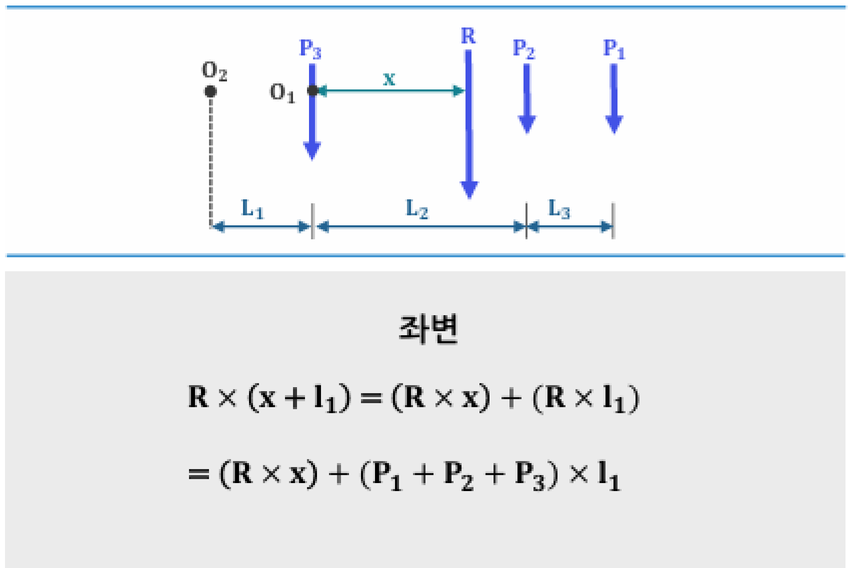
$$\sum \mathbf{M_{o_2}} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{R} \times (\mathbf{x} + \mathbf{l_1})$$
$$= \mathbf{P_3} \times \mathbf{l_1} + \mathbf{P_2} \times (\mathbf{l_1} + \mathbf{l_2}) + \mathbf{P_1} \times (\mathbf{l_1} + \mathbf{l_2} + \mathbf{l_3})$$

- 기준점 O_2를 기준으로 모멘트 평형을 구하는 방식입니다.
- 기준점 O_2에 대한 모멘트의 합을 구할 때도, '분력들에 의한 모멘트의 합은 합력에 의한 모멘트와 같다'는 성질을 이용합니다.

$$\Sigma M_{O_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad R \times (x + l_1) = P_3 \times l_1 + P_2 \times (l_1 + l_2) + P_1 \times (l_1 + l_2 + l_3)$$

- 여기서 l_1, l_2, l_3는 각 힘이 기준점 O_2로부터 떨어진 거리입니다.
- 이 모멘트 평형식을 이용하여 합력 R의 위치를 다시 계산할 수 있습니다.

27. 좌변의 전개



- 좌변을 전개하여 합력을 구하는 과정을 볼 수 있습니다.

$$R \times (x + l_1) = (R \times x) + (R \times l_1)$$

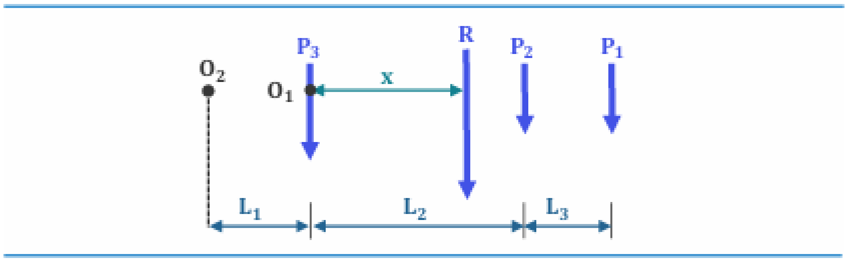
- 이는 모멘트 식을 더 단순하게 만들기 위한 과정입니다.
- 합력 R이 작용하는 위치 x와 l_1을 분리하여 계산할 수 있게 합니다.

28. 최종식의 변형

$$(R \times x) + (P_1 + P_2 + P_3) \times l_1$$

- 이를 통해 모멘트의 합을 각 힘의 크기와 거리로 나눌 수 있으며, 이를 통해 합력의 위치와 크기를 구할 수 있습니다.
- 이 식은 O_2기준으로 모멘트를 평형시킴으로써 합력의 위치를 다른 방식으로 계산한 것입니다.

29. 모멘트 평형식 재정리



$$\therefore (\mathbf{R} \times \mathbf{x}) + (\mathbf{P_1} + \mathbf{P_2} + \mathbf{P_3}) \times \mathbf{l_1}$$

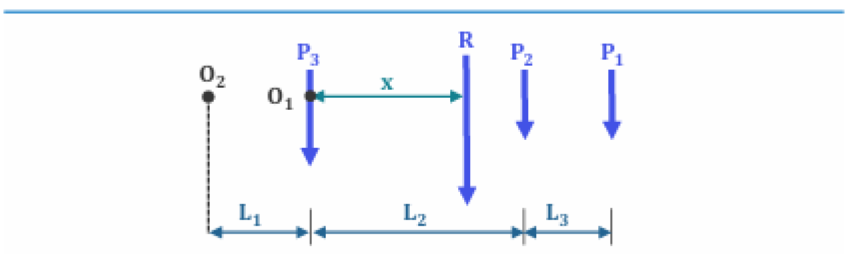
$$= \mathbf{P_3 l_1} + \mathbf{P_2}(\mathbf{l_1} + \mathbf{l_2}) + \mathbf{P_1}(\mathbf{l_1} + \mathbf{l_2} + \mathbf{l_3})$$

- 첫 번째로 나온 식은 다음과 같습니다.

$$(R \times x) + (P_1 + P_2 + P_3) \times l_1 = P_3 l_1 + P_2(l_1 + l_2) + P_1(l_1 + l_2 + l_3)$$

- 좌변은 합력 R에 대한 모멘트를 나타내며, 각 분력의 모멘트의 합을 우변에 나타내었습니다.

30. 좌변의 변형



따라서

$$\therefore (\mathbf{R} \times \mathbf{x}) = \mathbf{P_3 l_1} + \mathbf{P_2}(\mathbf{l_1} + \mathbf{l_2}) + \mathbf{P_1}(\mathbf{l_1} + \mathbf{l_2} + \mathbf{l_3})$$
$$- (\mathbf{P_1} + \mathbf{P_2} + \mathbf{P_3}) \times \mathbf{l_1}$$

$$\therefore \mathbf{X} = \frac{\mathbf{P_2 \times L_2 + P_1 \times (L_2 + L_3)}}{\mathbf{R}}$$

- 좌변의 $(P_1 + P_2 + P_3) \times l_1$ 부분은 우변의 동일한 항과 상쇄될 수 있습니다.

31. 최종식 유도

- 최종적으로 합력의 작용점 x를 구하는 식은 다음과 같습니다.

$$Rx = \frac{P_2 \times l_2 + P_1 \times (l_2 + l_3)}{R}$$

- 이 식은 각 분력의 모멘트 비율을 이용하여 합력의 작용 위치를 계산한 결과입니다.
- R은 전체 힘의 합력이기 때문에, 분력들의 모멘트가 균형을 이루는 지점을 구할 수 있습니다

32. 여러 힘의 합성

- 왼쪽 그림에서 보여지는 피라미드 구조는 많은 사람들이 여러 위치에서 힘을 가해 특정 물체를 움직이는 상황을 나타냅니다.
- 이처럼 여러 힘이 동시에 다양한 위치에서 작용할 때, 이를 하나의 합력으로 표현할 수 있습니다.
- 이 때 합력의 크기뿐만 아니라 합력이 작용하는 위치(즉, 합력의 작용점)를 계산하는 것이 중요합니다.

33. 합력의 작용점 계산

합력의 작용점

$$\mathbf{x_c} = \frac{\sum \mathbf{V_i x_i}}{\sum \mathbf{V_i}}$$

$$\mathbf{y_c} = \frac{\sum \mathbf{H_i y_i}}{\sum \mathbf{H_i}}$$

합력의 작용점은 각 힘이 어느 위치에서 작용하는지를 고려하여 계산됩니다. 여기서는 두 가지 성분인 수직 성분과 수평 성분을 따로 계산합니다.

수평 합력의 작용점

$$x_c = \frac{\sum V_i x_i}{\sum V_i}$$

- V_i: 각 수직 힘의 크기
- x_i: 각 힘이 작용하는 위치의 x 좌표
- 이 식은 각각의 수직 힘이 작용하는 위치의 가중평균을 계산하여, 합력의 수평 위치를 구하는 방식입니다.

수직 합력의 작용점 y_c

$$y_c = \frac{\sum H_i y_i}{\sum H_i}$$

- H_i: 각 수평 힘의 크기
- y_i: 각 힘이 작용하는 위치의 y 좌표

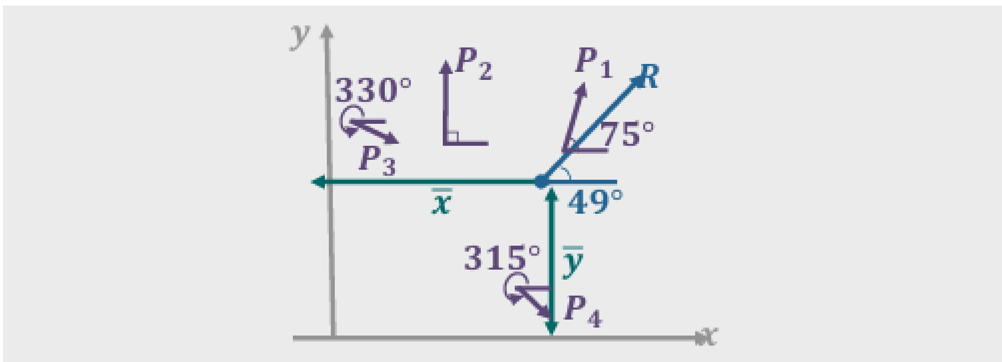
- 수평 합력의 작용점 역시 동일한 원리로 계산됩니다. 수평 방향으로 작용하는 힘의 가중평균을 구하여 합력의 수직 위치를 결정합니다.

문제**1**

Q

그림과 같은 좌표계에 작용되는 하중(P_1~P_4)의 크기와 작용의 시점좌표는 다음과 같다. 이 경우에 이들 하중 벡터의 합력의 크기와 방향(각도), 그리고 작용점의 위치를 결정하라.

하중 벡터의 크기 : $P_1 = 8\text{kN}$, $P_2 = 10\text{kN}$, $P_3 = 6\text{kN}$, $P_4 = 5\text{kN}$
작용 시점 좌표
: $P_1 = (11\text{m}, 9\text{m})$; $P_2 = (6\text{m}, 9\text{m})$; $P_3 = (2\text{m}, 10\text{m})$; $P_4 = (9\text{m}, 3\text{m})$



1. 주어진 값

- 힘의 크기**:**
- $P_1 = 8\ \text{kN}, P_2 = 10\ \text{kN}, P_3 = 6\ \text{kN}, P_4 = 5\ \text{kN}$
- 각 힘의 작용점**:**
- $P_1 : (11\ \text{m}, 9\ \text{m})$
- $P_2 : (6\ \text{m}, 9\ \text{m})$
- $P_3 : (2\ \text{m}, 10\ \text{m})$
- $P_4 : (9\ \text{m}, 3\ \text{m})$
- 각 힘의 방향**:**
- $P_1 : 75^\circ$
- $P_2 : 49^\circ$
- $P_3 : 330^\circ$
- $P_4 : 315^\circ$

2. 수평 및 수직 성분 구하기

각 힘의 수평 성분(H_i)과 수직 성분(V_i)을 구하기 위해 삼각함수를 사용합니다.

$$H_i = P_i \times \cos(\theta_i)$$

$$V_i = P_i \times \sin(\theta_i)$$

각 힘에 대해 이를 적용하면:

- $P_1 : H_1 = 8 \times \cos(75^\circ), V_1 = 8 \times \sin(75^\circ)$
- $P_2 : H_2 = 10 \times \cos(49^\circ), V_2 = 10 \times \sin(49^\circ$
- $P_3 : H_3 = 6 \times \cos(330^\circ), V_3 = 6 \times \sin(330^\circ)$
- $P_4 : H_4 = 5 \times \cos(315^\circ), V_4 = 5 \times \sin(315^\circ)$

각 힘의 수평 및 수직 성분을 모두 더하여 전체 수평 합력(ΣH)과 수직 합력(ΣV)을 구합니다.

$$\Sigma H = H_1 + H_2 + H_3 + H_4$$

$$\Sigma V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

3. 합력의 크기 구하기

두 성분의 피타고라스 정리를 사용하여 합력의 크기 R을 구합니다.

$$R = \sqrt{(\Sigma H)^2 + (\Sigma V)^2}$$

4. 합력의 방향 구하기

합력의 방향(각도) θ는 탄젠트의 역함수를 사용하여 구합니다.

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\Sigma V}{\Sigma H}\right)$$

5. 합력의 작용점 구하기

작용점의 좌표 x_c, y_c는 힘의 크기와 좌표를 이용하여 다음 식을 사용해 구합니다.

$$x_c = \frac{\sum V_i x_i}{\sum V_i}, \quad y_c = \frac{\sum H_i y_i}{\sum H_i}$$

각 힘이 작용하는 위치의 가중평균을 구하여 합력의 작용 위치를 결정할 수 있습니다.

6. 수평 성분 H계산

각 하중 벡터의 수평 성분 H_i는 다음과 같은 삼각함수를 사용하여 계산됩니다:

$$H_1 = P_1 \times \cos 75^\circ = 8 \times \cos 75^\circ = 2.07\ \text{kN}$$

$$H_2 = P_2 \times \cos 90^\circ = 10 \times \cos 90^\circ = 0\ \text{kN}$$

$$H_3 = P_3 \times \cos 330^\circ = 6 \times \cos 330^\circ = 5.19\ \text{kN}$$

$$H_4 = P_4 \times \cos 315^\circ = 5 \times \cos 315^\circ = 3.53\ \text{kN}$$

모든 수평 성분을 합치면:

$$\Sigma H = H_1 + H_2 + H_3 + H_4 = 2.07 + 0 + 5.19 + 3.53 = 10.79\,\mathrm{kN}$$

7. 수직 성분 V 계산

각 하중 벡터의 수직 성분 V_i는 다음과 같은 삼각함수를 사용하여 계산됩니다:

$$V_1 = P_1 \times \sin 75^\circ = 8 \times \sin 75^\circ = 7.72\,\mathrm{kN}$$

$$V_2 = P_2 \times \sin 90^\circ = 10 \times \sin 90^\circ = 10\,\mathrm{kN}$$

$$V_3 = P_3 \times \sin 330^\circ = 6 \times \sin 330^\circ = -3\,\mathrm{kN}$$

$$V_4 = P_4 \times \sin 315^\circ = 5 \times \sin 315^\circ = -3.53\,\mathrm{kN}$$

모든 수직 성분을 합치면:

$$\Sigma V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 7.72 + 10 + (-3) + (-3.53) = 11.19\,\mathrm{kN}$$

8. 합력의 크기 R

합력의 크기는 피타고라스 정리를 사용하여 수평 성분 ΣH 와 수직 성분ΣV 의 합으로 계산됩니다.

$$R = \sqrt{(\Sigma H)^2 + (\Sigma V)^2}$$

$$R = \sqrt{(10.79)^2 + (11.19)^2} = \sqrt{116.42 + 125.21} = \sqrt{241.63} = 15.54\,\mathrm{kN}$$

따라서, 합력의 크기는 **15.54 kN**입니다.

9. 합력의 각도 θ

합력의 방향은 수직 성분과 수평 성분의 비율을 사용하여 탄젠트의 역함수로 계산합니다.

$$\tan a = \frac{\Sigma V}{\Sigma H} = \frac{11.19}{10.79} = 1.03$$

$$a = \tan^{-1}(1.03) = 46.04^\circ$$

따라서, 합력의 방향은 **46.04**도입니다.

10. 합력의 수평 작용점 좌표 $\bar{x}$ 계산

합력의 수평 작용점 좌표는 다음 식을 통해 구할 수 있습니다:

$$\sum Vi\bar{x} = \frac{\sum (V_i \times x_i)}{\sum V_i}$$

여기서 V_i는 각 힘의 수직 성분, x_i는 각 힘이 작용하는 위치의 x좌표입니다.

계산식:

$$\bar{x} = \frac{7.72 \times 11 + 10 \times 6 + (-3) \times 2 + (-3.53) \times 9}{11.19}$$

$$\bar{x} = \frac{84.92 + 60 + (-6) + (-31.77)}{11.19} = \frac{107.15}{11.19} = 9.57\ \mathrm{m}$$

따라서, **합력의 수평 작용점 좌표는 9.57 m**입니다.

11. 합력의 수직 작용점 좌표 $\bar{y}$ 계산

합력의 수직 작용점 좌표는 다음 식을 통해 구할 수 있습니다:

$$\sum H_i \bar{y} = \frac{\sum (H_i \times y_i)}{\sum H_i}$$

여기서 H_i는 각 힘의 수평 성분, y_i는 각 힘이 작용하는 위치의 y좌표입니다.

계산식:

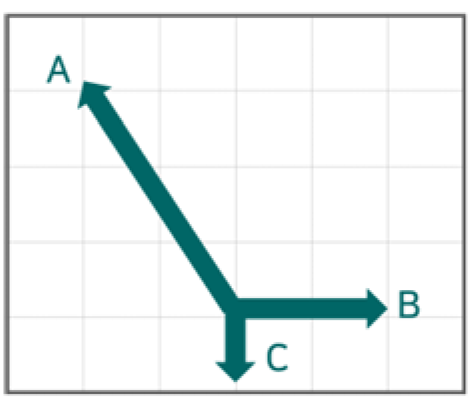
$$\bar{y} = \frac{2.07 \times 9 + 0 \times 9 + 5.19 \times 10 + 3.53 \times 3}{10.79}$$

$$\bar{y} = \frac{18.63 + 0 + 51.9 + 10.59}{10.79} = \frac{81.12}{10.79} = 7.51\ \mathrm{m}$$

따라서, **합력의 수직 작용점 좌표는 7.51 m**입니다.

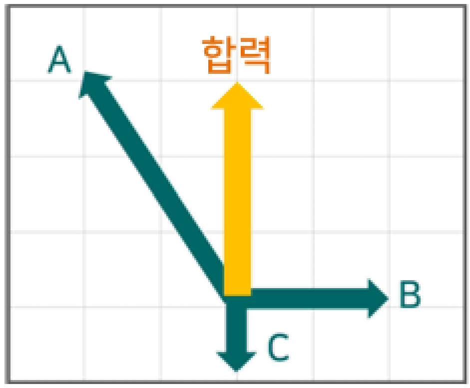
문제**2**

예제 **그림과 같이 동시에 작용하는 두 힘 A와 B의 합력의 크기는 몇 N인가?**
(단, C의 크기는 3N이다.)



1 3N
2 6N
3 9N
4 12N

1단계: 힘의 합력을 모눈종이에 그림



C 는 $3N$ 의 크기를 가지고 있고, 두 힘이 작용하는 방향을 그래프에 나타내었습니다. 두 힘의 합력은 이 두 힘이 이루는 삼각형에서 대각선으로 나타나며, 그림에서 합력이 노란색 화살표로 표시되어 있습니다.

2단계: 합력의 크기 구하기

- 문제에서 주어진 C의 크기가 $3N$ 이라고 가정합니다.
- 이 경우, A와 B의 합력을 F라고 할 때, 비율 계산을 통해 합력의 크기를 구합니다.
- 1칸에 해당하는 힘이 $3N$ 이고, 합력은 3칸을 차지하므로:

$$F = 3\,\mathrm{N} \times 3\,\text{칸} = 9\,\mathrm{N}$$

따라서, **두 힘 A와 B의 합력은 9N**이 됩니다.

문제**3**

이 문제는 두 사람이 각각 $50N$ 과 $80N$ 의 힘으로 돌을 같은 방향(오른쪽)으로 당기고 있을 때, 그 합력의 크기를 구하는 문제입니다.**주어진 조건**

- 첫 번째 사람은 $50N$ 의 힘으로 돌을 당깁니다.
- 두 번째 사람은 $80N$ 의 힘으로 돌을 당깁니다.
- 두 사람은 모두 같은 방향(오른쪽)으로 힘을 가하고 있습니다.

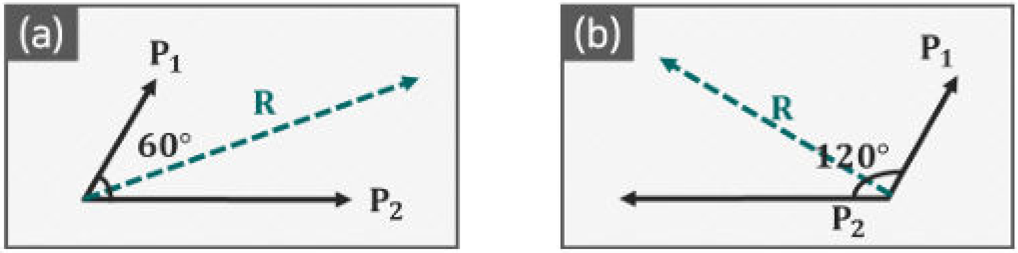
합력 계산

두 힘이 같은 방향으로 작용하고 있으므로, 두 힘의 크기를 단순히 더하면 됩니다.

$$\text{합력} = 50\,\mathrm{N} + 80\,\mathrm{N} = 130\,\mathrm{N}$$

문제**4**

예제 그림과 같이 크기는 같으나 P_2의 방향이 다른 두개의 벡터 ($P_1 = 3kN, P_2 = 5kN$)의 경우에 대하여 벡터의 합력(R)의 크기를 구하면?



주어진 조건

- $P_1 = 3\,\text{kN}$
- $P_2 = 5\,\text{kN}$
- 두 벡터 사이의 각도는 그림 (a)에서 60°, 그림 (b)에서 120°입니다.

벡터 합력의 크기 계산

두 벡터의 시점이 같으며 벡터가 이루는 각도는 60°이므로 코사인 법칙은 다음과 같습니다.

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos\theta}$$

(a) 그림: 두 벡터 사이의 각도 60°

$$R = \sqrt{(3)^2 + (5)^2 + 2(3)(5)\cos 60^\circ}$$

$$R = \sqrt{9 + 25 + 30 \times 0.5}$$

$$R = \sqrt{9 + 25 + 15} = \sqrt{49} = 7\,\text{kN}$$

따라서, 그림 (a)에서의 벡터 합력 R은 $7kN$입니다.

(b) 그림: 두 벡터 사이의 각도 120°

벡터를 평행 이동한 것으로 두 벡터의 시점이 다르고 벡터가 이루는 각도는 $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$이므로 코사인 법칙은 다음과 같습니다.

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2P_1P_2cos\theta}$$

주어진 값을 대입하면:

$$R = \sqrt{(3)^2 + (5)^2 - 2(3)(5)\cos 120^\circ}$$

$$R = \sqrt{9 + 25 - 2 \times 3 \times 5 \times (-0.5)}$$

$$R = \sqrt{9 + 25 + 15} = \sqrt{49} = 7\,\text{kN}$$

따라서, 그림 (b)에서의 벡터 합력 R은 **7kN**입니다.

결론

- **그림 (a)**에서 벡터 합력 R은 **7kN**입니다.
- **그림 (b)**에서 벡터 합력 R은 **7kN**입니다.

문제**4**

주어진 조건

- 첫 번째 벡터: 크기 $4\,\text{kN}$, 각도 60°
- 두 번째 벡터: 크기 $3\,\text{kN}$, 각도 30°

직교좌표 방법**(**해석법**)**

1. 두 벡터의 합력 크기 계산

벡터의 합력 크기는 두 벡터 사이 각도를 고려하여 **코사인 법칙**을 사용해 계산할 수 있습니다.

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos\theta}$$

여기서,θ는 두 벡터 사이의 각도입니다. 벡터가 주어진 각도를 기준으로 하는 방향을 보면, 두 벡터 사이 각도는 90° (즉, $60^\circ + 30^\circ$)입니다.

$$R = \sqrt{(4)^2 + (3)^2 + 2(4)(3)\cos 90^\circ}$$

$$R = \sqrt{16 + 9 + 0} = \sqrt{25} = 5\,\text{kN}$$

2. 합력의 방향 구하기

합력의 방향은 두 벡터의 성분을 이용하여 구할 수 있습니다. 이를 위해 먼저 각 벡터의 수평 및 수직 성분을 구합니다.

- 첫 번째 벡터의 수평 및 수직 성분:

$$H_1 = 4 \times \cos 60^\circ = 2\,\text{kN}$$

$$V_1 = 4 \times \sin 60^\circ \approx 3.46\,\text{kN}$$

- 두 번째 벡터의 수평 및 수직 성분:

$$H2 = P2 \times cos(330\circ) = 3 \times cos(330\circ) = 3 \times 0.8660254 \approx 2.5981kN$$

$$V_2 = P_2 \times \sin(330^\circ) = 3 \times \sin(330^\circ) = 3 \times (-0.5) = -1.5\,\text{kN}$$

이제 전체 수평 및 수직 성분을 더하면:

- 전체 수평 성분:

$$H_{\text{total}} = H_1 + H_2 = 2 + 2.5981 = 4.5981\ \text{kN}$$

- 전체 수직 성분:

$$V_{\text{total}} = V_1 + V_2 = 3.4641 + (-1.5) = 1.9641\ \text{kN}$$

합력의 방향은 탄젠트 함수를 사용하여 계산합니다.

$$\theta_R = \tan^{-1}\left(\frac{V_{\text{total}}}{H_{\text{total}}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1.9641}{4.5981}\right)$$

$$\theta_R \approx \tan^{-1}(0.4271) \approx 22.998^\circ$$

따라서, 수평선으로부터의 합력의 방향은 약 **22.998°***입니다.

직관적방법(도해법)

싸인 법칙을 이용한 계산

싸인 법칙을 사용하여 θ 값을 구하는 방식은 다음과 같습니다:

$$\frac{4}{\sin(\theta)} = \frac{5}{\sin(90^\circ)}$$

여기서 $5kN$은 합력의 크기로 가정되고, 싸인 법칙을 사용하여 벡터 사이 각도를 구한 후, 이를 수평선 기준으로 조정하여 최종적으로 23°로 결과를 도출했습니다.

이 방법에서는 삼각형을 가정하여 두 벡터가 이루는 삼각형의 내각을 계산하는데 초점을 맞추고 있습니다. 이때 **53°**은 벡터 P_1과 합력 사이의 각도를 나타내는 값이며, 이를 30°와 빼서 수평선과의 각도인 **23°***로 도출했습니다.

```
% 벡터의 크기 및 각도 (단위: kN, 각도: 도)
P1 = 4; % 벡터 P1의 크기
P2 = 3; % 벡터 P2의 크기
theta1 = 60; % 벡터 P1의 각도 (수평선 기준)
theta2 = 330; % 벡터 P2의 각도 (수정됨)

% 각 벡터의 수평 성분과 수직 성분 계산
H1 = P1 * cosd(theta1); % P1의 수평 성분
V1 = P1 * sind(theta1); % P1의 수직 성분
H2 = P2 * cosd(theta2); % P2의 수평 성분
V2 = P2 * sind(theta2); % P2의 수직 성분

% 전체 수평 및 수직 성분 계산
H_total = H1 + H2;
V_total = V1 + V2;
```

```
% 합력의 크기와 방향 계산
R = sqrt(H_total^2 + V_total^2); % 합력의 크기
theta_R = atan2d(V_total, H_total); % 합력의 방향 (수평선 기준)

% 결과 출력
fprintf('합력의 크기: %.8f kN\n', R);
```

```
합력의 크기: 5.00000000 kN
```

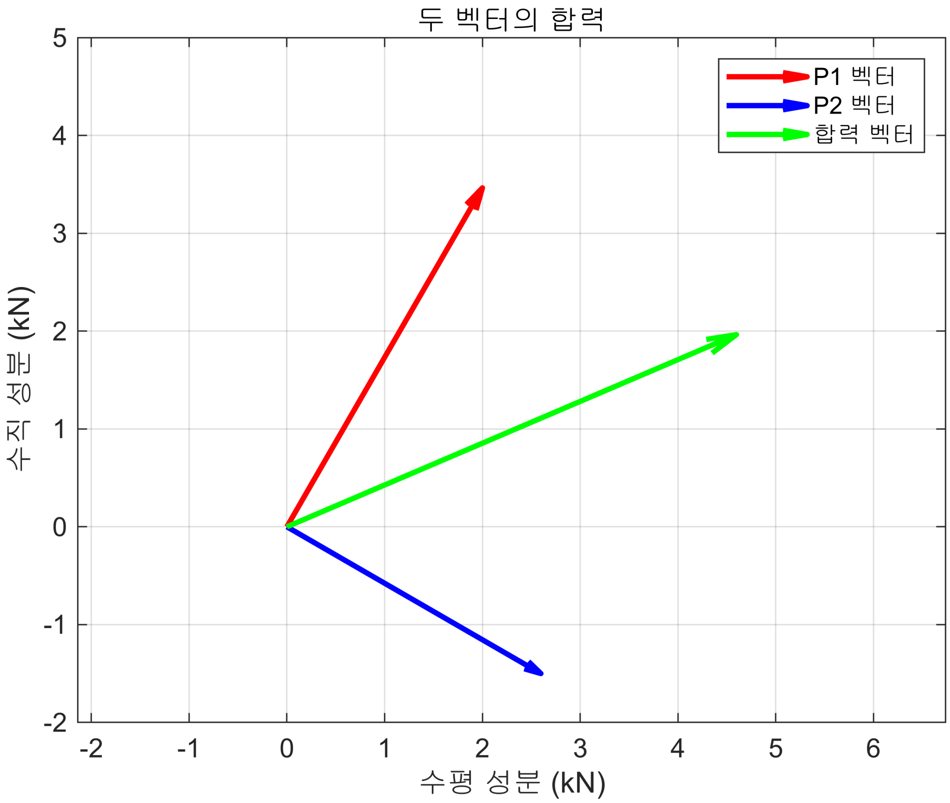
```
fprintf('합력의 방향: %.8f 도 (수평선 기준)\n', theta_R);
```

```
합력의 방향: 23.13010235 도 (수평선 기준)
```

```

% 시각화
figure;
quiver(0, 0, H1, V1, 0, 'r', 'LineWidth', 2); % P1 벡터
hold on;
quiver(0, 0, H2, V2, 0, 'b', 'LineWidth', 2); % P2 벡터 (각도 330도 적용)
quiver(0, 0, H_total, V_total, 0, 'g', 'LineWidth', 2); % 합력 벡터

% 축 설정 및 레이블
xlim([-1 5]);
ylim([-2 5]);
xlabel('수평 성분 (kN)');
ylabel('수직 성분 (kN)');
legend('P1 벡터', 'P2 벡터', '합력 벡터');
title('두 벡터의 합력');
grid on;
axis equal;
hold off;
```


두 벡터의 합력
P1 벡터
P2 벡터
합력 벡터
수직 성분 (kN)
수평 성분 (kN)
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6