

통계적 머신러닝 5장 과제

1. (1) iris 데이터는 3개의 class, { setosa, versicolor, virginica }가 있고 특성변수 $x_1 = \text{sepal_length}$, $x_2 = \text{sepal_width}$, $x_3 = \text{petal_length}$, $x_4 = \text{petal_width}$ 가 있다.

One-versus-Rest를 적용하면,

intercept : [-5.43052179 -1.03374577 -12.21594409]

coefficient : [[-2.27467146 2.04221619 -4.01937844 -3.46372044]
 [-1.2777746 -0.93618002 3.53177076 -2.24098008]
 [-0.31117851 -2.10556199 9.51791722 8.48747802]]

따라서 추정된 sigmoid 함수는 다음과 같다.

$$\hat{P}(Y_{\text{setosa}} = 1) = \frac{1}{1 + \exp(5.43 + 2.27x_1 - 2.04x_2 + 4.02x_3 + 3.46x_4)}, Y_{\text{setosa}} = \begin{cases} 1, \text{setosa} \\ 0, \text{versicolor or virginica} \end{cases}$$

$$\hat{P}(Y_{\text{versicolor}} = 1) = \frac{1}{1 + \exp(1.03 + 1.28x_1 + 0.94x_2 - 3.53x_3 + 2.24x_4)}, Y_{\text{versicolor}} = \begin{cases} 1, \text{versicolor} \\ 0, \text{setosa or virginica} \end{cases}$$

$$\hat{P}(Y_{\text{virginica}} = 1) = \frac{1}{1 + \exp(12.22 + 0.31x_1 + 2.11x_2 - 9.52x_3 - 8.49x_4)}, Y_{\text{virginica}} = \begin{cases} 1, \text{virginica} \\ 0, \text{versicolor or setosa} \end{cases}$$

versicolor 또는 virginica에 대비해 setosa일 확률은 x_1, x_3, x_4 이 증가하면 감소하고, x_2 가 증가하면 증가한다.

setosa 또는 virginica에 대비해 versicolor일 확률은 x_1, x_2, x_4 이 증가하면 감소하고, x_3 가 증가하면 증가한다.

setosa 또는 versicolor에 대비해 virginica일 확률은 x_1, x_2 가 증가하면 감소하고 x_3, x_4 가 증가하면 증가한다.

(2) multinomial를 적용하면,

intercept : [0.60193841 6.1076602 -6.70959861]

coefficient : [[-2.48710159 2.4086907 -5.41565289 -4.83270107]
 [1.46232628 -0.12532899 -2.35281482 -2.01137917]
 [1.02477531 -2.28336172 7.76846772 6.84408024]]

따라서 추정된 softmax 함수는 다음과 같다.

$$\hat{P}(Y = k) = \frac{\exp(\beta_k^T x_i)}{\exp(\beta_1^T x_i) + \exp(\beta_2^T x_i) + \exp(\beta_3^T x_i)}, k = 1, 2, 3$$

$$\beta_1 = (0.60, -2.48, 2.41, -5.42, -4.83)^T, \beta_2 = (6.11, 1.46, -0.12, -2.35, -2.01)^T$$

$$\beta_3 = (-6.71, 1.02, -2.28, 7.77, 6.84)^T, x_i = (1, x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, x_{i4})^T$$

k=1일 때, 3개의 class 중 setosa일 확률은 x_1, x_3, x_4 가 증가하면 감소하고, x_2 가 증가하면 증가한다.

k=2일 때, 3개의 class 중 versicolor일 확률은 x_2, x_3, x_4 가 증가하면 감소하고, x_1 가 증가하면 증가한다.

k=3일 때, 3개의 class 중 virginica일 확률은 x_2 가 증가하면 감소하고, x_1, x_3, x_4 가 증가하면 증가한다.

