

Reitinhaku verkossa

Toteutus

Harjoitustyön toteutuksessa on käytetty Dijkstran algoritmia. Kuten määrittelydokumentissa on todettu, Dijkstran algoritmin aikavaativuus on $O((|V| + |E|) \log |V|)$ ja tilavaativuus $O(|V|)$, missä $|V|$ on verkon G solmujen ja $|E|$ kaarien lukumäärä. Nämä vaativuusluokat on johdettu monisteen¹ sivulla 526. Harjoitustyön toteutuksessa päästään samoihin luokkiin, mikä perustelemiseksi tarkastelemme seuraavaksi rinnakkain monisteen pseudokoodia ja harjoitustyön lähdekoodia.

Monisteen sivulla 522 esitetty algoritmi Dijkstra-With-Heap alkaa operaatioilla Initialize-Single-Source ja $S = \emptyset$, jotka vievät aikaa $O(|V|)$. Monisteen Initialize-Single-Source:ssa asetetaan $\text{distance}[v] = 0$ ja $\text{path}[v] = \text{NIL}$ kaikilla $v \in V \setminus \{s\}$. Lähdekoodissa tämä on toteutettu suoraviivaisesti sillä erolla, että lisäksi kutsutaan vakioaikaista operaatiota `locationToNode`.

Seuraavaksi monisteen pseudokoodissa lisätään kaikki solmut kekkoon. Lähdekoodissa tämä tehdään operaatiolla `heapInsertAll`, jossa käydään läpi kaikki kartan ruudut. Kutakin ruutua vastaa yksi verkon solmuista, joten insert-operaatiota toistetaan yhteensä $|V|$ kertaa. Insert on vaativuudeltaan $O(\log |V|)$: pahimmassa tapauksessa uusi solmu on kuljetettava binääripuun lehdestä juureen asti, ja lähes täydellisen binääripuun korkeus on tunnetusti logaritminen puussa olevien solmujen määrään nähden. Siispä `heapInsertAll` on vaativuudeltaan $O(|V| \log |V|)$.

Seuraavana vuorossa olevaa while-silmukkaa toistetaan $|V|$ kertaa. Joka kierroksella kutsutaan $O(\log |V|)$ -aikaista operaatiota `heap-del-min`. `Relax`- ja `heap-dec-key`-operaatiot tehdään enintään $|E|$ kertaa. `Relax` toimii ajassa $O(1)$ ja `heap-dec-key` ajassa $O(\log |V|)$, joten while-silmukan aikavaativuus on $|V| O(\log |V|) + |E| O(\log |V|) = O((|V| + |E|) \log |V|)$. \square

¹ Floréen, P. 2013: Tietorakenteet ja algoritmit. Helsingin yliopiston Tietojenkäsittelytieteen laitos.