ĐẠO HÀM

Định nghĩa : $f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ hoặc $f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Công thức : ♦ $(u + v)' = u' + v'$ ♦ $(u.v)' = u'v + u.v'$ ♦ $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - u.v'}{v^2}$

♦ $y'_x = y'_u . u'_x$ ♦ $(k.u)' = k.u'$ ♦ $\left(\dfrac{k}{u}\right)' = -\dfrac{k.u'}{u^2}$

Đạo hàm các hàm số sơ cấp: ♦ $(C)' = 0$

♦ $(x^{\alpha})' = \alpha.x^{\alpha-1}$ với $\alpha \in R$ ♦ $(u^{\alpha})' = \alpha.u^{\alpha-1}.u'$ với $\alpha \in R$

♦ $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$; ♦ $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$ ♦ $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$; ♦ $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$

♦ $(\sqrt[n]{x})' = \dfrac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$ $n \in N^*, n > 1$ ♦ $(\sqrt[n]{u})' = \dfrac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$ $n \in N^*, n > 1$

♦ $(\text{Sin}x)' = \text{Cos } x$; ♦ $(\text{Sin}u)' = u'.\text{Cos } u$;

♦ $(\text{Cos } x)' = -\text{Sin}x$ ♦ $(\text{Cos } u)' = -u'.\text{Sin } u$

♦ $(\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\text{Cos}^2 x}$ ♦ $(\tan u)' = u'.(1 + \tan^2 u) = \dfrac{u'}{\text{Cos}^2 u}$

♦ $(\text{Cot } x)' = -(1 + \text{Cot}^2 x) = -\dfrac{1}{\text{Sin}^2 x}$ ♦ $(\text{Cot } u)' = -u'.(1 + \text{Cot}^2 u) = -\dfrac{u'}{\text{Sin}^2 u}$

♦ $(e^x)' = e^x$; ♦ $(e^u)' = u'.e^u$ ♦ $(a^x)' = a^x.\ln a$; ♦ $(a^u)' = u'.a^u.\ln a$

♦ $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$; ♦ $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$ ♦ $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$ ♦ $(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u.\ln a}$

♦ $\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)' = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ ♦ $\left(\dfrac{ax^2+bx+c}{ex+f}\right)' = \dfrac{aex^2+2af.x+(bf-ce)}{(ex+f)^2}$

♦ $$\left(\frac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right)' = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}.x^2 + 2\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}.x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{(a_2x^2+b_2x+c_2)^2}$$

Đạo hàm cấp cao :

- $(x^m)^{(n)} = m(m-1)(m-2)\ (m-n+1)\, x^{m-n}$ nếu $m \geq n$
- $(x^m)^{(n)} = 0$ nếu $m < n$

- $(\log_a x)^{(n)} = (-1)^{n-1} . \dfrac{(n-1)!}{\ln a} \dfrac{1}{x^n}$
- $(\ln x)^{(n)} = (-1)^{n-1}.(n-1)!.x^{-n}$
- $(e^{kx})^{(n)} = k^n . e^{kx}$
- $(a^x)^{(n)} = (\ln a)^n.a^x$
- $(\text{Sin } ax)^{(n)} = a^n.\text{Sin}(ax + n.\pi/2)$
- $(\text{Cos } ax)^{(n)} = a^n.\text{Cos}(ax + n.\pi/2)$
- $\left(\dfrac{1}{ax+b}\right)^{(n)} = (-1)^n .a^n.n! \dfrac{1}{(ax+b)^{n+1}}$

Quy tắc cơ bản của đạo hàm

Quy tắc cơ bản của tính đạo hàm

$(c)' = 0$ ***Đạo hàm của hằng số bằng 0***	$(u \pm v)' = (u)' \pm (v)'$ $(u_1 \pm u_2 \pm \cdots \pm u_n)' = (u_1)' \pm (u_2)' \pm \cdots (u_n)'$ ***Đạo hàm một tổng bằng tổng các đạo hàm***
$(u \times v)' = (u)'v + (v)'u$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{(u)'v - (v)'u}{v^2}$

Quy tắc đạo hàm của hàm số hợp

Nếu y = y(u(x)) thì y'(x) = y'(u) X u'(x)

Công thức đạo hàm cơ bản

Đạo hàm của f(x) với x là biến số	Đạo hàm của f(u) với u là một hàm số
$(kx)' = k$	$(k \times u)' = k \times u'$
$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(u^n)' = n \times u^{n-1} \times (u)'$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{(u)'}{u^2}$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = -\frac{(u)'}{2\sqrt{u}}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = \cos u \times (u)'$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -\sin u \times (u)'$
$(\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan u)' = (1 + \tan^2 u) \times (u)' = \frac{(u)'}{\cos^2 u}$
$(\cot x)' = -(1 + \cot^2 x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\cot u)' = -(1 + \cot^2 u) \times (u)' = -\frac{(u)'}{\sin^2 x}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^u)' = e^u \times (u)'$
$(a^x)' = a^x \times \ln a$	$(a^u)' = a^u \times \ln a \times (u)'$
$(\ln x)' = (\ln\|x\|)' = \frac{1}{x}$	$(\ln u)' = (\ln\|u\|)' = \frac{(u)'}{u}$
$(\log_a x)' = (\log_a \|x\|)' = \frac{1}{x \times \ln a}$	$(\log_a u)' = (\log_a \|u\|)' = \frac{(u)}{u \times \ln a}$

Đạo hàm của một số phân thức hữu tỉ thường gặp

$$y' = \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2} = \frac{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}{(cx+d)^2}$$

$$y' = \left(\frac{ax^2+bx+c}{ex+f}\right)' = \frac{aex^2+2afx+(bf-ce)}{(ex+f)^2}$$

$$y' = \left(\frac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right) = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}x^2 + \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{(a_2x^2+b_2x+c_2)^2}$$

$$(\sin(x))' = \cos(x)$$

$$(\cos(x))' = -\sin(x)$$

$$(\tan(x))' = \left(\frac{\sin(x)}{\cos(x)}\right)' = \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos^2(x)} = \sec^2(x)$$

$$(\cot(x))' = \left(\frac{\cos(x)}{\sin(x)}\right)' = \frac{-\sin^2(x) - \cos^2(x)}{\sin^2(x)} = -(1 + \cot^2(x)) = -\csc^2(x)$$

$$(\sec(x))' = \left(\frac{1}{\cos(x)}\right)' = \frac{\sin(x)}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos(x)}.\frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \sec(x)\tan(x)$$

$$(\csc(x))' = \left(\frac{1}{\sin(x)}\right)' = -\frac{\cos(x)}{\sin^2(x)} = -\frac{1}{\sin(x)}.\frac{\cos(x)}{\sin(x)} = -\csc(x)\cot(x)$$

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos(x))' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan(x))' = \frac{1}{x^2+1}$$

Bảng đạo hàm và nguyên hàm

Bảng đạo hàm		Bảng nguyên hàm	
$x^{\alpha}\ ' = \alpha x^{\alpha-1}$	$\left(u^{\alpha}\right)' = \alpha.u'.u^{\alpha-1}$	$\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c,\ (\alpha \neq -1)$	$\int (ax+b)^{\alpha}dx = \frac{1}{a}.\frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = u'.\cos u$	$\int \sin x dx = -\cos x + c$	$\int \sin(ax+b)dx = -\frac{1}{a}\cos(ax+b) + c$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -u'.\sin u$	$\int \cos x dx = \sin x + c$	$\int \cos(ax+b)dx = \frac{1}{a}\sin(ax+b) + c$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$	$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u} = u'.(1+\tan^2 u)$	$\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \tan x + c$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)}dx = \frac{1}{a}\tan(ax+b) + c$
$(\cot x)' = \frac{-1}{\sin^2 x} = -(1+\cot^2 x)$	$(\cot u)' = \frac{-u'}{\sin^2 u} = -u'.(1+\cot^2 u)$	$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\cot x + c$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)}dx = -\frac{1}{a}\cot(ax+b) + c$
$\log_a x\ ' = \frac{1}{x\ln a}$	$\log_a u\ ' = \frac{u'}{u.\ln a}$	$\int \frac{1}{x}dx = \ln\lvert x\rvert + c$	$\int \frac{1}{ax+b}dx = \frac{1}{a}\ln\lvert ax+b\rvert + c$
$\ln x\ ' = \frac{1}{x}$	$\ln u\ ' = \frac{u'}{u}$		
$a^{x}\ ' = a^{x}.\ln a$	$a^{u}\ ' = a^{u}.u'.\ln a$	$\int a^{x}dx = \frac{a^{x}}{\ln a} + c$	$\int a^{\alpha x+\beta}dx = \frac{a^{\alpha x+\beta}}{\alpha.\ln a} + c$
$e^{x}\ ' = e^{x}$	$\left(e^{u}\right)' = u'.e^{u}$	$\int e^{x}dx = e^{x} + c$	$\int e^{ax+b}dx = \frac{1}{a}e^{ax+b} + c$