

ĐẠO HÀM

Định nghĩa : $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ hoặc $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Công thức : ♦ $(u + v)' = u' + v'$ ♦ $(u.v)' = u'v + u.v'$ ♦ $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - u.v'}{v^2}$
♦ $y'_x = y'_u \cdot u'_x$ ♦ $(k.u)' = k.u'$ ♦ $\left(\frac{k}{u}\right)' = -\frac{k.u'}{u^2}$

Đạo hàm các hàm số sơ cấp: ♦ $(C)' = 0$

$$♦ (x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1} \quad \text{với } \alpha \in \mathbb{R}$$

$$♦ (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}; ♦ \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$♦ (\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}} \quad n \in \mathbb{N}^*, n > 1$$

$$♦ (\sin x)' = \cos x;$$

$$♦ (\cos x)' = -\sin x$$

$$♦ (\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$♦ (\cot x)' = -(1 + \cot^2 x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$♦ (e^x)' = e^x; ♦ (e^u)' = u' \cdot e^u$$

$$♦ (\ln x)' = \frac{1}{x}; ♦ (\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$♦ \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$$

$$♦ \left(\frac{a_1 x^2 + b_1 x + c_1}{a_2 x^2 + b_2 x + c_2}\right)' = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \cdot x^2 + 2 \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \cdot x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{(a_2 x^2 + b_2 x + c_2)^2}$$

$$♦ (u^\alpha)' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u' \quad \text{với } \alpha \in \mathbb{R}$$

$$♦ (\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}; ♦ \left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$♦ (\sqrt[n]{u})' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}} \quad n \in \mathbb{N}^*, n > 1$$

$$♦ (\sin u)' = u' \cdot \cos u;$$

$$♦ (\cos u)' = -u' \cdot \sin u$$

$$♦ (\tan u)' = u' \cdot (1 + \tan^2 u) = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$♦ (\cot u)' = -u' \cdot (1 + \cot^2 u) = -\frac{u'}{\sin^2 u}$$

$$♦ (a^x)' = a^x \cdot \ln a; ♦ (a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$$

$$♦ (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}; ♦ (\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$$

$$♦ \left(\frac{ax^2 + bx + c}{ex + f}\right)' = \frac{aex^2 + 2af \cdot x + (bf - ce)}{(ex + f)^2}$$

Đạo hàm cấp cao :

$$\begin{aligned} \blacklozenge (x^m)^{(n)} &= m(m-1)(m-2) \dots (m-n+1) x^{m-n} && \text{nếu } m \geq n \\ \blacklozenge (x^m)^{(n)} &= 0 && \text{nếu } m < n \end{aligned}$$

$$\blacklozenge (\log_a x)^{(n)} = (-1)^{n-1} \cdot \frac{(n-1)!}{\ln a} \frac{1}{x^n}$$

$$\blacklozenge (\ln x)^{(n)} = (-1)^{n-1} \cdot (n-1)! \cdot x^{-n}$$

$$\blacklozenge (e^{kx})^{(n)} = k^n \cdot e^{kx}$$

$$\blacklozenge (a^x)^{(n)} = (\ln a)^n \cdot a^x$$

$$\blacklozenge (\sin ax)^{(n)} = a^n \cdot \sin(ax + n \cdot \pi/2)$$

$$\blacklozenge (\cos ax)^{(n)} = a^n \cdot \cos(ax + n \cdot \pi/2)$$

$$\blacklozenge \left(\frac{1}{ax+b} \right)^{(n)} = (-1)^n \cdot a^n \cdot n! \frac{1}{(ax+b)^{n+1}}$$

Quy tắc cơ bản của đạo hàm

Quy tắc cơ bản của tính đạo hàm

$(c)' = 0$ <i>Đạo hàm của hằng số bằng 0</i>	$(u \pm v)' = (u)' \pm (v)'$ $(u_1 \pm u_2 \pm \dots \pm u_n)' = (u_1)' \pm (u_2)' \pm \dots (u_n)'$ <i>Đạo hàm một tổng bằng tổng các đạo hàm</i>
$(u \times v)' = (u)'v + (v)'u$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{(u)'v - (v)'u}{v^2}$

Quy tắc đạo hàm của hàm số hợp

Nếu $y = y(u(x))$ thì $y'(x) = y'(u) \times u'(x)$

Công thức đạo hàm cơ bản

Đạo hàm của $f(x)$ với x là biến số	Đạo hàm của $f(u)$ với u là một hàm số
$(kx)' = k$	$(k \times u)' = k \times u'$
$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(u^n)' = n \times u^{n-1} \times (u)'$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{(u)'}{u^2}$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = -\frac{(u)'}{2\sqrt{u}}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = \cos u \times (u)'$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -\sin u \times (u)'$
$(\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan u)' = (1 + \tan^2 u) \times (u)' = \frac{(u)'}{\cos^2 u}$
$(\cot x)' = -(1 + \cot^2 x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\cot u)' = -(1 + \cot^2 u) \times (u)' = -\frac{(u)'}{\sin^2 u}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^u)' = e^u \times (u)'$
$(a^x)' = a^x \times \ln a$	$(a^u)' = a^u \times \ln a \times (u)'$
$(\ln x)' = (\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln u)' = (\ln u)' = \frac{(u)'}{u}$
$(\log_a x)' = (\log_a x)' = \frac{1}{x \times \ln a}$	$(\log_a u)' = (\log_a u)' = \frac{(u)'}{u \times \ln a}$

Đạo hàm của một số phân thức hữu tỉ thường gặp

$$y' = \left(\frac{ax + b}{cx + d} \right)' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2} = \frac{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}{(cx + d)^2}$$

$$y' = \left(\frac{ax^2 + bx + c}{ex + f} \right)' = \frac{aex^2 + 2afx + (bf - ce)}{(ex + f)^2}$$

$$y' = \left(\frac{a_1x^2 + b_1x + c_1}{a_2x^2 + b_2x + c_2} \right)' = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}x^2 + \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{(a_2x^2 + b_2x + c_2)^2}$$

$$(\sin(x))' = \cos(x)$$

$$(\cos(x))' = -\sin(x)$$

$$(\tan(x))' = \left(\frac{\sin(x)}{\cos(x)} \right)' = \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos^2(x)} = \sec^2(x)$$

$$(\cot(x))' = \left(\frac{\cos(x)}{\sin(x)} \right)' = \frac{-\sin^2(x) - \cos^2(x)}{\sin^2(x)} = -(1 + \cot^2(x)) = -\csc^2(x)$$

$$(\sec(x))' = \left(\frac{1}{\cos(x)} \right)' = \frac{\sin(x)}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos(x)} \cdot \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \sec(x) \tan(x)$$

$$(\csc(x))' = \left(\frac{1}{\sin(x)} \right)' = -\frac{\cos(x)}{\sin^2(x)} = -\frac{1}{\sin(x)} \cdot \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = -\csc(x) \cot(x)$$

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos(x))' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan(x))' = \frac{1}{x^2+1}$$

Bảng đạo hàm và nguyên hàm

Bảng đạo hàm		Bảng nguyên hàm	
$x^{\alpha-1} = \alpha x^{\alpha-1}$	$(u^{\alpha})' = \alpha u' u^{\alpha-1}$	$\int x^{\alpha} dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c, (\alpha \neq -1)$	$\int (ax+b)^{\alpha} dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$	$\int \sin x dx = -\cos x + c$	$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + c$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$	$\int \cos x dx = \sin x + c$	$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + c$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$	$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u} = u' \cdot (1 + \tan^2 u)$	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + c$
$(\cot x)' = \frac{-1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x)$	$(\cot u)' = \frac{-u'}{\sin^2 u} = -u' \cdot (1 + \cot^2 u)$	$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + c$
$\log_a x' = \frac{1}{x \ln a}$	$\log_a u' = \frac{u'}{u \ln a}$	$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c$	$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + c$
$\ln x' = \frac{1}{x}$	$\ln u' = \frac{u'}{u}$		
$a^x' = a^x \cdot \ln a$	$a^u' = a^u \cdot u' \cdot \ln a$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$	$\int a^{ax+\beta} dx = \frac{a^{ax+\beta}}{\alpha \cdot \ln a} + c$
$e^x' = e^x$	$(e^u)' = u' e^u$	$\int e^x dx = e^x + c$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + c$