2019 年度 構造力学 II 演習課題 2 解答

問題 1

問題で与えられた骨組み構造に対し，支点反力の正方向を, 図 1-(a) に示したように定める．これらの反力は，構造全体の力とモーメントのつり合い条件より

$$R_A = R_D = \frac{q_0 l}{2}, \quad H_D = q_0 l$$

となる．部材 $i, (i = 1, 2, 3)$ の軸力, 曲げモーメント, せん断力を N_i, M_i および Q_i と表すとき, 部材 1 から 3 の断面力を求めるための自由物体図は, 図 2-(a) から (c) のようになる．これらの図を参照して, 軸力とモーメントのつり合い式を立てれば,

$$N_1 = -\frac{q_0 l}{2\sqrt{2}}, \quad M_1 = -\frac{q_0 l^2}{2}\left\{\left(\frac{x_1}{l}\right)^2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{x_1}{l}\right)\right\}$$

$$N_2 = -q_0 l, \quad M_2 = -q_0 l^2 \left\{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{s_2}{l}\right)\right\}$$

$$N_3 = -\frac{q_0 l}{2}, \quad M_3 = -q_0 l s_3$$

が得られる．この結果から軸力および曲げモーメント図を描くと, 図 4-(a) と (b) のようになる．

単位荷重法における補助系図 1-(b) のように設定し，この構造の支点反力を求めれば,

$$\tilde{R}_A = \tilde{R}_D = \frac{1}{2}, \quad \tilde{H}_D = 0$$

である．また, 図 3-(a) から (c) の自由物体図を参照して断面力を計算すれば

$$\tilde{N}_1 = -\frac{1}{2\sqrt{2}}, \quad \tilde{M}_1 = \frac{x_1}{2\sqrt{2}}$$

$$\tilde{N}_2 = 0, \quad \tilde{M}_2 = \frac{s_2}{2}$$

$$\tilde{N}_3 = -\frac{1}{2}, \quad \tilde{M}_3 = 0$$

となることから，補助系の曲げモーメント図は, 図 3-(b) のようになる．ここで, $N_i\tilde{N}_i$ と $M_i\tilde{M}_i$ の部材 i に関する積分を $i = 1, 2$ と 3 に対して求めると，

$$\int_0^{\sqrt{2}l} N_1\tilde{N}_1 ds_1 = \frac{\sqrt{2}}{8} q_0 l^2, \quad \int_0^{\sqrt{2}l} M_1\tilde{M}_1 dx = -\frac{q_0 l^4}{12\sqrt{2}}$$

$$\int_0^{l} N_2\tilde{N}_2 ds_2 = 0, \quad \int_0^{l} M_2\tilde{M}_2 ds_2 = \frac{q_0 l^4}{6}$$

$$\int_0^{l} N_3\tilde{N}_3 ds_3 = \frac{q_0 l^4}{4}, \quad \int_0^{l} M_3\tilde{M}_3 ds_3 = 0$$

の結果が得られる. 以上より，求めるべき鉛直変位 v_B は

$$v_B = \sum_{i=1}^{3} \int_0^{l_i} \left(\frac{N_i\tilde{N}_i}{EA} + \frac{M_i\tilde{M}_i}{EI}\right) dx_i = \frac{2+\sqrt{2}}{8}\frac{q_0 l^2}{EA} + \frac{4+\sqrt{2}}{24}\frac{q_0 l^4}{EI}$$

である．ただし l_i と x_i は，それぞれ部材 i の長さと部材軸方向にとった座標を表す.

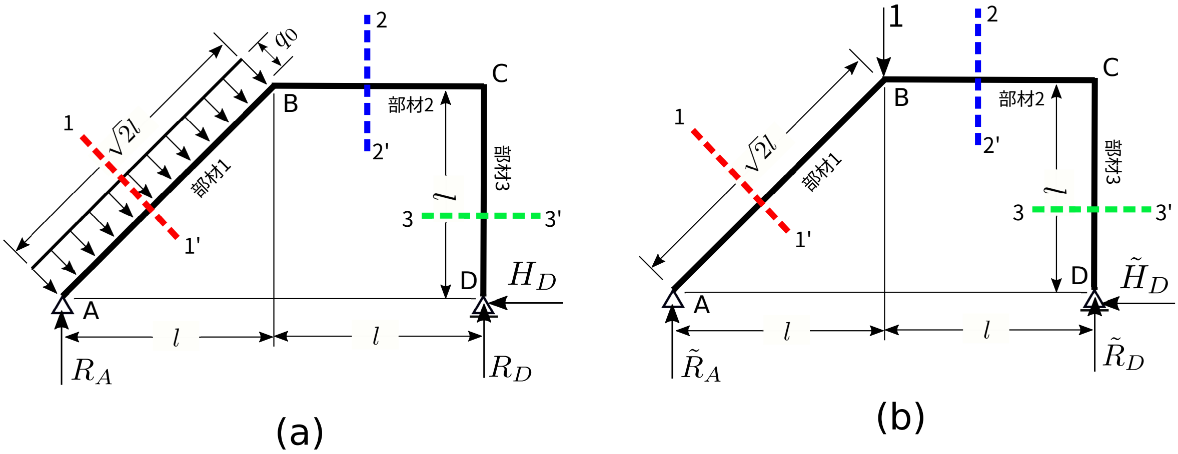

図 1: (a) 問題 1 で与えられた系に働く支点反力と, (b),(c) 断面力の計算に用いた自由物体図.

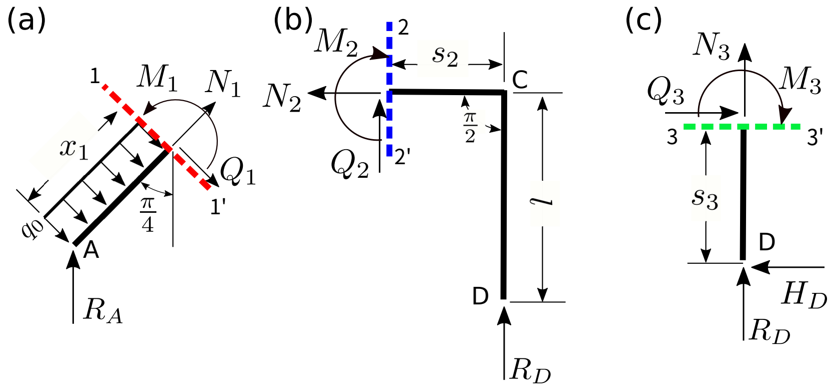

図 2: (a) 問題 1 の解答に用いた補助系と, (b),(c) その断面力計算に用いた自由体図.

問題 2

トラス構造の節点 B と C にそれぞれ大きさ F_1 および F_2 の荷重が作用する場合の軸力を求める．その結果において $F_1 = F_2 = F$ とすれば，問題で与えられたトラス構造の軸力が得られる．一方，$F_1 = 0, F_2 = 1$ とすれば，問題で指定された鉛直変位 v_C を, 単位荷重法によって求めるための補助系の軸力が得られる．

図 5-(a) のように支点反力の正方向を定めるとき, これらの支点反力はトラス構造全体のつり合い条件より,

$$H_A = -F_1 - 2F_2, \quad V_A = F_1 + F_2 \quad H_B = F_1 + 2F_2$$

となる．ここで，第 i 部材の軸力を N_i と表し，節点 C に関する力の釣り合を考えると, 図 5-(b) より

$$N_2 = F_2, \quad N_6 = -\sqrt{2}F_2$$

となる．次に，図 5-(c) のような部分構造について，点 B に関するモーメントの釣り合い条件を考えれば,

$$N_7 = -F_2$$

となることが分かる．さらに，この部分構造の水平方向と鉛直方向の力の釣り合いから

$$N_1 = F_2 + 2F_2, \quad N_4 = -\sqrt{2}\,(F_1 + 2F_2)$$

が得られる．以上を踏まえ，節点 D と節点 E について図 4-(d) および (e) に従いつり合い式を立てれば,

$$N_5 = F_2, \quad N_3 = F_1 + F_2$$

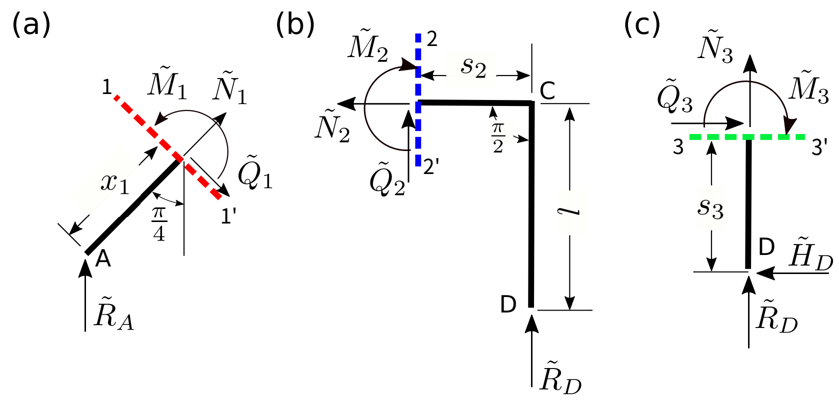

図 3: (a) 問題 1 で与えられた系と,(b) 単位荷重法を用いるための補助系に対する曲げモーメント図.

が得られる．以上の結果から，問題で与えられたトラス構造の軸力が

$$N_1 = 3F, \quad N_2 = F, \quad N_3 = 2F, \quad N_4 = -2\sqrt{2}F$$

$$N_5 = F, \quad N_6 = -2\sqrt{2}F, \quad N_7 = -F$$

と，補助系の軸力 $\tilde{N}_i (i = 1 \sim 7)$ が

$$\tilde{N}_1 = 2, \quad \tilde{N}_2 = 1, \quad \tilde{N}_3 = 1, \quad \tilde{N}_4 = -\sqrt{2}$$

$$\tilde{N}_5 = 1, \quad \tilde{N}_6 = -\sqrt{2}, \quad \tilde{N}_7 = -1$$

と求められる．これらを単位荷重法に用いることで，C 点の鉛直変位 v_C が

$$v_C = \sum_{i=1}^{7} \frac{N_i \tilde{N}_i}{EA} l_i = \left(11 + 6\sqrt{2}\right) \frac{Fl}{EA}.$$

となることがわかる．

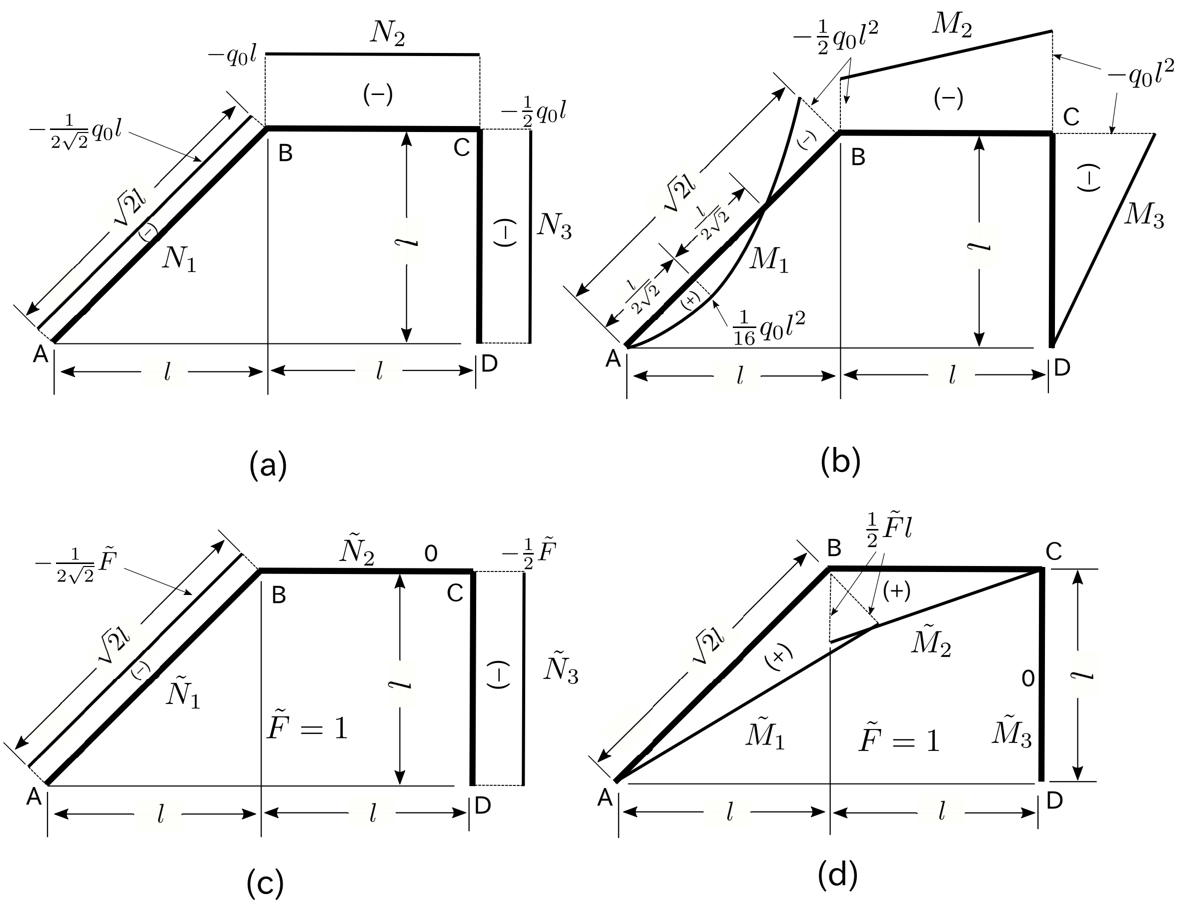

図 4: (a) 問題 2 で与えられた系に働く支点反力. (c)-(e) 節点 A, B, E および D に作用する力.

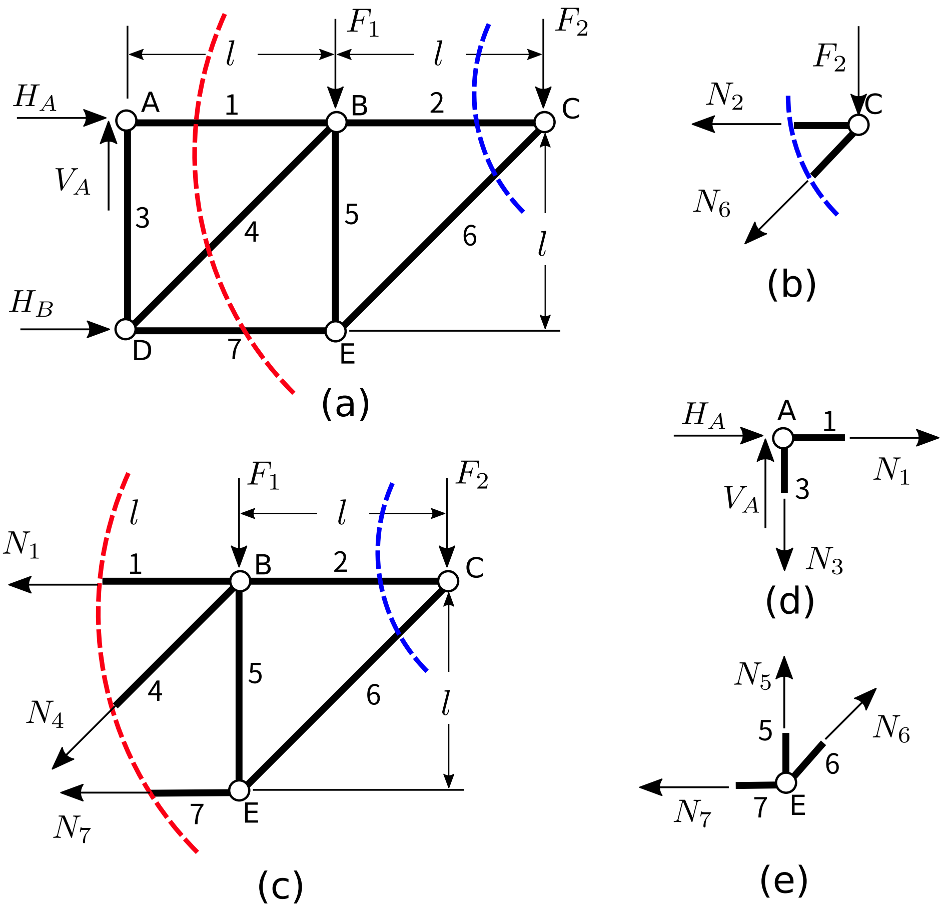

図 5: (a) 問題 2 で与えられた系に働く支点反力. (c)-(e) 節点 A, B, E および D に作用する力.