2019 年度 構造力学 II 期末試験 (解答)

問題 1.

1. 支点反力の正方向を 1-(a) のようにとる．これらは力とモーメントの釣り合い条件から．

$$R_B = \left(1 + \frac{a}{l}\right) F, \quad R_C = -\frac{a}{l} F, \quad H_B = 0$$

となる．

2. 区間 AB, BC および CD における曲げモーメントを, 順に M_1, M_2, M_3 とすれば，これらは

$$M_1(x) = -Fx, \quad M_2(s) = -Fa\frac{s}{l}, \quad M_3 = 0$$

となり, 曲げモーメント図は図 1-(b) のようになる．

3. 図 1-(a) において $F = 1$ としたものを補助系として単位荷重法を用いればよい．補助系の曲げモーメントを $\tilde{M}_i, (i = 1, 2, 3)$ とすれば,

$$\int_A^B M_1 \tilde{M}_1 dx = \frac{Fa^3}{3}$$
$$\int_C^B M_2 \tilde{M}_2 ds = \frac{F}{3} a^2 l$$
$$\int_D^C M_3 \tilde{M}_3 ds = 0$$

となるので，点 A のたわみ v_A は

$$v_A = \frac{F}{3EI} a^2 (a + l)$$

と求まる．

4. 図 2 を補助系として単位荷重法を適用すればよい．補助系の曲げモーメントを区間 AB，BC，CD の順に $\tilde{M}_1, \tilde{M}_2, \tilde{M}_3$ とすれば,

$$\tilde{M}_1 = 0, \quad \tilde{M}_2(s) = -\tilde{F} b \left(1 - \frac{s}{l}\right), \quad \tilde{M}_3(x) = -\tilde{F} t$$

となることから,

$$\int_C^B M_2 \tilde{M}_2 ds = \frac{F}{6} abl$$
$$\int_A^B M_1 \tilde{M}_1 dx = \int_D^C M_3 \tilde{M}_3 ds = 0$$

より，点 D のたわみ v_D は

$$v_D = \frac{Fabl}{6EI}$$

となる．

5. 点 D で伝達される鉛直力を R_D とし，問題で与えられた系の区間 AD と DG に関する自由物体図を描くと，図 3 のようになる．点 D に生じる鉛直変位を v_D とする．v_D は，区間 AD の側からみれば，点 A に作用する荷重 F に起因する成分 v_D^F と, R_D に起因する成分 v_D^{R+} の和として

$$v_D = v_D^F + v_D^{R+}$$

と表される．一方，区間 DG の側からみれば，v_D は D 点で伝達される鉛直力 R_D のみによって生じると言え，この視点を明確にするために,

$$v_D = v_D^{R-}$$

と書くことにする．v_D^{R-} は，問 3 の結果において $a=b=\frac{l}{2}, F=R_D$ とすることで，

$$v_D^F = \frac{R_D l^3}{8EI}$$

と得られ, v_D^{R+} との関係は

$$v_D^{R+} = -v_D^{R-}$$

である．一方，v_D^F は，問 4 の結果において $a=b=\frac{l}{2}$ とすることで

$$v_D^F = \frac{Fl^3}{24EI}$$

と得られる.

$$v_D = v_D^F + v_D^{R+} = v_D^R$$

だから,

$$R_D = \frac{F}{6}$$

と R_D が決定できる.

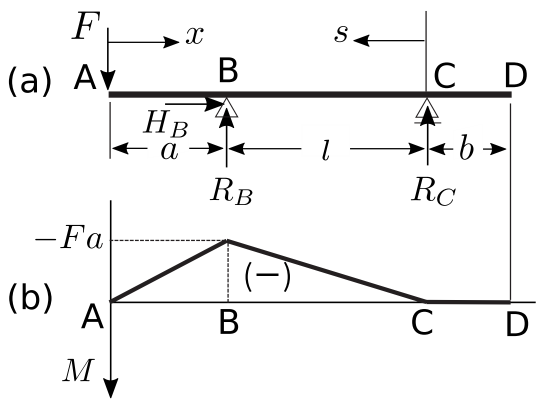

図 1: 支点反力の正方向と, 曲げモーメント図 (問題 1).

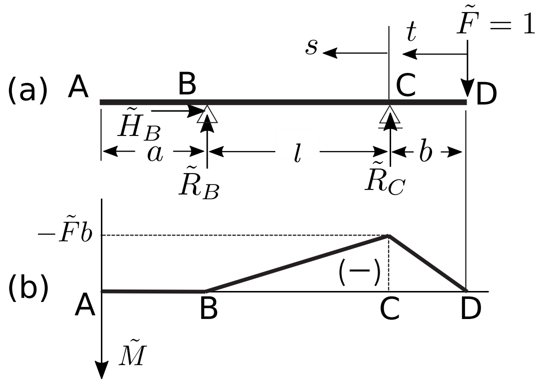

図 2: 単位荷重法における補助系とその曲げモーメント図 (問題 1).

問題 2.

部材 1 から 3 における断面力の正方向を図 4 のように取る.

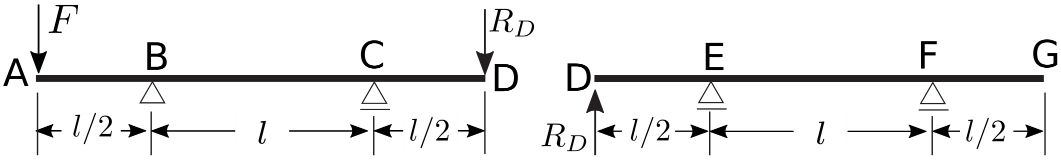

図 3: ヒンジ部で伝達される鉛直力 R_D と，2 つの部分構造への分割 (問題 1).

1. 支点反力の正方向を図 5-(a) のようにとれば，

$$R_A = \frac{q_0 l}{4}, \quad R_D = -\frac{q_0 l}{4}, \quad H_A = 0$$

となる．

2. 部材 AB の軸力と曲げモーメントを N_1, M_1 とする．これらは，図 5-(a) のような座標 x_1 を用いれば，

$$N_1 = -\frac{q_0 l}{4}, \quad M_1 = -\frac{q_0 x_1^2}{2}$$

となり，断面力図は同図 (b) と (c) のようになる．

3. 部材 BC の軸力と曲げモーメントを N_2, M_2 とする．これらは，図 5-(a) のような座標 s_2 を用いれば，

$$N_2 = -q_0 l, \quad M_2 = -\frac{q_0 l}{4}(l + s_2)$$

となり，断面力図は同図 (b) と (c) のようになる．

4. 部材 CD の軸力と曲げモーメントを N_3, M_3 とする．これらは，図 5-(a) のような座標 s_3 を用いれば，

$$N_3 = \frac{q_0 l}{4}, \quad M_3 = -q_0 s_3^2$$

となり，断面力図は同図 (b) と (c) のようになる．

5. 単位荷重法により水平変位 u_C を求めるための補助系を，図 6-(a) に示す．支点反力の正方向をこの図にあるように定めるとき，その大きさは

$$\tilde{H}_A = -1, \quad \tilde{R}_A = -1, \quad \tilde{R}_D = 1$$

となる．また，軸力と曲げモーメントを, 部材 AB,BC,CD の順に $\tilde{N}_i, \tilde{M}_i, (i = 1, 2, 3)$ と表すことにすれば，図 6-(a) に示した座標 x_1, s_2, s_3 用いて断面力分布を以下のように表すことができる．

$$\tilde{N}_1 = 1, \quad \tilde{M}_1 = x_1$$

$$\tilde{N}_2 = 1, \quad \tilde{M}_2 = s_2$$

$$\tilde{N}_3 = -1, \quad \tilde{M}_3 = 0$$

これを断面力図として示せば，6-(b) と (c) のようになる．次に，単位荷重法の適用において必要とされる積分を行うと，

$$\int_0^l N_1 \tilde{N}_1 dx_1 = -\frac{q_0 l^2}{4}, \quad \int_0^l N_2 \tilde{N}_2 ds_2 = -q_0 l^2, \quad \int_0^{l/2} N_3 \tilde{N}_3 ds_3 = -\frac{q_0 l^2}{8}$$

$$\int_0^l M_1 \tilde{M}_1 dx_1 = -\frac{q_0 l^4}{8}, \quad \int_0^l M_2 \tilde{M}_2 ds_2 = -\frac{5 q_0 l^4}{24}, \quad \int_0^l M_3 \tilde{M}_3 ds_3 = 0$$

となることから，求めるべき水平変位 u_C が

$$u_C = \sum_{i=1}^{3} \int_0^{l_i} \left(\frac{N_i \tilde{N}_i}{EA} + \frac{M_i \tilde{M}_i}{EI} \right) dx_i = -\frac{11}{8} \frac{q_0 l^2}{EA} - \frac{q_0 l^4}{3EI}$$

と得られる．ただし，$l_1 = l_2 = l, l_3 = l/2, dx_i = -ds_i, (i = 1, 2, 3)$ とした．

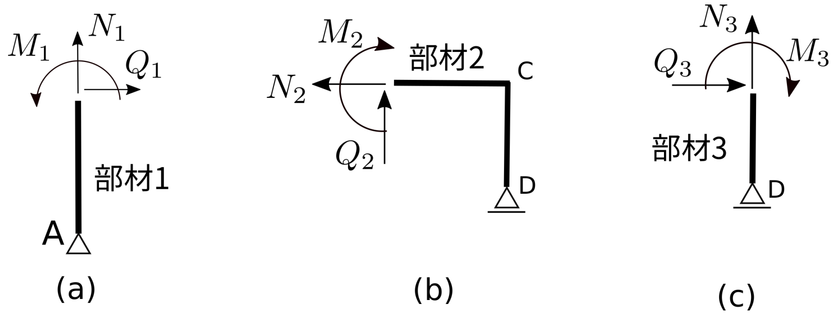

図 4: 骨組み構造 ABCD の部材 1 から 3 における断面力の正方向.

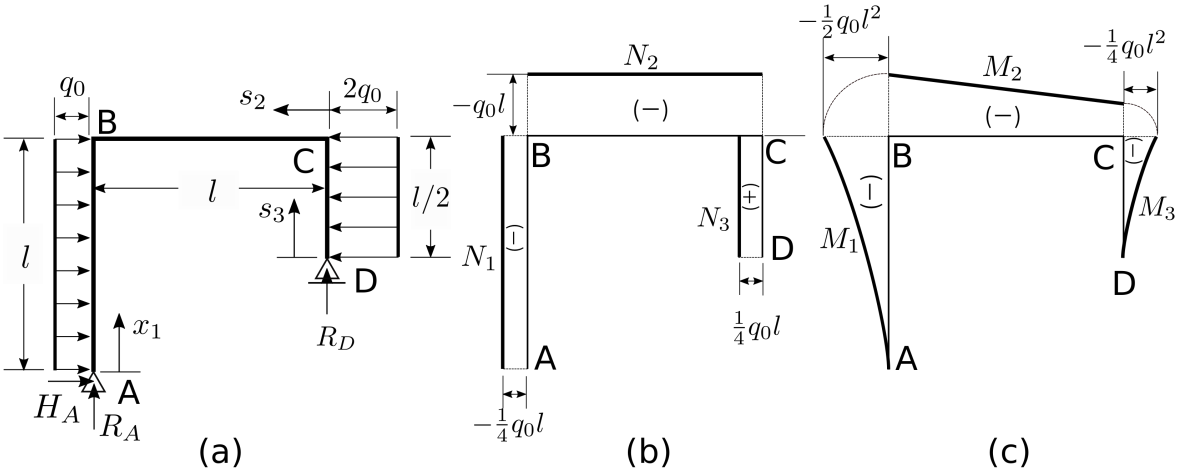

図 5: 骨組み構造 ABCD に働く支点反力と軸力および曲げモーメント図.

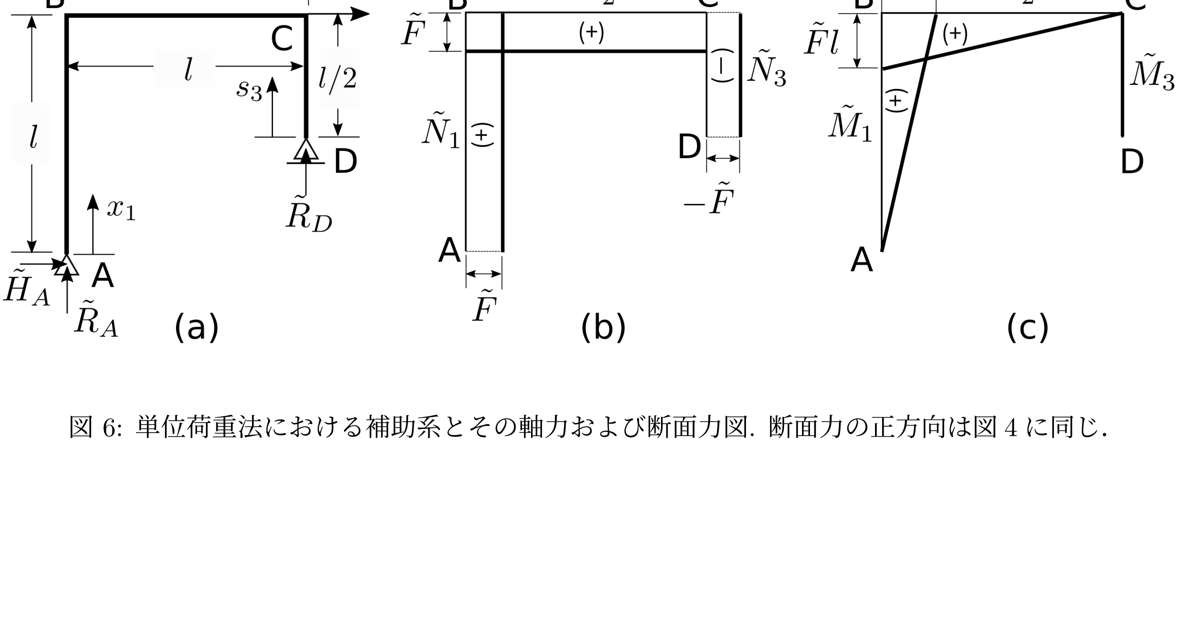

図 6: 単位荷重法における補助系とその軸力および断面力図. 断面力の正方向は図 4 に同じ.