講義内課題1

解答は PDF ファイルとして講義実施日中 (23:59 まで) に Moodle からアップロードして提出すること．

問題

図 1 の棒部材 AC に作用する支点反力と軸力分布を求め，軸力図を示せ．

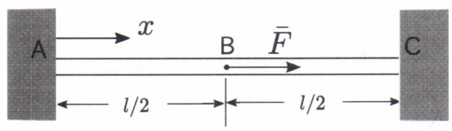
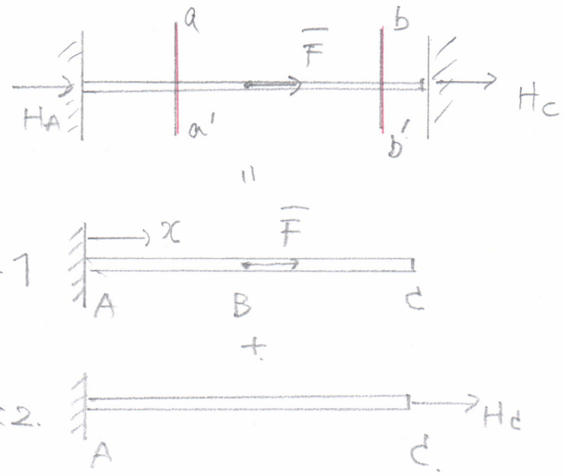


図 1: 部材中央に集中荷重を受ける両端固定部材．

(1) 静定系への分解



点 c の 変位

$u_c^{(1)}$

$u_c^{(2)}$

と表す．

(2) $u_c^{(1)}$ の計算

$$N(x) = \begin{cases} \bar{F} & (x < \frac{l}{2}) \\ 0 & (x > \frac{l}{2}) \end{cases}, \quad \tilde{N}(x) = 1$$

(図 6 − (a), (b)) (図 6 − (c), (d))

$$\int_0^l N\tilde{N}\,dx = \int_0^{l/2} \bar{F}\cdot 1\,dx = \frac{1}{2}\bar{F}l$$

$$u_c^{(1)} = \frac{1}{2}\frac{\bar{F}l}{EA}$$

(3) $u_c^{(2)}$ の計算

$$N(x) = H_c, \quad \tilde{N}(x) = 1$$

$$\int_0^l N\tilde{N}\,dx = \int_0^l H_c \cdot 1\,dx = H_c l$$

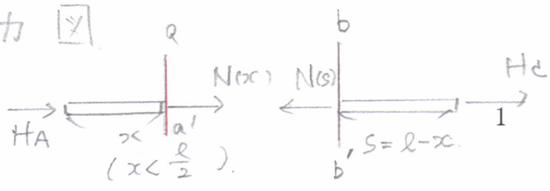
$$\Rightarrow u_c^{(2)} = \frac{H_c l}{EA}$$

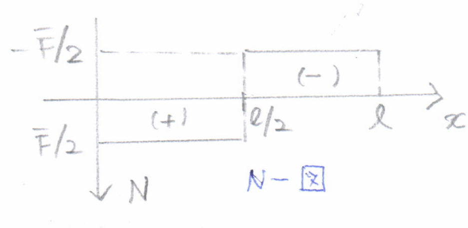
(4) 適合条件： $u_c^{(1)} + u_c^{(2)} = 0$

$$\Rightarrow H_c = -\frac{1}{2}\bar{F}$$

(5) 部材全体のつり合い ： $H_A + H_c + \bar{F} = 0 \Rightarrow H_A = -\bar{F}/2$

(6) 軸力 図





構造力学 II
2020/04/27

講義内課題 2

解答は，PDF ファイルとして講義実施日中 (23:59 まで) に Moodle からアップロードして提出すること．

問題

図 1 の単純支持梁について，点 B におけるたわみ v_B を単位荷重法を用いて求めよ．なお，梁の曲げ剛性 EI は一定とする．

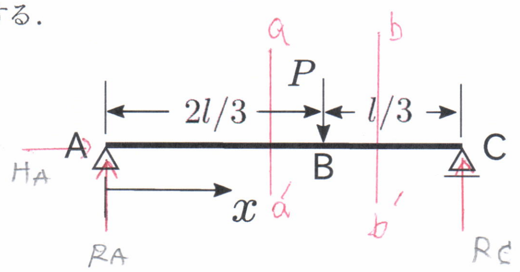
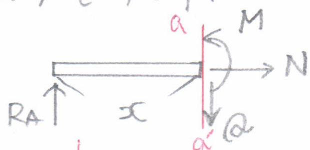


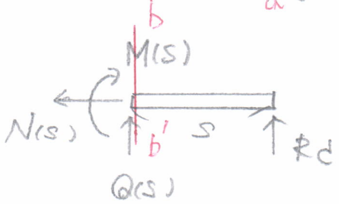
図 1: 鉛直方向の集中荷重を受ける単純支持梁.

(1) 反力： $R_A = \frac{1}{3}P$, $R_C = \frac{2}{3}P$, $H_A = 0$

(2) 曲げモーメント：



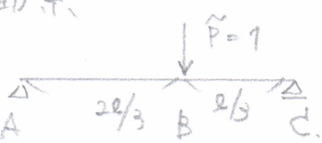
$\Rightarrow$ $M(x) = R_A x = \frac{1}{3}Px$



$\Rightarrow$ $M(s) = R_C s = \frac{2}{3}P\cdot s$

$(s = l - x)$

補助系



$$\tilde{M} = \begin{cases} \frac{\tilde{P}}{3}x & (x < \frac{2}{3}l) \\ \frac{2}{3}\tilde{P}x & (s < \frac{l}{3}) \end{cases}$$

(3) 積分

$$\int_A^B M\tilde{M}\,dx = \int_0^{\frac{2}{3}l} \left(\frac{1}{3}Px\right)\left(\frac{1}{3}x\right)dx = \frac{8Pl^3}{3^6}$$

$$\int_C^B M\tilde{M}\,dx = \int_0^{\frac{1}{3}l} \left(\frac{2}{3}Ps\right)\left(\frac{2}{3}s\right)ds = \frac{4Pl^3}{3^6}$$

(4) たわみ

$$v_B = \int_A^C \frac{M\hat{M}}{EI}\,dx = \frac{12}{3^6}\cdot\frac{Pl^3}{EI} = \underline{\frac{4}{243}\frac{Pl^3}{EI}}\ //$$

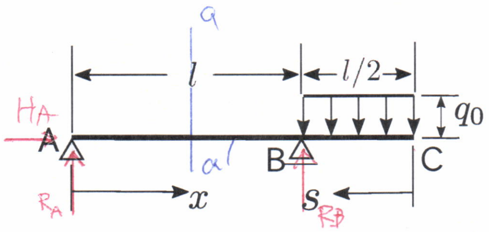
構造力学 II
2020/05/11

講義内課題 3

解答は，PDF ファイルとして講義実施日中 (23:59 まで) に Moodle からアップロードして提出すること．

問題

図 1 に示す梁について，点 C におけるたわみ v_C を単位荷重法を用いて求めよ．なお，梁の曲げ剛性 EI は一定とする．



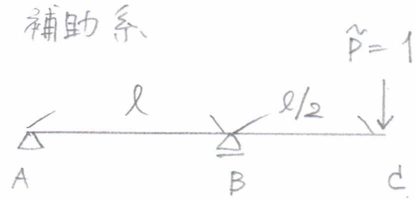
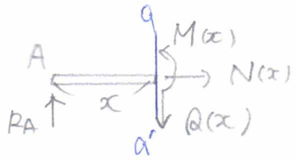


図 1: 区間 BC に鉛直方向の等分布荷重を受ける張出し梁.

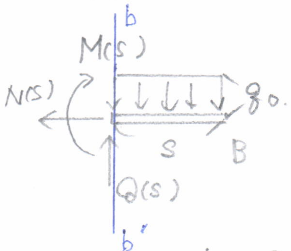
(1) 反力と曲げモーメント（問題）

$$\begin{cases} R_A + R_B = \frac{1}{2} q_0 l, \quad H_A = 0 \\ R_B \times l - \frac{1}{2} q_0 l \times (l + \frac{l}{4}) = 0 \end{cases}$$

$$R_B = \frac{5}{8} q_0 l, \quad R_A = -\frac{1}{8} q_0 l.$$



$$M(x) = R_A \cdot x = -\frac{1}{8} q_0 l x, \quad (x < l)$$



$$M(s) = -\frac{1}{2} q_0 \cdot s^2, \quad (s < \frac{l}{2})$$

(2) 曲げモーメント（補助系）

図2 −(b),(d) の通り．

$$\tilde{M}(x) = -\frac{1}{2} x, \quad (x < l)$$

$$\tilde{M}(s) = -s \quad (s < \frac{l}{2})$$

3) たわみ

$$\int_A^B M \tilde{M} dx = \int_0^l \left(-\frac{1}{8} q_0 l x\right)\left(-\frac{1}{2} x\right) dx$$

$$= \frac{q_0 l}{16} \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^l$$

$$= \frac{1}{48} q_0 l^4$$

$$\int_C^B M \tilde{M} ds = \int_0^{l/2} \left(-\frac{1}{2} q_0 s^2\right)(-s) ds$$

$$= \frac{1}{2} q_0 \left[\frac{s^4}{4}\right]_0^{\frac{l}{2}}$$

$$= \frac{1}{128} q_0 l^4$$

$$v_C = \int_A^C \frac{M \tilde{M}}{EI} dx = \underline{\frac{11}{384} \frac{q_0 l^4}{EI}} \quad //$$

構造力学 II
2020/05/18

講義内課題 4

解答は PDF ファイルとして講義実施日中 (23:59 まで) に Moodle からアップロードして提出すること．

問題

図 1 に示す梁について，点 B における鉛直変位 v_B を求めよ．ただし，梁の断面剛性 EI と EA はいずれも一定とする．

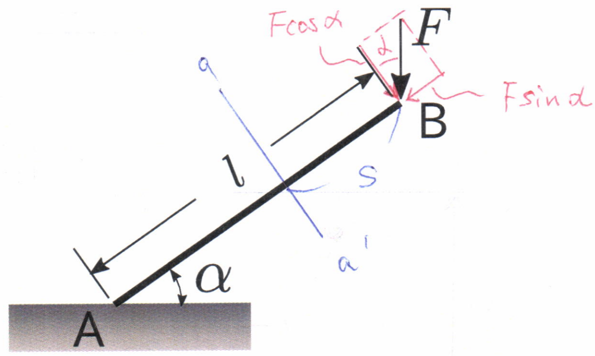
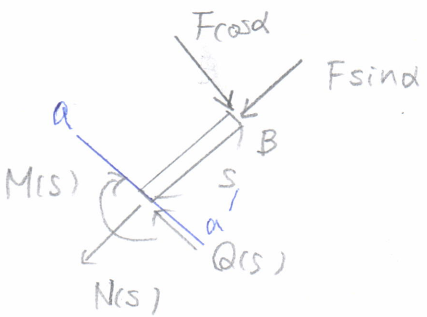


図 1: 部材端部に鉛直下向きの集中荷重を受ける傾斜した片持梁.

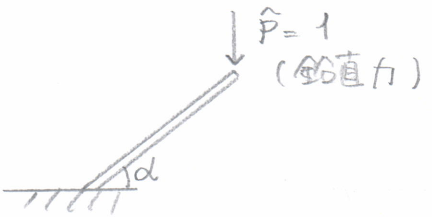
(1) 曲げモーメント，軸力（問題）



$$N(s) = -F\sin\alpha$$

$$M(s) = -F\cdot s\cos\alpha$$

(2) 曲げモーメント・軸力（補助系）



$$\tilde{N} = -\hat{P}\sin\alpha$$

$$\tilde{M} = -\hat{P}\cdot s\cdot\cos\alpha$$

(3) 鉛直変位

$$\int_0^l N\tilde{N}\,ds = Fl\sin^2\alpha$$

$$\int_0^l M\tilde{M}\,ds = F\cos^2\alpha\int_0^l s^2\,ds = \frac{Fl^3}{3}\cos^2\alpha$$

$$v_B = \int_0^l \left(\frac{N\tilde{N}}{EA} + \frac{M\tilde{M}}{EI}\right)ds$$

$$= \frac{Fl}{EA}\sin^2\alpha + \frac{Fl^3}{3EI}\cos^2\alpha$$

構造力学 II
2020/05/25

講義内課題 5

解答は PDF ファイルとして講義実施日中 (23:59 まで) に Moodle からアップロードして提出すること．

問題

図 1 に示す骨組み構造の，点 A における水平変位 u_A を求めよ．ただし，各部材の断面剛性 EI と EA は一定とする．

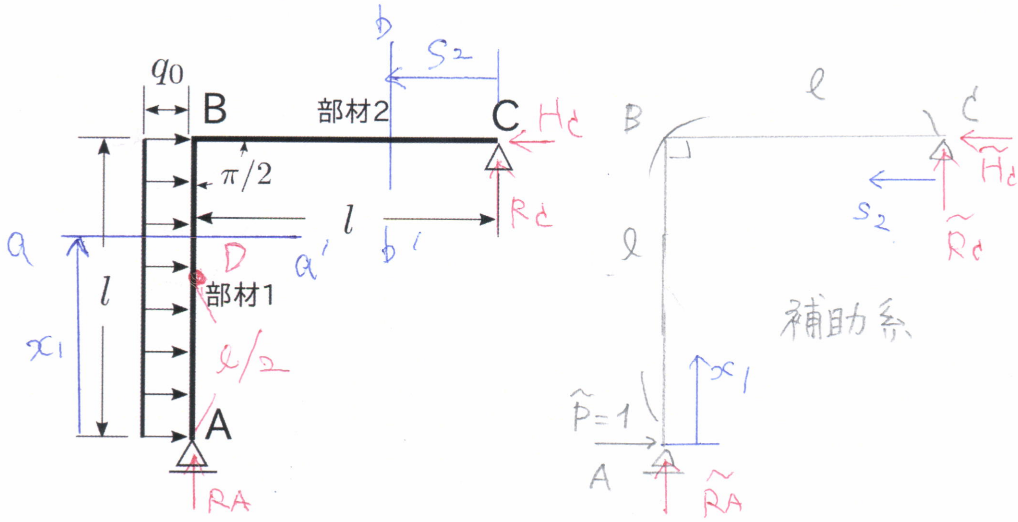
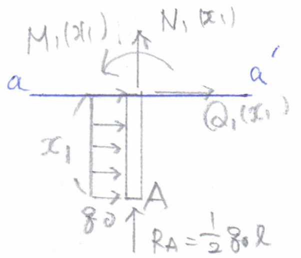


図 1: 鉛直部材に水平方向の等分布荷重を受ける骨組み構造.

(1) 反力と断面力（問題）

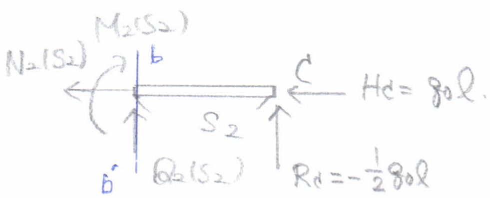
$$\begin{cases} R_A + R_c = 0, \quad H_c = q_0 l \\ R_c \times l + H_c \times \frac{l}{2} = 0 \quad \text{（点Dに関するモーメント）} \end{cases}$$

$R_c = -\frac{1}{2} q_0 l$, $R_A = \frac{1}{2} q_0 l$.



$N_1(x_1) = -R_A = -\frac{1}{2} q_0 l$

$M_1(x_1) = -\frac{1}{2} q_0 x_1^2$



$N_2(s_2) = -q_0 l$

$M_2(s_2) = -\frac{1}{2} q_0 l s_2$

(2) 反力と断面力

$\tilde{R}_A + \tilde{R}_c = 0$, $\tilde{H}_c = \tilde{P} = 1$, $-\tilde{P} \cdot l - \tilde{R}_A \cdot l = 0$

$\Rightarrow \tilde{R}_A = 1$, $\tilde{R}_c = -1$

$\tilde{N}_1 = -\tilde{R}_A = -1$

$\tilde{M}_1 = -\tilde{P} \cdot x_1 = -x_1$

$\tilde{N}_2 = -\tilde{H}_c = -1$

$\tilde{M}_2 = \tilde{R}_c \cdot s_2 = -s_2$

(3) たわみ

$\int_A^B N_1 \tilde{N}_1 \, dx_1 = \frac{1}{2} q_0 l^2$, $\int_c^B N_2 \tilde{N}_2 \, ds_2 = q_0 l^2$

$\int_A^B M_1 \tilde{M}_1 \, dx_1 = \frac{1}{8} q_0 l^4$, $\int_c^B M_2 \tilde{M}_2 \, ds_2 = \frac{1}{6} q_0 l^2$.

$$v_A = \frac{3}{2} \cdot \frac{q_0 l^2}{EA} + \frac{7}{24} \cdot \frac{q_0 l^4}{EI}$$

講義内課題 6

解答は PDF ファイルとして講義実施日中 (23:59 まで) に Moodle からアップロードして提出すること．

問題

図 1 に示す両端が固定された軸力部材について，マトリクス構造解析の方法によって変位の近似解を求め，その結果を変位分布のグラフとして表わせ．ただし，部材の断面剛性 EA は一定とし，図に示すような 2 つの要素に分割して近似解を構成することとする．

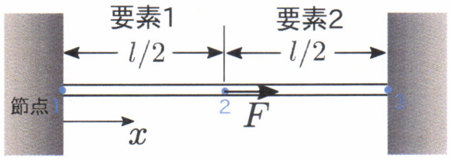


図 1: 両端が固定された軸力部材.

式(4.3)で，$l_1 = l_2 = \frac{l}{2}$，$F_2 = F$，$p_i^e = 0$ $(e, i = 1, 2)$ とすると，

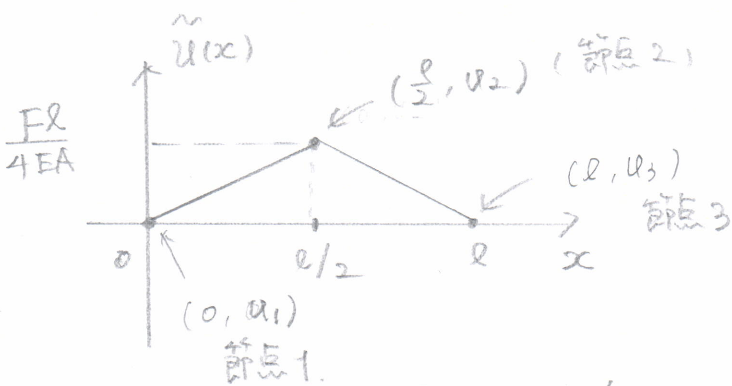
$$\frac{2EA}{l}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F \\ F_2 \end{Bmatrix}$$

となる．$u_1 = u_3 = 0$ だから，

$$u_2 = \frac{Fl}{4EA}, \quad F_1 = F_2 = -\frac{F}{2}.$$

$\tilde{u}(x)$ は，$(0, u_1)$，$(\frac{l}{2}, u_2)$，(l, u_3) を通る折れ線なので，
節点1，節点2，節点3

$\tilde{u}(x)$ のグラフは以下のようになる．



なお，厳密解を微分方程式 $(EAu')' + F\delta(x - \frac{l}{2})$，$u(0) = u(l) = 0$
を解いて求めると，$u(x) = -\frac{F}{EA}\langle x - \frac{l}{2}\rangle + \frac{F}{2EA}x$
となり，この問題では $u(x) \equiv \tilde{u}(x)$ となることが確かめられる．