

2018 江苏邀请赛题解

北京邮电大学 张恺晨(JSZKC)

2018.6.3

Overview

- 每题都有人做，没有人AK
- 金银铜区分明显，冠亚季有区分题
- 难度平滑，区分度大

Problem A (154/564)

- 题意：二维矩阵上有 $k(\leq 10)$ 个起点，每次向周围扩散一格，求哪个格子最后被扩展到。
- BFS,把起点加入队列，每次取一个点依次扩展。
- $O(NM)$

Problem D (145/330)

- 题意：给定一个长度为 n 的向量 $(0,0,0..)$ 每次可以在某个位置加1，求加到最终向量 $(U_1,U_2,..,U_n)$ 的方案数
- 组合数学问题
- 记 $SUM=U_1+U_2..+U_n$
- 答案是 $SUM!/(U_1!*U_2!...*U_n!)$
- 在模 P 意义下任意数 x 的逆元为 $x^{(P-2)}$ ，利用快速幂可计算。
- 预处理任意阶乘和其逆元的结果
- $O(N)$

Problem J (143/263)

- 题意： 计算萌集数量
- n 时的答案为 $(n+1)!-1$ 需要高精度

Problem B (57/284)

- 题意：求长度为 N 且逆序对个数为 K 的排列个数
- $O(N^2)$ 的dp进行预处理
- 由于空间限制需要使用滚动数组，所以计算完 $f[n][..]$ 后要及时记录所有 (n,k) 询问的答案。

Problem I (52/186)

- 题意：计算 $dp[i][j] = \max(dp[i-1][k] + f[k][j])$
- 矩阵乘法： $+$ \rightarrow \max $*$ \rightarrow $+$
- $O(M^3 \log n)$
- （其他做法：找循环节）

Problem K (51/133)

- 题意：求一颗生成树，使得每个点到原点的最短距离不变，求方案数
- 先计算出每个点到原点的最短距离
- 对于任意一个非原点，考虑给其选择一个父亲，使得父亲到原点的距离+两点距离=自己到原点距离。每个点的可能的父亲数量的乘积就是答案
- $O(n^3)$

Problem F (16/53)

- 题意：给一棵(片)森林，求有多少三元组 (x,y,z) 满足 $f[y]>f[x]$ 且 $f[y]>f[z]$ 且 x 是 y 的祖先， y 是 z 的祖先
- 枚举 y ，计算它的祖先和子孙有多少个比它小（两者相乘是对答案的贡献）
- 祖先：dfs序+树状数组
- 子孙：从根dfs，遍历到 x 时记录有多少比它大，遍历完再查询一遍有多少比它大，两者差值就是答案。
- $O(n\log n)$

Problem H (7/38)

- 题意： 计算 N 阶线性齐次递推式第 K 项
- BlackBoxLinearAlgebra
- $O(N^2 \log K)$
- 科普
- （赠品： <https://github.com/ICPCCamp/BlackBoxLinearAlgebra> ）

Problem E (5/10)

- 题意：二维矩阵，从左上角走到右下角，求两条路径不相交的方案数。
- 考虑从 $A1(1,2)$ 走到 $B1(n-1,m)$ 和从 $A2(2,1)$ 走到 $B2(n,m-1)$ 。
- $S(x,y)$ 为 x 到 y 的方案数
- 由容斥可得答案为 $S(A1,B1)*S(A2,B2)-S(A1,B2)*S(A2,B1)$
- （赠品：推广情况 Lindstrm–Gessel–Viennotlemma 定理）

Problem G (5/52)

- 题意：有一个长度为 n 的序列，长度为 m 的划窗，计算每次划窗内的乘积的求和
- 把序列按照长度 m 分成若干段，计算每段内的前缀和后缀乘积。
- 这样任意划窗位置的答案可以看成前一段的后缀和后一段的乘积拼出。
- $O(n)$

Problem C (0/3)

- 题意：给定一个排列，求其子序列中逆序对数第 K 大的逆序对数是多少。
- 考虑二分+搜索(每次从序列中删掉一个元素)
- 发现序列中最多被删掉 $\log K$ 的元素，把值域分为了 $\log K$ 段，每段内元素收到前面已经删除的影响相同，所以每段内只需要计算删除他们的最小值。这样每个合法节点最多扩展出一个不合法节点。
- 因此每次搜索的节点为 $O(K)$ 个
- 由于搜索在不断往右，所以需要持久化线段树维护。
- $O(n \log n \log^2 K)$

Thank You!

- More details
- Make friends
- -> 微信 js-zkc