① Построить матрицу поворота на угол φ вокруг точки $A(a, b)$ на пл-ти.

Реш.:

$$\underbrace{\qquad}_{\text{результат}} = \underbrace{Tr(a;b)}_{\text{перенесём обратно}} \times \underbrace{R(\varphi)}_{\text{сделаем поворот}} \times \underbrace{Tr(-a;-b)}_{\text{перенесём точка в начало коор. т. } A(a,b)} \times \underbrace{\qquad}$$

$\longleftarrow$

$$Tr(-a,-b) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -a \\ 0 & 1 & -b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Tr(a,b) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad R(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

③ Постр. матрицу поворота на угол φ вокруг прямой L в 3D-пр-ве прох. через т. $A = (a, b, c)$ и имеющ. напр. вектор $r(l, m, n)$ с мод., равным ед-це.

Реш.: 1. Перенесём т. A в нач. коорд.

2. Сделаем два поворота вокруг осей $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$, т. чтобы вектор $r(l, m, n)$ ~~со~~ был на одной прямой с осью $\vec{z}$.

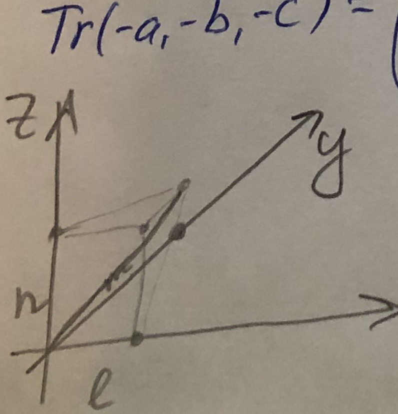
3. Сделаем поворот на угол φ вокруг $\vec{z}$.

4. Сделаем обратные повороты.

5. Вернём т. A на нач. место.

$$Tr(a,b,c) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Tr(-a,-b,-c) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & -b \\ 0 & 0 & 1 & -c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1. поворот отн. оси x на $-\alpha$, $tg\alpha = \frac{m}{n}$

2. поворот отн. оси y на $-\beta$, $tg\beta = \frac{l}{n}$

$$R_x(-\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_y(-\beta) = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \cos -\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_z(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = Tr(a,b,c) \times R_x(\alpha) \times R_y(\beta) \times R_x(\varphi) \times R_y(-\beta) \times R_x(-\alpha) \times Tr(-a,-b,-c)$$

⑧ поворот вокруг оси x на $\frac{\pi}{2}$, второй - вокруг оси y на тот же угол. Найти результ.

Реш: поворот вокруг оси x на $\frac{\pi}{2} \Rightarrow q_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i$

поворот вокруг оси y на $\frac{\pi}{2} \Rightarrow q_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} j$

$q_2 q_1 = \frac{1}{2}(1+j)(1+i) = \frac{1}{2}(1+i+j+(ij)) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(i+j-k) =$

$= \underset{\cos\frac{\pi}{3}}{\frac{1}{2}} + \underset{\sin\frac{\pi}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(\frac{i}{\sqrt{3}} + \frac{j}{\sqrt{3}} - \frac{k}{\sqrt{3}}\right)$

$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$, $v = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

Результ. поворот вокруг оси v на угол 2φ.