

① Построить матрицу поворота на угол φ вокруг точки $A(a, b)$ на m -ти.
Реш.:

$$\text{результат} = \text{перенесём} \times \text{сделаем} \times \text{перенесём} \\ \text{обратно} \quad \text{поворот} \quad \text{в начало} \\ \text{коор.} \\ \text{м. } A(a, b)$$

$$= \text{Tr}(a, b) \times R(\varphi) \times \text{Tr}(-a, -b)$$

$$\text{Tr}(-a, -b) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -a \\ 0 & 1 & -b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

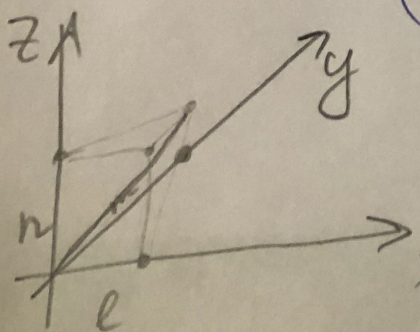
$$\text{Tr}(a, b) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

③ Постр. матрицу поворота на угол φ вокруг прямой L в 3D-пр-ве прох. через т. $A = (a, b, c)$ и имеющ. напр. вектор $r(l, m, n)$ с мод., равным $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

- Реш.: 1. Перенесём т. A в нач. коор.
2. Сделаем два поворота вокруг осей $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$, т. чтобы вектор $r(l, m, n)$ ~~был~~ ^{стал} на одной прямой с осью \vec{z} .
3. Сделаем поворот на угол φ вокруг \vec{z} .
4. ~~Сделаем~~ ^{Сделаем} обратные повороты.
5. ~~Вернём~~ ^{Вернём} т. A на нач. место.

$$\text{Tr}(-a, -b, -c) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & -b \\ 0 & 0 & 1 & -c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Tr}(a, b, c) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1. поворот отн. оси x на $-\alpha$,
 $\text{tg} \alpha = \frac{m}{n}$

2. поворот отн. оси y на $-\beta$,
 $\text{tg} \beta = \frac{l}{n}$

$$R_x(-\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_y(-\beta) = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_z(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = \text{Tr}(a, b, c) \times R_x(\alpha) \times R_y(\beta) \times R_z(\varphi) \times R_y(-\beta) \times R_x(-\alpha) \times \text{Tr}(-a, -b, -c)$$

⑧ поворот вокруг оси x на $\frac{\pi}{2}$, второй - вокруг оси y на тот же угол. Найти результат.

Реш: поворот вокруг оси x на $\frac{\pi}{2} \Rightarrow q_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

поворот вокруг оси y на $\frac{\pi}{2} \Rightarrow q_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

$$q_2 q_1 = \frac{1}{2} (1+j)(1+i) = \frac{1}{2} (1+i+j+ij) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(i+j+k) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{i}{\sqrt{3}} + \frac{j}{\sqrt{3}} + \frac{k}{\sqrt{3}} \right)$$

$$ij=k \quad i\bar{j}=?$$

$$\cos \frac{\pi}{3} \quad \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}, \quad v = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

Результ. поворот вокруг оси v на угол 2φ .