Chapter 1. 서론

1. 통계학 (statistics) : 많은 양의 자료를 수집하고, (   )하는 방법을 다루는 과학의 한분야, 관심의 대상에 대한 자료를 수집하여 정리/요약하고, 이들 자료에 포함된 정보를 토대로 (   ) 사실에 대해 (   )을 내릴 수 있도록 그 방법을 제시해 주는 학문
2. 기술통계학 (descriptive statistics) : 수집된 자료를 정리하여 자료의 (   )을 파악할 수 있도록 하는 방법을 다루는 통계학 분야
3. 추측통계학 (inferential statistics) : 불확실성이 내포된 상황에서 주어진 자료에 포함되어 있는 정보를 분석하여 (   )하거나 (   )하는데 도움을 주는 통계학 분야
4. 모집단 (population) : 관심있는 특성을 수치로 나타낸 연구대상 (   )의 수치적 자료 집합
5. 유한모집단 (finite population) : 모집단을 이루고 있는 원소의 개수가 (   )한 경우
6. 무한모집단 (infinite population) : 모집단을 이루고 있는 원소의 개수가 (   )한 경우
7. 모수 (parameter) : 모집단의 특성을 나타내는 (   )이며, 모수는 주어진 모집단의 특징을 나타내는 고유한 (   )
8. 표본 (sample) : 모집단으로부터 뽑은 (   )
9. 표본추출 (sampling) : 모집단으로부터 표본을 뽑는 것
10. 통계량 (statistic) : 표본의 특성을 나타태는 양적인 측도
11. 변수 (variable) : 관심있는 조사대상의 (   )

12. 질적변수 (qualitative variable) : 양을 나타내는 숫자가 아닌 기호나 문자로써 표현하는 변수
13. 양적변수 (quantitative variable) : ( )의 크기로 나타내는 변수
14. 연속변수 (continuous variable) : 변수가 어떤 ( ) 구간 내의 모든 수치를 가질 수 있는 경우
15. 이산변수 (discrete variable) : 변수가 주어진 구간 내에서 하나, 둘, 셋하고 ( ) 수치만을 경우
16. 오차 (error) : 모집단 전체를 조사하지 않고 그 일부를 표본으로 뽑을 경우 표본 특성은 모집단을 전부 조사하여 얻는 특성과는 ( )가 존재
17. 표본오차 (sampling error) : ( )과 관련된 오차
18. 우연오차 (random error) : 여러 가지 통제 불가능한 요인으로 인해 우연히 발생, 표본의 크기를 ( )의 크기에 가깝게 하면 우연오차는 거의 사라짐
19. 편의 (bias) : 표본의 크기를 늘려도 ( ), 표본 추출에 고의적이거나 또는 무의식적인 ( )이 개입될 때 발생
20. 비표본오차 (non-sampling error) : ( )가 대부분이며 관측(측정) 방법의 부정확성으로 인해 발생
21. 통계적 추론 (statistical inference) : 모집단으로부터 얻은 표본을 조사, 분석하여 모집단의 ( )하는 과정, 모수에 대한 추론이 대부분
22. 추정 (estimation) : 모수의 값이 얼마인지 ( ) 또는 어떤 범위 내에 들어있는지( )를 추측하는 것

23. 가설검정 (hypothesis testing) : 모집단의 상태, 즉 모수의 값의 범위를 규정하는 (   )들을 세우고, 이들 중 어떤 가설이 참인지를 표본의 결과로 부터 (   )하는 것

24. 확률론 : 이미 알고 있는 모집단에서 어떤 사건이 일어날 확률에 대해 관심

25. 추론 통계학 : 표본으로부터 얻은 정보를 이용하여 미지의 모집단을 미루어 짐작하는 대해 관심

Chapter 2. 확률

1. 확률실험 (random experiment)
   i) 실험 전 실험의 ( )를 알 수 있다.
   ii) 실험 전에는 실현되는 실험의 결과를 ( ).
   iii) 실험은 같은 환경에서 ( )할 수 있다.
   iv) 한 실험의 결과는 다른 실험의 결과에 영향을 주지 않는다.
2. 표본공간 (sample space) : 확률실험에서 일어날 수 있는 모든 결과의 집합, ( ) 로 표기함
3. 표본점 (sample point) : 표본공간 Ω 의 원소

Ex 1) 아래 확률실험의 표본공간을 적으시오.

i) 주사위 한번 던지기

ii) 동전 두번 던지기

iii) 영동고속도로에서 하루 동안 발생하는 교통사고의 수

iv) 스마트폰의 수명

v) 인공위성의 공간속도

4. 사상, 사건 (event) : 표본공간 Ω 의 (   ), 확률실험 결과 어떤 사상에 속한 표본점이 나왔으면 그 사상이 일어났다고 함

Ex 2) 동전 한번 던지기 확률실험

5. 여사상 (complement) : A 를 표본공간 Ω 에서 정의되는 사상이라 하면, 집합 $A^c = ($ $)$를 A 의 여사상이라 함

6. 표본공간 Ω 의 두 사상 A 와 B 의 합사상 ($A \cup B$), 교사상($A \cap B$), 차사상($A - B$)은 각각 아래와 같음

i) $A \cup B =$

ii) $A \cap B =$

iii) $A - B =$

7. 상호배반 (mutually exclusive) : 표본공간 Ω 의 두 사상 A 와 B 가 동시에 일어날 수 없을 경우 두 사상 A 와 B 는 상호배반임, 즉, $A \cap B = ($ $\qquad$ $)$ 이면 A 와 B 는 상호배반임

8. 사상에 대한 연산법칙

i) 교환법칙 :

ii) 결합법칙 :

iii) 분배법칙 :

iv) 드모르간(DeMorgan)의 법칙 :

9. 확률의 공리 (Axioms) : 표본공간 Ω 의 모든 사상들의 모임을 정의역으로 하는 함수 $\Pr\{\}$가 다음의 세 공리

i)

ii)

iii)

를 만족하면, 함수 $\Pr\{\}$를 확률(probability)이라 함. $\Pr\{A\}$ 를 사상 A의 확률이라 함. 또한, $\Pr\{A\} = ($ $\qquad$ $)$.

10. 표본공간의 분할 (partition) : 다음 두 조건을 만족하는 사상

$E_1, E_2, \cdots, E_n$ 을 표본공간 Ω 의 분할이라함

i)

ii)

11. 순열 (permutation) : 서로 다른 n 개의 기호 중에서 r 개를 한 줄로 나열하는 순열의 수는 ${}_nP_r =$ 이고,

특히, $r = n$ 이면 ${}_nP_n = n!$

12. 조합 (combination) : 서로 다른 n 개의 기호 중에서 r 개를 뽑는 조합의 수는 $\binom{n}{r} =$

13. 확률의 덧셈 법칙

i) $\Pr\{\varnothing\} =$

ii) $\Pr\{A^c\} =$

iii) $\Pr\{B\} =$

iv) $\Pr\{B - A\} =$

v) $A \subset B$ 이면, $\Pr\{B - A\} =$ $\Rightarrow$

vi) $\Pr\{A \cup B\} =$

vii) $E_1, E_2, \cdots$ 이 상호배반이면, $\Pr\left\{\bigcup_i E_i\right\} =$

14. 조건부 확률 (conditional probability) : 사상 B 가 발생했다는 조건 하에 사상 A 가 일어날 조건부 확률은

$$\Pr\left\{A \mid B\right\} =$$

15. 확률의 곱셈법칙 : 두 사상 A 와 B 에 대해 다음 관계가 성립

$$\Pr\{A \cap B\} =$$

16. 확률적 독립 (independence) : 다음 세 조건 중 어느 하나라도 만족되면 두 사상 A 와 B는 서로 독립

i) $\Pr\left\{A \mid B\right\} =$

ii) $\Pr\left\{B \mid A\right\} =$

iii) $\Pr\{A \cap B\} =$

17. 다음 조건을 모두 만족하는 세 사상 A, B, C 를 서로 독립이라 함

i) $\Pr\{A \cap B\} =$

ii) $\Pr\{A \cap C\} =$

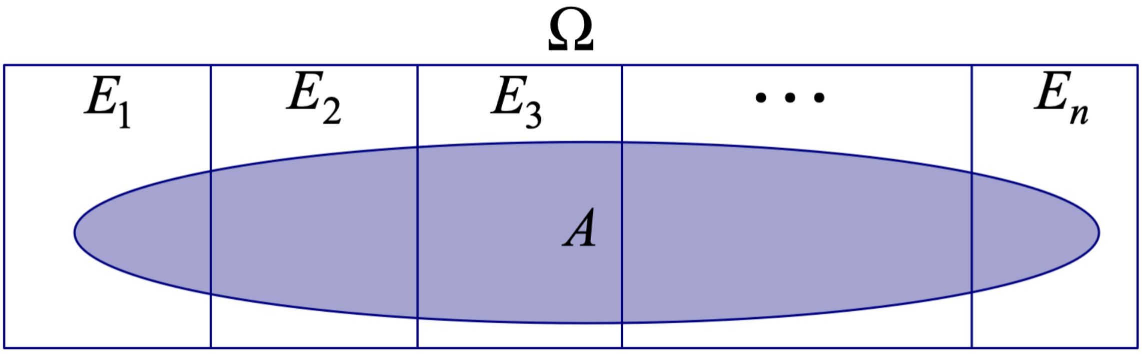
iii) $\Pr\{B \cap C\} =$

iv) $\Pr\{A \cap B \cap C\} =$

Chapter 3. 베이즈 정리

1. 전확률 (total probability) : $E_1, E_2, \cdots, E_n$ 가 표본공간 Ω 의 분할

   이일 때 $\Pr\{A\} =$ 임



Ex 1) 계산기를 생산하는 회사에서 부품인 전자회로를 갑, 을, 병으로부터 각각 전체 물량의 30%, 50%, 20% 를 공급받고 있다. 과거 경험에 의하면 갑, 을, 병이 공급한 부품의 불량률이 각각 1%, 3%, 4% 라고 한다. 공급받는 전기회로 부품의 불량률은 얼마인가?

E_i	$\Pr\{E_i\}$	$\Pr\{D \mid E_i\}$	$\Pr\{E_i\}\Pr\{D \mid E_i\}$
E_1 **(갑)**			
E_2 **(을)**			
E_3 **(병)**			
합계			

2. 베이즈 정리 (Bayes Theorem) : $E_1, E_2, \cdots, E_n$ 가 표본공간 Ω 의

분할이일 때 $\Pr\left\{E_j | A\right\} =$ 임

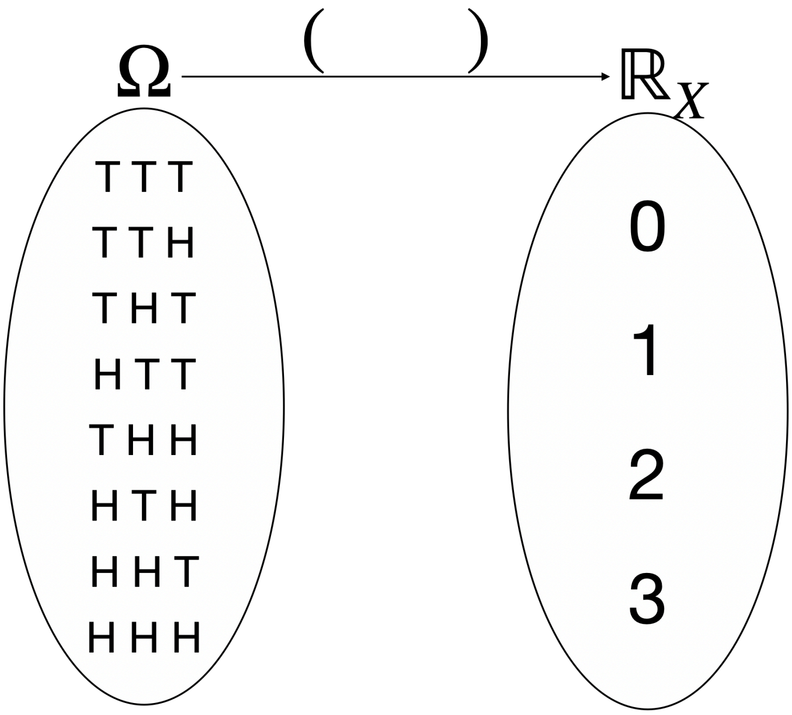
Ex 2) Ex 1에서 부품을 하나 검사한 결과 불량이었을 때 그 부품이 각 납품업자로부터 공급되었을 확률은?

E_i	$\Pr\{E_i\}$	$\Pr\{D \| E_i\}$	$\Pr\{E_i\}\Pr\{D \| E_i\}$	$\Pr\{E_i \| D\}$
E_1 **(갑)**				
E_2 **(을)**				
E_3 **(병)**				
합계				

Chapter 4. 확률변수와 분포

1. 확률변수 (random variable) : 표본공간의 표본점을 정의된 ( ) 값으로 매칭해주는 함수

Ex 1) 동전 1개를 3번 던지는 시행에서 X 를 앞면이 나온 횟수라고 하자.



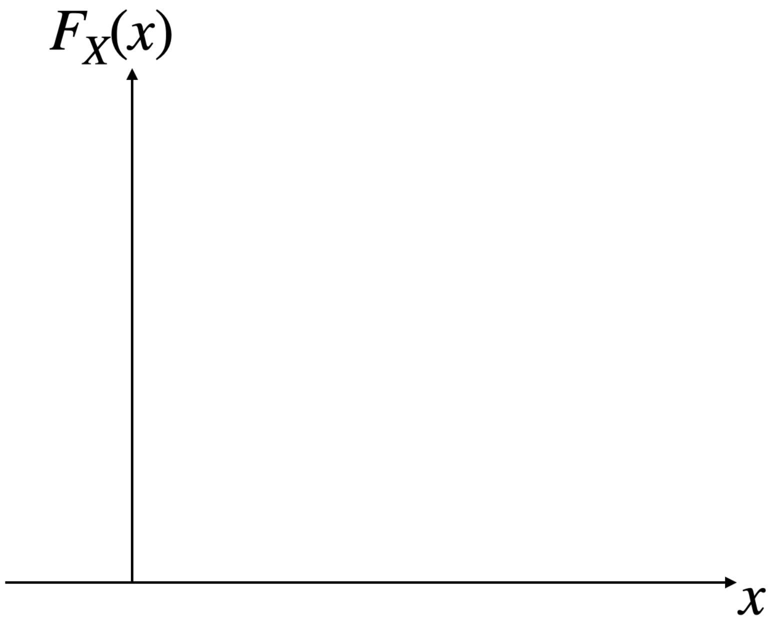
Ex 2) 동전을 2번 던지는 실험에서 X 를 앞면과 뒷면이 나올 횟수의 차이 라고 할 때 X 가 확률변수가 됨을 보시오.

2. 확률변수의 함수도 역시 (   )임

Ex 3) 갑과 을 두 사람이 각각 동전을 하나씩 던져서 앞면과 뒷면이 나오는 횟수의 차이만큼 천원 단위로 주고받는 게임을 하는데, 모두 뒷면이 나오면 갑이 을에게 2천원을 주고, 모두 앞면이 나오면 갑이 을로부터 2천원을 받으며, 앞면과 뒷면이 한번씩 나오면 주고받는 돈이 없다고 하자. 갑이 이 게임에서 받게 될 금액을 Y 라고 하자.

3. 분포함수 (distribution function) : 확률변수 X 가 표본공간 Ω 상에 정의된 확률변수일 때, $F(x) =$ 로 정의되는 함수

Ex 4) 동전을 2번 던지는 실험에서 X 를 앞면이 나오는 횟수라고 하자. $X = 0$, $X = 1$, $X = 2$ 에 대응되는 사상과 각각의 확률은? 그리고 분포함수는?

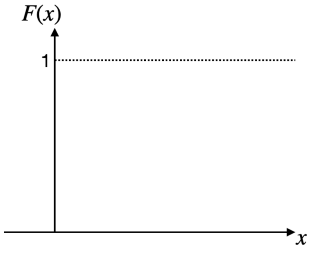
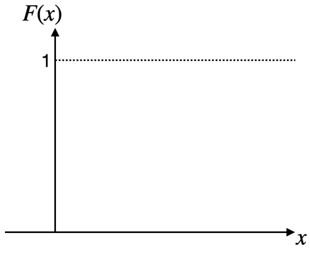
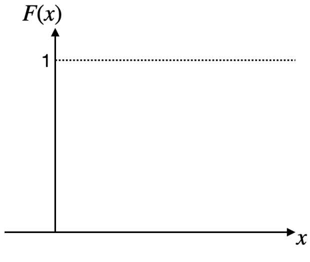
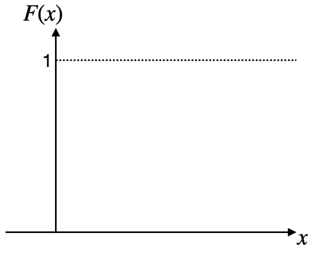


4. 함수 F 가 분포함수이기 위해서 다음 조건을 만족해야함

i)

ii)

iii)

5. 확률변수 X 의 분포함수를 F 라 할 때, $a < b$ 인 임의의 두 실수 a, b 에 대해 $\Pr\{a < X \le b\} =$

Ex 5) 아래 분포함수 F 에 대해서 $\Pr\{1 < X \le 2\}$ 값은?

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 \le x < 2 \\ 1, & 2 \le x \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 1 - 0.5^n, & n \le x < n + 1,\ n = 1, 2,\ \cdots \end{cases}$$

6. 이산형 확률변수 (discrete RV): 확률변수 X 가 가질 수 있는 값의 수가 유한 또는 무한하고 (   ), 정수값을 가짐

7. 확률질량함수 (probability mass function, pmf): 확률변수 X 가 이산형인 경우 다음을 만족하는 함수 f

   i)

   ii)

Ex 6) $f(x) = c\binom{10}{x}2^x$가 확률질량함수가 되기 위해서 c 는 얼마인가? 단, $x = 0, 1, \cdots, 10$

Ex 7) 확률질량함수 $f(x) = \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$일 때 $\Pr\{1 < X \le 4\}$? 단, $x = 1, 2, \cdots$

8. 연속형 확률변수 (continuous RV): 확률변수 X 가 가질 수 있는 값의 수가 유한 또는 무한하고 (   ), 실수값을 가짐

9. 확률밀도함수 (probability density function, pdf): 확률변수 X 의 분포함수 F 가 연속함수이고, 임의의 실수 x 에 대해

$F(x) =$ 를 만족하는 비음(non-negative)의 함수

10. 확률밀도함수는 다음의 조건을 만족해야함

i)

ii)

iii)

iv)

Ex 8) 어떤 전자 제품의 수명 X(단위 : 100시간)의 분포함수 F가 $F(x) = 1 - e^{-x^2}$일 때, 확률밀도함수는 ? $\Pr\{X > 1.5\}$?

Ex 9) 확률변수 X 의 $f(x) = \dfrac{2}{\pi(1+x^2)}$일 때, $\Pr\{0 < X < 0.5\}$? 단, $-1 < x < 1$

Chapter 5. 기대값과 분산

1. 기대값 (expectation), 평균(mean) : 분포의 (   )를 나타내는 척도로 가장 많이 사용함. 확률변수 X 의 기대값 또는 평균 $E[X]$ 는 다음과 같이 정의함

Ex 1) 주사위 1개를 던졌을 때 나오는 눈의 기대값은?

Ex 2) 연속형 확률변수 X 의 확률밀도함수가 $f(x) = 2e^{-2x}$ 일 때, $E[X]$ 는? 단, $x > 0$

2. 산술평균과 가중평균은 아래와 같음

3. $h(X)$ 를 확률변수 X 의 함수라고 하자. $E[h(X)]$ 는 다음과 같이 정의함

Ex 3) 주사위 1개를 던졌을 때 나오는 눈의 제곱의 기대값은?

Ex 4) 연속형 확률변수 X 의 확률밀도함수가 $f(x) = 2e^{-2x}$ 일 때, $E[X^2]$ 는? 단, $x > 0$

4. 기대값은 다음의 성질을 만족함

i)

ii)

iii)

5. 분산 (variance), 표준편차(standard deviation) : 기대값이 분포의 중심위치에 대한 척도인 반면, 분산이나 표준편차는 산포, 즉 분포의 (   )를 나타내는 척도로 가장 많이 사용함. 분산과 표준편차의 정의는 아래와 같음

Ex 5) 주사위 1개를 던졌을 때 나오는 눈의 분산은?

Ex 6) 연속형 확률변수 X 의 확률밀도함수가 $f(x) = 2e^{-2x}$ 일 때, $SD[X]$ 는? 단, $x > 0$

6. 분산과 표준편차는 다음의 성질을 만족함

i)

ii)

iii)

iv)

Chapter 6. 결합확률

1. 다변량 확률변수 (multivariate random variable) : 확률실험에서 두 개 이상의 확률변수를 정의할 때 이들을 함께 묶어 (   )로 나타냄. 다변량 확률변수는 단변량 확률변수(univariate random variable)과 달리 벡터를 구성하고 있는 확률변수 간에 서로 (   ) 관계가 많음

2. n 개의 확률변수 $X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n$ 가 있을 때 이들을 같이 묶어서 $\mathbf{X} = (X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n)$ 로 표기함

3. 2변량 확률변수 $(X,\ Y)$ 의 결합분포함수 (joint distribution function) F 는 다음과 같이 정의함

4. 2변량 확률변수 $(X,\ Y)$의 결합분포함수 F 는 다음과 같은 조건을 만족해야 함

   i)

   ii)

   iii)

   iv)

Ex 1) 함수 $F(x, y) = (1 - e^{-x})(1 - e^{-y})$ 가 분포함수임을 보여라. 단, $x, y \geq 0$

5. 주변분포함수 (marginal distribution function) : 결합분포함수에서 일부 확률변수의 값을 (   )로 둔 함수

Ex 2) 함수 $F(x, y) = (1 - e^{-x})(1 - e^{-y})$ 일 때, X 의 주변분포함수? 단, $x, y \geq 0$

6. 2변량 확률변수 $(X,\ Y)$ 가 가질 수 있는 값의 영역 $\mathbb{R}_{X,Y}$ 의 원소수가 유한하거나 셀 수 있을 때 $(X,\ Y)$ 를 (   )라 부르고, $f(x, y) =$, $(x, y) \in \mathbb{R}_{X,Y}$ 로 정의되는 함수 $f(x, y)$ 를 결합확률함수(joint probability function) 이라 함

Ex 3) 동전을 두 번 던져서 나오는 앞면과 뒷면의 횟수를 각각 X 와 Y 라 할 때 $(X,\ Y)$ 의 결합확률함수는?

Ex 4) 주사위 두개를 던져서 나오는 수 중에서 X 를 작은 수, Y 를 큰 수라 할 때 $(X,\ Y)$ 의 결합확률함수는?

Ex 5) 예제 4에서 $\Pr\left\{3 < X \leq 5,\ 3 < Y \leq 6\right\}$ 값은?

7. 이산형 2변량 확률변수 $(X,\ Y)$의 결합확률함수가 $f(x, y)$ 일 때, 아래의 함수를 (   ) (marginal probability function) 이라 함

Ex 6) 예제 4에서 X 와 Y 의 주변확률함수를 구하라.

	y=1	y=2	y=3	y=4	y=5	y=6	$f_X(x)$
x=1							
x=2							
x=3							
x=4							
x=5							
x=6							
$f_Y(y)$							

Ex 7) 동전을 세번 던질 때 X 를 앞면이 나오는 횟수, Y 를 앞면과 뒷면이 나오는 횟수의 차이라고 할 때, 결합분포함수 및 주변확률함수를 구하라.

	y=1	y=3	$f_X(x)$
x=0			
x=1			
x=2			
x=3			
$f_Y(y)$			

8. 2변량 확률변수 (X, Y)의 분포함수 F 가 연속이고, 모든 실수 x, y 에 대하여 $F(x, y) =$ 를 만족하는 함수 f 가 존재할 때 (X, Y) 를 ( )라 하고, 함수 f 를 결합확률밀도함수 (joint probability density function) 이라 함. 정의에 의해 $\partial^2 F(x, y) =$

9. $\Pr\{a < X \le b,\ c < Y \le d\} =$

Ex 8) 2변량 확률변수 $(X,\ Y)$의 결합확률밀도함수가 $f(x, y) = 6x$ 일 때 $\Pr\left\{0 < X \le 0.5,\ 0 < Y \le 0.5\right\}$ 는? 단 $0 < x < y < 1$.

10. 연속형 2변량 확률변수 $(X,\ Y)$의 결합확률밀도함수가 $f(x, y)$ 일 때, 아래의 함수를 (   ) (marginal probability density function)이라 함

Ex 9) 예제 8 에서 주변확률밀도 함수를 구하시오.

Ex 10) 확률변수 $(X,\ Y)$의 결합확률밀도함수가 $f(x,y)=\dfrac{1}{27}xe^{-\frac{x+y}{3}}$,

$x, y > 0$ 일 때, $\Pr\{X > 9,\ Y > 3\}$ 은?

Chapter 7. 조건부 분포, 공분산, 상관계수

1. 이산형 2변량 확률변수 $(X,\ Y)$의 결합확률함수가 $f(x, y)$ 이고, 주변확률함수 $f_Y(y)$ 가 있다고 가정함. $f_{X|Y}(x \mid y) =$ 를 $Y = y$ 가 주어졌을 때 X 의 조건부 확률함수 (conditional probability function)라 함

2. 연속형 2변량 확률변수 $(X,\ Y)$의 결합확률밀도함수가 $f(x, y)$ 이고, 주변확률함수 $f_Y(y)$ 가 있다고 가정함. $f_{X|Y}(x \mid y) =$ 를 $Y = y$ 가 주어졌을 때 X 의 조건부 확률밀도함수 (conditional probability density function)라 함

Ex 2) $f(x, y) = e^{-x-y}$, $x, y > 0$ 일 때 $f_{X|Y}(x \mid y)$ 는?

Ex 3) $f(x,y)=2,\ 0<x<y<1$ 일 때 $f_{X|Y}(x\,|\,y)$ 는?

3. 2변량 확률변수 $(X,\ Y)$ 가 모든 $(x,y)\in\mathbb{R}_{X,Y}$ 에 대해 $f(x,y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)$ 를 만족할 때 확률변수 X 와 Y 는 서로 이라 함.

X 와 Y 가 서로 독립이면 결합분포함수 $F(x,y)=F_X(x)\cdot F_Y(y)$

Ex 4) 예제 1번, 2번, 3번 에서 X 와 Y 가 서로 독립인가?

Ex 5) $(X,\ Y)$의 $f(x,y)=2e^{-x-y},\ 0<x<y<\infty$ 일 때 X 와 Y 가 서로 독립인지 판단하라. 또한, $\Pr\left\{Y<2\,|\,X<1\right\}$ 를 구하라.

4. 2변량 확률변수 $(X,\ Y)$의 결합확률함수 또는 결합확률밀도함수가 $f(x, y)$ 일 때 $(X,\ Y)$ 의 함수 $h(X, Y)$ 의 기대값은 이산형의 경우 $E[h(X, Y)] =$ 이고, 연속형의 경우 $E[h(X, Y)] =$

Ex 6) 예제 2번, 3번 에서 $E[2X + Y + 1]$은?

5. X 와 Y 가 서로 독립이면 $E[XY] =$

Ex 6) 예제 2번, 3번 에서 $E[XY]$ 는?

6. $\mu_X = E[X]$, $\mu_Y = E[Y]$ 라 할 때 $\sigma_{XY} = Cov(X, Y) =$ $E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]$ 를 X 와 Y 의 (covariance) 라고 함.

$\sigma_{XY} =$ 와 같음. 또한, X 와 Y 가 서로 독립이면

$\sigma_{XY} =$

7. 공분산에 대해 아래의 성질이 만족함

i)

ii)

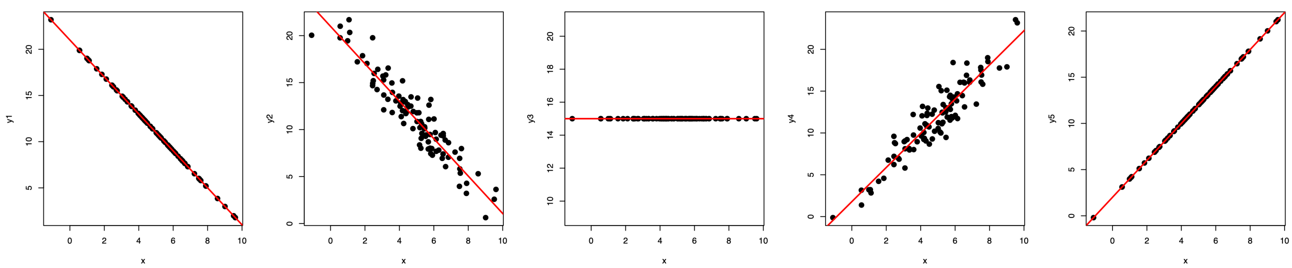
iii)

iv)

v)

vi)

8. X 와 Y 의 공분산을 σ_{XY} , 표준편차를 각각 σ_X, σ_Y 라 할 때 $\rho_{XY} = Corr(X, Y) =$ 를 X 와 Y 의 (correlation coefficient) 라 함. 상관계수에 대해 항상.



Ex 7) X 와 Y 의 결합확률밀도함수 $f(x, y) = x + y,\ 0 < x, y < 1$ 일 때 X 와 Y 의 상관계수는?