

Раздел II

Случайные величины

17.09.24

Опр. 1. Случайная величина (СВ) - величина, которая может принимать все из своих возможных значений в зависимости от элементарных исходов испытания
СВ обозначаются заглавными буквами, а их значения - соответствующими маленькими буквами:

$$X, Y, X \dots x, y, z \quad (1)$$

Случайные величины:

- **дискретные (ДСВ)** - возможные значения изолированы друг от друга (отдельные, конкретные значения, например - число, выпавшее при броске игральной кости)
- **непрерывные (НСВ)** - целиком заполняют собой определенный участок числовой прямой

Опр. 2. Строгое определение: СВ X называется непрерывной, если для нее существует функция $y = f(x)$ такая, что:

$$\forall x \in \mathbb{R} : \int_{-\infty}^x f(t)dt = F(x) \quad (2)$$

Пример.

$$f(x) = 0 \text{ при } x < 0, a \sin x \text{ при } 0 \leq x \leq \pi, 0 \text{ при } x > \pi \quad (3)$$

a - ? $F(x)$ - ? $P(\frac{\pi}{3} < x < \frac{3\pi}{2})$ - ?

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx &= 1 \implies \\ \int_{-\infty}^0 0dx + \int_0^{\pi} a \sin x dx + \int_{\pi}^{+\infty} 0dx &= \\ -a \cos x \Big|_0^{\pi} &= -a(-1) - (-a) = 2a = 1 \implies \\ a &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (4)$$

Пример. Ошибка при взвешивания вещества - это НСВ, кол-во ошибок - это ДСВ.

Опр. 3. Закон распределения - соотношение между всевозможными значениями СВ и их вероятностями

24.09.24

1 Закон распределения ДСВ

Пример. В ящике 2 белых, 8 черных шаров. Одновременно достают 3. X - число белых среди них.

1.1 Ряд распределения

$$x_0 = 0; \quad m_1 =$$

$$x_1 = 1; \quad m_2 =$$

$$x_2 = 2; \quad m_3 =$$

x_i	01	2
p_i	$\frac{56}{120} \frac{56}{120}$	$\frac{8}{120}$

1.2 Многоугольник распределения

1.3 Функция распределения

вероятность того, что X примет определенное значение относительно x .

$$F(x) = P(X < x) \quad (6)$$

Пример.

$$F(-1) = P(X < -1) \quad (7)$$

Свойство 1.3.1. Функция распределения везде определена: $D(F) = (-\infty; +\infty)$

Свойство 1.3.2. Область значений совпадает с областью значений вероятности:
 $E(F) = [0; 1]$

Свойство 1.3.3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$

Свойство 1.3.4. Функция распределения неубывающая

Свойство 1.3.5. Имеет разрывы I рода в точках $x = x_i$ и величина разрыва равна p_i (разрывы отсчитываются от предыдущего уровня, а не от $y = 0$)

Свойство 1.3.6. $P(a \leq x < b) = F(b) - F(a)$

Proof.

$$A.x < a$$

$$B.x < b$$

$$C.a \leq x < b$$

$$A + C = B, \text{ а также } A, C \text{ несовместны}$$

(8)

$$P(A + C) = P(A) + P(C)$$

$$P(A) + P(C) = P(B) \implies P(C) = P(B) - P(A) =$$

$$P(x < b) - P(x < a) = F(b) - F(a)$$

■

2 Закон распределения НСВ

$$P(x = x_i) = 0. \quad (9)$$

A - невозможное $\implies P(A) = 0$.

NB: не работает в обратную сторону!

Свойство 2.0.1.

$$F(X) = P(X < x) \quad (10)$$

01.10.24

3 Числовые характеристики случайной величины