# Раздел I
# Случайные события

03.09.24

**Теория вероятностей** — наука, изучающая закономерности в массовых случайных явлениях. Разделы курса: случайные события, случайные величины, предельные теоремы.

## 1 Основные понятия

- $\Omega$ пространство элементарных исходов
- $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ...\omega_n\}$ множество всех единственно равновозможных исходов данного эксперимента
- $F$ $\sigma$-алгебра случайных событий
- $\mathbb{P}$ вероятность

- $A, B, C \dots$ случаные события
- $U, \Omega$ достоверное событие
- $V, \emptyset$ невозможное событие
- $\bar{A}, \{\omega_i, \omega_i \notin A\}$ противоположное событие

Вероятность случайного события $A$ определяем как $P(A) = w_i, w_i \in [0, 1]$.

10.09.24

# 2 Парадокс Монти-Холла

17.09.24

# 3 Схема независимых испытаний. Формула Бернулли

**Опр. 1.** ***Независимые испытания*** *- испытания, исход каждого из которых не влияет на исход последующих*

**Опр. 2.** ***Схема независимых испытаний Бернулли*** *- неоднократное вопроизведение независимых опытов в одинаковых условиях*

**Теорема 3.0.1.** ***Формула Бернулли:*** *пусть проводится $n$ незаивисимых одинаковых опытов, в каждом из которых некоторое событие $A$ может наступить с вероятностью $p$ и не наступить с вероятностью $q$. Тогда вероятность того, что $A$ наступит ровно $m$ раз ($m \leq n$):*

$$P_{n,m}(A) = C_n^m p^m q^{n-m} \tag{1}$$

*Proof.* Пусть $T$ - $A$ наступило ($P(T) = p$), $F$ - ”$A$ не наступило” ($P(T) = q$), $A^{'}$ - $A$ наступило $m$ раз из $n$.
Рассмотрим один из элементарных исходов, благоприятствующих $A^{'}$:

$$A_1^{'} = \underbrace{T \dots T}_{m \text{ раз}} \underbrace{F \dots F}_{n-m \text{ раз}} \tag{2}$$

т.к. испытания независимы, $P(A_1^{'}) = p^k q^{n-k}$.
Остальные элементарные исходы, благоприятствующие $A^{'}$ отличаются только расстановкой событий $T$ и $F$. Количество таких расстановок равно $C_n^m$. Получаем

$$P_{n,m}(A) = C_n^m p^m q^{n-m} \tag{3}$$

■

# 4 Наивероятнейшее число успехов

# 5 Геометрическое определение вероятности