

Модель №.3.

Оптика. Кольца Ньютона

Ким В.Р., Вишневский С.А
Группа М3207

Задание. Моделирование колец Ньютона для линзы заданного радиуса. Рассмотреть монохроматический и квазимонохроматический свет (задается середина и ширина спектра в нанометрах). Вывод цветного распределения интенсивности интерференционной картины и графика зависимости интенсивности от радиальной координаты.

1. Введение

Кольца Ньютона — это интерференционная картина в виде concentрических светлых и тёмных колец, наблюдаемая при освещении системы «выпуклая линза на плоской пластине» светом. Возникает она в результате интерференции отражённого света в тонком воздушном зазоре между поверхностями линзы и пластины. Толщина зазора зависит от расстояния от точки касания, поэтому фаза отражённого света изменяется по радиусу, формируя характерные кольца. Целью моделирования является вычисление и визуализация распределения интенсивности отражённого света в зависимости от радиальной координаты, как для монохроматического, так и для квазимонохроматического освещения.

2. Геометрия системы

Рассматривается выпуклая линза с радиусом кривизны R , которая лежит на плоской стеклянной пластине. Между ними образуется тонкий воздушный зазор переменной толщины. Вблизи центра (при $h \ll R$) толщина зазора $h(r)$ описывается:

$$h(r) = \frac{r^2}{2R}$$

где:

- r — расстояние от центра контактной точки (в метрах),
- R — радиус кривизны линзы (в метрах),
- $h(r)$ — толщина воздушного слоя.

3. Интерференция света

Свет отражается от двух границ: верхней (линза–воздух) и нижней (воздух–пластина). В результате возникают две когерентные волны, интерферирующие между собой.

3.1 Разность хода

Разность оптических путей между двумя отражёнными волнами:

$$\Delta = 2h(r) + \frac{\lambda}{2}$$

где λ — длина волны света, а $\lambda/2$ — поправка на сдвиг фазы при отражении от более плотной среды.

3.2 Условия интерференции

Для тёмных колец (минимум интенсивности):

$$2h(r) = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$r_m = \sqrt{(2m + 1)\frac{\lambda R}{2}}$$

Для светлых колец (максимум интенсивности):

$$2h(r) = m\lambda$$

$$r_m = \sqrt{m\lambda R}$$

где m — порядок интерференции.

4. Интенсивность отражённого света

Интенсивность отражённого света рассчитывается как:

$$I(r) = I_0 \cdot \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right) \right]$$

Подставляя разность хода:

$$I(r) = I_0 \cdot \left[1 + \cos\left(\frac{4\pi h(r)}{\lambda} + \pi\right) \right]$$

С учётом $\cos(x + \pi) = -\cos(x)$:

$$I(r) = I_0 \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{4\pi h(r)}{\lambda}\right) \right]$$

И, подставляя $h(r)$:

$$I(r) = I_0 \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi r^2}{\lambda R}\right) \right]$$

5. Квазимонохроматический свет

При освещении светом с конечной спектральной шириной $\Delta\lambda$, свет состоит из диапазона длин волн $\lambda_i \in [\lambda_0 - \Delta\lambda/2, \lambda_0 + \Delta\lambda/2]$. Интенсивность отражения тогда определяется усреднением по спектру:

$$I(r) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi r^2}{\lambda_i R}\right) \right] \cdot S(\lambda_i)$$

где $S(\lambda)$ — спектральная плотность:

$$S(\lambda) = \exp\left(-\frac{(\lambda - \lambda_0)^2}{2\sigma^2}\right), \quad \sigma = \frac{\Delta\lambda}{2\sqrt{2 \ln 2}}$$

6. Цветовое изображение интерференционной картины

Для двумерной визуализации кольцевой структуры строится двумерное поле интенсивности:

$$I(x, y) = I\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$$

В случае квазимонохроматического света для каждой длины волны λ_i создаётся изображение и суммируется с соответствующим весом. Полученный спектр в каждой точке переводится в RGB с помощью соответствующей модели цветового зрения.

7. Итоги

На основе этой теории можно:

- Рассчитать радиусы тёмных и светлых колец;
- Построить зависимость интенсивности от расстояния r ;
- Получить цветное изображение интерференционной картины;
- Исследовать влияние спектральной ширины на чёткость колец.