선형대수 과제 #2

20162820 정OO

과제 - Exercise set 1.2 (PP. 22-25) 3, 5, 7, 9, 11, 23

3-a) $x - 3y + 4z = 7$ $\quad$ $x - 3y + 4z = 7$ $\quad$ $x + 24 + 20 = 7$

$y + 2z = 2 \Rightarrow$ $\quad$ $y = -8 \Rightarrow$ $\quad$ $y = -8$

$z = 5$ $\quad$ $z = 5$ $\quad$ $z = 5$

$\Rightarrow x: -37,\ y = -8,\ z = 5$

3-b) $x_1 = 6 - 8y - 5z$ $\quad$ $y = 2 - t$

$w = 3 - 4y + 9z$ $\quad$ $w = 3 - 8 + 4t + 9t$

$y = 2 - z$ $\quad$ $x_1 = 6 - 16 + 8t + 5t$

$\Rightarrow z = t,\ y = 2 - t,\ w = 13t - 5\ \ x = -10 + 13t$

3-c) $x_1 + 7x_2 - 2x_3 \quad -8x_5 = 3$

$x_3 + x_4 + 4x_5 = 5$

$x_4 + 3x_5 = 9$

$0 = 0$

$x_1 = -3 - 7x_2 + 2x_3 + 8x_5 \quad x_3 = 5 - x_4 - 6x_5,\ x_4 = 9 - 3x_5$

→ $x_2 = w$, $x_5 = z$ 라고하면

$x_1 = 11 - 7w + 2z$, $x_2 = w$, $x_3 = 4 - 3z$, $x_4 = 9 - 3z$

$x_5 = z$ 이다.

3-d) $0x + 0y + 0z = 1$ 이므로 불일치해는 연립방정식 이다.

5) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 8 \\ -1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & -7 & 4 & 10 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & -1 & 5 & 9 \\ 3 & -7 & 4 & 10 \end{bmatrix}$ → 1행이 2행에 더해준다

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & 1 & -5 & -9 \\ 0 & -10 & -2 & -14 \end{bmatrix}$ → 1행을 -3배하여 3행에 더해준다

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & 1 & -5 & -9 \\ 0 & 0 & -52 & -104 \end{bmatrix}$ → 2행을 -10배해서 3행에 더해준다

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & 1 & -5 & -9 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$ $\begin{matrix} x_3 = 2 \\ x_2 = -9 + 5x_3 \\ x_1 = 8 - x_2 - 2x_3 \end{matrix}$ → $\begin{matrix} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 2 \end{matrix}$ 이다.

7) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & -6 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}$ ← 1행에 2곱해서 2행 더하기

$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}$ ← 1행을 3행에 더해준다.

$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ← 1행에 -3곱해 3행에 더해준다.

$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ← 2행에 곱해서 -1곱한후 3행에 더해

$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ← 3번을 2행에 하고 4행 더해주기

$x = 1 + 2z - w$

$y = 2z$

$\Rightarrow x = 1 + t, \ y = 2z, \ z = z, \ w = t$

9) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 8 \\ -1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 10 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & -1 & 5 & 9 \\ 3 & -1 & 4 & 10 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & -1 & 5 & 9 \\ 0 & -10 & -2 & -14 \end{bmatrix}$

$\to \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & 1 & -5 & -9 \\ 0 & -10 & -2 & -14 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & 1 & -5 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

$\to \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \to \begin{matrix} x=3 \\ y=1 \\ z=2 \end{matrix}$ 이다.

11) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -6 & 0 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

$\to \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & -6 & 0 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -6 & 0 \end{bmatrix}$

$\to \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{matrix} x-w=1 \\ y-2z=0 \end{matrix}$

$\to x=1+t,\ y=2z,\ z=z,\ w=t$

23-a) Consistent 시스템이다. Unique 해결법을 가짐.

23-b) Consistent 시스템이다. Infinitely many solution 가짐

23-c) inconsistent 시스템이다. 왜냐 0x+0y+0z=1 이므로,

23-d) consistent 시스템이다.