

```
In [1]: import numpy as np
import pandas as pd
from IPython.display import Image
```

1

Найти координаты монохроматического цвета 555 nm (отражающая способность 1.0)
Источник освещения D65
Модель наблюдателя соответствует CIE 1931 (2 градуса)

```
In [2]: cie = pd.read_csv("cccie31.csv")
cie
```

Out[2]:

	wave	x	y	z
0	360	0.175560	0.005294	0.819146
1	365	0.175161	0.005256	0.819582
2	370	0.174821	0.005221	0.819959
3	375	0.174510	0.005182	0.820309
4	380	0.174112	0.004964	0.820924
...
90	810	0.734690	0.265310	0.000000
91	815	0.734690	0.265310	0.000000
92	820	0.734690	0.265310	0.000000
93	825	0.734690	0.265310	0.000000
94	830	0.734690	0.265310	0.000000

95 rows × 4 columns

```
In [3]: cie[cie.wave==555]
```

Out[3]:

	wave	x	y	z
39	555	0.337363	0.658848	0.003788

2

Даны координаты в системе sRGB(0,75 0,5 0,25) (Гамма=2,2 ; источник освещения D65)
Найти XYZ координаты
Найти XYZ координаты при изменении D65 на D50 по методу Бредфорда (Bradford)

```
In [4]: def getSRGBtoXYZ(xYyR, xYyG, xYyB, xyzW):
def XYZ(xYy):
    return (xYy[0]/xyY[1], 1, (1 - xYy[0] - xYy[1]) / xyY[1])

M = np.array([XYZ(xYyR), XYZ(xYyG), XYZ(xYyB)]).T
M_inv = np.linalg.inv(M)
S = M_inv.dot(xyzW)

return M*S

linearazie = lambda v: v/12.92 if v <= 0.04045 else np.power(((v+0.018)/1.018), 2.2)

sRGB = np.array([0.75, 0.5, 0.25])
sRGB_lin = np.array(list(map(linearazie, sRGB)))

sRGBtoXYZ = getSRGBtoXYZ(
    [0.6400, 0.3300, 0.212656],
    [0.3000, 0.6000, 0.715158],
    [0.1500, 0.0600, 0.072186],
    [0.95047, 1.00000, 1.08883]
)

print(f"({sRGBtoXYZ=})")
print(f"({sRGB=})")
print(f"({sRGB_lin=})\n")

print(
    "XYZ:",
    sRGBtoXYZ.dot(sRGB_lin)
)

sRGBtoXYZ=array([[0.41245644, 0.35757608, 0.18043748],
 [0.21267285, 0.71515216, 0.07217499],
 [0.0193339 , 0.11919203, 0.95030408]])
sRGB=array([0.75, 0.5 , 0.25])
sRGB_lin=array([0.53795949, 0.22619362, 0.05307029])

XYZ: [0.31234215 0.28000258 0.08779424]
```

```
In [5]: def getXYZtoXYZ(xyzWS, xyzWD):
M_A = np.array([
    [ 0.8951000,    0.2664000,   -0.1614000],
    [-0.7502000,    1.7135000,    0.0367000],
    [ 0.0389000,   -0.0685000,    1.0296000]
])

M_A_inv = np.linalg.inv(M_A)
s = M_A.dot(xyzWS)
d = M_A.dot(xyzWD)
diag = np.diag(d/s)

return M_A_inv.dot(diag).dot(M_A)

D65toD50 = getXYZtoXYZ(
    [0.95047, 1.00000, 1.08883],
    [0.96422, 1.00000, 0.82521]
)

print(f"({D65toD50=})\n")
print(
    "XYZ D50:",
    D65toD50.dot(sRGBtoXYZ.dot(sRGB_lin))
)

D65toD50=array([[ 1.04781124,   0.0228866 , -0.05012698],
 [ 0.0295424 ,   0.9904844 , -0.0170491 ],
 [-0.00923449,   0.01504362,   0.75213164]])

XYZ D50: [0.32928307 0.28506872 0.06736076]
```

3

Гистограмма изображения задана линией u=x.
Постройте LUT для эквализации гистограммы.
Постройте LUT для инверсии изображения.

Эквализация

Функция распределения, где H(j) - начальная гистограмма

$$H'(x) = \sum_{j=0}^{x-1} H(j)$$

Тогда формула пикселя эквализированного изображения:

$$equalized(x,y) = H'(I(x,y))$$

Инверсия

$$LUT[i] = 1 - i$$

$$i = y(x) = x$$

$$LUT[i] = 1 - x$$

$$inversion(x,y) = 255 - I(x,y)$$

4

Какие из ранговых фильтров являются сепарабельными? Доказать.

Сепарабельный фильтр - фильтр, который можно представить ввиде произведения двух векторов

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 & \dots & b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1b_1 & \dots & a_1b_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_nb_1 & \dots & a_nb_n \end{pmatrix}$$

Каждая строка является линейной комбинацией любой другой строки

Каждый столбец является линейной комбинацией любого другого столбца

Следовательно ранг матрицы, полученной путем произведения двух векторов равен 1

Сепарабельными являются только одноранговые фильтры

5

Преобразуйте цепной код 1527650432 так, чтобы он стал инвариантным по отношению к выбору начальной точки и к повороту.

Исходный цепной код: 1527650432

Инвариантность к выбору начальной точки достигается путем сдвига последовательности таким образом, что полученное число -- наименьшее

-- 1527650432 -->
-- 2152765043 -->
-- 3215276504 -->
-- 4321527650 -->
-- 0432152765 -->

Код инвариантный к выбору начальной точки: 0432152765

Инвариантность к повороту достигается если рассматривать первую разность значений кода

0 4 3 2 1 5 2 7 6 5 [0]
L4J L7J L7J L7J L4J L5J L5J L7J L7J L3J

Код инвариантный к повороту: 4777455773

6

Дано бинарное изображение равностороннего треугольника со стороной 6
Как будет выглядеть эрозия и дилатация этого изображения с квадратом стороной 2

Черный треугольник - исходный

Синий треугольник - фигура после применения операции:

- слева - дилатация
- справа - эрозия

In [6]: Image(filename="err_dill.drawio.png")

Out[6]:

7

Дано изображение шахматного поля с клетками размером pхp пикселей.
Какие параметры сдвига будут порождать матрицу смежности (GLCM) диагонального вида?

Матрица значений яркости

$$n \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Используется всего два уровня яркости, следовательно матрица GLCM имеет размер 2 × 2

$$\begin{matrix} & 0 & 1 \\ 0 & a_{00} & a_{01} \\ 1 & a_{10} & a_{11} \end{matrix}$$

Для построения данной матрицы необходимо определить соседний пиксель, который параметризуется направлением φ и расстоянием d.

- φ - угол (0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315°)
- d - расстояние в пикселях

Из-за повторяемости шаблона изображение стоит рассматривать d как четное и нечетное, а углы 0°, 45°.

Матрицы для нечетного расстояния:

$$\varphi = 0^\circ \begin{pmatrix} 0 & a_{01} \\ a_{10} & 0 \end{pmatrix}; \varphi = 45^\circ \begin{pmatrix} a_{00} & 0 \\ 0 & a_{11} \end{pmatrix};$$

Матрицы для четного расстояния:

$$\varphi = 0^\circ \begin{pmatrix} a_{00} & 0 \\ 0 & a_{11} \end{pmatrix}; \varphi = 45^\circ \begin{pmatrix} a_{00} & 0 \\ 0 & a_{11} \end{pmatrix};$$

Т.е. в случае, когда d - нечетное, а φ - вертикальное или горизонтальное, матрица смежности не является диагональной.

Во всех остальных случаях матрица смежности -- диагональна.

8

К каким трансформациям (2D) изображения не инвариантен детектор Харриса?

- Масштаб - при изменении масштаба изображения, необходимо корректировать размер окна, поскольку линии, которые раньше образовывали угол, теперь определяются детектором как сплошной контур.
- Наличие шума - алгоритм допускает небольшое количество ошибок. Однако большое количество шумов с контуром приводит к значительному изменению собственных чисел матрицы окна, что изменяет значения детектора.
- Интенсивность - алгоритм частично инвариантен к изменению интенсивности, необходимо изменять значения порогов детектора.

9

Дано бинарное изображение прямоугольника 4x2 пикселя

Посчитайте:

- Компактность
- Эксцентриситет
- Центр масс
- Ориентацию главной оси инерции
- Первые 4-ре момента Hu

In [7]: w = 4
h = 2

def m(p,q):
 return sum([(x**p)*(y**q) for x in range(w) for y in range(h)])

def cm(p, q):
 return sum([((x-m(1,0)/m(0,0))**p)*((y-m(0,1)/m(0,0))**q) for x in range(w) for y in range(h)])

def eta(p, q):
 return cm(p,q)/np.power(cm(0,0), (p+q+2)/2)

In [8]: p = (w + h)*2
a = wh
print("Compactness:", p**2/a)

Compactness: 18.0

In [9]: m_20 = cm(2,0)
m_02 = cm(0,2)
m_11 = cm(1,1)

print(
 "Elongation:",
 (m_20 + m_02 + np.sqrt((m_20 - m_02)**2 + 4*m_11**2))/
 (m_20 + m_02 - np.sqrt((m_20 - m_02)**2 + 4*m_11**2))
)

Elongation: 5.0

In [10]: print(
 "Center:",
 (m(1,0)/m(0,0), m(0,1)/m(0,0))
)

Center: (1.5, 0.5)

In [11]: print(
 "Principal inertia axis",
 0.5*np.arctan(2*m_11/(m_20-m_02))
)

Principal inertia axis 0.0

In [12]: hu_1 = eta(0,2) + eta(2,0)

hu_2 = (eta(2,0) - eta(0,2))**2 + 4*eta(1,1)**2

hu_3 = (eta(3,0) - 3*eta(1,2))**2 + (3*eta(2,1) - cm(0,3))**2

hu_4 = (eta(3,0) - eta(1,2))**2 + (eta(2,1) + cm(0,3))**2

print(f"({hu_1=})")
print(f"({hu_2=})")
print(f"({hu_3=})")
print(f"({hu_4=})")

hu_1=0.1875
hu_2=0.015625
hu_3=0.0
hu_4=0.0

10

Чему равна сумма коэффициентов wavelet-фильтров? Скалирующей функции?
Какая связь с квадратурными зеркальными фильтрами?

Сумма коэффициентов wavelet-фильтров равна 1
Сумма коэффициентов скалирующей функции равна √2

Дискретное вейвлет-преобразование получают путем применения набора фильтров.
Сначала сигнал пропускается через низко-частотный фильтр, в результате чего получаются коэффициенты аппроксимации.
Затем сигнал пропускается через высоко-частотный фильтр, в результате чего получаются коэффициенты детализации.

Данные НЧ и ВЧ фильтры связаны и называются квадратурными зеркальными фильтрами (QMF).

11

Есть камера с фокусным расстоянием 10 см, размером кадра 1920x1080, размер пикселя 10 микрон, центр проекции находится на пикселе с координатами 950,550, угол наклона матрицы равен 0.

Запишите матрицу внутренней калибровки камеры (intrinsic parameters)

Матрица внутренней калибровки имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \alpha_x & \gamma & u_0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\alpha_x = f/p_x$, где f - фокусное расстояние, p_x - размер пикселя.

$\alpha_x = 100/0.01 = 10000$

$\alpha_y = 100/0.01 = 10000$

$\gamma = \alpha_x * tg(\varphi)$, где φ - угол наклона матрицы

$\gamma = 10000 * tg(0) = 0$

Тогда, матрица калибровки принимает вид:

$$\begin{bmatrix} 10000 & 0 & 950 \\ 0 & 10000 & 550 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$