МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
"ЛЭТИ"ИМ. В. И. ЛЕНИНА (УЛЬЯНОВА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

к практическому заданию №1

Студент гр. 8303	________________	Гришин К. И.
Преподаватель	________________	Попова Е. В.

Санкт-Петербург
2022

1 Цель работы

Найти решение задач матричных игр с нулевой суммой

2 Задание

Вариант 3

$$C_1 = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 6 & 5 \\ 3 & 3 & 7 & 7 \\ 4 & 3 & 4 & 2 \\ 5 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$C_2 = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$C_3 = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$C_4 = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 3 & 4 \\ 6 & 5 \\ 7 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$C_5 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

3 Ход выполнения работы

3.1 Определеить границы выигрыша и наличие седловой точки C1

Для поиска седловых точек матричной игры использовалось инструментально средство:

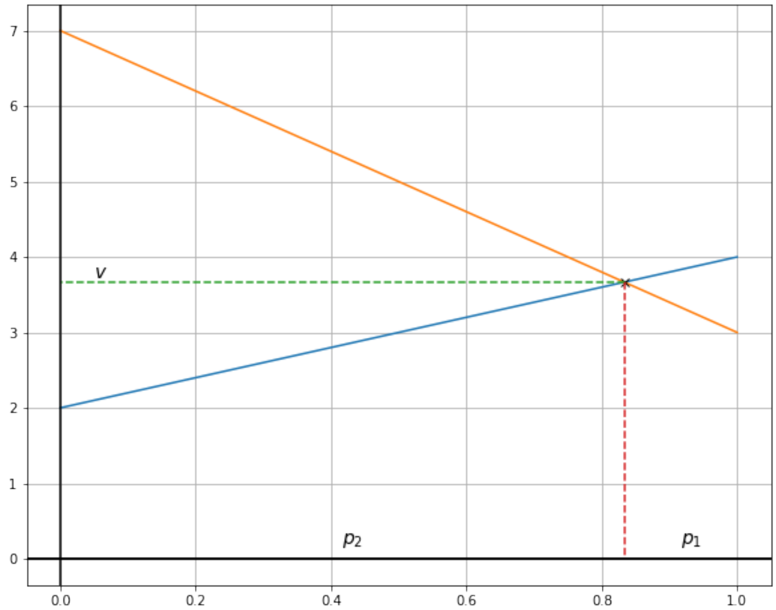
```
import numpy as np

def matrix_limits(matrix):
  return (
       max(np.apply_along_axis(lambda x: min(x), axis=1, arr=matrix)),
       min(np.apply_along_axis(lambda x: max(x), axis=0, arr=matrix))
  )
```

Получены следующие границы игры: (3, 5). Седловой точки нет.

3.2 Графически и аналитически решить матричную игру 2x2 для матрицы C2

Графически найдены вероятности для стратегий первого игрока:



$p_1 = 0.18$
$p_2 = 0.82$
$v = 3.7$

Аналитически найдены полученные значения:

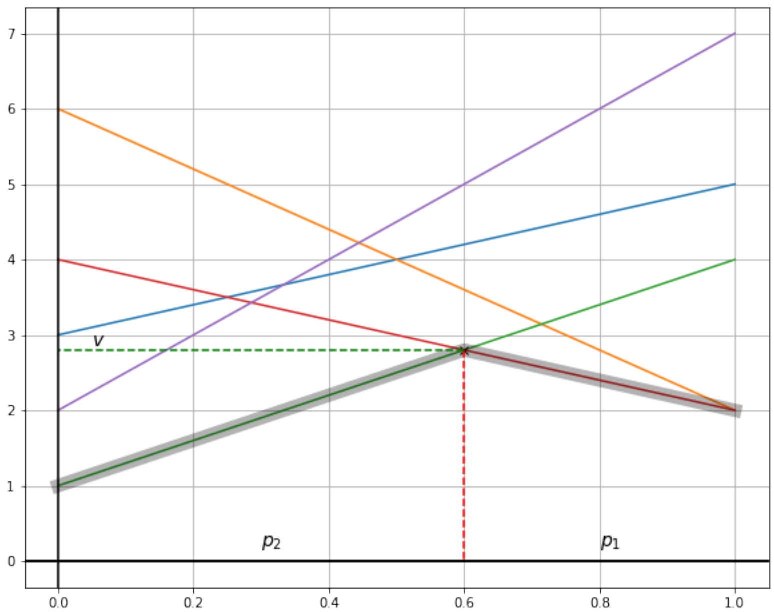
$$p_1 = \quad \frac{3-4}{2+3-(7+4)} \quad = 0.17 \pm 0.08$$

$$p_2 = \quad \frac{2-7}{2+3-(7+4)} \quad = 0.833 \pm 0.016$$

$$V = \quad \frac{2\cdot 3-7\cdot 4}{2+3-(7+4)} \quad = 3.667 \pm 0.009$$

3.3 Графически и аналитически решить матричную игру 2xN для матрицы C3

Графически найдены вероятности для стратегий первого игрока:



$p_1 = 0.4$
$p_2 = 0.6$
$v = 2.8$

Аналитически найдены полученные значения:

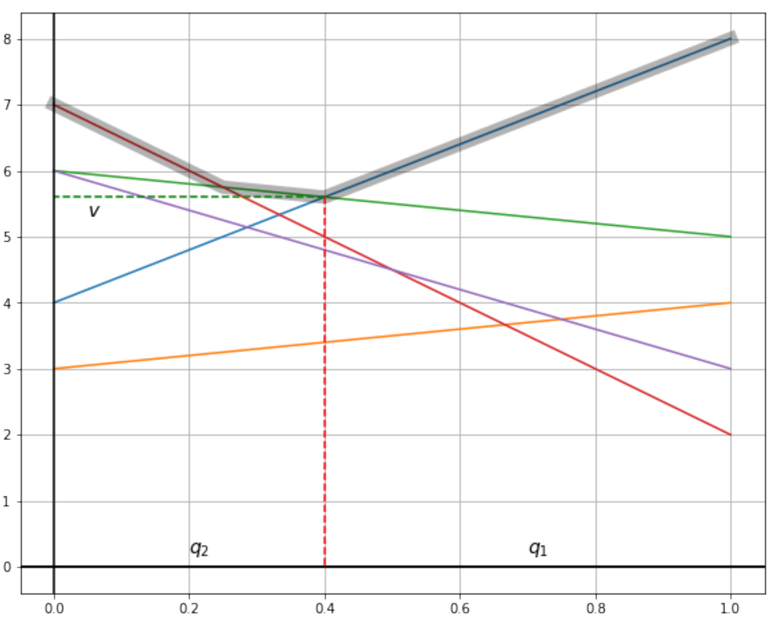
$$p_1 = \frac{4-2}{4+4-(1+2)} = 0.4$$

$$p_2 = \frac{4-1}{4+4-(1+2)} = 0.6$$

$$V = \frac{4 \cdot 4 - 1 \cdot 2}{4+4-(1+2)} = 2.8$$

3.4 Графически и аналитически решить матричную игру Nx2 для матрицы C4

Графически найдены вероятности для стратегий первого игрока:



$q_1 = 0.6$

$q_2 = 0.4$

$v = 5.6$

Аналитически найдены полученные значения:

$$q_1 = \frac{8-5}{6+8-(5+4)} = 0.6$$

$$q_2 = \frac{6-4}{6+8-(5+4)} = 0.4$$

$$V = \frac{8 \cdot 6 - 5 \cdot 4}{6+8-(5+4)} = 5.6$$

3.5 С помощью симплекс-метода решить матричную игру MxN для матрицы C5

Границы значения игры: (3, 5)

Наибольший проигрыш второго игрока не может быть меньше V. Следовательно матрицу C5 можно представить в виде системы уравнений в смешанных стратегиях.

$$\begin{aligned} 2p_1 + 5p_2 + 3p_3 &\geq V \\ 1p_1 + 2p_2 + 7p_3 &\geq V \\ 3p_1 + 4p_2 + 5p_3 &\geq V \\ 1p_1 + 1p_2 + 1p_3 &= 1 \end{aligned}$$

Проведя замены $x = p/V$ и $Z = 1/V$ получаем

$$\begin{aligned} 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 &\geq 1 \\ 1x_1 + 2x_2 + 7x_3 &\geq 1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 &\geq 1 \\ 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 &= Z \end{aligned}$$

То есть необходимо решить задачу линейного программирования по минимизации функции $1x_1 + 1x_2 + 1x_3 = Z$.

Для решения задачи линейного программирования использовался модуль SciPy.

```
from scipy.optimize import linprog
def solve_matrix(matrix):
  objective_funciton_coefs = np.array([1, 1, 1])
  constraint_matrix = matrix.T * -1
  constraint_vector = np.array([-1, -1, -1])
  return linprog(
    objective_funciton_coefs,
    A_ub=constraint_matrix,
    b_ub=constraint_vector
  )
```

Значение Z: 0.2413793105018628

Значения x: $[0.000000, 0.137931, 0.103448]$

Проведем обратные преобразования для получения p и V

Значение V: 4.143

Значения p: [0.000, 0.571, 0.429]